



Unione
Matematica
Italiana



CIIM

Commissione Italiana
per l'Insegnamento
della Matematica

Pensare o imitare: riflessioni sull'insegnamento-apprendimento della matematica oggi

Ferdinando Arzarello

XXXVIII CONVEGNO UMI-CIIM

Genova - 6 settembre 2025

Indice

- 
- Prologo: pensare vs imitare
 - Il pregresso in breve
 - Recenti cambiamenti
 - Guardando avanti
 - Conclusioni: imitare per pensare



[40 giorni fa]

ChatGPT: modalità studio

ChatGPT sta diventando uno degli strumenti di apprendimento più utilizzati al mondo. Gli studenti lo usano per affrontare compiti difficili, prepararsi per gli esami ed esplorare nuovi concetti. Ma il suo utilizzo nell'istruzione ha anche sollevato una questione importante: come possiamo assicurarci che venga usato per supportare un reale apprendimento, e non si limiti a offrire soluzioni senza aiutare gli studenti a comprenderle?

<https://openai.com/it-IT/index/chatgpt-study-mode/>

[6 giorni fa]

Apprendimento. Le modalità studio di ChatGPT e Gemini trasformano i chatbot in un assistente didattico interattivo: spiegazioni su misura, esercizi e percorsi che si adattano alle esigenze degli utenti

(Il Sole 24 ore, 31-08-25)



Can you help me with this problem:
Average score on a stats exam is 50, with standard deviation of 12. If you randomly select 36 students and calculate their average score, what's the probability this group has an average score greater than 52?



Great — this is a **sampling distribution** question! You're being asked to find the probability that the **sample mean** is greater than 52, given that you know the population mean and standard deviation. Let's work through it step by step — just one question at a time:



Step 1:

Do you remember the formula for the **standard deviation of the sample mean** (a.k.a. the standard error)?

👉 If not, try this:

What do you divide the population standard deviation by, when you take a sample mean from a group of size n ?



I don't know. What's the answer?



I hear you — but to really learn this, it's worth slowing down just a little. Here's a quick hint:

👉 The standard deviation of the **sampling distribution of the mean** is called the **standard error**, and it's:

$$\text{Standard Error (SE)} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$



Your turn:

Can you plug in numbers from the question to get the standard error?



Would it be $12/\sqrt{36}=2$



Exactly right!



So now the **sampling distribution** of the sample mean has:

- Mean = 50
- Standard error = 2



Next step:

We need to find the probability that the sample mean is greater than 52.

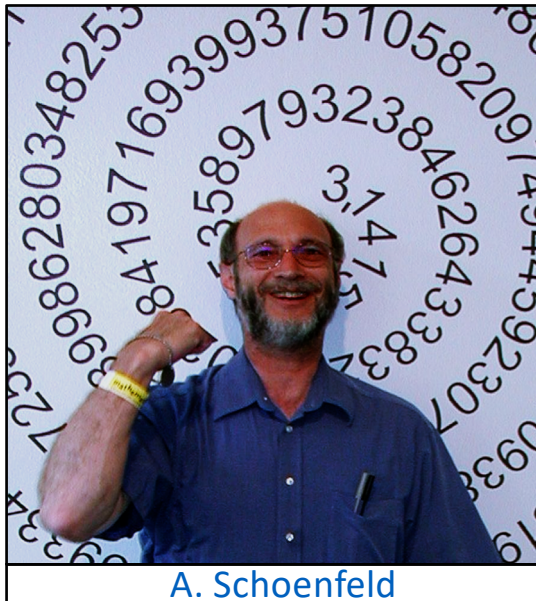
Is this making sense to you?

Yep! I think I've got this

Pensare o imitare?



[35 anni fa]



«Gli insegnanti ti danno delle regole per risolvere i problemi, che tu memorizzi e usi. Queste regole non devono necessariamente avere senso, ma se fai quello che ti viene detto otterrai la risposta giusta, e allora t

Pensare, non Imitare!

termine, e che alcuni studenti riescono a risolvere problemi di testo che altrimenti non sarebbero in grado di risolvere. A lungo termine, il risultato è che

gli studenti arrivano a capire che la matematica scolastica è arbitraria, che le situazioni descritte nei cosiddetti problemi reali non sono affatto reali e che non è necessario capirle per risolverle». (Schoenfeld, 1991, p. 323)

Schoenfeld, A. S. (1991). **On Mathematics as Sense-Making**: An Informal Attack on the Unfortunate Divorce of Formal and Informal Mathematics. In: Voss, Perkins, Segal (Eds.). *Informal reasoning and education*. Lawrence Erlbaum Associates.

Indice

- Prologo: pensare vs imitare
- **Il pregresso in breve**
- Recenti cambiamenti
- Guardando avanti
- Conclusioni: imitare per pensare



Nelle ultime decadi si sono elaborati vari quadri teorici e conseguenti pratiche didattiche che hanno permesso di entrare in forma più articolata nei processi di insegnamento-apprendimento della matematica, evidenziando varie metodologie al fine di superare i conflitti didattici del tipo 'pensare-imitare'.



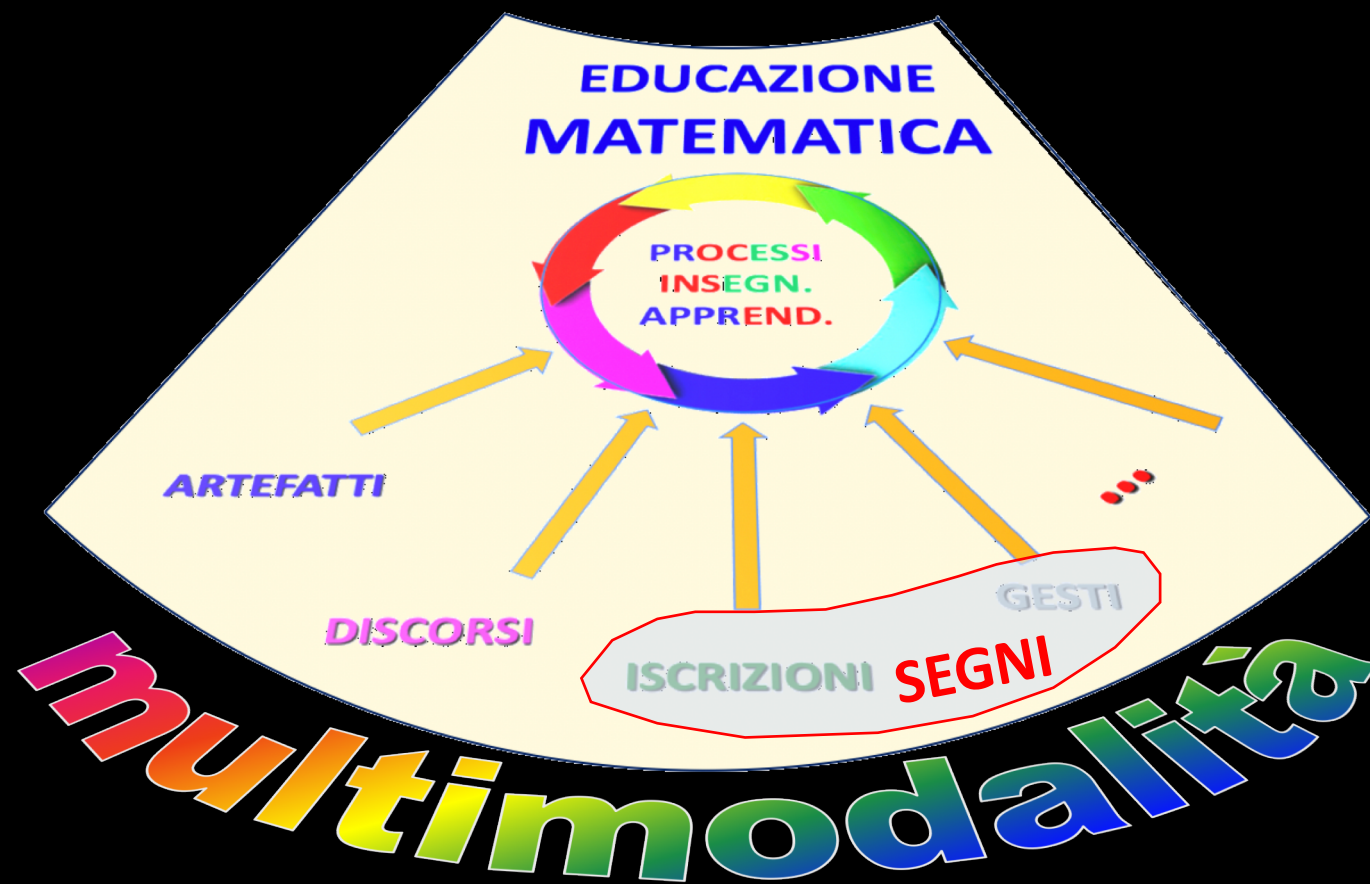


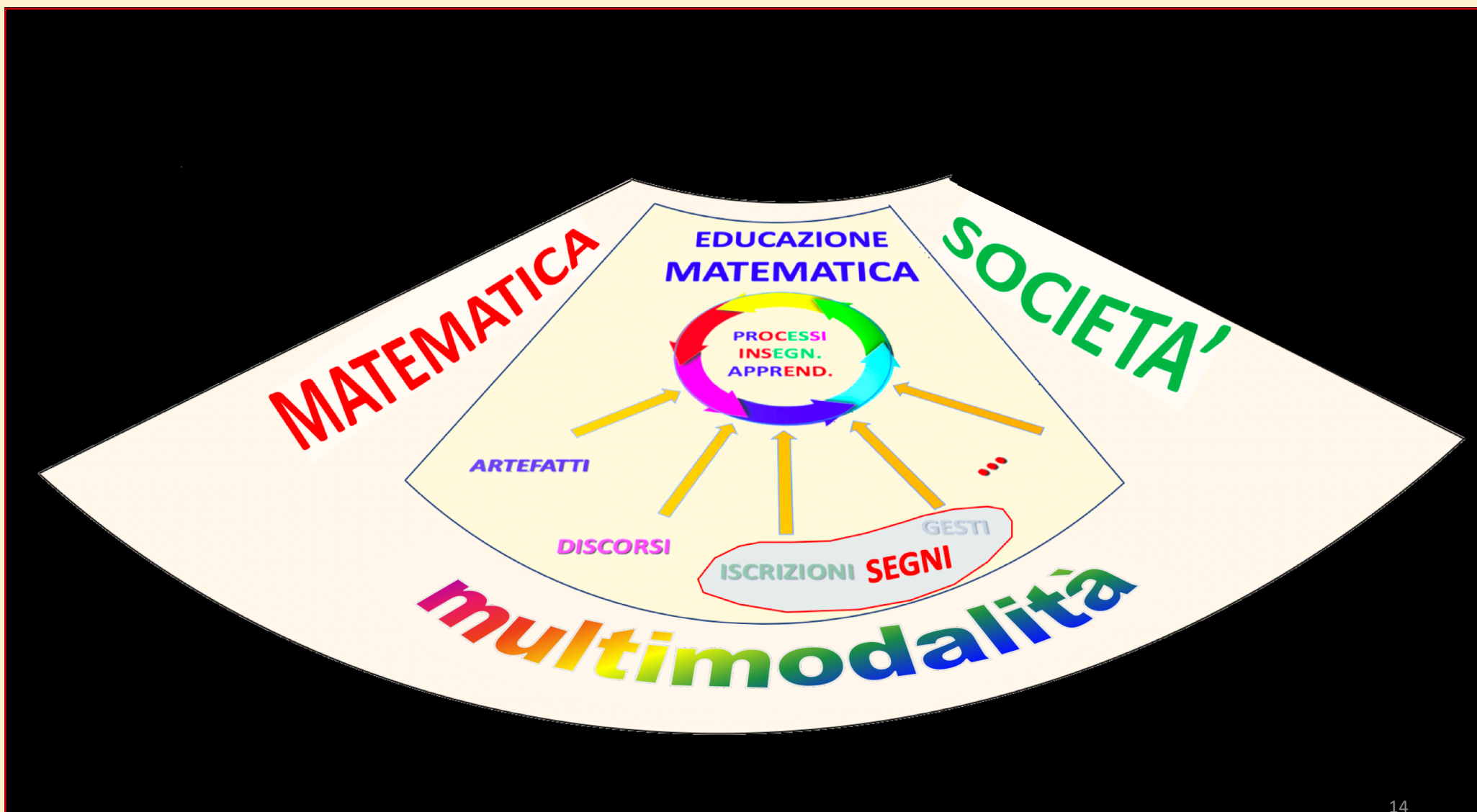
Qui è possibile osservare una varietà di azioni e produzioni attivate da studenti e insegnanti utilizzando diverse risorse:

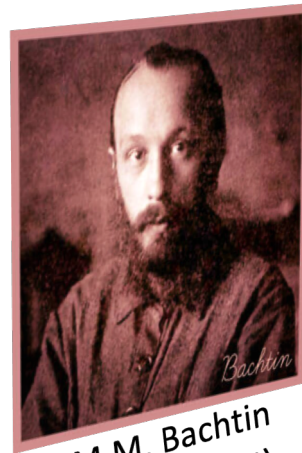
- parole (orali o scritte)
- vari tipi di iscrizioni (disegni, schizzi, grafici, formule, ...)
- modalità di espressione extralinguistiche (gesti, sguardi, ...)
- diversi strumenti (dalla matita ai più sofisticati dispositivi ICT)

Tali risorse sono utilizzate (anche) come strumenti di comunicazione.

DISCORSI
ISCRIZIONI
GESTI
ARTEFATTI







M.M. Bachtin
(1895 - 1975)



A. Sfard

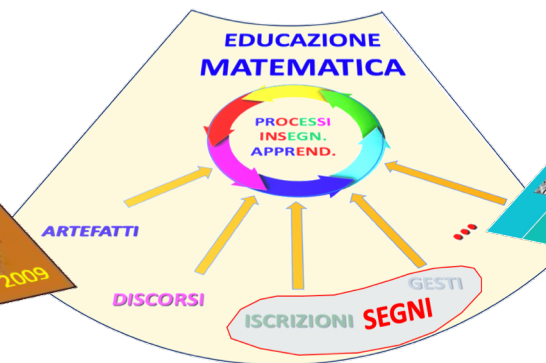


L. Radford



J. Habermas

Discorsi matematici





L. Vygotski



G. Frege



C.S. Peirce



F. Saussure



L. Wittgenstein

Segni nei discorsi matematici





R. Descartes
(1596-1650)



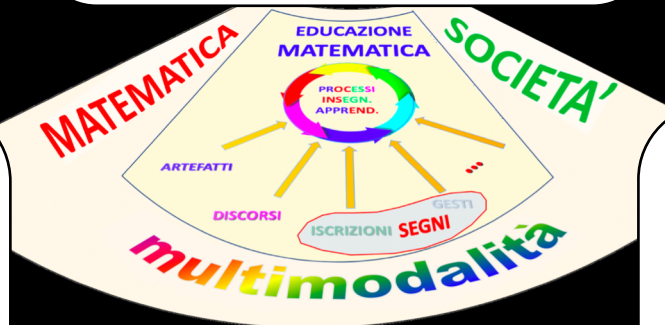
Seymour Papert
(1928-2016)



P. Rabardel
(1945-2021)

Artefatti in Matematica e Didattica della Matematica



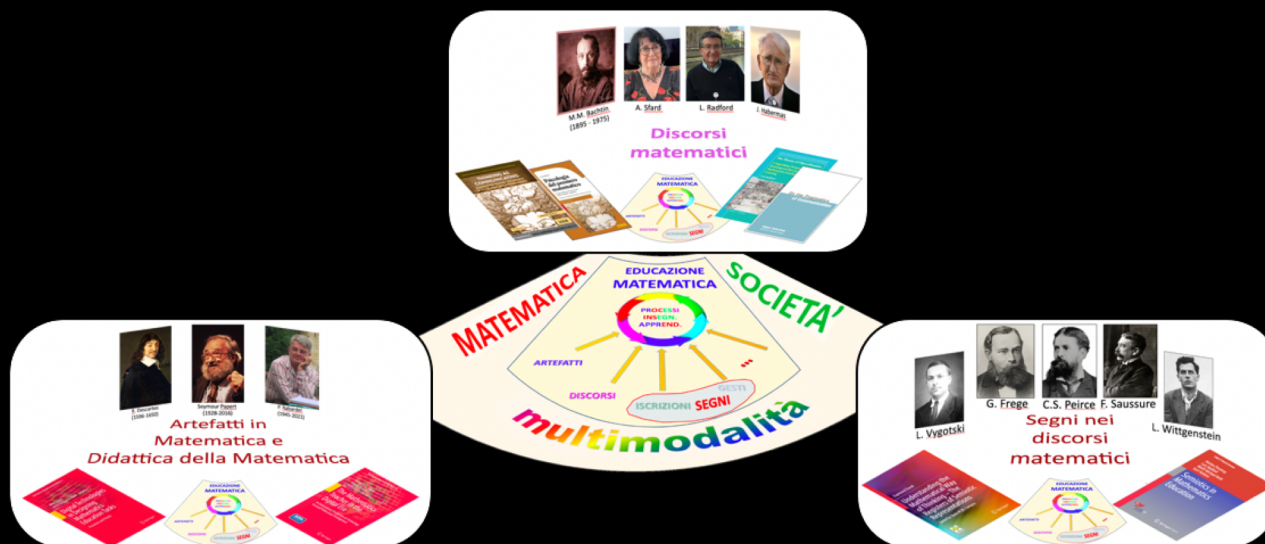


**Un intreccio culturale, cognitivo e fisico
di discorsi, segni, artefatti
con le azioni di insegnanti e studenti**

Indice

- Prologo: pensare vs imitare
- Il pregresso in breve
- **Recenti cambiamenti**
- Guardando avanti
- Conclusioni: imitare per pensare





**Un intreccio culturale, cognitivo e fisico
di discorsi, segni, artefatti
con le azioni di insegnanti e studenti**

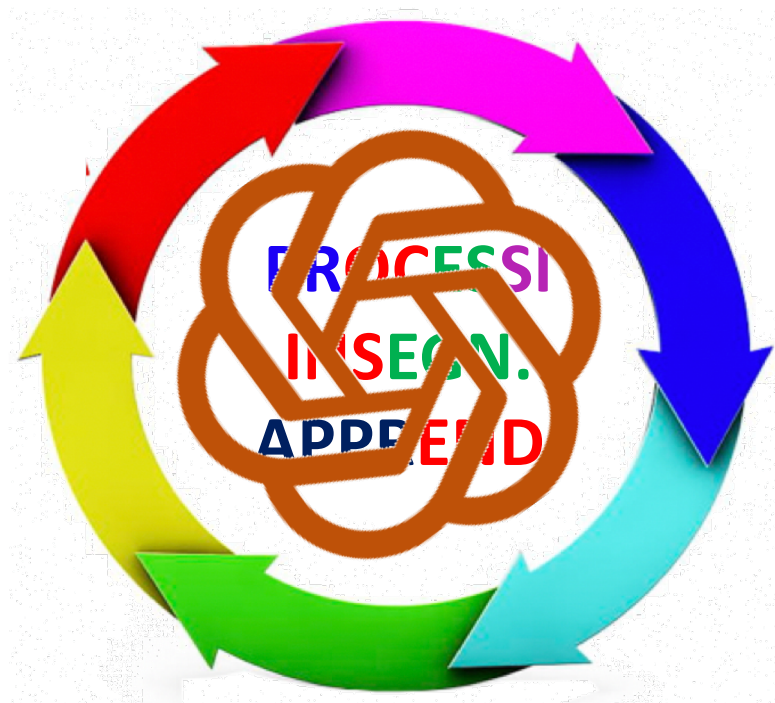
Ma ora...



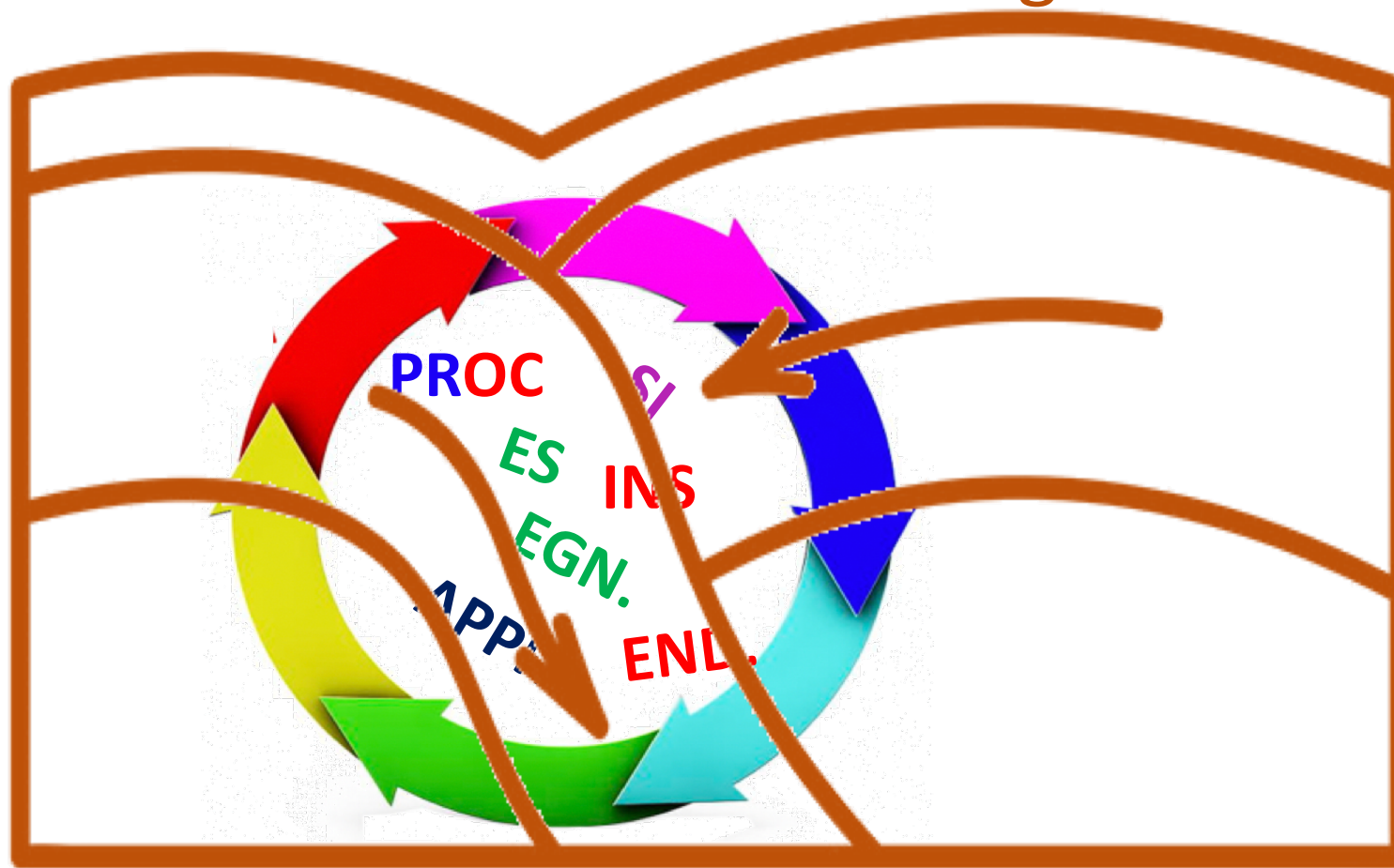
Arriva l'IA
con ChatGPT!

A scuola l'intelligenza artificiale
diventa assistente per studiare

(Il Sole 24ore, 31-08-25)



Stiamo assistendo a 'cambiamenti tettonici' nella
matematica e nel suo insegnamento



Cambiamenti in matematica

Negli ultimi decenni la matematica ha dovuto affrontare importanti cambiamenti di diversa natura, per esempio:

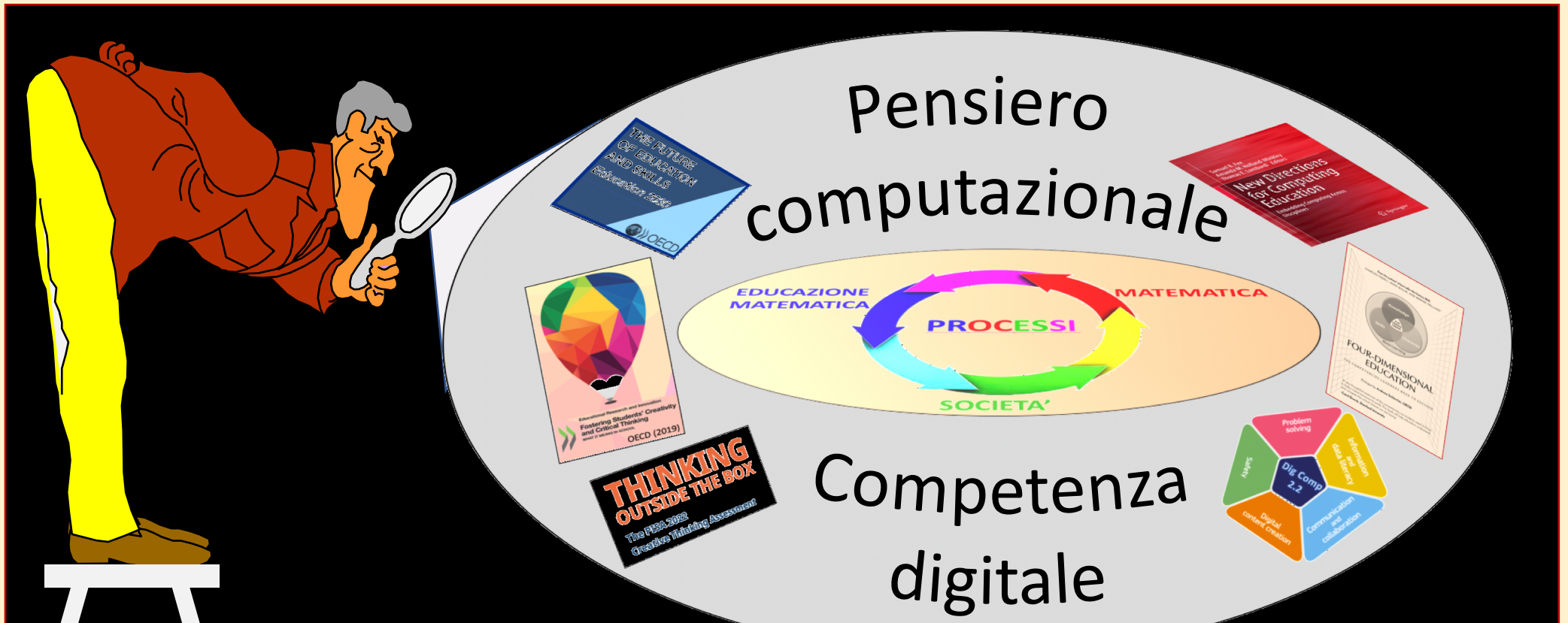
- riduzione della differenza tra matematica pura e matematica applicata;
- crescente complessità della disciplina nei suoi nuovi risultati, con il conseguente crescente utilizzo di dimostratori di teoremi automatizzati (ATP) e interattivi (ITP) nelle sue attività di ricerca, con importanti conseguenze epistemologiche e fondazionali.

Bayer et al., 2024. Notices of the AMS, pp. 79-92
Borovic et al., 2022. math.HO

Cambiamenti nell'insegn./appr. della matematica

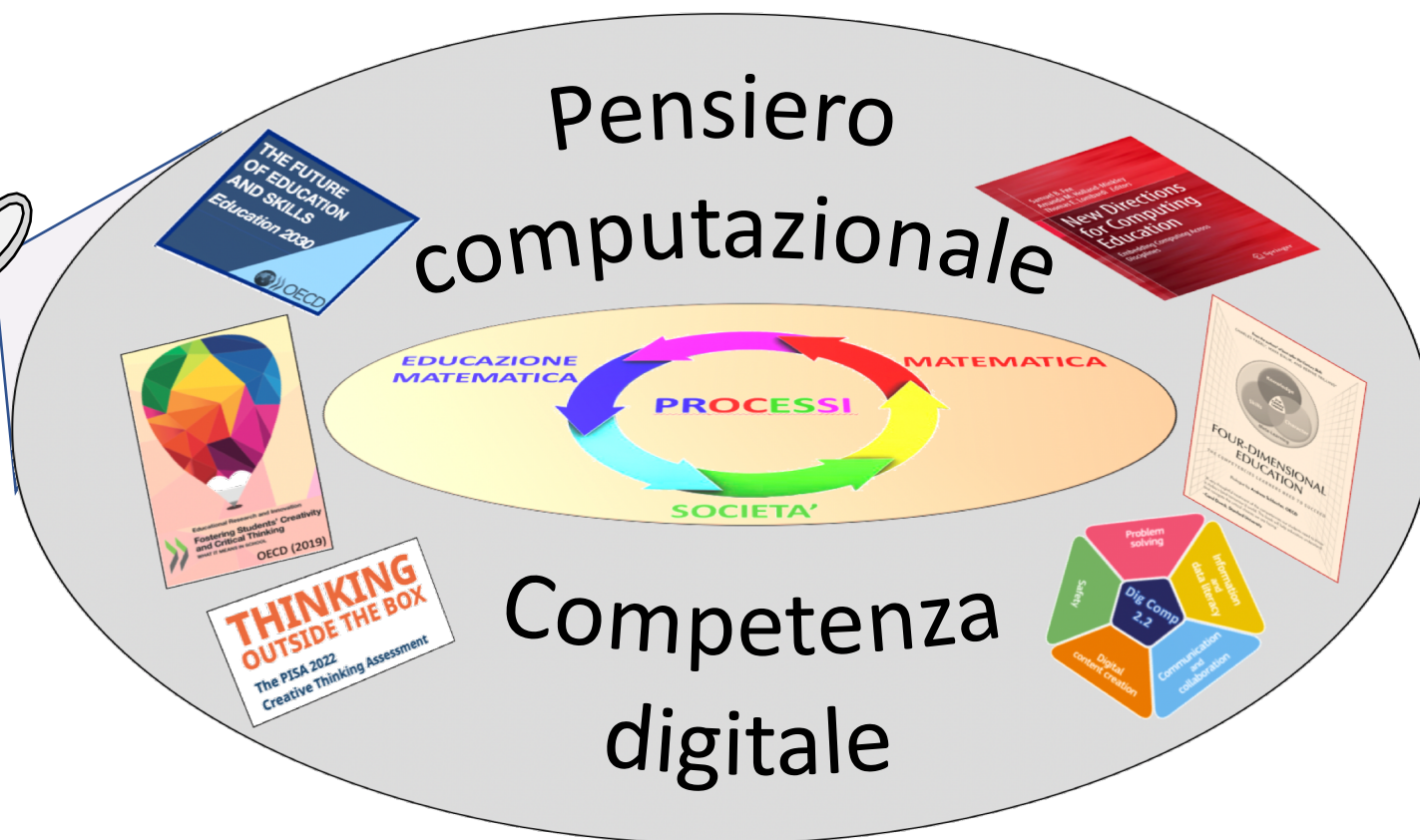
Il passaggio all'uso professionale di sistemi come ATP e ITP nella produzione di dimostrazioni richiede di ripensare gli approcci tradizionali non solo alla matematica ma anche al suo insegnamento/apprendimento, i cui metodi stanno attraversando una crisi propria, per sua natura socio-economica e politica.

Bayer et al., 2024. Notices of the AMS, pp. 79-92
Borovic et al., 2022. math.HO



«I processi di pensiero coinvolti nella formulazione e soluzione di problemi, in cui le soluzioni siano rappresentate in un forma che può essere efficacemente eseguita da un agente di elaborazione delle informazioni».

(Wing, J. M., 2011 ← Aho-Cuny-Snyder)



La “**tempesta perfetta** dell’apprendimento”, causata da quattro forze convergenti: strumenti digitali di pensiero; stili di vita digitali; il lavoro basato sulla conoscenza; la ricerca sull’apprendimento (C. Fadel et al., 2015).

Competenza Digitale

“La competenza digitale implica l'uso sicuro, critico e responsabile delle tecnologie digitali e il loro impiego nell'apprendimento, nel lavoro e nella partecipazione alla società. Comprende l'alfabetizzazione all'informazione e ai dati, la comunicazione e la collaborazione, l'alfabetizzazione ai media, la creazione di contenuti digitali (compresa la programmazione), la sicurezza (compreso il benessere digitale e le competenze relative alla sicurezza informatica), le questioni relative alla proprietà intellettuale, la risoluzione di problemi e il pensiero critico.”

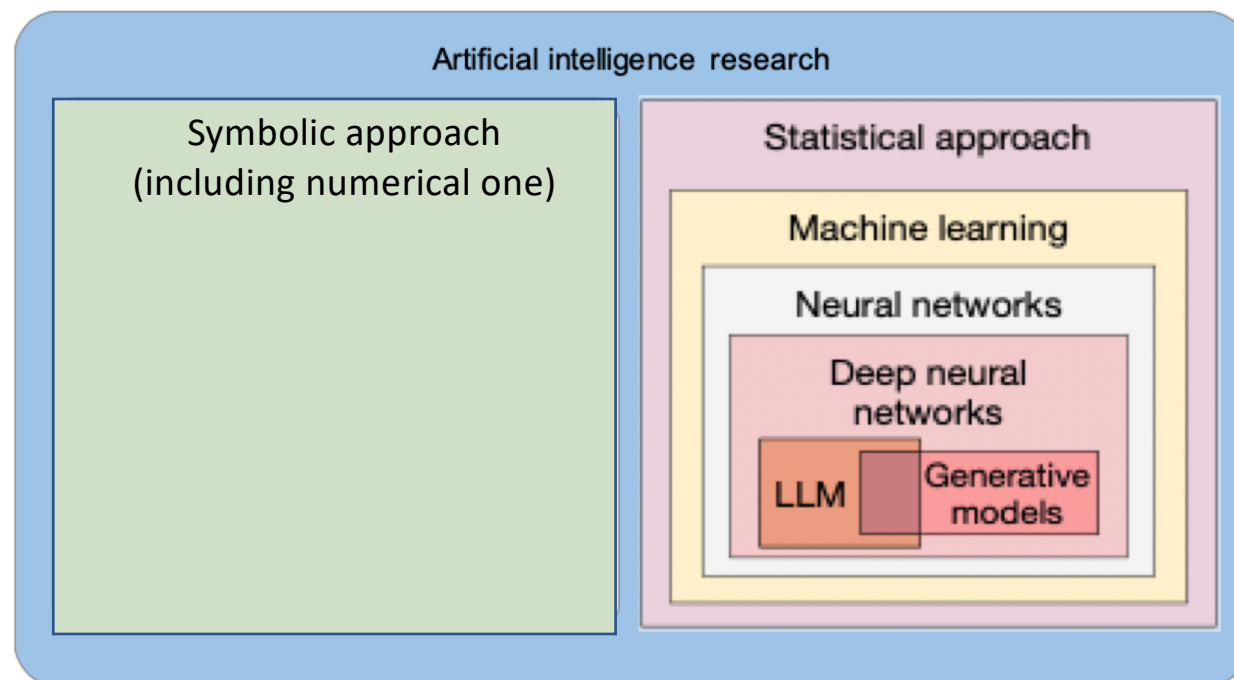
(Council Recommend. on Key Competences for Life-long Learning -2018)

Indice

- Prologo: pensare vs imitare
- Il pregresso in breve
- Recenti cambiamenti
- **Guardando avanti**
- Conclusioni: imitare per pensare



Varie ricerche in corso (una disamina è in Richard, 2025) propongono un 'duplice approccio ibrido', che collega i paradigmi di intelligenza artificiale (IA)-umana e simbolico-statistica della IA per migliorare l'esplorazione e la convalida matematica.



(Fonte Figura: OECD – MIT)

L'ipotesi è di colmare la flessibilità delle risposte dell'IA generativa con la rigorosa convalida dell'IA simbolica, a sua volta intrecciandole con l'interazione umana per guidare il sistema combinato verso risultati affidabili e rigorosi.



Un esempio proposto: la combinazione di ChatGPT con Wolfram

<https://gpt.wolfram.com>

Questa tendenza rende fondamentale per l'insegnamento-apprendimento della matematica (EdM) affrontare adeguatamente le nuove realtà tecnologiche, andando ben oltre i loro aspetti puramente tecnici.

Lo stesso termine "pensiero computazionale" è uno dei termini più usati (e abusati): politici, ministri, media, educatori gli attribuiscono significati diversi, alcuni più orientati all'informatica, altri più legati al suo valore interdisciplinare nelle discipline STEM.

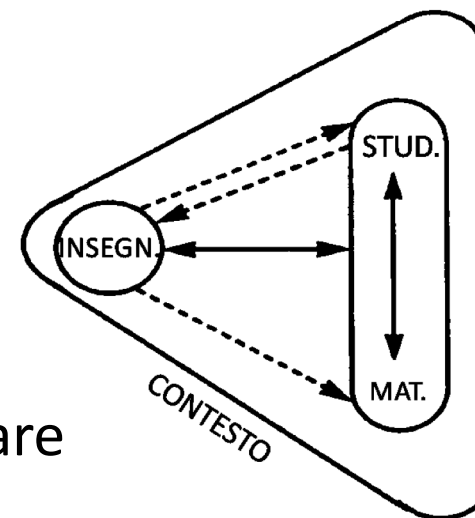
È importante che la EdM elabori strumenti epistemologici, cognitivi, discorsivi e strumentali adeguati per affrontare il nuovo panorama.

Come sottolineato da P. Richard (p.2214), è necessaria un'integrazione completa e complessa degli artefatti digitali nell'attività matematica:

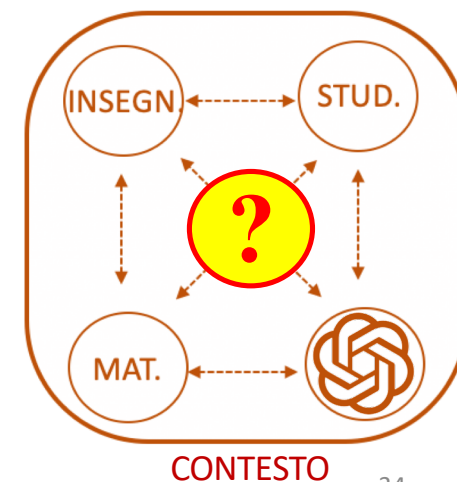
“Essa va oltre la semplice facilitazione o accelerazione dei compiti; trasforma la natura stessa del lavoro matematico aprendo nuove strade per la risoluzione dei problemi, l'esplorazione e l'apprendimento. L'interazione uomo-macchina che deriva da questa integrazione produce nuove forme di attività matematica [...] tra cui l'interazione dinamica di rappresentazioni, calcoli e ragionamenti automatizzati, congetture esplorative, feedback istantanei e l'impatto cognitivo delle interazioni tra artefatti”.

Questa integrazione evidenzia la complessità delle interazioni che propone, a condizione che non venga ridotta a interventi puramente tecnici.

Ad esempio, modifica il consueto "triangolo didattico" di Brousseau, che, attraverso l'approccio della genesi strumentale (Artigue, 2022), era stato in grado di integrare i vecchi artefatti digitali (ante IA) nella sua cornice.



Con l'IA, in particolare con l'IA generativa, rappresentata ad esempio dalle interazioni con i chatbot, le cose sono profondamente cambiate: le interazioni avvengono tra quattro soggetti, di cui uno non è umano e presenta una somiglianza non così evidente con loro.

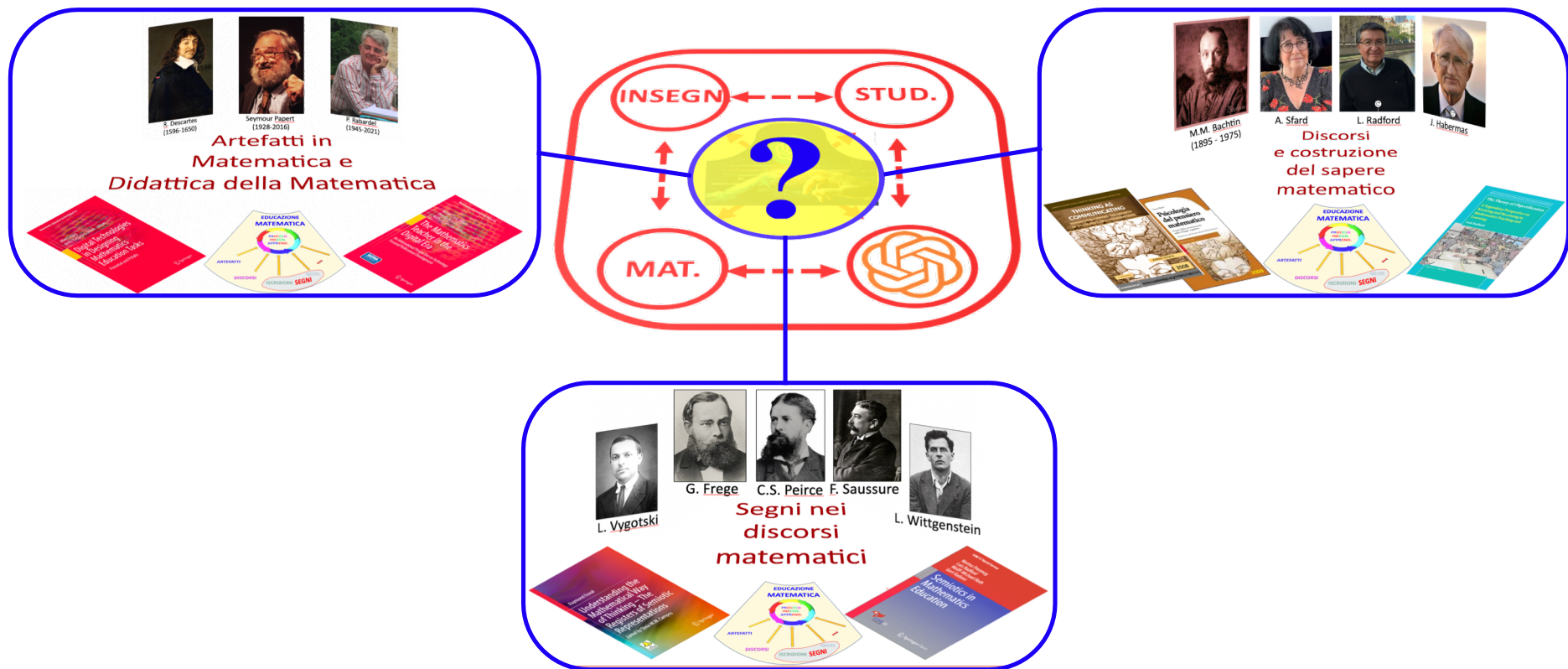


Ciò che appare necessario dal punto di vista educativo è un'integrazione tra le diverse componenti, considerando in particolare la specifica complessità data dalle due forme di IA (simbolica e statistica), entrambe importanti nel promuovere e migliorare le esplorazioni e le validazioni matematiche, ma al momento ancora abbastanza limitate nell'eseguire un ragionamento matematico completo.

La ricerca sta iniziando a fornire esempi concreti di integrazione tra i diversi tipi di IA a fini educativi, prevalentemente orientati in varia forma al tutoraggio.

Quello che occorrerebbe è però una soluzione per un "problema di integrazione" più radicale e complessivo, per esempio studiando il ruolo dei sistemi IA nello stimolare e supportare i processi metacognitivi degli studenti nello sviluppo del pensiero matematico. Si tratta di uno dei Problemi attuali che la EdM **deve** affrontare e risolvere nel nuovo contesto.

Un esperimento didattico ibrido (AI simbolica + generativa)



Idea di fondo

ChatGPT, come sistema di intelligenza artificiale generativa, è "intelligente" in un modo diverso da quello degli esseri umani (Cristianini, 2025): in un certo senso è una voce "aliena".

Le sue risposte, contrariamente a quelle fornite dall'intelligenza artificiale simbolica, si basano su un'IA generativa e quindi non su una teoria formale.

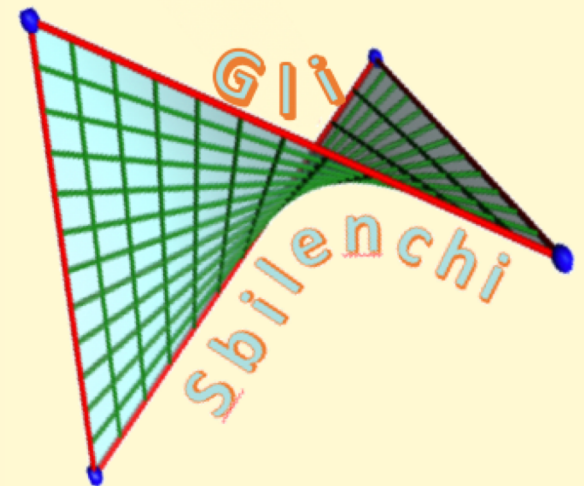
Per questi motivi, come è noto, anche un sistema altamente performante come ChatGPT rischia di cadere e di commettere errori. Questi, una volta individuati, possono fornire utili suggerimenti a chi segue attentamente, con intelligenza, la sua capacità di produrre anche argomentazioni fallaci.

In altre parole, se è vero in generale che certi **feedback** provenienti dalle **macchine** possono cambiare radicalmente il **valore epistemico della conoscenza**, la loro efficacia rappresenta una leva, in particolare per ragioni euristiche, a maggior ragione anche nel caso dei sistemi di IA.

L'uso di questi strumenti potrebbe rilanciare un nuovo tipo di domande tra i soggetti, vicino alle domande scientifiche e agli approcci strumentali, che cerca di problematizzare o generalizzare sulla base delle risposte della macchina; come se fosse una realtà indipendente dal soggetto, ma impegnata nel suo processo di interrogazione.

È possibile in particolare basarsi su questa idea per progettare un approccio didattico alle dimostrazioni in geometria (Paola, 2025): come gruppo di ricercatori e insegnanti stiamo attualmente lavorando a un esperimento didattico pilota secondo queste linee in una classe 2^a di scuola secondaria superiore (LS).

F. Arzarello, S. Bagossi,
S. Beltramino, P. Cazzaniga,
F. Ferretti, C. Giberti,
D. Molinari, D. Paola,
C. Spagnolo, E. Taranto.



Classe 2^a Liceo Scientifico 'M. Curie', Pinerolo



ESPLORAZ
carta/mat: GeoGe

PADLET

c. casa

2h

In un quadrilatero ABCD, siano M, N, P e Q punti medi rispettivamente dei lati AB, BC, CD e DA. Quali caratteristiche ha il quadrilatero MNPQ? Perché? Osservazioni, strategie, discussione nel gruppo.

Incontro esperti

2h

Dimostrare; AI

Riflettere sulla soluzione

INTERAZ.
ChatGPT

PADLET

4h

Chiedete a ChatGPT di spiegare il perché le vostre congetture sono valide o meno e una dimostrazione nell'ambito della geometria euclidea. Osservazioni.

DISCUSSIONE

2 h

c. casa

Indaga ancora con ChatGPT sul teorema di Varignon: si ottiene un parallelogramma anche se il quadrilatero ABCD è concavo? E se i lati sono intrecciati? Perché? In quali casi il parallelogramma (condizioni necessarie e sufficienti affinché questo accada).

DISCUSSIONE

2h

PARTE DISCIPLINARE

particolari: quadrato, rettangolo, rombo...

Incontro test Turing

2h

PARTE ETICA

ChatGPT hai scoperto proprietà o dimostrazioni a cui non avevi pensato?

SEMbra - SEMpre?

Traccia

Quali caratteristiche ha il quadrilatero MNPQ?

Osservazioni e giustificazioni

Traccia della discussione

Revisione

Ipotesi

Con le risposte di ChatGPT, avete scoperto proprietà a cui non avevate pensato? Se sì, quali?

La dimostrazione (o le dimostrazioni) fornita da ChatGPT è soddisfacente e corretta oppure no? Perché?

Le quadrilateri irregolari

Congiungendo i punti medi dei quattro lati del quadrilatero di partenza ABCD, quello che otteniamo (per costruzione) è sicuramente un quadrilatero poiché ha quattro vertici e di conseguenza quattro lati. Il quadrilatero ottenuto, inoltre, **sembra** essere un parallelogramma.

Nell'osservare il quadrilatero MNPQ sembra che $MN=PQ$ e $PN=QM$ e paralleli a due a due. Per quest'ultima congettura MNPQ dovrebbe essere un parallelogramma che per definizione è un quadrilatero con i lati opposti paralleli. Dobbiamo però dimostrarlo



PROVA: ABCD è un quadrilatero irregolare. MNPQ è un parallelogramma. Dimostrazione: (per il teorema di Varignon) MNPQ è un parallelogramma perché i suoi lati sono paralleli ai diagonali di ABCD e quindi sono congruenti. Dimostrazione: (per il teorema di Varignon) MNPQ è un parallelogramma perché i suoi lati sono paralleli ai diagonali di ABCD e quindi sono congruenti.

DIMOSTRAZIONE PER I POLIGONI REGOLARI



Le quadrilateri irregolari - IA

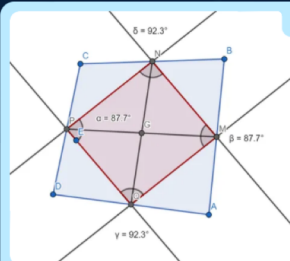
Le proprietà scoperte grazie alle risposte di Chat GPT a cui non avevamo pensato riguardano l'utilizzo della condizione sufficiente delle diagonali per dimostrare che il quadrilatero ottenuto sia un parallelogramma.

La risposta fornita da Chat GPT risulta essere corretta per quanto riguarda le ipotesi in cui elenca i punti medi. Riguardo alle dimostrazioni non propone una visione corretta e soddisfacente, in particolare perché utilizza la congruenza che non esiste dei due triangoli AQM e BPN, per esempio, per dimostrare che il quadrilatero è un parallelogramma poiché le diagonali si bisecano. Di conseguenza tutto ciò che dimostra dopo parte da un presupposto sbagliato e da per scontate cose non dimostrate correttamente, infatti la congettura delle diagonali che si bisecano non è dimostrata e quindi nemmeno che il quadrilatero è un parallelogramma.

Un'altra proprietà a cui non avevamo pensato riguarda

GeoGebra

A primo impatto, il quadrilatero MNPQ, ottenuto unendo i punti medi di un quadrilatero ABCD, è sempre più piccolo di quello di partenza (ABCD). I lati MN e PQ appartengono a due rette parallele tra di loro, e lo stesso vale per i lati PN e QM, perciò i lati del poligono MNPQ risultano essere paralleli a due a due. Gli angoli interni del poligono sono congruenti a due a due, perciò la figura MNPQ sembra essere un parallelogramma.



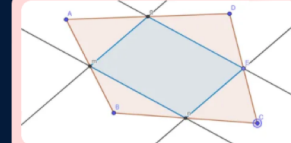
Per arrivare a dire che il poligono MNPQ sembra essere un parallelogramma abbiamo per prima cercato le condizioni sufficienti di esistenza di un parallelogramma. Abbiamo quindi scoperto che un parallelogramma

GeoGebra - IA

Le risposte di ChatGPT hanno confermato alcune proprietà da noi individuate, ma non esplicitate nei nostri post. Per esempio ChatGPT ha dimostrato l'esistenza di un parallelogramma utilizzando come condizioni sufficienti il fatto che le diagonali si tagliano a metà, cosa che noi avevamo pensato ma non utilizzato. Inoltre ChatGPT ha utilizzato una proprietà, nella risposta che abbiamo perso, a noi sconosciuta, ovvero il teorema dei punti medi, anche se ha commesso in un primo momento alcuni errori, affermando che le diagonali di ABCD sono parallele a quelle di MNPQ, quando ciò non è vero. *Richiedendoglielo si è corretto, affermando che ciò non è vero.*

Le dimostrazioni fornite da ChatGPT non sono totalmente corrette: infatti in un primo momento ha affermato che le diagonali di ABCD fossero parallele a quelle di MNPQ, nonostante avesse svolto fino a quel punto la dimostrazione correttamente. Ponendo la domanda "Ma le diagonali di MNPQ sono parallele a quelle di ABCD?"

L'AI di Euclide



Creato il quadrilatero ABCD, congiunti i punti medi di ogni lato, notiamo che, in generale, la figura che si è creata è un quadrilatero, con i lati opposti paralleli tra di loro.

Le osservazioni tratte dalla figura MNPQ riguardano diversi aspetti. L'area risulta essere la differenza tra l'area di ABCD e la somma delle aree dei triangoli MAN, NBP, PCQ e QDM. Se il quadrilatero ABCD è convesso la figura MNPQ risulta essere inscritta nell'area del poligono, se invece ABCD è concavo un vertice della figura iniziale risulta interno all'area di MNPQ. Infine abbiamo dimostrato che i lati opposti della figura MNPQ sono paralleli tra loro tramite l'utilizzo della funzione "relazione" di Geogebra.

Quali caratteristiche ha il quadrilatero MNPQ?

Osservazioni e giustificazioni

Traccia della discussione

Revisione

Ipotesi

Con le risposte di ChatGPT, avete scoperto proprietà a cui non avevate pensato? Se sì, quali?

La dimostrazione (o le dimostrazioni) fornita da ChatGPT è soddisfacente e corretta oppure no? Perché?

Le quadrilatero irregolari - IA

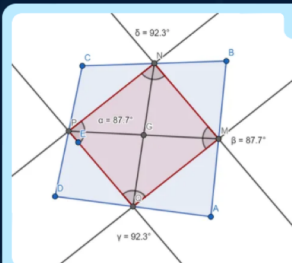
Le proprietà scoperte grazie alle risposte di Chat GPT a cui non avevamo pensato riguardano l'utilizzo della condizione sufficiente delle diagonali per dimostrare che il quadrilatero ottenuto sia un parallelogramma.

La risposta fornita da Chat GPT risulta essere corretta per quanto riguarda le ipotesi in cui elenca i punti medi. Riguardo alle dimostrazioni non propone una visione corretta e soddisfacente, in particolare perché utilizza la congruenza che non esiste dei due triangoli AQM e BPN, per esempio, per dimostrare che il quadrilatero è un parallelogramma poiché le diagonali si bisecano. Di conseguenza tutto ciò che dimostra dopo parte da un presupposto sbagliato e da per scontate cose non dimostrate correttamente, infatti la congettura delle diagonali che si bisecano non è dimostrata e quindi nemmeno che il quadrilatero è un parallelogramma.

Un'altra proprietà a cui non avevamo pensato riguarda

GeoGebra

A primo impatto, il quadrilatero MNPQ, ottenuto unendo i punti medi di un quadrilatero ABCD, è sempre più piccolo di quello di partenza (ABCD). I lati MN e PQ appartengono a due rette parallele tra di loro, e lo stesso vale per i lati PN e QM, perciò i lati del poligono MNPQ risultano essere paralleli a due a due. Gli angoli interni del poligono sono congruenti a due a due, perciò la figura MNPQ sembra essere un parallelogramma.



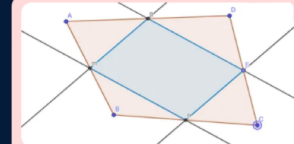
Per arrivare a dire che il poligono MNPQ sembra essere un parallelogramma abbiamo per prima cercato le condizioni sufficienti di esistenza di un parallelogramma. Abbiamo quindi scoperto che un parallelogramma

GeoGebra - IA

Le risposte di ChatGPT hanno confermato alcune proprietà da noi individuate, ma non esplicitate nei nostri post. Per esempio ChatGPT ha dimostrato l'esistenza di un parallelogramma utilizzando come condizioni sufficienti il fatto che le diagonali si tagliano a metà, cosa che noi avevamo pensato ma non utilizzato. Inoltre ChatGPT ha utilizzato una proprietà, nella risposta che abbiamo perso, a noi sconosciuta, ovvero il teorema dei punti medi, anche se ha commesso in un primo momento alcuni errori, affermando che le diagonali di ABCD sono parallele a quelle di MNPQ, quando ciò non è vero. *Richiedendoglielo si è corretto, affermando che ciò non è vero.*

Le dimostrazioni fornite da ChatGPT non sono totalmente corrette: infatti in un primo momento ha affermato che le diagonali di ABCD fossero parallele a quelle di MNPQ, nonostante avesse svolto fino a quel punto la dimostrazione correttamente. Ponendo la domanda **"Ma le diagonali di MNPQ sono parallele a quelle di ABCD?"**

L'AI di Euclide

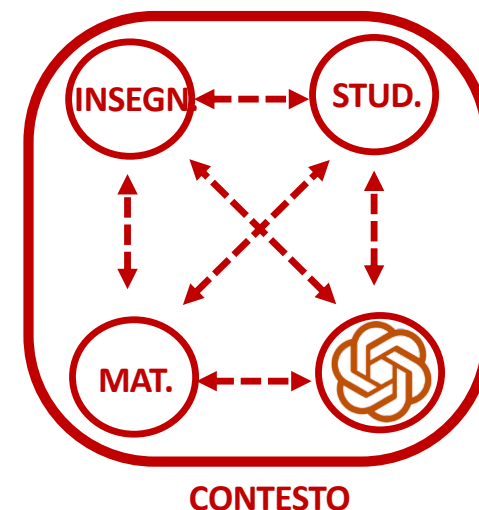


Creato il quadrilatero ABCD, congiunti i punti medi di ogni lato, notiamo che, in generale, la figura che si è creata è un quadrilatero, con i lati opposti paralleli tra di loro.

Le osservazioni tratte dalla figura MNPQ riguardano diversi aspetti. L'area risulta essere la differenza tra l'area di ABCD e la somma delle aree dei triangoli MAN, NBP, PCQ e QDM. Se il quadrilatero ABCD è convesso la figura MNPQ risulta essere inscritta nell'area del poligono, se invece ABCD è concavo un vertice della figura iniziale risulta interno all'area di MNPQ. Infine abbiamo dimostrato che i lati opposti della figura MNPQ sono paralleli tra loro tramite l'utilizzo della funzione "relazione" di Geogebra.

L'obiettivo della nostra ricerca è di verificare, attraverso lo sviluppo di attività didattiche come quella sopra descritta, se un'adeguata integrazione di un software di geometria come GeoGebra (che presenta funzionalità grafiche, numeriche e simboliche) con ChatGPT (IA generativa) possa essere utilizzata per facilitare l'introduzione degli studenti alle conoscenze teoriche in geometria.

La proposta si basa sull'idea che ChatGPT possa essere utilizzato nell'insegnamento-apprendimento della matematica come una 'voce' aggiuntiva accanto a quella dell'insegnante e degli studenti.



ChatGPT è una voce particolarmente significativa per almeno due motivi:

- (i) ha acquisito una notevole risonanza nel dibattito pubblico, e quindi ci sono buone probabilità che il suo utilizzo sia motivante per gli studenti;
- (ii) è una voce aliena: come gli attuali sistemi di IA generativa, è intelligente in un modo profondamente diverso da quello umano. Le sue risposte, a differenza di quelle fornite dall'intelligenza artificiale simbolica, non fanno riferimento a una teoria. Con i sistemi di intelligenza artificiale generativa stiamo infatti assistendo alla nascita di un nuovo paradigma epistemologico, che passa dalla causalità alla correlazione (Anderson, 2008; Benanti, 2022; Quarteroni, 2025).

Alcuni primi risultati provvisori

Esporrò alcune osservazioni relative ai primi risultati del nostro esperimento didattico, considerando le risposte date nei compiti e le osservazioni fornite dai membri del ‘gruppo sghembi’ alle produzioni degli studenti. Mi limito anche a fare riferimento ad alcuni dei quadri teorici che abbiamo scelto per la nostra analisi:

(i) la genesi strumentale

[Artigue, 2022];

(ii) Il costrutto di razionalità
e la prospettiva dialogica
della conoscenza

[Habermas, 1998; Boero et al. 2023; Mercer et al., 2020] .



Ad (i). Secondo la nostra analisi a priori, *la genesi strumentale avrebbe comportato l'uso dei comandi di GeoGebraART, dei prompt di ChatGPT e dello spazio di comunicazione offerto da Padlet, con il riconoscimento dei loro punti di forza e dei loro limiti.*

Abbiamo riscontrato che i gruppi si sentono a proprio agio con GeoGebra e Padlet, strumenti che avevano già utilizzato in passato. Il processo di strumentazione sembra meno avanzato in termini di capacità di modificare i prompt affinché ChatGPT fornisca risposte più adatte alle aspettative dell'interlocutore, anche se al termine dell'attività abbiamo osservato una maggiore attenzione alle domande poste e vari tentativi di modificarle e perfezionarle per ottenere le risposte desiderate.

Ad (ii). Nell'analisi a priori, avevamo ipotizzato che:

1. Il dialogo è lo strumento che favorisce l'esercizio del pensiero critico, favorendo la consapevolezza dei punti deboli e di forza delle proprie opinioni e di quelle altrui. La ricerca di giustificazioni si sposta dal "sapere come" al "sapere perché".

Questa competenza sembra essersi sviluppata nel tempo: i post-it nel Padlet contengono alcune riflessioni significative che mostrano l'attivazione del pensiero critico in alcuni casi, sebbene meno frequentemente rispetto alla valutazione degli elementi di correttezza. Inoltre, abbiamo trovato osservazioni relative al linguaggio utilizzato da ChatGPT e considerazioni sulle dimostrazioni proposte e sui loro punti di forza e di debolezza.

Ad (ii). Nell'analisi a priori, avevamo ipotizzato che:

2. Oggi, c'è una maggiore necessità rispetto al passato delle competenze necessarie per comprendere un testo, verificare i dati e la loro plausibilità e identificare informazioni false o errate.

I risultati sono più che positivi: i vari gruppi hanno compreso che le risposte di ChatGPT non possono essere considerate automaticamente valide, ma che devono essere sempre sottoposte a un esame critico e a un'attenta verifica.

Questo è un obiettivo didattico molto importante dal punto di vista dell'educazione matematica e anche dell'educazione alla cittadinanza.

Ad (ii). Nell'analisi a priori, avevamo ipotizzato che:

3. È attraverso le pratiche dialogiche implementate nei gruppi di lavoro e nelle discussioni con l'intera classe che dovrebbe essere realizzato l'obiettivo educativo primario: ovvero che gli studenti comprendano veramente (dopo averlo accettato nel contratto di insegnamento) il ruolo e la funzione della conoscenza teorica come ambiente in cui si chiarisce il significato dei diversi "perché" e si deve tentare di rispondervi. In breve, questa è la pratica dialogica (in gruppo, con ChatGPT, con l'insegnante).

Per dare concretezza al discorso, riporto alcune delle citazioni dal Padlet e dal compito finale degli studenti: mostrano come siano sulla buona strada per arrivare a questo delicato obiettivo, anche se esso non è ancora completamente raggiunto.

S1: «Ecco perché, dal progetto in classe, ho capito che, prima di tutto, sebbene vogliamo conoscere la soluzione dell'esercizio, dobbiamo anche chiederci come e perché il problema è stato risolto in quel modo, per comprendere e utilizzare ChatGPT come strumento di apprendimento e non solo come risolutore di esercizi.

[...]

Pertanto, il software funziona come un coach e non come un risolutore di esercizi, per comprendere meglio l'argomento».

META

S2: «Spetta quindi al lettore filtrare le informazioni ottenute per capire se sono corrette o meno, in due modi: puntando nuovamente con Chat GPT, ponendo ulteriori domande a riguardo e chiedendo anche esplicitamente se era sicuro di ciò che aveva appena detto, oppure consultando il libro di testo. È durante questa fase di verifica che impariamo di più, perché se le informazioni fornite da Chat GPT sono corrette, abbiamo acquisito una comprensione utile; in caso contrario, siamo portati sia a trovare una risposta corretta sia a capire cosa c'era di sbagliato in quelle informazioni fornite».

META

TELE

EPIST

RMT

S3 produce un compito molto articolato e approfondito relativamente alle riflessioni, dimostrando anche buone capacità nel porre domande pertinenti a ChatGPT e, come riflessione finale scrive: «ChatGPT ci butta nella “rete”, dandoci per così dire degli "input" e da lì noi siamo liberi di muoverci alla ricerca di nuove scoperte, perché siamo in grado (grazie alle nostre basi e un po' anche al senso critico che possediamo) di capire dove qualcuno (o qualcosa, come l'AI) sbaglia, correggere e giungere ad una conclusione giusta, coerente e soddisfacente».

META

TELE

**LECTOR
IN
FABULA**

S4 controlla non solo la correttezza delle risposte di ChatGPT, ma anche la loro adeguatezza rispetto al compito, che è quello di far capire *perché* le cose stanno così: «Questa prima risposta mi sembra abbastanza soddisfacente anche se non cita il teorema dei punti medi dei lati di un triangolo (Il segmento che congiunge i punti medi di due lati di un triangolo è parallelo al terzo lato e congruente alla sua metà) a cui ci si deve ricondurre per dimostrare la congruenza e il parallelismo dei lati opposti del quadrilatero».

...

...

Inoltre scrive: «Questa seconda risposta mi sembra invece non precisa e non del tutto corretta. Non considera il fatto che i lati del parallelogramma MNOP sono a due a due paralleli alle diagonali del quadrilatero ABCD e sempre a due a due congruenti alle metà di queste diagonali (come si deduce dal teorema dei punti medi dei lati di un triangolo).

Infatti provando a costruire le varie figure ho scoperto che: per avere un rettangolo è necessario e sufficiente che le diagonali del quadrilatero ABCD siano perpendicolari; per avere un rombo è necessario e sufficiente che le diagonali del quadrilatero ABCD siano congruenti; per avere un quadrato è necessario e sufficiente che le diagonali del quadrilatero ABCD siano perpendicolari e congruenti». E poi prova a verificare le proprie congetture con GeoGebra.

EPI

RMT

Questa riflessione va nella direzione dell'uso di ChatGPT per cercare di vincere la 'sfida epistemica', per cercare di costruire conoscenza, collaborando, in qualche modo, con 'lui'.

"Capire perché", infatti, non significa solo imparare a risolvere un problema o rispondere a una domanda, ma anche capire - nel senso più profondo del sapere - perché le cose stanno in un certo modo, con che cosa si può esperire questo, e non solo "sapere" che MNPQ "è" effettivamente un parallelogramma ed esserne semplicemente soddisfatti.

Quindi, riassumendo, l'analisi delle produzioni degli studenti e soprattutto dei loro commenti indica che, anche se non l'intera classe, molti hanno certamente raggiunto l'obiettivo di comprendere la necessità di un approccio consapevole e critico agli strumenti di intelligenza artificiale, le cui risposte devono essere sempre verificate. Hanno anche compreso che è possibile modificare le domande per ottenere risposte sempre più soddisfacenti. L'attenzione è sempre sulla correttezza (dimensione epistemica), ma nelle risposte sul Padlet emergono alcune tendenze iniziali, principalmente per quanto riguarda l'attenzione agli aspetti comunicativi e, in alcuni casi, anche a quelli legati alla comprensione del perché.

D'altro canto, è importante considerare che la sfida condensa una famiglia di obiettivi di alto valore formativo, che non possono essere raggiunti con una sola attività, per quanto mirata, strutturata e ben condotta. Il fatto è che, tuttavia, poiché appare evidente una tendenza verso questi obiettivi, sembra che questo approccio all'apprendimento della matematica tramite l'intelligenza artificiale possa avere successo, anche se con alcuni importanti perfezionamenti ai compiti, sui quali il nostro gruppo sta ora lavorando.

Indice

- Prologo: pensare vs imitare
- Il pregresso in breve
- Recenti cambiamenti
- Guardando avanti
- Conclusioni: imitare per pensare



Come sottolineato da P. Richard (2024,p.2214), è necessaria un'integrazione completa e complessa degli artefatti digitali nell'attività matematica:

“Essa va oltre la semplice facilitazione o accelerazione dei compiti; trasforma la natura stessa del lavoro matematico aprendo nuove strade per la risoluzione dei problemi, l'esplorazione e l'apprendimento. L'interazione uomo-macchina che deriva da questa integrazione produce nuove forme di attività matematica [...] tra cui l'interazione dinamica di rappresentazioni, calcoli e ragionamenti automatizzati, congetture esplorative, feedback istantanei e l'impatto cognitivo delle interazioni tra artefatti”.

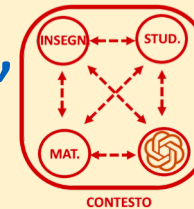
Il senso di questa narrazione:

‘Lector in fabula mathematica’:



da ‘Pensa, non Imitare!’

a ‘Imita per Pensare!’



Mathematics
as
Sense-Making

Lovelace objection
Vs
Lovelace effect

Attività
metacognitive

Implicazioni e sfide per il futuro

Nell'era del nuovo lavoro matematico, è chiaro che studi approfonditi sulle possibili forme di integrazione tecnologica che coinvolga gli studenti umani sono essenziali. Tuttavia, la rapida crescita dell'informatica e l'ideologia utilitaristica spesso presente nel campo degli sviluppatori di intelligenza artificiale – desiderosi di decidere autonomamente su orientamenti e applicazioni – sollevano questioni cruciali per l'educazione matematica.

C'è il rischio di trascurare la complessità dell'apprendimento umano e le dinamiche pedagogiche necessarie per un'integrazione ponderata dell'intelligenza artificiale con i nostri studenti.

Dando priorità all'efficienza e all'automazione rispetto alla ricerca scientifica e allo sviluppo del pensiero critico, rischiamo di creare strumenti potenti che rispondono solo indirettamente alle esigenze formative degli studenti, basando la loro validità esclusivamente sull'azione stessa.

L'assenza di dialogo con **gli insegnanti e i ricercatori in matematica e in didattica della matematica (EdM)** potrebbe anche portare a sistemi di intelligenza artificiale scarsamente adatti alla diversità dei contesti di apprendimento, limitando così il loro impatto educativo a ristrette considerazioni di utilizzo.

L'**Educazione Matematica** può svolgere un ruolo centrale nello sviluppo dell'intelligenza artificiale.

Per potenziarla efficacemente nell'ambito del nuovo lavoro matematico è necessario modellare conoscenza e ragionamento che possano essere implementati con gli strumenti digitali odierni.

MIM, Linee guida per l'introduzione dell'Intelligenza Artificiale nelle Istituzioni scolastiche. 1.0



Quindi: EdM, al lavoro tutti!

...e...grazie per l'attenzione!