

L'IRRAGIONEVOLE EFFICACIA DEI MODELLI MATEMATICI

percorsi interdisciplinari tra matematica e fisica

Stefano Carocci - Paolo Comaschi - Caterina Cozzani



Liceo Scientifico
"Antonio Pacinotti"
La Spezia - SP

XXXVIII Convegno UMI-CIIM

**La matematica
serve ancora?**

Cosa è un'attività **interdisciplinare**?

Questi problemi/esercizi sono **interdisciplinari**?

RISOLVIAMO UN PROBLEMA

Fuochi d'artificio

Un pirotecnico spara verso l'alto un fuoco d'artificio, da un'altezza di 1,0 m rispetto al suolo. Il fuoco d'artificio ha una velocità iniziale $\vec{v}_0$ diretta verticalmente.

- Esprimiamo la massima altezza h raggiunta dal fuoco d'artificio in funzione del modulo v_0 della velocità iniziale, immaginando di poter trascurare la resistenza dell'aria.
- Tenendo conto delle limitazioni fisiche del problema, la funzione h risulta iniettiva?
- Per quale valore di v_0 il fuoco d'artificio supera sicuramente i 50 m?



Quesito da una simulazione di maturità mista (dicembre 2019)

2. La posizione di una particella varia con il tempo secondo l'equazione:

$$x = \alpha t(1 - \beta t), \text{ dove } \alpha \text{ e } \beta \text{ sono due costanti, con } \beta > 0.$$

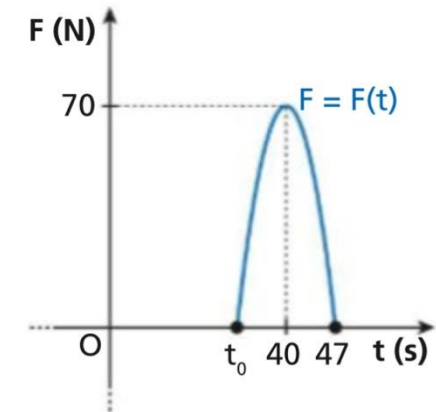
Determina:

- la velocità e l'accelerazione della particella in funzione del tempo;
- l'intervallo di tempo necessario alla particella, che parte dall'origine, per ritornare nell'origine e lo spazio percorso in questo intervallo di tempo.

93

FISICA

IMPULSO DI UNA FORZA Nel grafico è rappresentato il modulo della forza a cui è soggetto un punto materiale in funzione del tempo. Calcola l'impulso della forza nell'intervallo di tempo $[t_0; 47 \text{ s}]$.



$$[6,5 \cdot 10^2 \text{ N} \cdot \text{s}]$$

Approccio interdisciplinare

Uhlen+ 2012

Matematica

- Linguaggio
- Struttura logica
- Strumento di calcolo

Fisica

- Stimolo alla creazione ed evoluzione di nuovi concetti
- Contesto

Approccio multidisciplinare

Matematica

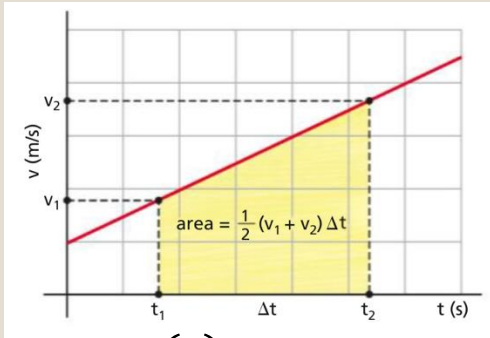
- Strumento di calcolo

Fisica

- Contesto

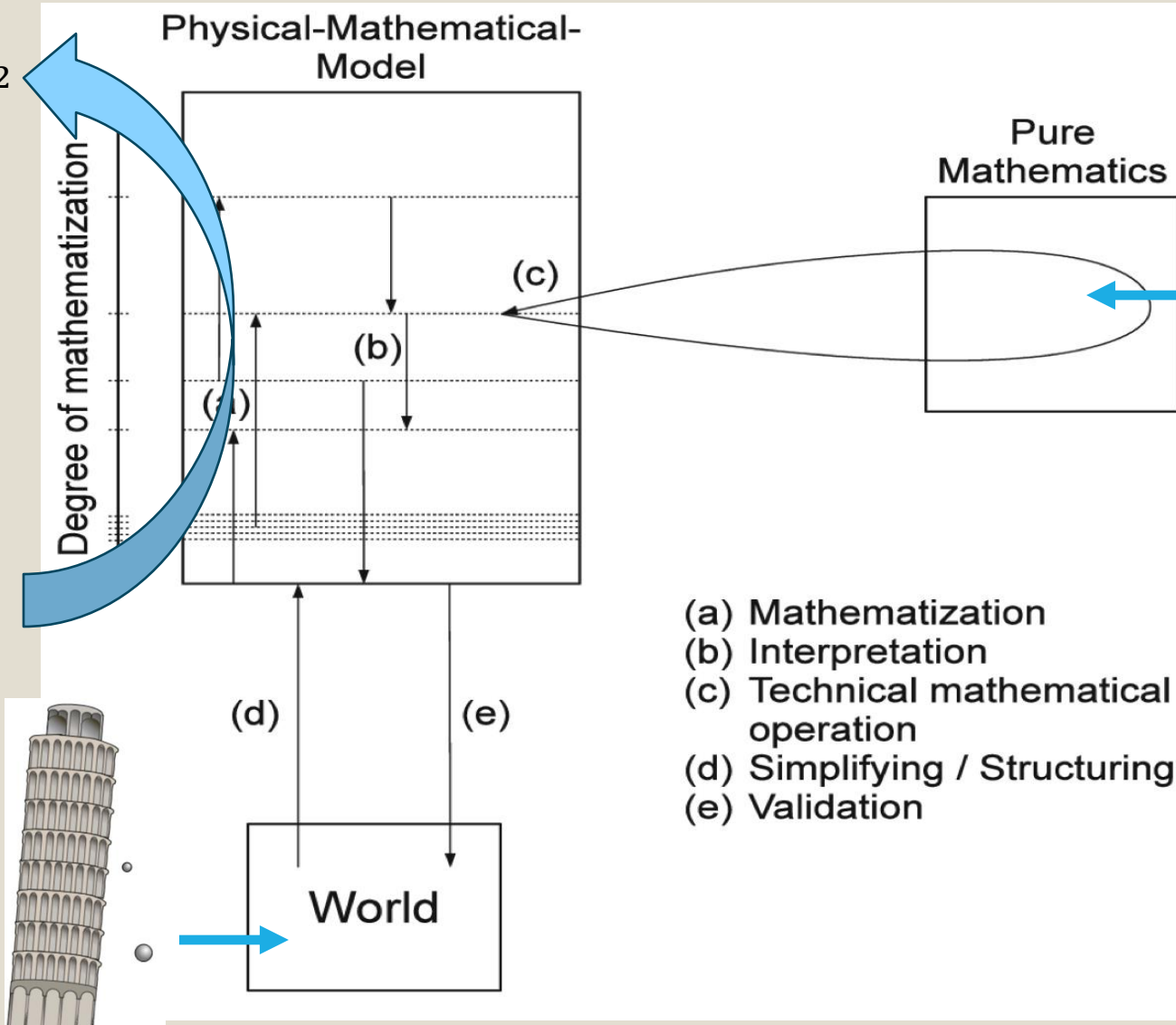
La matematica nella fisica: il moto di caduta libera

$$s(t) = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} g t^2$$



$$v(t) = gt$$

La velocità cresce linearmente



$$\frac{d^2 s}{dt^2} = g$$

La fisica nella matematica: il concetto di funzione



Kjeldsen+Lützen
2015

Una funzione di una quantità variabile è un'espressione analitica che è composta dalla quantità variabile e da numeri o costanti.

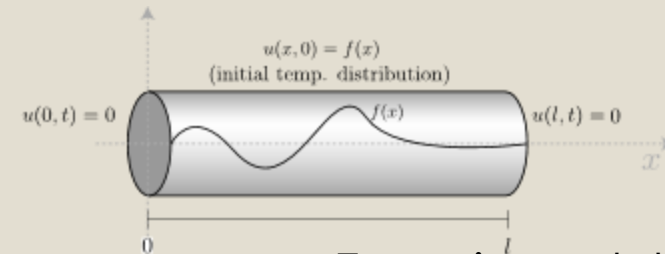
Eulero (1748)

$$f(x) = \begin{cases} 0 & \text{se } x \text{ è irrazionale} \\ 1 & \text{se } x \text{ è razionale} \end{cases}$$

Dirichlet (1829)



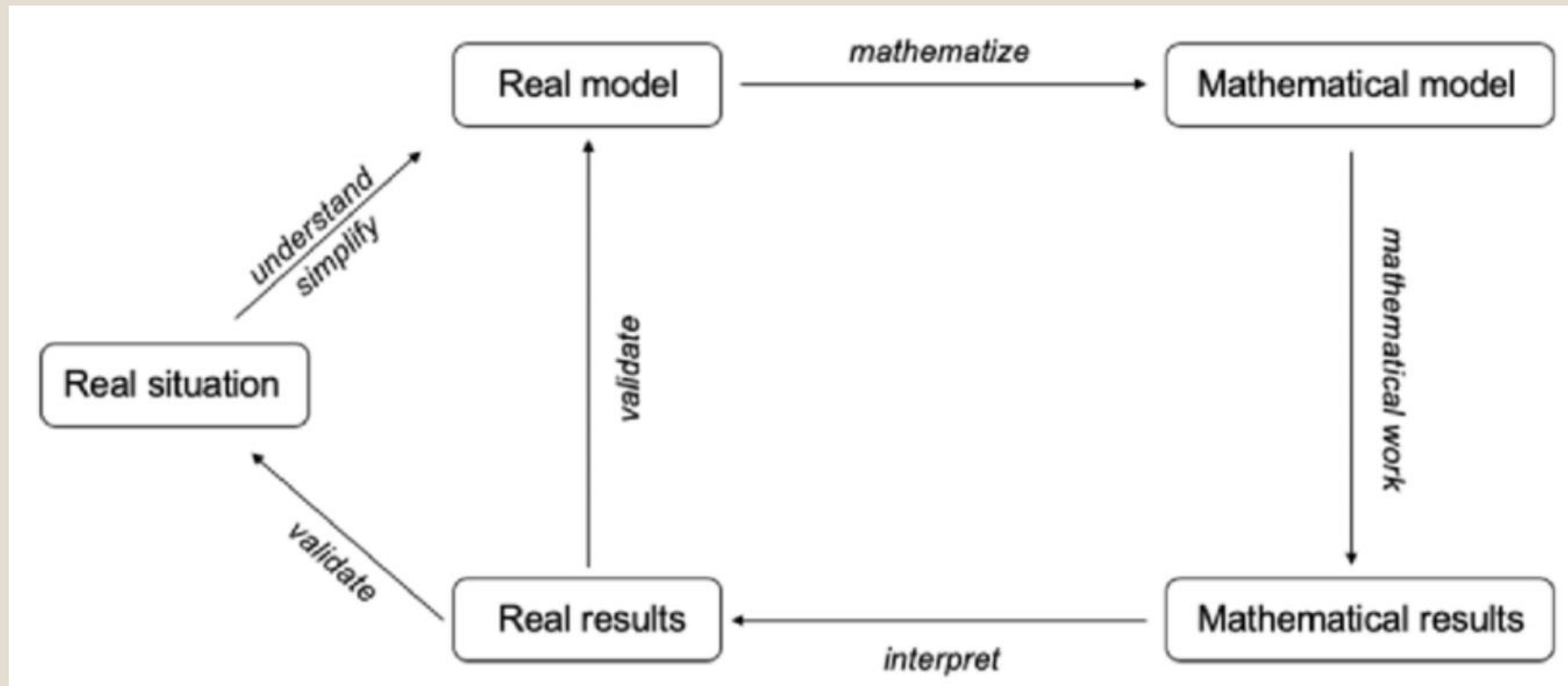
$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 f}{\partial x^2}$$



Equazione del calore

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

Il modello matematico e la sua didattica



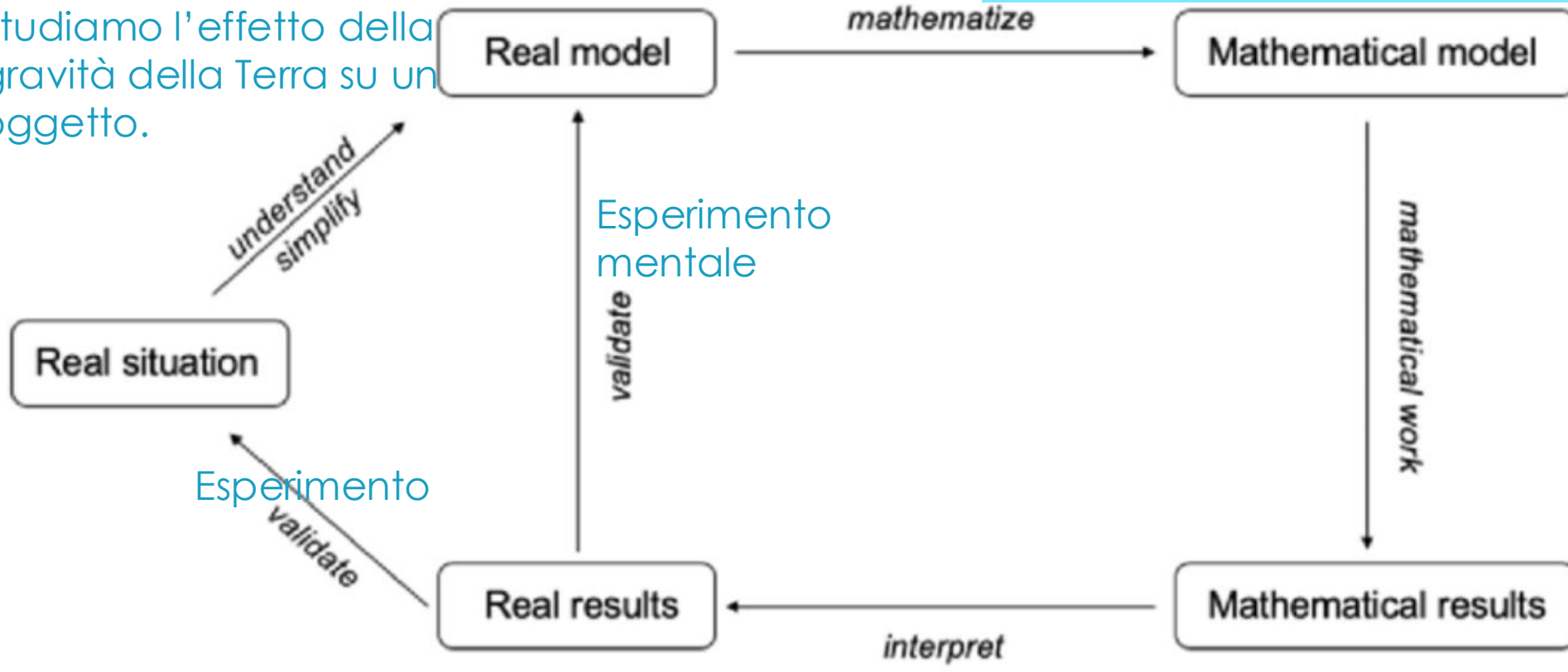
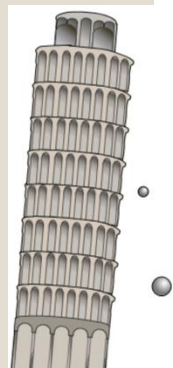
Kaiser e Stender, 2013

Il modello matematico e la sua didattica

Trascuriamo: attrito dell'aria,
estensione dell'oggetto,
velocità iniziale.

$$\frac{dv}{dt} = g, \quad \frac{dy}{dt} = v, \quad y(0) = h, \quad v(0) = 0.$$

Studiamo l'effetto della
gravità della Terra su un
oggetto.

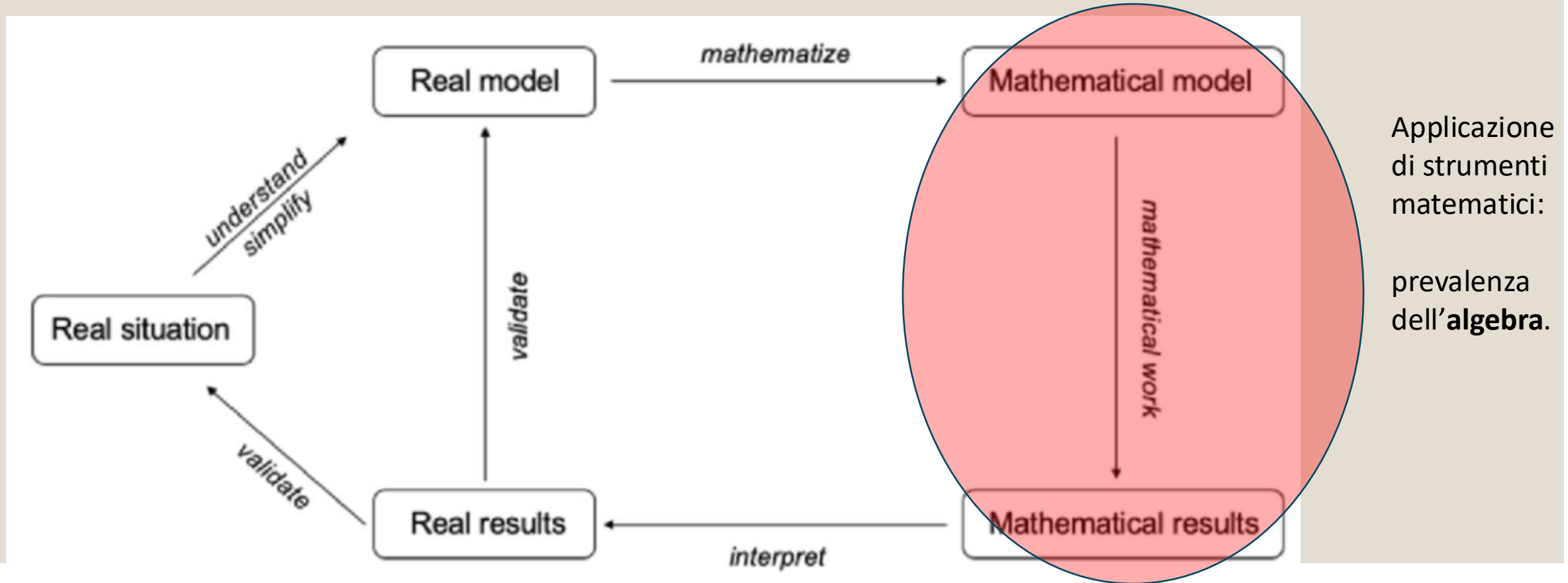


Velocità cresce linearmente,
un oggetto che cade da
30m atterra dopo 2.5s.

$$v(t) = gt, \quad y(t) = h - \frac{1}{2}gt^2$$

Il modello matematico e la sua didattica

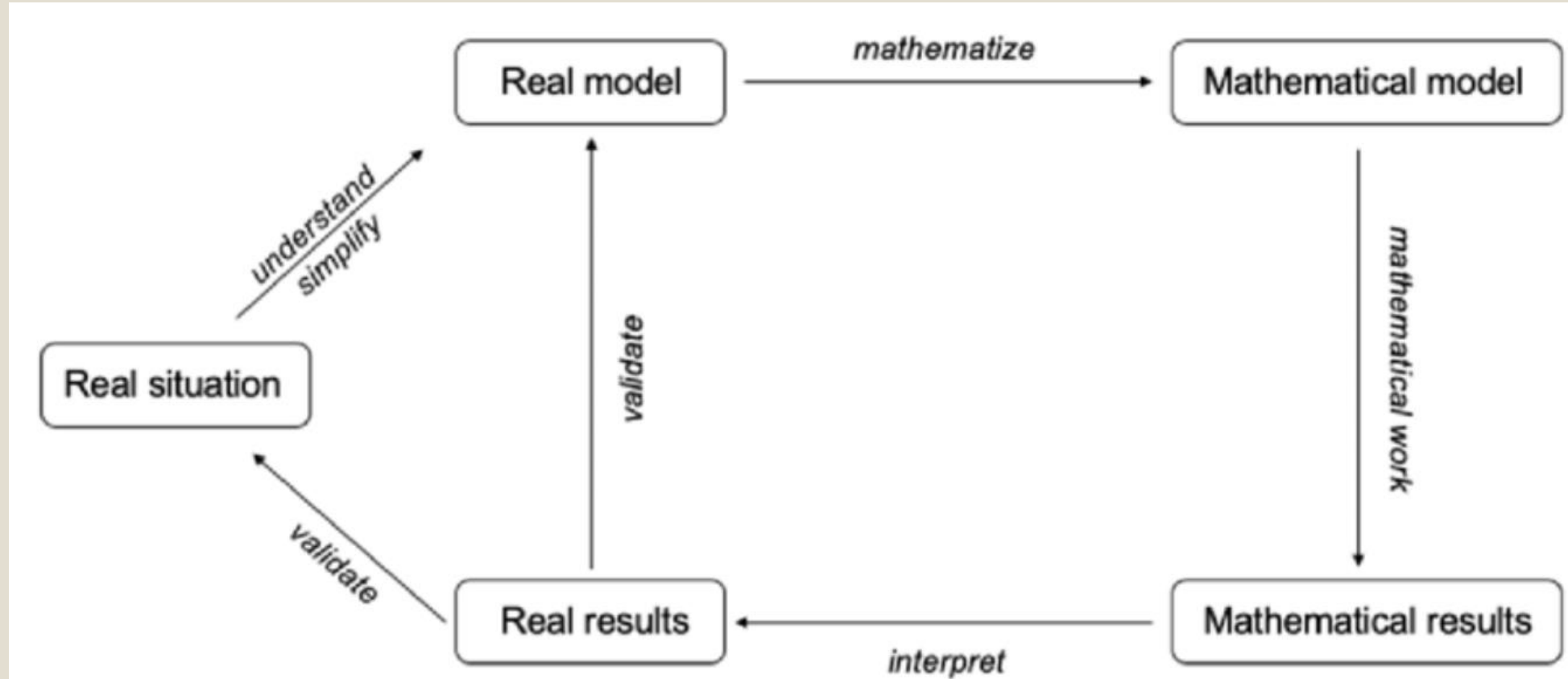
Lavorare sui modelli matematici non consiste solamente nel risolvere esercizi e problemi.



Il modello matematico e la sua didattica

Quali sono le competenze di modellizzazione su cui vi concentrate maggiormente nella vostra didattica?

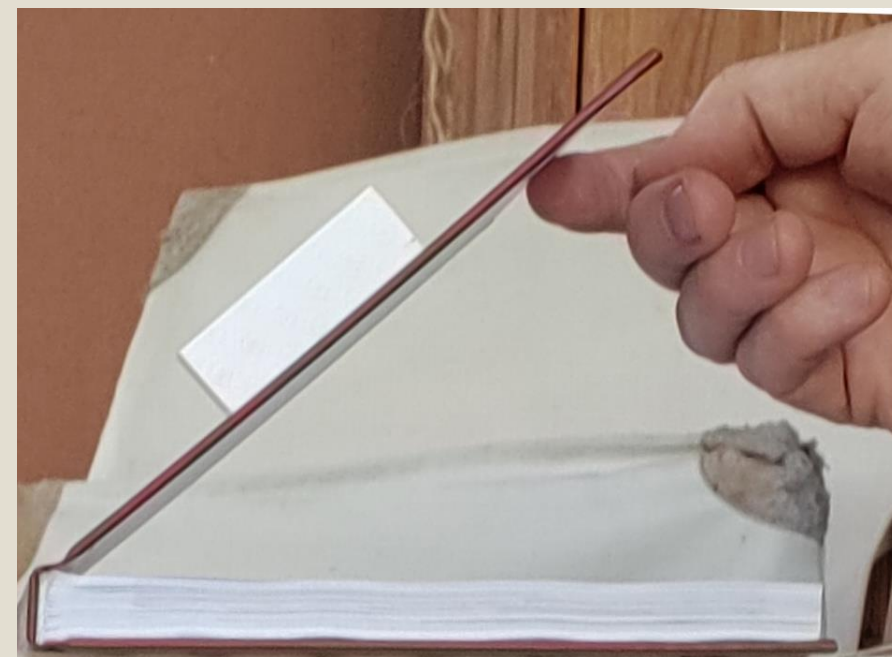
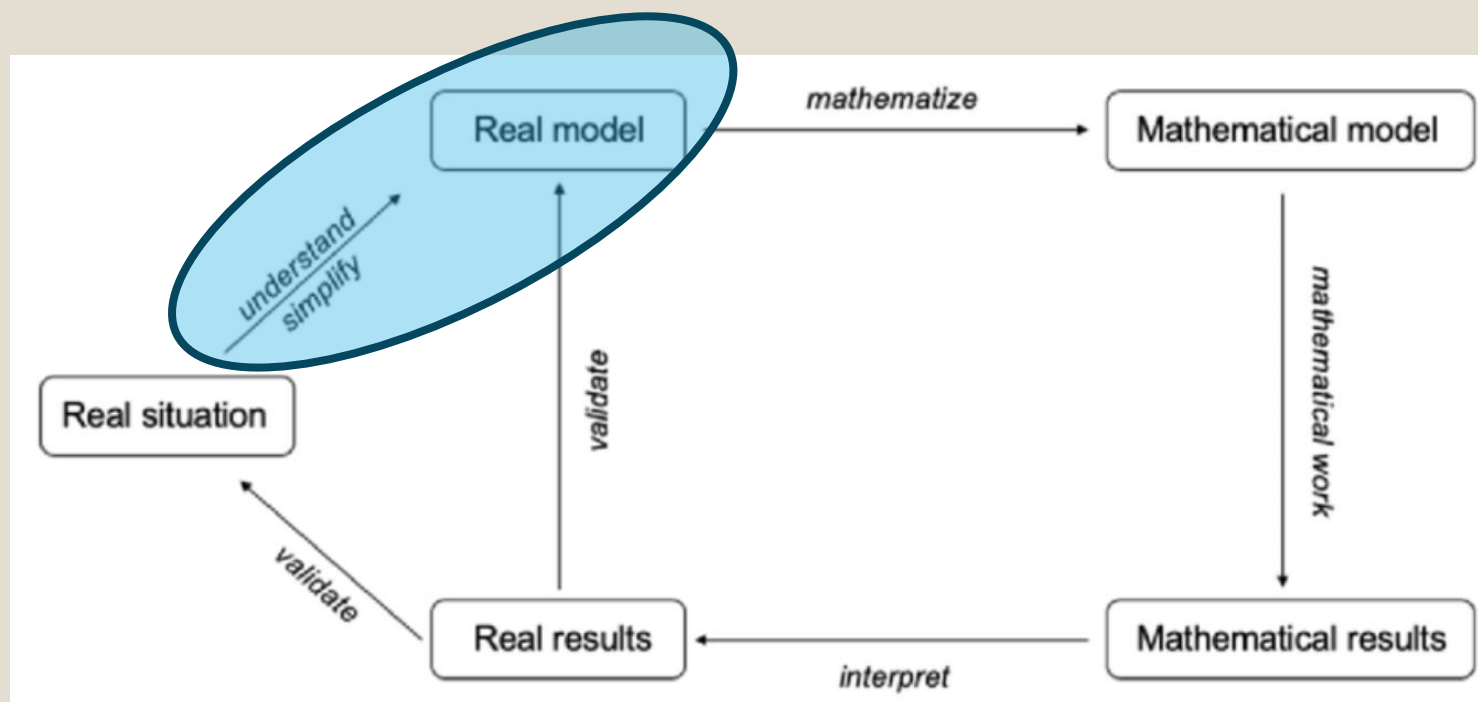
Quali tipologie di attività utilizzate?



Il modello reale del nostro fenomeno

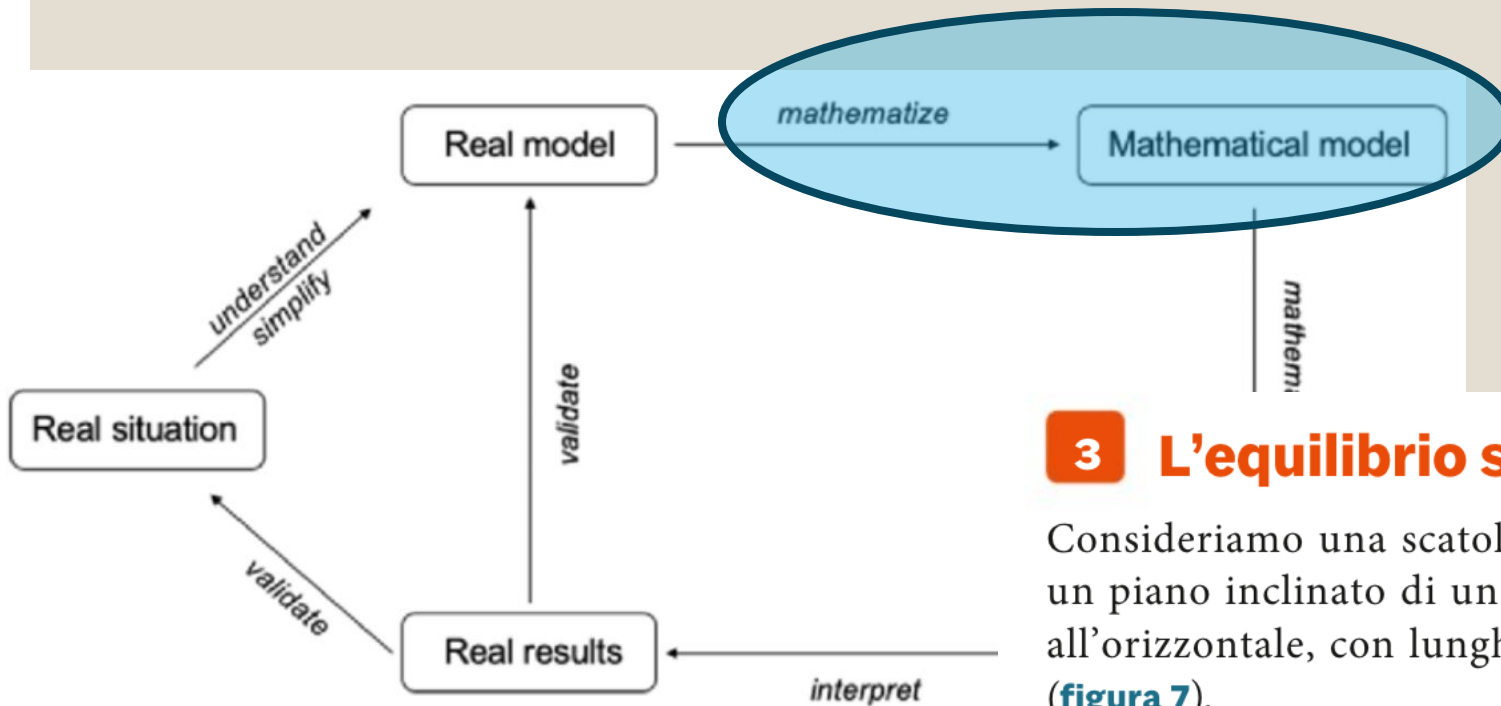
Cosa è il modello reale del fenomeno?

Che osservazioni possiamo suggerire agli studenti per promuovere lo sviluppo e la comprensione di un modello reale del fenomeno?





Il modello matematico del nostro fenomeno

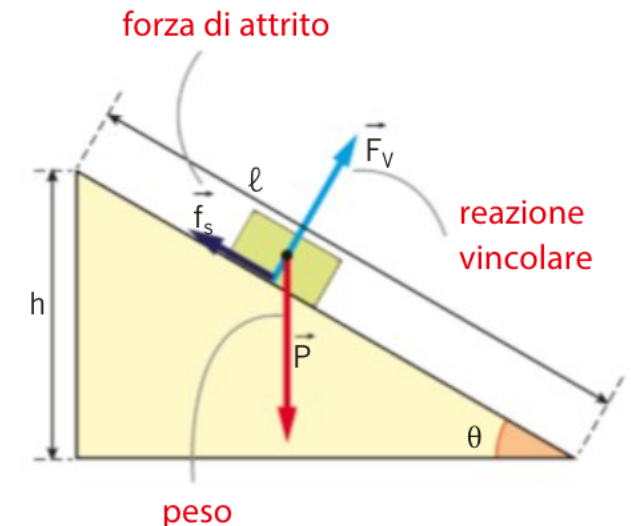


3 L'equilibrio su un piano inclinato

Consideriamo una scatola in equilibrio su un piano inclinato di un angolo θ rispetto all'orizzontale, con lunghezza l e altezza h (**figura 7**).

Le forze che agiscono sulla scatola sono tre:

- la forza-peso $\vec{P}$ diretta verso il basso;
- la reazione vincolare $\vec{F}_V$ perpendicolare al piano inclinato;
- la forza equilibrante che impedisce alla scatola di scivolare lungo il piano inclinato, in questo caso la forza di attrito statico $\vec{f}_s$.



La costruzione di un modello matematico puramente geometrico

In questa attività vi proponiamo di pensare e costruire un modello matematico puramente geometrico/vettoriale in Geogebra che descriva il fenomeno osservato.

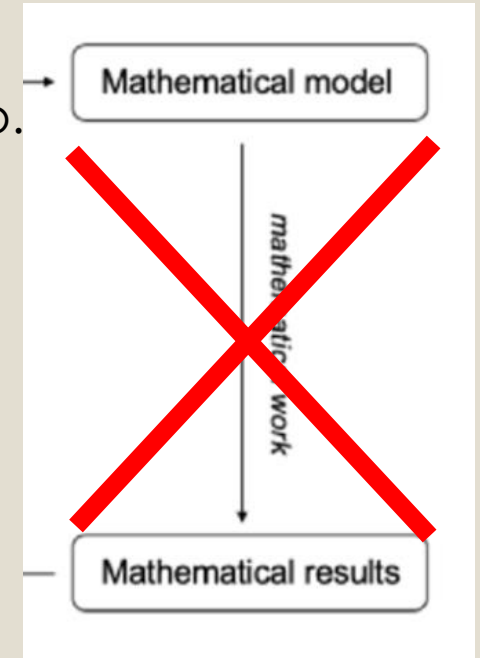
I prerequisiti necessari alla costruzione/comprendimento del modello sono:

- forze (peso, attrito statico, reazione vincolare);
- statica bidimensionale.

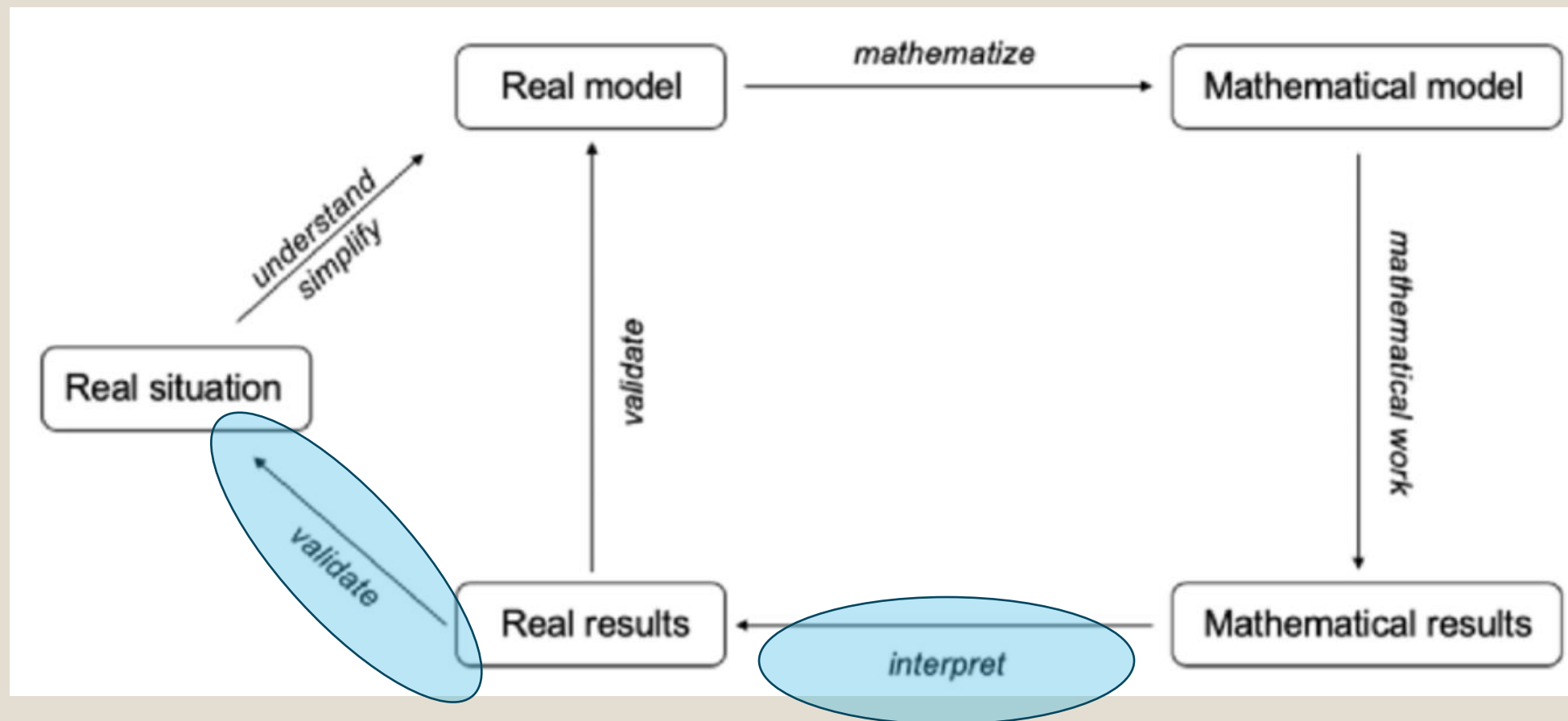
Il modello deve avere due parametri liberi (Slider): massa e coefficiente di attrito. L'inclinazione del piano deve poter variare in modo dinamico.

Gli obiettivi del modello sono:

- Descrivere e comprendere il fenomeno dello scivolamento su un piano inclinato;
- Predire l'angolo di inclinazione massimo che può avere il piano senza che la gomma scivoli.

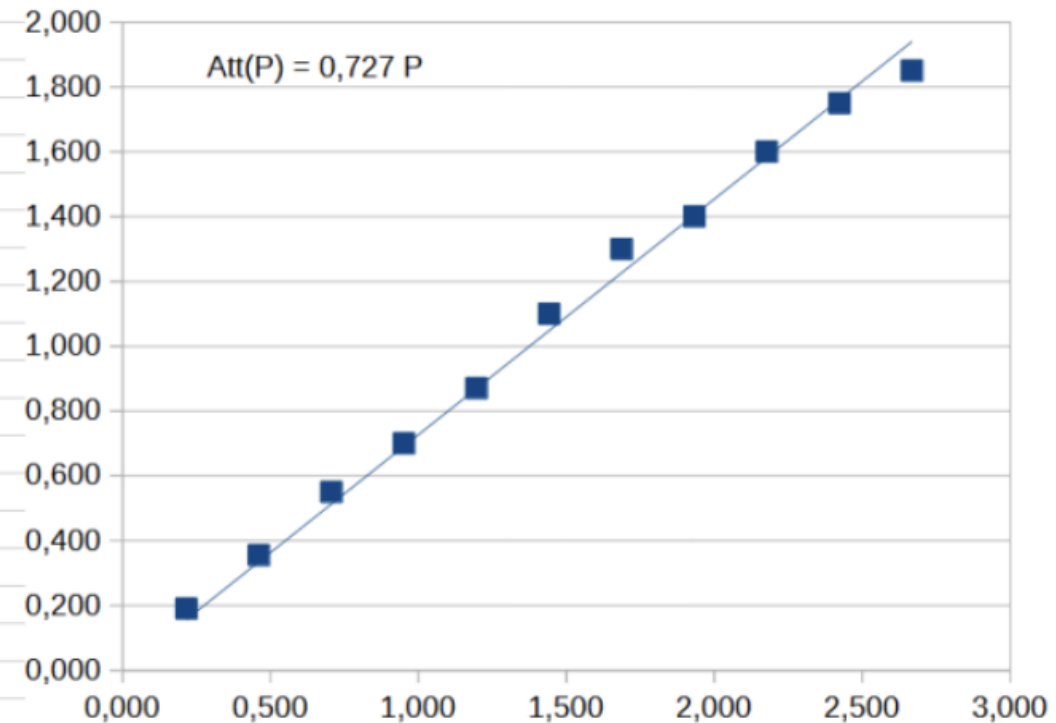


Interpretazione e validazione



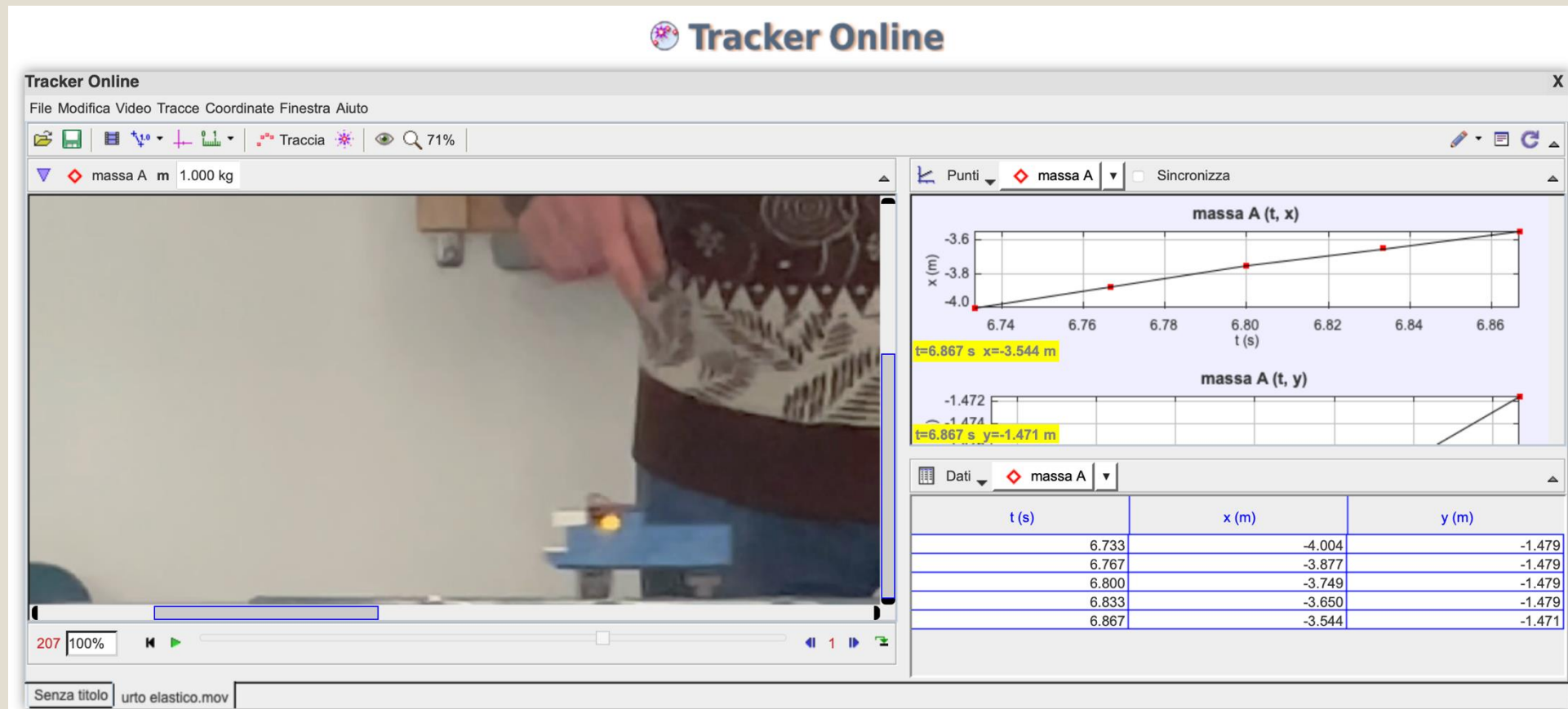
Ci serve misurare il coefficiente di attrito statico.

gomma buona				
massa scatola	0,022			
massa aggiunta	massa	peso	attrito	
0,000	0,022	0,216	0,190	0,880
0,025	0,047	0,461	0,355	0,770
0,050	0,072	0,706	0,550	0,779
0,075	0,097	0,952	0,700	0,736
0,100	0,122	1,197	0,870	0,727
0,125	0,147	1,442	1,100	0,763
0,150	0,172	1,687	1,300	0,770
0,175	0,197	1,933	1,400	0,724
0,200	0,222	2,178	1,600	0,735
0,225	0,247	2,423	1,750	0,722
0,250	0,272	2,668	1,850	0,693
			media	0,754

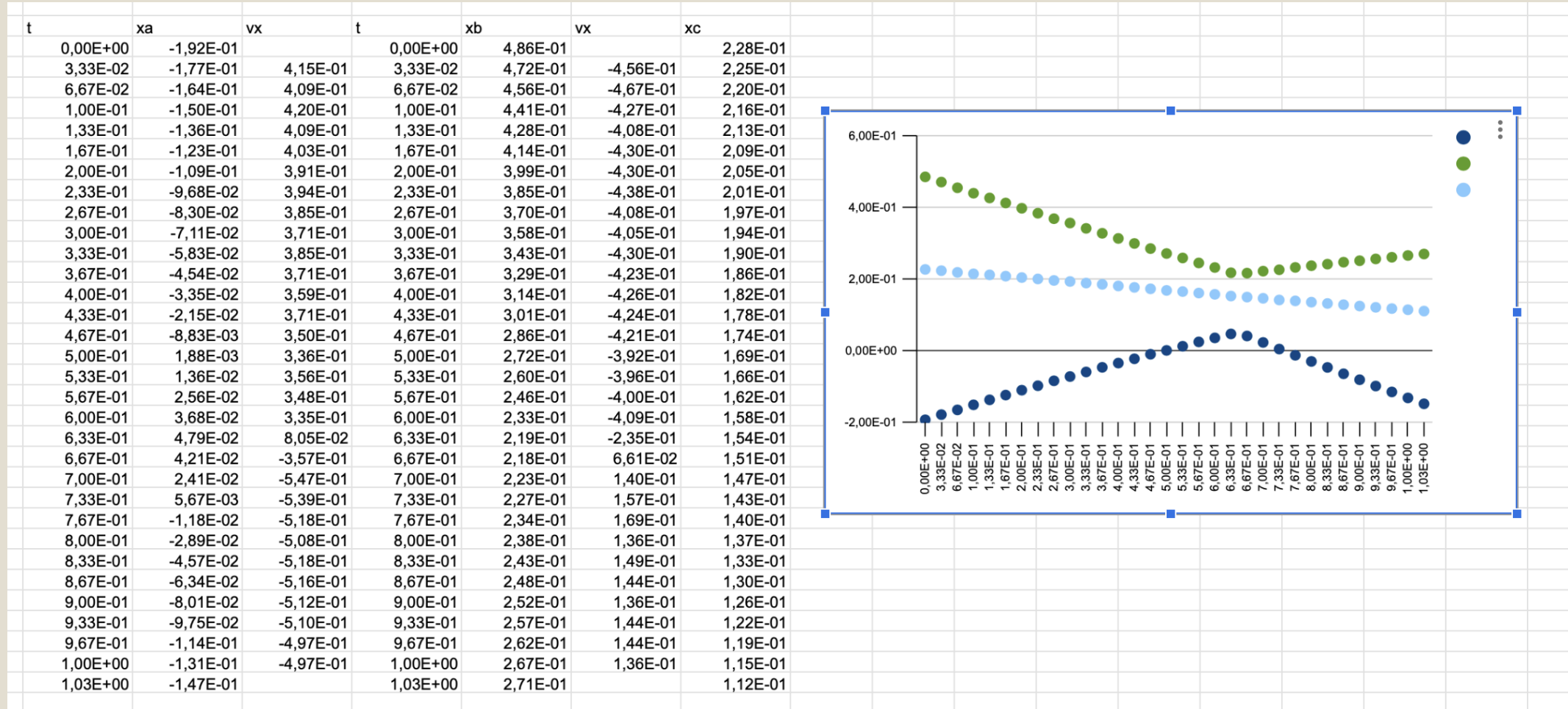




Tracker è un **software gratuito** che permette di estrarre dati cinematici da un video di un esperimento.



I dati di Tracker possono essere facilmente esportati nel foglio di calcolo per ulteriori analisi.



Punti principali

- Attività interdisciplinari richiedono di lavorare anche su competenze di modellizzazione.
- Gli strumenti digitali offrono la possibilità di concentrarsi sullo sviluppo di modelli matematici, nascondendo l'uso dell'algebra.
- Gli strumenti digitali permettono di ottenere un'ottima precisione nelle misure che può rendere evidente e sorprendente la validazione del modello.

Grazie!