

X Scuola Estiva AIRDM | UMI-CIIM
per Insegnanti di Matematica

Insegnare Matematica costruendo significati

La Thuile 27-30 Agosto 2025



UMI
Unione
Matematica
Italiana



CIIM

Commissione Italiana
per l'insegnamento
della Matematica

Con il patrocinio di:



Comune di
La Thuile





Consolidamento della preparazione matematica di base e sviluppo di competenze di cittadinanza

Mirko Maracci e Chiara Grisendi

Dipartimento di Matematica, Università di Pisa

mirko.maracci@unipi.it; chiara.grisendi@phd.unipi.it



Unione
Matematica
Italiana



Commissione Italiana
per l'insegnamento
della Matematica

Con il patrocinio di:

Regione Autonoma
Vallée d'Aoste



Regione Autonoma
Valle d'Aosta



Comune di
La Thuile



Contesto generale

Progetto OrientAzione
Progetto pilota di Matematica

Progetto OrientAzione

Contesto generale



Progetto Piano Lauree Scientifiche, Progetto Orientamento e Tutorato

- Orientamento
- Tutorato universitario
- Promuovere la pratica del laboratorio
- Attività di **autovalutazione**
- Crescita professionale dei docenti

CISIA

- Consorzio Interuniversitario, formato da atenei statali, supporta le università in tema di orientamento e accesso, con particolare attenzione alla verifica e al miglioramento della preparazione in ingresso

Progetto pilota

Contesto generale

Progettare, implementare e analizzare **moduli didattici** mirati a promuovere lo sviluppo di:

- Conoscenze e competenze matematiche di base
- Abilità di lettura di un testo articolato, discontinuo, con termini tecnici (anche non matematici)
- Abilità connesse all'organizzazione autonoma (rispetto all'insegnante) del lavoro
- Abilità di autovalutazione della propria preparazione

Produrre **risorse** (attività, strumenti, modelli di attività didattiche...):

- Utilizzabili autonomamente da insegnanti nella propria pratica didattica usuale (modulabili)
- Utilizzabili in contesto universitario, ad es. in tutorati, attività per il superamento degli OFA
- Utilizzabili «autonomamente» degli studenti (anche attraverso piattaforme informatiche) – con quale supporto?

Progetto pilota

Contesto generale

Progettare, implementare e analizzare **moduli didattici** mirati a pro

- Conoscenze e competenze matematiche di base
- Abilità di lettura di un testo articolato, discontinuo, con t
- Abilità connesse all'organizzazione autonoma (rispetto a
- Abilità di autovalutazione della propria preparazione

Produrre **risorse** (attività, strumenti, modelli di attività didattiche..)

- Utilizzabili autonomamente da insegnanti nella propria p
- Utilizzabili in contesto universitario, ad es. in tutorati, att
- Utilizzabili «autonomamente» degli studenti (anche attra

Composizione del gruppo di lavoro

- Rosa Becucci, *IISS "Pesenti", Cascina (PI)*
- Gessica Ciccolini, *IISS "E. Montale", Genova*
- Emanuela De Negri, *Università di Genova*
- Valeria Ferrari, *IS "Taramelli", Pavia*
- Chiara Grisendi, *Università di Pisa*
- Mirko Maracci, *Università di Pisa*
- Giulia Signorini, *Liceo Statale "F. Buonarroti, Pisa"*

Modulo didattico

Struttura del modulo didattico
Questionario
Problema iniziale

Struttura del modulo didattico

Modulo didattico

		Breve descrizione dell'attività		Modalità	Eventuali collegamenti
Unità 1	Questionario	In classe	Domande di autovalutazione a priori Simulazione del TOLC Domande di autovalutazione a posteriori	Lavoro individuale in una situazione di test	Orientamento
		A casa			
Unità 2	Situazione problematica iniziale in un contesto quotidiano reale	In classe	Risoluzione del problema	Lavoro a gruppi Libero accesso a risorse	Educazione civica
		A casa	Preparazione presentazioni	Lavoro a gruppi	
	Confronto tra gruppi guidato dall'insegnante e approfondimento del problema iniziale	In classe	Presentazioni e discussione	Gruppo classe	
		A casa	Risoluzione di un nuovo problema Report di autovalutazione	Lavoro a gruppi Libero accesso a risorse Lavoro individuale	
	Restituzione dell'insegnante e problema per casa	In classe	Restituzione dell'insegnante	Gruppo classe	
		A casa	Risoluzione di un nuovo problema Report di autovalutazione	Lavoro individuale Libero accesso a risorse Lavoro individuale	

Questionario

Modulo didattico

Il questionario è composto da tre sezioni.

La prima e la terza sezione contengono domande di carattere metacognitivo che vogliono attivare negli studenti un processo di autovalutazione delle proprie conoscenze e competenze relative all'argomento matematico indagato.

La seconda sezione (alias il test) propone sei quesiti presi da TOLC e PPS.

Questionario

Modulo didattico

Prima sezione

Stai per risolvere alcuni quesiti tratti da un test d'ingresso per l'università, selezionati sull'argomento *percentuali*.

Pensi di essere preparato su questo argomento?

- ☐ sì
- ☐ abbastanza
- ☐ poco
- ☐ per niente
- ☐ non so

Nei quesiti si farà uso delle seguenti espressioni: *prezzo, imposta, compenso lordo, importo netto, immatricolazione, incremento percentuale*.

Riporta qui sotto le espressioni di cui **non** conosci il significato:

Terza sezione

Il test è finito. Sono le ore: _____

Ora che hai finito il test, ritorna con calma sul tuo lavoro e completa la seguente tabella scrivendo, per ogni risposta di cui non sei sicuro o che non hai dato, quali sono state secondo te le tue difficoltà e/o i tuoi dubbi:

	Ho dato una risposta e sono sicuro che sia corretta	Ho dato una risposta ma non sono sicuro che sia corretta	Ho risposto "Non so"	Le mie eventuali difficoltà e/o dubbi riguardano:
Quesito 1	☐	☐	☐	_____
Quesito 2	☐	☐	☐	_____
Quesito 3	☐	☐	☐	_____
Quesito 4	☐	☐	☐	_____
Quesito 5	☐	☐	☐	_____
Quesito 6	☐	☐	☐	_____

Qual è l'aspetto più problematico che hai incontrato nello svolgimento del test?

Questionario

Modulo didattico

Quesito 2. Un professionista deve pagare un’imposta del 20% su ogni compenso che percepisce. A quale compenso lordo corrisponde un importo netto di 500 euro?

- ☐ A. 625 euro
- ☐ B. 400 euro
- ☐ C. 600 euro
- ☐ D. 100 euro
- ☐ E. 375 euro

Se non sai come risolvere il quesito, segna la casella di seguito.

☐ non so

Quesito 2. [risposta A.]

Livello di difficoltà del quesito: **DIFFICILE**. Percentuale delle risposte esatte: **38.7%**. 2019-21 TOLC-E.

Esatte: 38.7%. Errate: 49.5%. Non date: 11.8%.
A) 38.7%. B) 11.8%. C) 21.6%. D) 14.5%. E) 1.7%.

2^ LS	5^ LS
16,67%	35%
27,78%	40%
B: 33,33% C: 11,11% D: 11,11%	B: 10% C: 15%

Quesito 3. Nella tabella seguente sono indicati i numeri di automobili vendute per anno da una concessionaria.

Anno di immatricolazione	2012	2013	2014	2015	2016	2017
Numero di automobili	35	48	96	187	127	193

In quale anno si registra il massimo incremento percentuale di auto vendute rispetto all’anno precedente?

- ☐ A. 2013
- ☐ B. 2014
- ☐ C. 2015
- ☐ D. 2016
- ☐ E. 2017

Se non sai come risolvere il quesito, segna la casella di seguito.

☐ non so

Quesito 3. [risposta B.]

Livello di difficoltà del quesito: **DIFFICILE**. Percentuale delle risposte esatte: **36.5%**. Utilizzo: POSIZIONAMENTO. Popolazione: Scienze. Periodo: 2019.

Esatte: 36.5%. Errate: 52.9%. Non date: 10.6%.
A) 1.9%. **B) 36.5%**. C) 45.9%. D) 0.4%. E) 4.7%.

2^ LS	5^ LS
38,89%	25%
5,56%	15%
C: 55,56%	C: 55% E: 5%

Problema iniziale

Modulo didattico

IRPEF 2024, 3 aliquote e taglio alle detrazioni. Chi ci guadagna? (Titolo de "il Giornale")

Il 28 dicembre scorso (2023), il Consiglio dei Ministri ha approvato in via definitiva il decreto legislativo relativo alla riforma dell'IRPEF, che per il solo periodo d'imposta 2024 prevede, in particolare, una riduzione del numero di scaglioni da quattro a tre e una rideterminazione delle aliquote.

La tabella seguente mette a confronto il sistema di calcolo dell'IRPEF in vigore per il 2023 con quello per il 2024.

Scaglioni IRPEF 2023	Aliquote	Scaglioni IRPEF 2024	Aliquote
Fino a 15.000 euro	23%	Fino a 28.000 euro	23%
Da 15.001 fino a 28.000	25%		
Da 28.001 fino a 50.000	35%	Da 28.001 fino a 50.000	35%
Oltre 50.000 euro	43%	Oltre 50.000 euro	43%

<https://www.fiscoetasse.com>

- **A chi conviene la riforma dell'IRPEF 2024?**

Problema iniziale

Modulo didattico

Un noto gruppo editoriale titola un articolo sulla riforma nel seguente modo:

“Irpef, via libera alla riforma con tre aliquote: risparmi fino a 260 euro” (<https://tg24.sky.it/economia/>).

- **Per quali redditi, il risparmio sull'imposta dovuta ammonta a 260 euro?**

Nello stesso articolo si afferma, in riferimento alla nuova suddivisione in scaglioni:

“Ciò si traduce, per i redditi compresi tra 15 e 28mila euro, in un risparmio di circa il 2%”.

- **Dire, spiegando adeguatamente, se l'affermazione è corretta.**

Discussione

In generale

In particolare

Le parole degli studenti

Le nostre riflessioni

In generale

Discussione

- Come pensate che possano reagire i vostri studenti a questa proposta?
- Cosa potrebbe emergere in classe:
 - Quali difficoltà?
 - Quali approcci?
 - Quali soluzioni?
- Cosa pensate dell'attività: quali potenzialità, quali punti critici?

Le parole degli studenti

Discussione

Dopo l'esplorazione del problema eseguita in aula, agli studenti è richiesto di preparare per la lezione successiva una breve presentazione per rispondere alla domanda "A chi conviene la riforma dell'IRPEF 2024?"

Dalle prime sperimentazioni in classe

- Ricorso a esempi numerici
 - Comprendere il sistema di calcolo dell'IRPEF
 - Costruire gli elementi per le risposte
- Produzione di argomenti generali basati sugli esempi
- Assenza di modellizzazione algebrica
- Produzione di rappresentazioni grafiche

Le parole degli studenti

Discussione

- Ricorso a esempi numerici
- Produzione di argomenti generali basati sugli esempi
- Assenza di modellizzazione algebrica
- Produzione di rappresentazioni grafiche

Classe 2^ LS

NEL 2023

1^a fascia 23% di 15.000€ = 3450€
2^a fascia 25% di 16.000€ = 4000€
3^a fascia 35% di 30.000€ = 10500€
4^a fascia 43% di 80.000 = 34400€

NEL 2024

1^a fascia 23% di 15.000€ = 3450€
2^a fascia 23% di 16.000€ = 3680€
3^a fascia 35% di 30.000€ = 10500€
4^a fascia 43% di 80.000€ = 34400€

Classe 5^ LS

Reddito imponibile	Imposta lorda 2023	Imposta lorda 2024	Variazione
1.000	230	230	0
15.000	3.450	3.450	0
18.000	4.200	4.140	-60
20.000	4.700	4.600	-100
21.000	4.950	4.830	-120
24.000	5.700	5.520	-180
25.000	5.950	5.750	-200
28.000	6.700	6.440	-260
30.000	7.400	7.140	-260
40.000	10.900	10.640	-260
50.000	14.400	14.140	-260
75.000	25.150	24.890	-260
100.000	35.900	35.640	-260

Le parole degli studenti

Discussione

Classe 2^a LS

- Ricorso a esempi numerici
- **Produzione di argomenti generali basati sugli esempi**
- Assenza di modellizzazione algebrica
- Produzione di rappresentazioni grafiche

La riforma conviene a tutti fuorché a chi ha un reddito fino a 15.000, in quanto le aliquote rimangono invariate. Le altre fasce di reddito, invece, risentiranno della riduzione del 2% nelle aliquote della fascia 15.001-28.000.

Classe 5^a LS

La riforma dell'IRPEF del 2024 prevede benefici per le persone con redditi **superiori a 15.000€**, grazie alla riduzione dell'aliquota dal 25% al 23%.

Infatti, fino a 15.000€ non si registra alcun beneficio, mentre nella fascia di reddito compresa tra 15.001€ e 28.000€, il risparmio può variare da **0 a 260€**. Per chi ha un reddito superiore a 28.000€, invece, il risparmio rimane **invariato a 260€**, poiché le aliquote non cambiano oltre tale soglia.

2023	2024	RISPARMIO
3.450 €	3.450 €	/
4.700 €	4.600 €	100 €
7.400 €	7.140 €	260 €
16.550 €	16.290 €	260 €

Le parole degli studenti

Discussione

- Ricorso a esempi numerici
- Produzione di argomenti generali basati sugli esempi
- **Assenza di modellizzazione algebrica**
- Produzione di rappresentazioni grafiche

Classe 2^a LS

ESEMPIO

Persone con un reddito di 30.000

Nel 2023

viene applicato:

- un 23% ai primi 15.000
- un 25% nella fascia 15.001-28.000
- un 35% nei restanti 2.000

per un totale di €7400 di imposte

Nel 2024

viene applicato:

- un 23% ai primi 28.000
- un 35% ai restanti 2.000

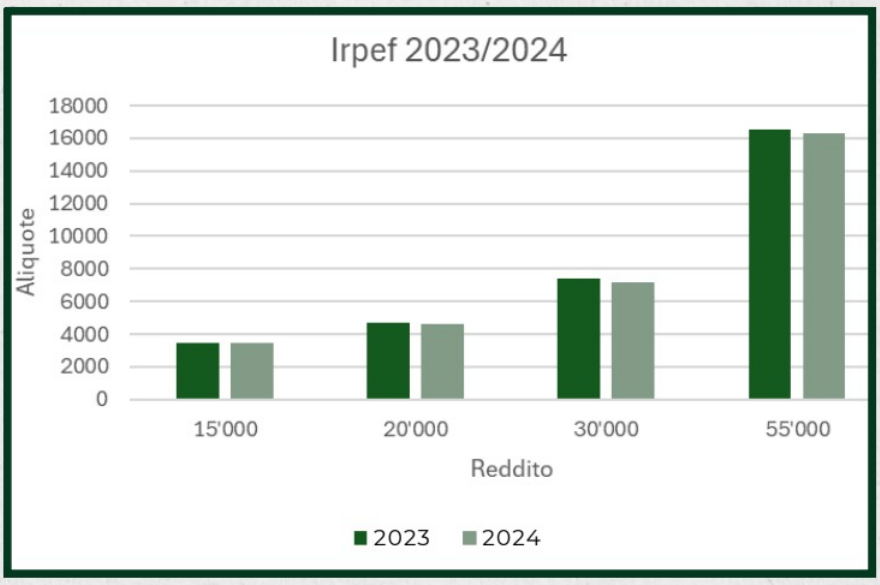
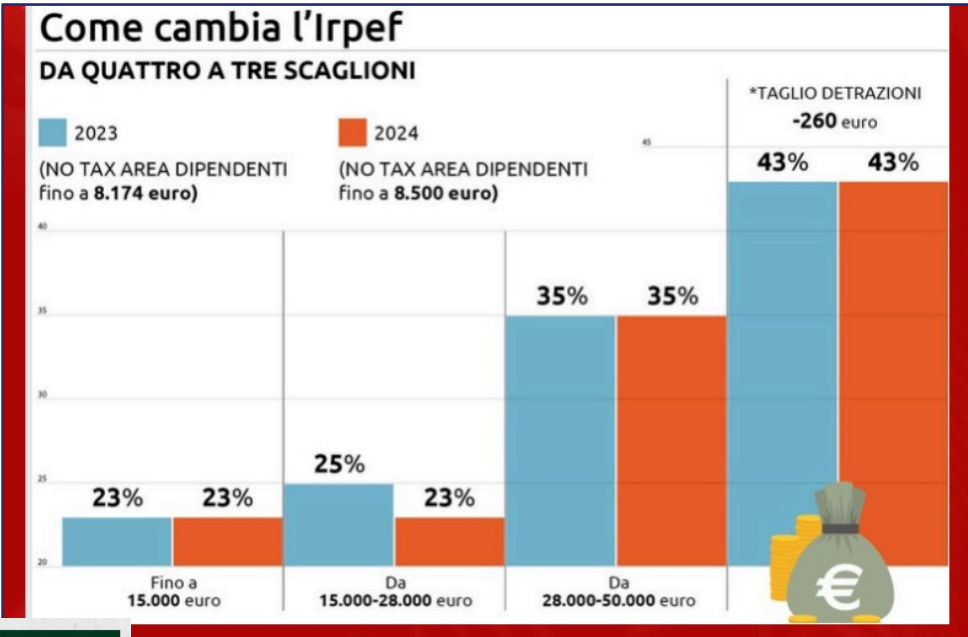
per un totale di €7140 di imposte

Le parole degli studenti

Discussione

- Ricorso a esempi numerici
- Produzione di argomenti generali basati sugli esempi
- Assenza di modellizzazione algebrica
- Produzione di rappresentazioni grafiche

Classe 5^a LS



Le nostre riflessioni

Discussione

Agli studenti è stato presentato il problema “A chi conviene la riforma dell’IRPEF 2024?” con l’aggiunta di un suggerimento:

- **Puoi esplorare l’andamento dell’imposta dovuta in funzione del reddito.**

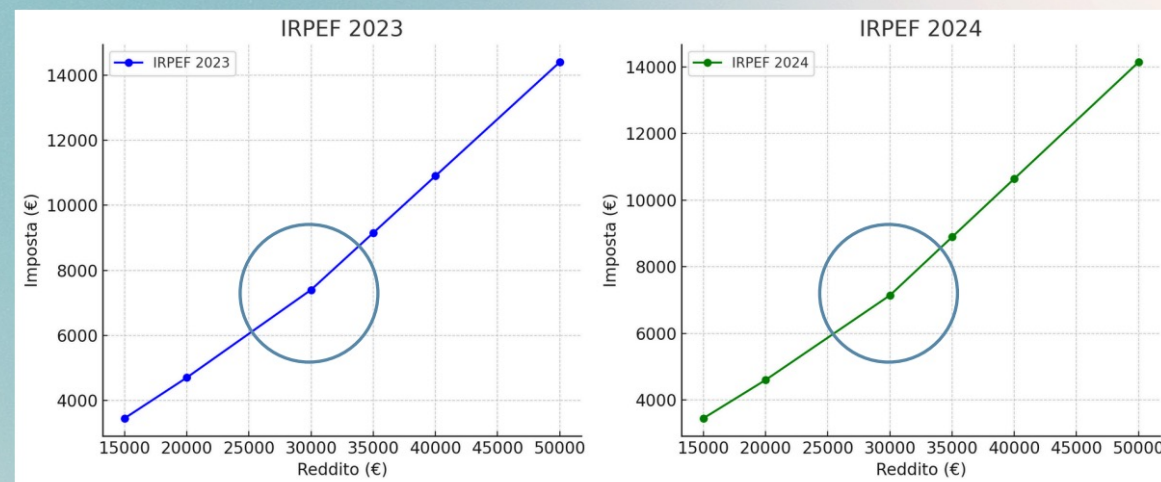
Si è scelto di non chiedere esplicitamente agli studenti di elaborare un grafico per risolvere il problema perché tale richiesta avrebbe potuto indurre loro a concentrarsi sulla creazione di un grafico rigoroso e preciso, la cui redazione avrebbe potuto presentare alcune criticità e bloccare la loro fase esplorativa.

Le parole degli studenti

Discussione

- Ricorso a esempi numerici
- Produzione di argomenti generali basati sugli esempi
- Assenza di modellizzazione algebrica
- **Produzione di rappresentazioni grafiche**

Classe 5^a LS

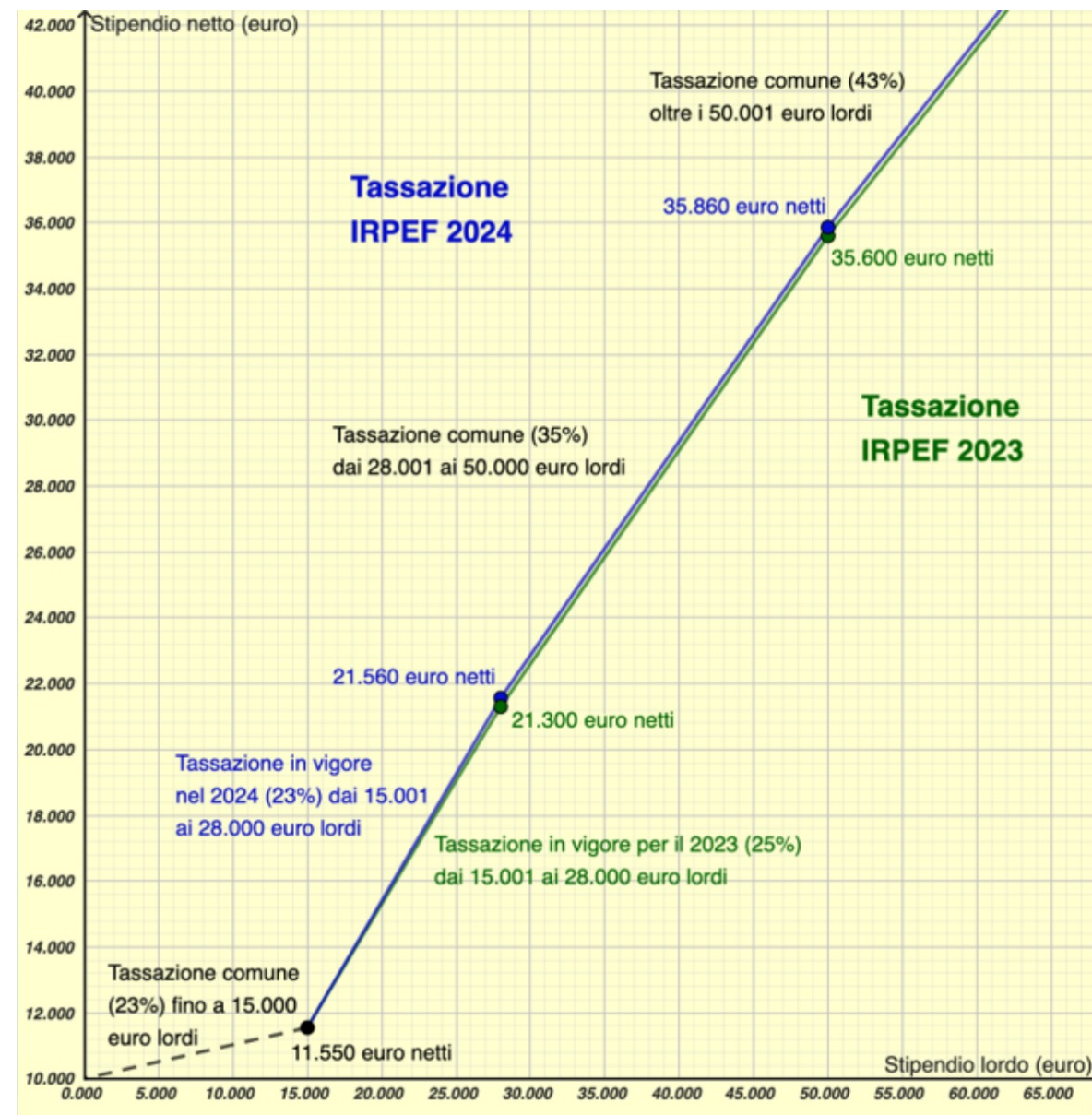


Si nota una leggera riduzione dell'imposta nel 2024 rispetto al 2023, soprattutto per i redditi medi, grazie all'abbassamento dell'aliquota nella fascia 15.001€ – 28.000€.

Le parole degli studenti

Discussione

- Ricorso a esempi numerici
- Produzione di argomenti generali basati sugli esempi
- Assenza di modellizzazione algebrica
- **Produzione di rappresentazioni grafiche**



Le nostre riflessioni

Discussione



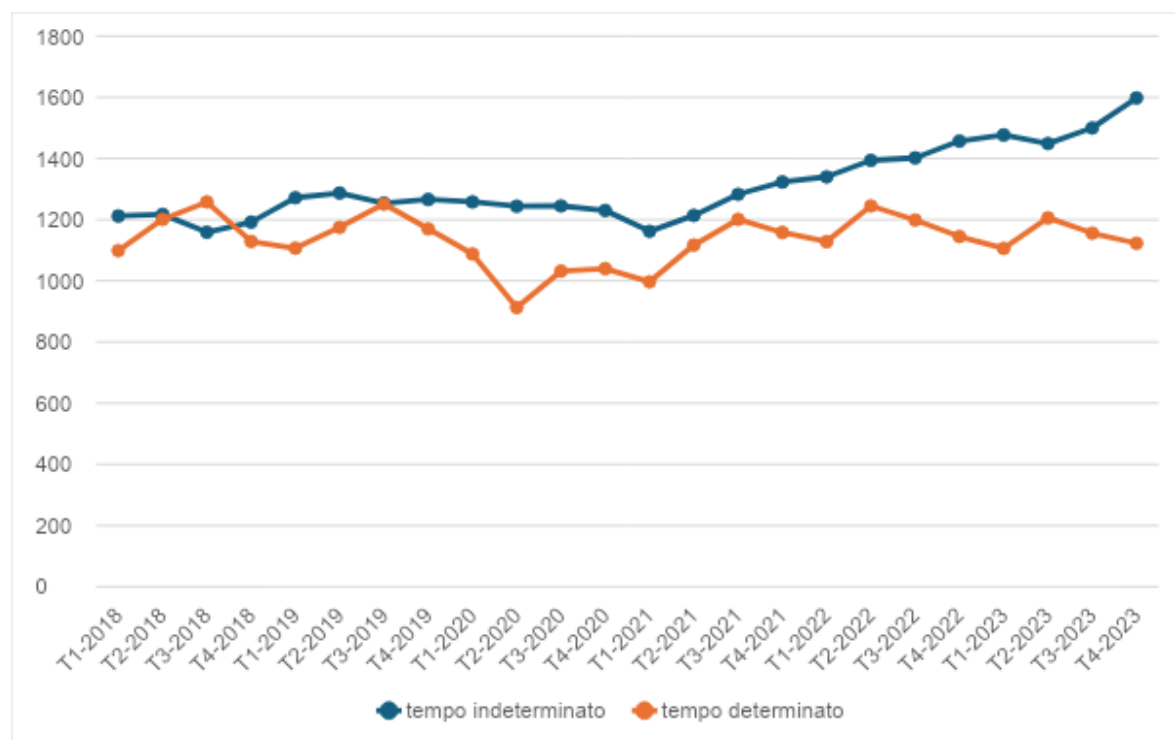
Modulo didattico

Problema per casa

Problema per casa

Modulo didattico

Il grafico riporta i dati sull'occupazione giovanile in Italia dal primo trimestre 2018 al quarto trimestre del 2023. Più precisamente, riporta il numero (espresso in migliaia) di occupati dipendenti nella fascia di età 15-29 anni con un contratto a tempo indeterminato e il numero di quelli con un contratto a tempo determinato (Fonte: ISTAT).



Commentando questi dati una nota testata di approfondimento giornalistico (www.pagellapolitica.it) scrive:

«... **(a)** dal 2° trimestre 2023 in poi è scesa la percentuale degli occupati a termine rispetto al totale degli occupati tra i 15 e i 29 anni. Secondo i dati più aggiornati, **(b)** nell'ultimo trimestre dell'anno scorso il 41,3 per cento degli occupati in questa fascia di età aveva un contratto con una scadenza, **(c)** la percentuale più bassa dal primo trimestre del 2018, ossia da quando sono disponibili i dati Istat dettagliati per fasce di età e tipologia di contratto.»

Scrivi, motivando adeguatamente, se le affermazioni indicate con **(a)**, **(b)** e **(c)** sono giustificate alla luce del grafico riportato.

Discussione

In generale
Le parole degli studenti
Le nostre riflessioni

In generale

Discussione

- Come pensate che possano reagire i vostri studenti a questa proposta?
- Cosa potrebbe emergere in classe:
 - Quali difficoltà?
 - Quali approcci?
 - Quali soluzioni?
- Cosa pensate dell'attività: quali potenzialità, quali punti critici?

Le parole degli studenti

Discussione

Come lavoro per casa, agli studenti è richiesto di affrontare individualmente un'altra situazione-problema simile al problema iniziale dell'Unità Didattica 2, "A chi conviene la riforma dell'IRPEF 2024?", corredata da domande di autovalutazione.

Dalle prime sperimentazioni in classe

- Ricorso a esempi numerici
- Produzione di argomenti basati su esempi numerici
- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico
- Produzione di argomenti basati su un inizio di modellizzazione algebrica
- Difficoltà nel fare stime

Le parole degli studenti

Discussione

(a) dal 2° trimestre 2023 in poi è scesa la percentuale degli occupati a termine rispetto al totale degli occupati tra i 15 e i 29 anni.

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (solo sulla linea grigio chiaro)

Studente 4, classe 5^a LS. Osservando il grafico, si nota che la linea corrispondente ai contratti a tempo determinato [la linea grigio chiaro in figura] mostra una leggera diminuzione dopo il 2° trimestre del 2023 → affermazione (a) giustificata dai dati del grafico.

osservando il grafico, si nota che la
linea corrisponde ai contratti a tempo deter-
minato mostra una leggera diminuzione
dopo il 2° trimestre del 2023
→ afferm. (a) **giustificata**
dai dati del grafico



Le parole degli studenti

Discussione

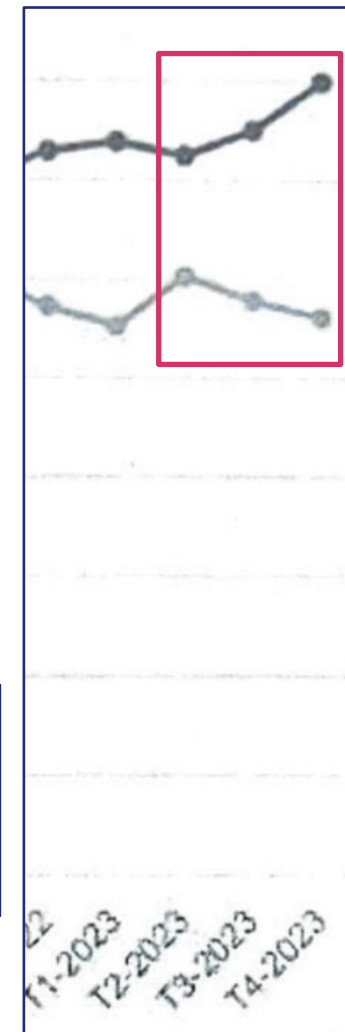
(a)

dal 2° trimestre 2023 in poi è scesa la percentuale degli occupati a termine rispetto al totale degli occupati tra i 15 e i 29 anni.

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (confronto tra le due linee) e ricorso a esempi numerici

Studente 8, classe 5^a LS. La 1^a affermazione è vera perché il grafico degli occupati a tempo determinato è decrescente nell'intervallo tra T2-2023 e T4-2023, mentre è aumentato quello del tempo determinato, quindi il numero totale di occupati è rimasto più o meno uguale ma sono diminuiti quelli a tempo determinato.

La 1^a affermazione è vera perché il grafico degli occupati a tempo determinato è decrescente nell'intervallo tra T2-2023 e T4-2023, mentre è aumentato quello del tempo indeterminato, quindi il numero totale di occupati è rimasto più o meno uguale ma sono diminuiti quelli a tempo determinato.



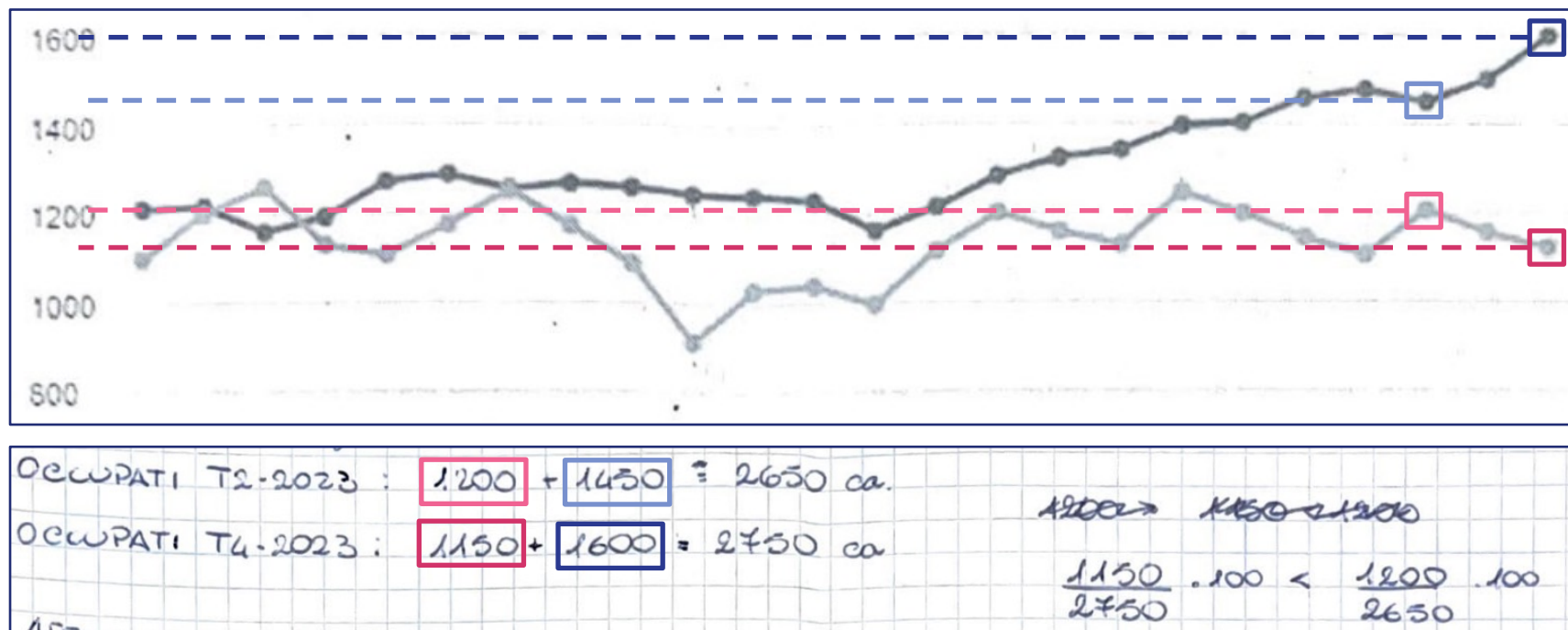
Le parole degli studenti

Discussione

(a)

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (confronto tra le due linee) e ricorso a esempi numerici

Studente 8, classe 5^a LS.

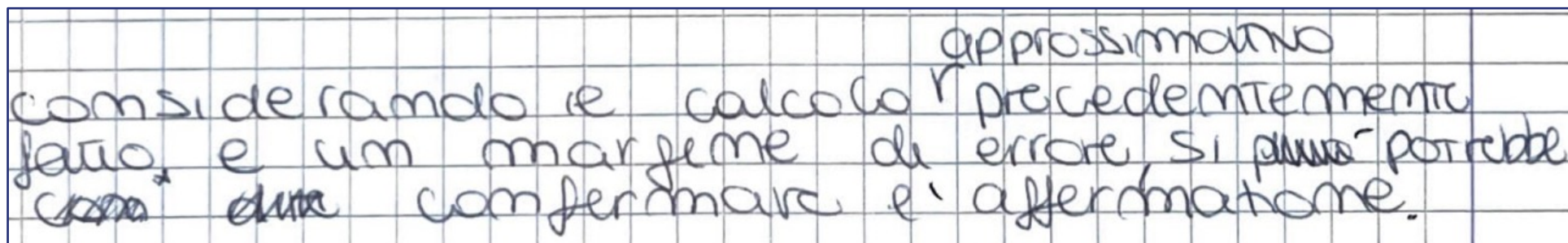


Le parole degli studenti

Discussione

- (b) nell'ultimo trimestre dell'anno scorso il 41,3 per cento degli occupati in questa fascia di età aveva un contratto con una scadenza.
- Produzione di argomenti basati su esempi numerici

Studente 2, classe 5^a LS. Considerando il calcolo approssimativo precedentemente fatto [per rispondere alla domanda **(a)**] e un margine di errore, si potrebbe confermare l'affermazione.



considerando il calcolo approssimativo precedentemente fatto e un margine di errore, si ~~potrebbe~~ potrebbe ~~confermare~~ confermare l'affermazione.

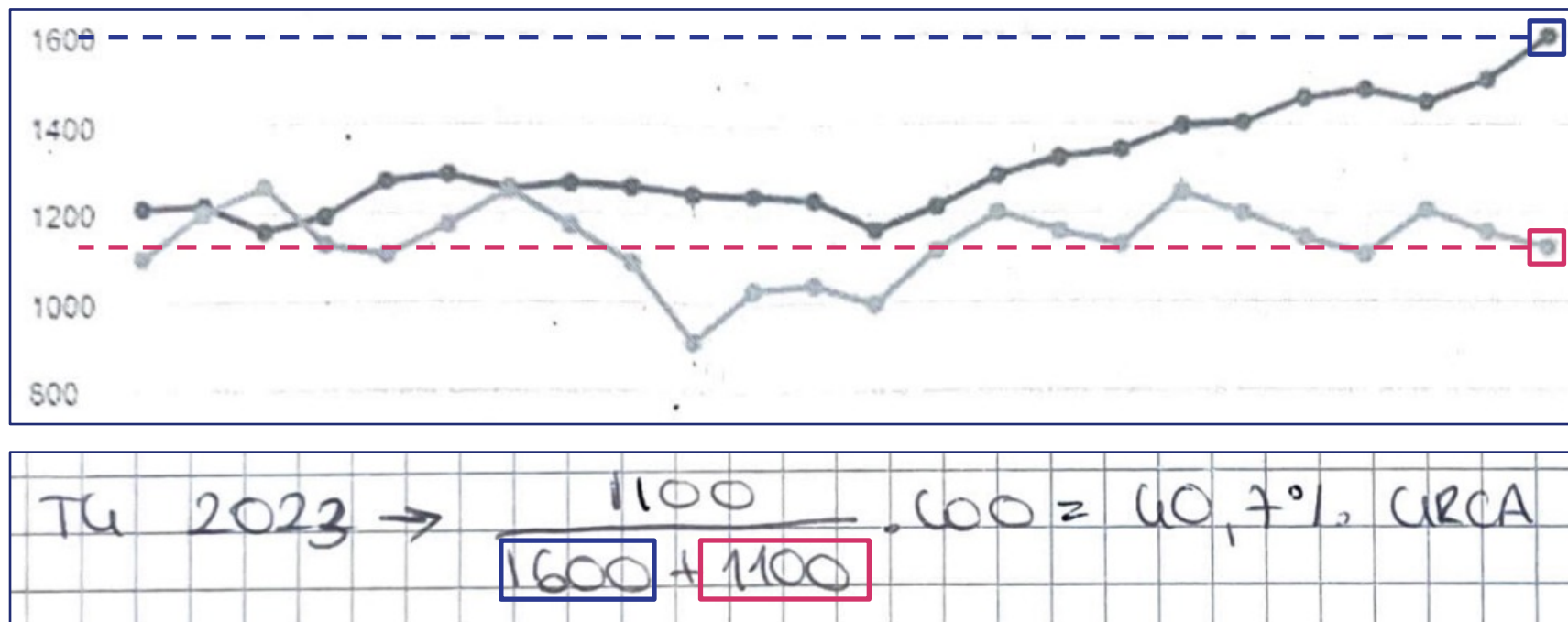
Le parole degli studenti

Discussione

(b)

- Produzione di argomenti basati su esempi numerici

Studente 2, classe 5^a LS.



Le parole degli studenti

Discussione

(b) nell'ultimo trimestre dell'anno scorso il 41,3 per cento degli occupati in questa fascia di età aveva un contratto con una scadenza.

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (confronto tra le due linee)
- Difficoltà nel fare stime

Studente 12, classe 5^a LS. "Affermazione (b)" dal grafico si nota che i contratti a tempo determinato sono inferiori a quelli a tempo indeterminato, e sembrano attestarsi attorno al 40% del totale [non sono presenti calcoli sul foglio].

Quindi l'affermazione (b) sembra corretta, ma per confermarla con certezza servirebbe il numero esatto di occupati a tempo determinato e indeterminato nell'ultimo trimestre del 2023.

"Affermazione (b)" dal grafico si nota che i contratti a tempo determinato sono inferiori a quelli a tempo indeterminato e sembrano attestarsi attorno al 40% del totale. Quindi l'affermazione (b) sembra corretta, ma per confermarla con certezza servirebbe il numero esatto di occupati a tempo determinato e indeterminato nell'ultimo trimestre del 2023.

Le parole degli studenti

Discussione

- (c) nell'ultimo trimestre dell'anno scorso il 41,3 per cento degli occupati [...] aveva un contratto con una scadenza [, questa] è la percentuale più bassa dal primo trimestre del 2018.
- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico
 - Produzione di argomenti basati su un inizio di modellizzazione algebrica

Studente 3, classe 5^a LS.

c) IL T4-2023 HA LA % +
BASSA DAL T1-2018.

ALL'INIZIO NON MI TORNAVA,
PERCHÉ CI SONO ALTRI PUNTI
DOVE GLI OCCUPATI A
TEMPO DETERMINATO SONO
MINORI DEL T4-2023.

PERÒ LÌ LA % DEGLI
OCCUPATI A TEMPO DETERMINATO È BASSA
PERCHÉ GLI OCCUPATI A TEMPO DETERMINATO
SONO POCCHI, MA QUELLI A
TEMPO DETERMINATO SONO ALTI,
QUINDI LA % È BASSA.
IL RAGIONAMENTO DELLA A).

MA T2-2020 C'È UN PIÙ
ELEVATO DI OCCUPATI A TEMPO DETERMINATO,
MA È LO PENSAVO CHE FOSSE
LÌ, LA + BASSA. MA SE SI
FA LA % LÌ MI DI OCCUPATI A
TEMPO DETERMINATO È BASSO, MA ANCHE
QUELLO A TEMPO DETERMINATO,
QUINDI LA % NON È BASSA.

X AVERE LA % + BASSA POSSIAMO
AVERE QUELTA REAZIONE DELLA
A). E NEL T4-2023 C'È IL
DIVERSO PIÙ GRANDE. QUINDI
DAL GRAFICO È POSSIBILE
DECORRE CHE SIA VERO.

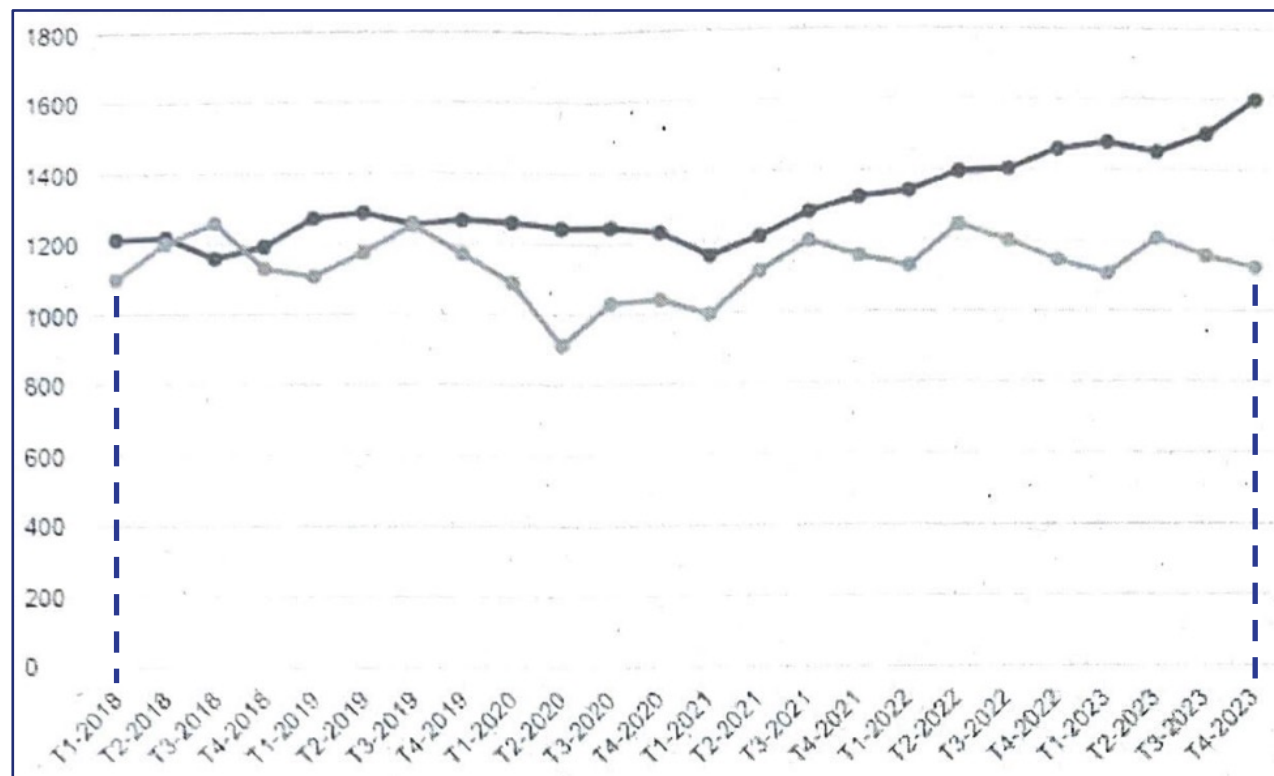
Le parole degli studenti

Discussione

(c)

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico

Studente 3, classe 5^a LS.



Il T4-2023 ha la percentuale più bassa del T1-2018.

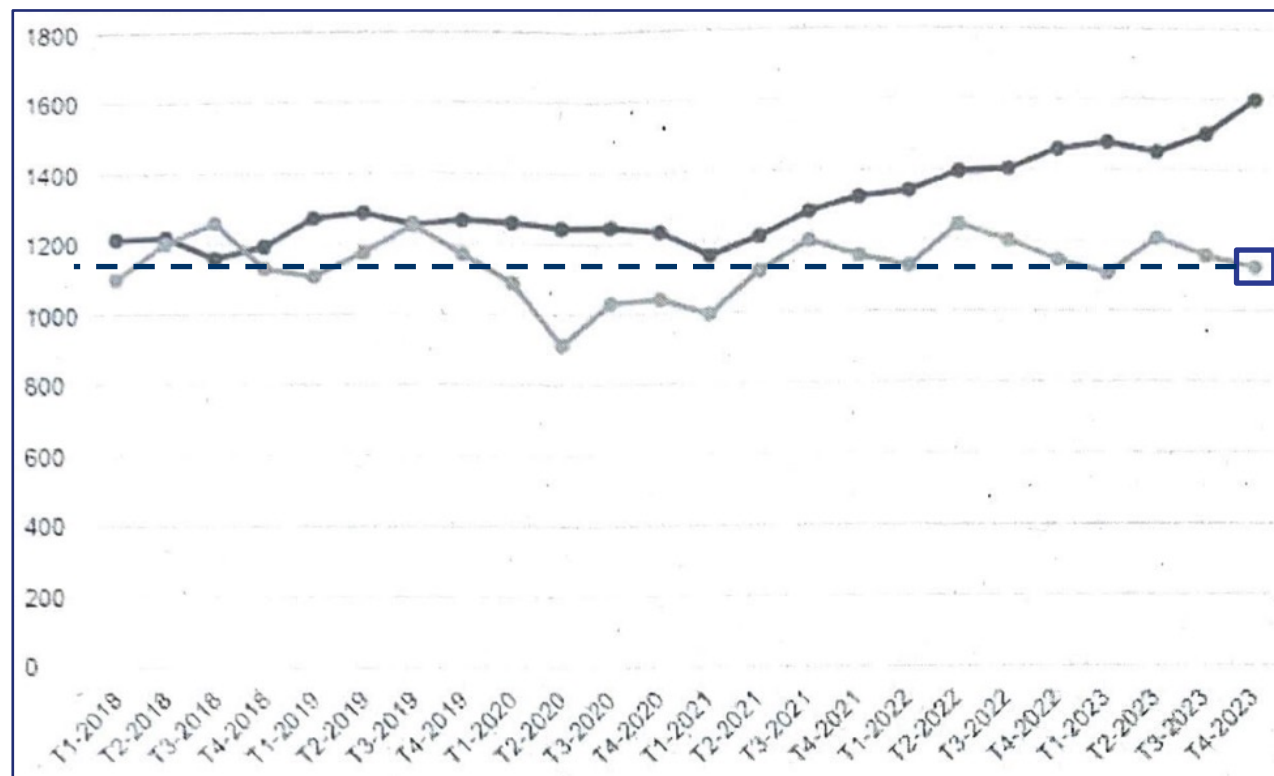
Le parole degli studenti

Discussione

(c)

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (solo sulla linea grigio chiaro)

Studente 3, classe 5^a LS.



All'inizio non mi tornava, perché ci sono altri punti dove gli occupati a tempo determinato sono minori del T4-2023.

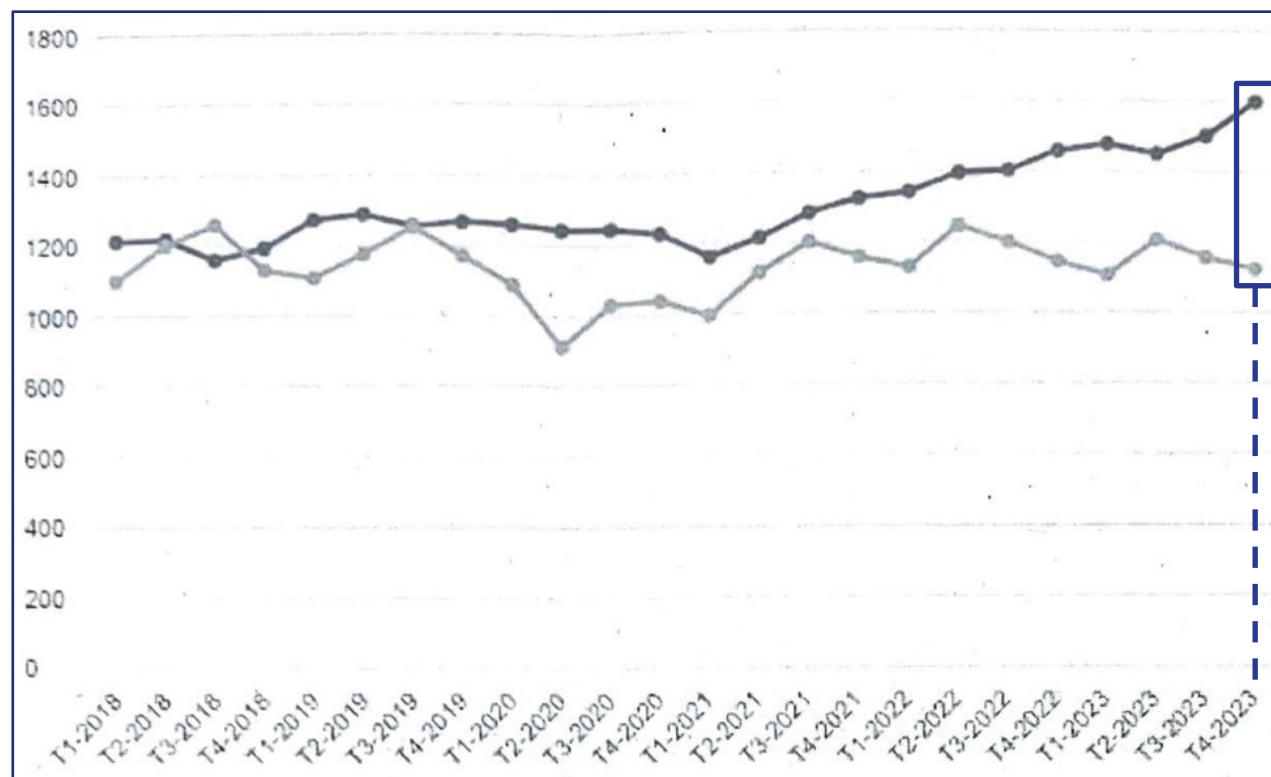
Le parole degli studenti

Discussione

(c)

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (confronto tra le due linee)
- Produzione di argomenti basati su un inizio di modellizzazione algebrica

Studente 3, classe 5^a LS.



% di occupati a termine rispetto
a totale degli occupati:

$$\frac{\text{in lavorazioni a tempo det.} \cdot 100}{\text{Totale di occupati}}$$

Però lì [in T4-2023] la percentuale degli occupati a termine è bassa perché gli occupati a termine sono pochi, ma quelli a indeterminato sono alti, quindi la percentuale è bassa, il ragionamento della a).

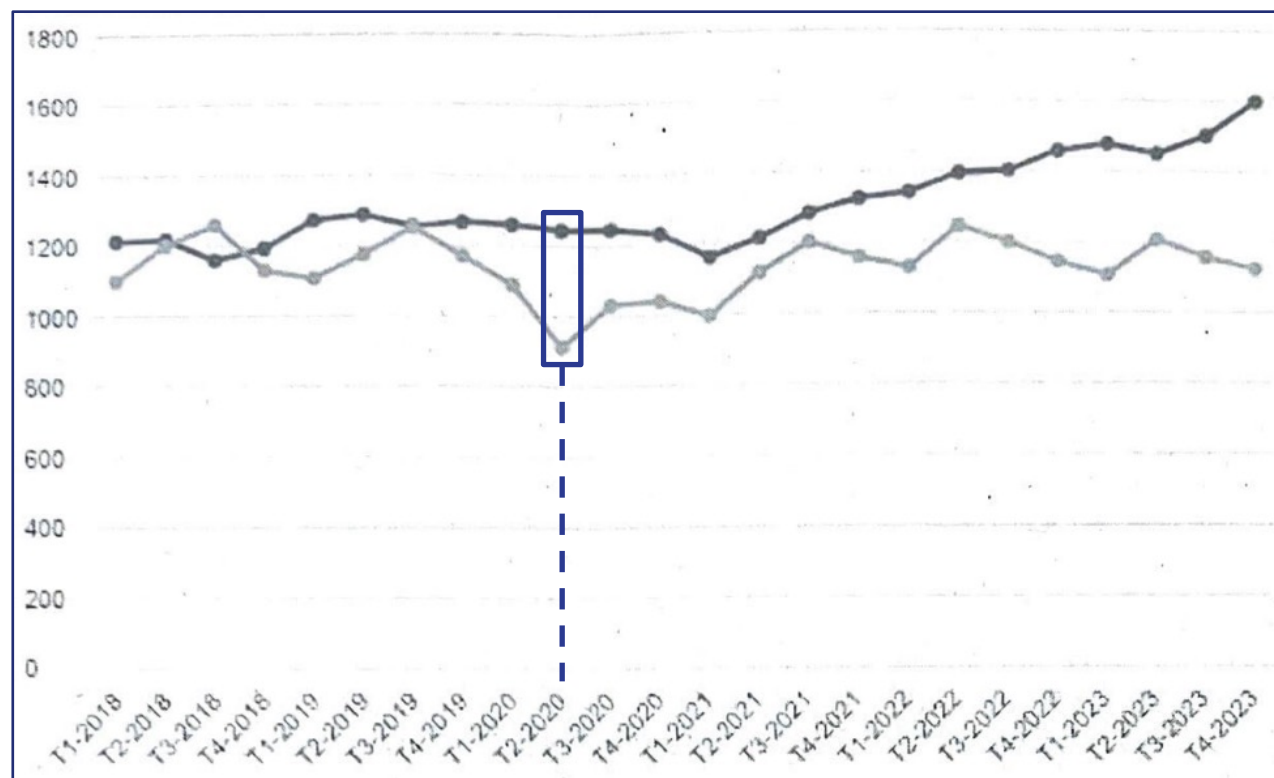
Le parole degli studenti

Discussione

(c)

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (solo sulla linea grigio chiaro)
- Produzione di argomenti basati su un inizio di modellizzazione algebrica

Studente 3, classe 5^a LS.



Nel T2-2020 c'è un picco enorme di occupati a termine, e io pensavo che fosse lì la più bassa. Ma se si fa la percentuale il numero di occupati a termine è basso, ma anche quello a indeterminato, quindi la percentuale non è bassa.

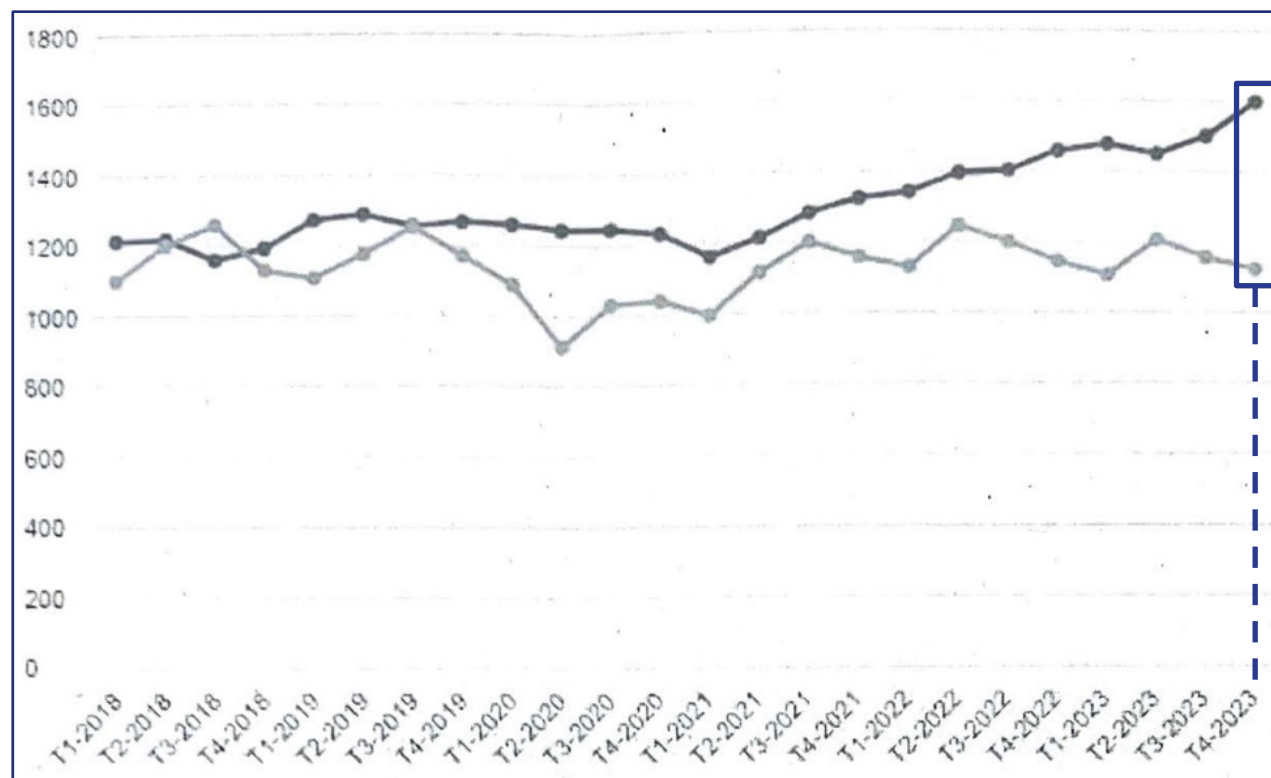
Le parole degli studenti

Discussione

(c)

- Produzione di argomenti basati su osservazioni sul grafico (confronto tra le due linee)

Studente 3, classe 5^a LS.



Per avere la percentuale più bassa bisogna avere quella relazione della a). E nel T4-2023 c'è il divario più grande quindi dal grafico è possibile dedurre che sia vera.

Le nostre riflessioni

Discussione

La domanda **(c)**

«nell'ultimo trimestre dell'anno scorso il 41,3 per cento degli occupati [...] aveva un contratto con una scadenza [e questa] è la percentuale più bassa dal primo trimestre del 2018»

chiede di verificare che la percentuale di occupati a termine sul totale di occupati raggiunga il suo valore minimo in T4-2023. Alcuni studenti potrebbe decidere di calcolare questa percentuale per tutti i trimestri indicati nel grafico, ovvero 21 trimestri. Questo porterebbe gli studenti a perdere molto tempo e ad aumentare la probabilità di compiere errori di calcolo, dunque è necessario che lo studente compia una **selezione a priori dei dati su cui porre l'attenzione**.

Questa domanda punta ad educare una certa sensibilità alla lettura del grafico, che guidi gli studenti nel selezionare pochi dati significativi tra cui fare un confronto.

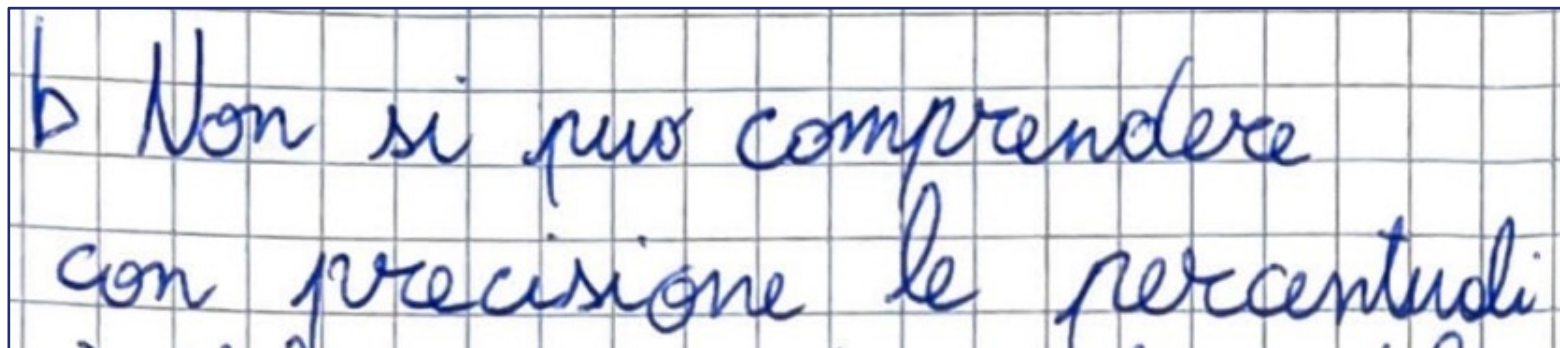
Inoltre, una sfida che attraversa tutto il problema è quella di vincere la resistenza – spesso molto diffusa tra gli studenti italiani – a **fare stime**, visto che in questo contesto non si hanno dati numerici precisi (ma è possibile solo farne una stima a partire dal grafico).

Le parole degli studenti

Discussione

- (b) nell'ultimo trimestre dell'anno scorso il 41,3 per cento degli occupati in questa fascia di età aveva un contratto con una scadenza.
- Difficoltà nel fare stime

Studente 1, classe 5^a LS. *Non si può comprendere con precisione le percentuali.*



b Non si può comprendere
con precisione le percentuali

Risorsa per l'insegnante

Struttura del materiale di accompagnamento

Struttura del materiale di accompagnamento

Risorsa per l'insegnante

UNITÀ DIDATTICA 2

DURATA	Tre lezioni della durata di un'ora ciascuna. L'attività può rientrare tra le ore previste per Educazione Civica.
OBIETTIVI	Questa unità didattica ha lo scopo di promuovere competenze trasversali per lo studio della matematica nei corsi universitari, come comprensione del testo, modellizzazione, problem solving, argomentazione. Gli obiettivi disciplinari coinvolti sono: • Eseguire semplici calcoli con percentuali, frazioni e numeri decimali, mentalmente, con carta e penna o calcolatrice. Avere consapevolezza di quale modo può essere più conveniente a seconda dei casi. • Usare il concetto di funzione e di grafico per rappresentare una relazione espressa verbalmente o con una formula, per esprimere un'affermazione e per verificare se tale affermazione è vera o falsa in determinate condizioni. Rappresentare un grafico con un disegno su carta e mediante semplici strumenti di software libero, come Geogebra. Inoltre, la modalità di lavoro in classe dovrebbe stimolare negli studenti un approccio al problema meno scolastico e più improntato al contesto universitario, incentivando un uso consapevole dei propri dispositivi come mezzo per la ricerca di informazioni. Le competenze chiave di cittadinanza² coinvolte sono: • Collaborare e partecipare. • Agire in modo autonomo e responsabile. • Risolvere problemi. • Individuare collegamenti e relazioni. • Acquisire e interpretare l'informazione.

Percentuali

UNITÀ DIDATTICA 1

ATTIVITÀ 1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

UNITÀ DIDATTICA 2

ATTIVITÀ 2.1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

ATTIVITÀ 2.2

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

ATTIVITÀ 2.3

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

Materiali

Database

Struttura del materiale di accompagnamento

Risorsa per l'insegnante

ATTIVITÀ 2.1

Produzione del modello in gruppo

MODALITÀ DI LAVORO IN CLASSE	Gli studenti lavorano in piccoli gruppi (tre o quattro persone ciascuno) per comprendere la situazione-problema proposta e rispondere alla domanda “A chi conviene la riforma dell’IRPEF 2024?”. Il testo del problema viene consegnato e proiettato sulla LIM. Nel corso dell’attività, gli studenti possono accedere a internet, ai propri quaderni o a qualunque libro di testo. Quando si ritiene necessario, il lavoro di gruppo può essere mediato dal docente. L’insegnante può decidere liberamente se raccogliere il materiale prodotto dagli studenti durante l’attività, fotografando i fogli di lavoro di ogni gruppo (che devono rimanere disponibili agli studenti per eseguire il lavoro per casa) e chiarendo che, a quanto raccolto, non verrà assegnato un voto.
LAVORO DA ASSEGNARE PER CASA	Al termine dell’attività, come lavoro per casa, a ogni gruppo sarà richiesto di elaborare una breve presentazione sui risultati ottenuti e sulle difficoltà incontrate.
MATERIALE DA RACCOLGERE	• Fogli di lavoro prodotti da ogni gruppo (facoltativo). • Presentazione ed eventuale breve testo elaborato da ogni gruppo. • Informazioni sugli aspetti problematici rilevati da ogni gruppo.

Nelle pagine seguenti si riporta il testo del problema (una pagina) da stampare e consegnare agli studenti e, successivamente, la consegna del lavoro per casa (una pagina).

Percentuali

UNITÀ DIDATTICA 1

ATTIVITÀ 1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L’INSEGN...

UNITÀ DIDATTICA 2

ATTIVITÀ 2.1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L’INSEGN...

ATTIVITÀ 2.2

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L’INSEGN...

ATTIVITÀ 2.3

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L’INSEGN...

Materiali

Database

Struttura del materiale di accompagnamento

Risorsa per l'insegnante

ANALISI A PRIORI

Lavoro in classe

La domanda “*A chi conviene la riforma dell'IRPEF 2024?*” ha lo scopo di fornire una motivazione e uno scopo per l'analisi che gli studenti andranno a compiere. Il suggerimento “*puoi esplorare l'andamento dell'imposta dovuta*”, invece, funge da domanda-stimolo per guidare le azioni dei vari gruppi.

Si è scelto di non chiedere esplicitamente di *elaborare un grafico* per risolvere il problema perché tale richiesta potrebbe limitare la libertà di esplorazione degli studenti e potrebbe indurli a concentrarsi sulla creazione di un grafico rigoroso e preciso, simile a quelli visti durante il percorso scolastico. Infatti, la redazione di un grafico presenta alcune criticità che, benché possano costituire una ricchezza didattica, potrebbero bloccare la fase esplorativa degli studenti.

☰ Percentuali ⋮

UNITÀ DIDATTICA 1

ATTIVITÀ 1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

UNITÀ DIDATTICA 2

ATTIVITÀ 2.1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

ATTIVITÀ 2.2

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

ATTIVITÀ 2.3

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

☰ Materiali

☰ Database

Struttura del materiale di accompagnamento

Risorsa per l'insegnante

Confronto tra i due regimi di imposta	Stimolare la rappresentazione dei due regimi di imposta su uno stesso piano cartesiano, suggerendo che in questa fase potrebbe essere più utile una rappresentazione di tipo qualitativo (lo scopo dell'attività non è fare una rappresentazione grafica corretta). • ESEMPI DI DOMANDE STIMOLO ◦ Avete provato a visualizzare l'andamento dell'imposta in funzione del reddito con un grafico? In questo caso non serve che il grafico sia preciso come quelli che tracciamo solitamente nelle ore di lezione, ci basta capire più o meno che cosa succede... Oppure potete provare a usare Geogebra se volete. ◦ Se il gruppo risponde bene a questi stimoli, si può provare ad approfondire: che tipo di andamento vi aspettate? Che cosa cambierà cambiando le aliquote? • ESEMPI DI RISPOSTE DATE DAGLI STUDENTI Alcuni gruppi si sono mostrati più disponibili a un confronto basato su una rappresentazione grafica, mentre altri (la maggioranza) hanno preferito ragionare sui soli esempi numerici. Con i gruppi del primo tipo è stato interessante provare a "indovinare" le caratteristiche della rappresentazione grafica prima di farla: quasi tutti gli studenti di questi gruppi (in una classe quinta) hanno capito che si sarebbe trattato di una funzione lineare a tratti, formata da due rette con pendenze diverse, e che cambiare le aliquote avrebbe significato andare a variare il coefficiente angolare delle rette interessate. Nelle sperimentazioni un solo studente ha scelto di usare Geogebra.
---------------------------------------	--

Percentuali

UNITÀ DIDATTICA 1

ATTIVITÀ 1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

UNITÀ DIDATTICA 2

ATTIVITÀ 2.1

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

ATTIVITÀ 2.2

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

ATTIVITÀ 2.3

ANALISI A PRIORI

GUIDA PER L'INSEGN...

Materiali

Database

Modulo “Grandezze geometriche e cambiamenti di scala”

Struttura

Quali dimensioni aveva il foglio di Lichtenberg?

Quanto misura la superficie delle vele del modello?

Potrebbe esistere davvero il Grande Gigante Gentile?

Struttura

Modulo “Grandezze geometriche e cambiamenti di scala”

	Breve descrizione dell'attività			Modalità	Eventuali collegamenti
Unità 1	Questionario	In classe	Domande di autovalutazione a priori	Lavoro individuale in una situazione di test	Orientamento
			Simulazione del TOLC		
			Domande di autovalutazione a posteriori		
		A casa			
Unità 2	Situazione problematica iniziale in un contesto quotidiano reale	In classe	Risoluzione del problema	Lavoro a gruppi	Educazione civica
		A casa	Risoluzione di un nuovo problema	Lavoro a gruppi Libero accesso a risorse	
			Preparazione presentazioni	Lavoro a gruppi	
	Confronto tra gruppi guidato dall'insegnante e approfondimento del problema iniziale	In classe	Presentazioni e discussione	Gruppo classe	
		A casa	Risoluzione di un nuovo problema	Lavoro individuale Libero accesso a risorse	
	Report di autovalutazione		Lavoro individuale		
	Restituzione dell'insegnante e problema per casa	In classe	Restituzione dell'insegnante	Gruppo classe	
		A casa	Risoluzione di un nuovo problema	Lavoro individuale Libero accesso a risorse	
Report di autovalutazione	Lavoro individuale				

Quali dimensioni aveva il foglio di Lichtenberg?

Modulo “Grandezze geometriche e cambiamenti di scala”

Nel 1623 venne pubblicata la prima edizione delle opere di William Shakespeare, chiamata “First Folio” e contenente 36 lavori, delle quali 18 erano già state pubblicate in precedenza nel formato “in quarto”. Il formato in quarto era un formato di carta che si otteneva piegando due volte un foglio intero, la prima volta lungo il lato minore, la seconda lungo il lato maggiore. Il fascicolo o segnatura constava di 8 pagine ossia 4 carte, da cui il nome del formato.

Nel 1786 il fisico e matematico Lichtenberg osservò che, usando questo formato di carta, piegando un foglio a metà si ottenevano proporzioni diverse dal formato originale. Questo creava problemi sia nella tipografia che nell’archiviazione, perché rendeva difficile ridimensionare i documenti da un formato all’altro senza compromettere il rapporto d’aspetto, deformando quindi l’aspetto del documento.

Lichtenberg cercò dunque di determinare le dimensioni di un foglio rettangolare di superficie $1m^2$ in modo tale che dopo ogni volta che il foglio veniva piegato a metà si ottenesse un rettangolo simile a quello di partenza, ovvero con i lati nello stesso rapporto.

- **Quali dimensioni aveva il foglio di Lichtenberg?**

Quanto misura la superficie delle vele del modello?

Modulo "Grandezze geometriche e cambiamenti di scala"



La foto riproduce un modello in scala (circa) 1:50 (cioè a ogni centimetro di lunghezza misurato sul modello corrispondono circa 50 centimetri nell'originale) dello yacht da regata Endeavour, che nel 1934 gareggiò per l'America's Cup. La lunghezza dello scafo dell'imbarcazione originale è $39,56\text{ m}$, quella dello scafo del modello è 80 cm . Sapendo che la misura della superficie totale delle vele dell'imbarcazione originale è $39,56\text{ m}^2$.

- Quanto misura, all'incirca, la superficie delle vele del modello?

Potrebbe esistere davvero il Grande Gigante Gentile?

Modulo "Grandezze geometriche e cambiamenti di scala"

Nel libro per ragazzi "Il GGG, Il Grande Gigante Gentile", di Roald Dahl, si legge:

«Ma per amor del gelo!» esclamò il G.G.G. «Tutti i giganti che mangia uomini è enorme e molto feroce! È largo due volte più di me e misura più di due volte la mia altezza regale!»
«Più di due volte?» esclamò Sofia.
«E dice poco» assicurò il G.G.G. «Tu li vedi da lontano, ma aspetta che viene più vicino. Tutti quei giganti è alto almeno venti metri con muscoli enormi e certi biccliti! Io è un nano, un povero raticchio. Sette metri e venti, al Paese dei Giganti, è uno sputo».
«Non se ne faccia un cruccio» lo consolò Sofia.

Immaginiamo che il GGG abbia le stesse proporzioni di un essere umano che sia composto dallo stesso tipo di tessuti, con uguali caratteristiche fisiche (stessa densità, stesso limite di rottura). Se fosse davvero alto circa 7 metri, le sue ossa sarebbero in grado di sorreggerne il peso?

Per rispondere, supponi di "ingrandire" un uomo di riferimento di un fattore di scala α e prova a rispondere alle seguenti domande, aiutandoti con le informazioni scientifiche riportate sotto.

- **Quanto potrebbe essere alto il GGG? E se dovesse anche poter camminare? E se dovesse anche poter correre e saltare?**

X Scuola Estiva AIRDM | UMI-CIIM
per Insegnanti di Matematica

Aderire al progetto

Chi fosse interessato ad approfondire altri materiali e a partecipare alle sperimentazioni in aula è invitato a contattarci:

Mirko Maracci

mirko.maracci@unipi.it

Chiara Grisendi

chiara.grisendi@phd.unipi.it

La Thuile 27-30 Agosto 2025



Unione
Matematica
Italiana



Commissione Italiana
per l'insegnamento
della Matematica

Con il patrocinio di:

Region Autonome
Vallée d'Aoste



Regione Autonoma
Valle d'Aosta



Comune di
La Thuile



X Scuola Estiva AIRDM | UMI-CIIM
per Insegnanti di Matematica

Grazie

La Thuile 27-30 Agosto 2025



UMI
Unione
Matematica
Italiana



CIIM
Commissione Italiana
per l'Insegnamento
della Matematica

Con il patrocinio di:



Comune di
La Thuile

