

XXXVII CONVEGNO UMI-CIIM

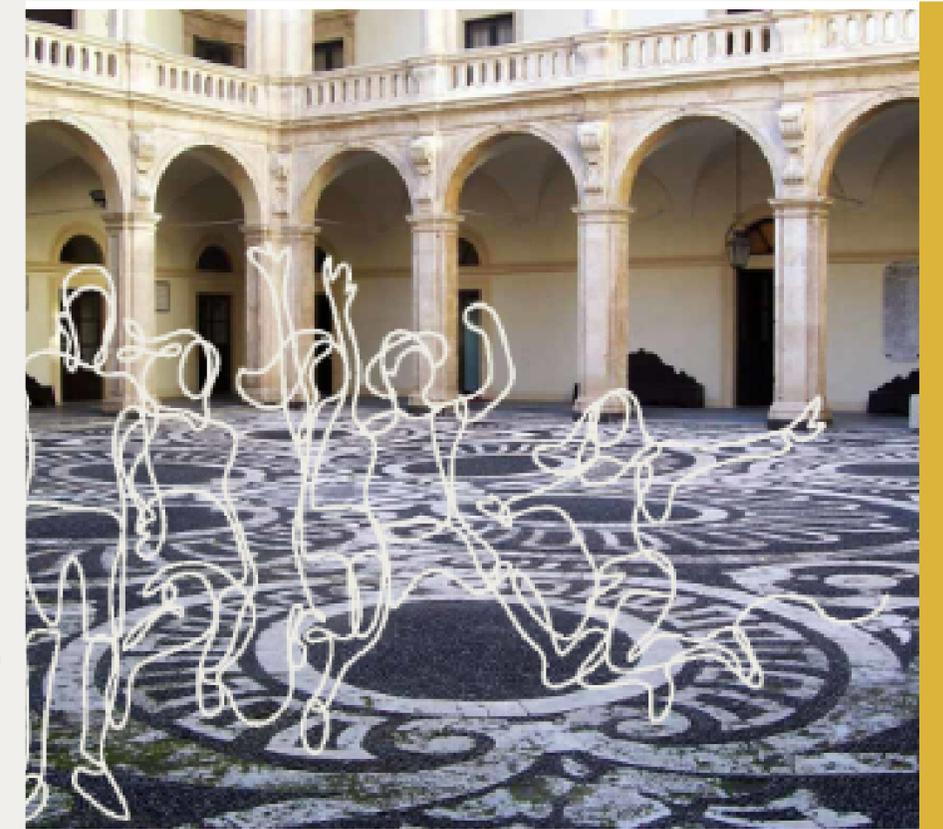
## LA MATEMATICA CHE UNISCE

Quando le differenze diventano opportunità



Le ricadute della  
formazione in Didattica della Matematica sulle  
scelte di un'insegnante

# Appunti di viaggio



Catania, Cittadella Universitaria  
26-28 settembre 2024

Piera Romano

XXXVII CONVEGNO UMI-CIIM

## LA MATEMATICA CHE UNISCE

Quando le differenze diventano opportunità



# Il mio lavoro

---



**A026** docente di Matematica  
2001 - 2019 Liceo Mangino di Pagani (SA)



**A027** Docente di Matematica e Fisica  
dal 2019 ad oggi  
Abilitata alla SICSI nel 2005



**A026/A027** Tutor coordinatore PF30/PF60  
da Settembre 2024  
presso il **CIFI** (CENTRO INTERUNIVERSITARIO  
PER LA FORMAZIONE DEGLI INSEGNANTI) di  
UNINA



# La mia Sliding Door



## SENZA LA BOCCIATURA

Docente di Matematica e Fisica dal  
2000//2001...magari sarei qui oggi da spettatrice

## CON LA BOCCIATURA

La Sicsi mi ha avviato alla formazione continua



**Eh già. Sembrava la fine del mondo. Ma sono ancora qua**

# Didattica della matematica: amore a prima vista?



Dalla richiesta di esonero

*dal corso di Didattica della Matematica*

Pensavo di non averne bisogno...



alla richiesta di collaborazione

*con il gruppo di ricerca napoletano*

...ma al termine della SICSI ho chiesto di partecipare alle attività di sperimentazione didattica, mettendo le mie classi a disposizione





## La Matematica per il cittadino

Attività didattiche e  
prove di verifica per  
un nuovo curriculum di  
matematica

Ciclo secondario

INDICAZIONI PER IL CURRICOLO  
per la scuola dell'infanzia  
e per il primo ciclo d'istruzione



L'educazione matematica deve contribuire [...] alla formazione culturale del cittadino.[...]

La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica[...]

Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti [...] realizzando una didattica di tipo elicoidale, che riprende gli argomenti approfondendoli di volta in volta

Non si tratta di imporre una matematica dall'esterno, ma di fare evolvere dall'interno la matematica che vive nel nostro corpo

L'ampio spettro dei contenuti che saranno affrontati dallo studente richiederà che l'insegnante sia consapevole della necessità di un buon impiego del **tempo disponibile.**

Ferma restando l'importanza dell'acquisizione delle tecniche, verranno **evitate dispersioni in tecnicismi ripetitivi o casistiche sterili** che non contribuiscono in modo significativo alla comprensione dei problemi

Diciamo equazione di secondo grado completa un'equazione di secondo grado in forma normale in cui tutti i coefficienti sono diversi da zero

$$ax^2 + bx + c = 0 \quad \text{con } a \neq 0, b \neq 0, c \neq 0$$

Il principale metodo per risolvere le equazioni di grado 2 complete, detto **formula risolutiva delle equazioni di secondo grado** o *formula del delta*, è piuttosto semplice. Esso prevede di considerare una quantità che è caratteristica delle equazioni di secondo grado, il cosiddetto **discriminante**

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

che viene detto anche *delta dell'equazione* e che viene indicato con la **lettera greca** maiuscola  $\Delta$ .

Il discriminante ci permette di scrivere la formula risolutiva:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$$

Diciamo **equazione di secondo grado monomia** un'equazione di secondo grado in forma normale in cui i coefficienti dei termini di grado 1 e 0 sono nulli, ossia  $b = 0 = c$

$$ax^2 = 0 \quad \text{con } a \neq 0$$

Il metodo di risoluzione delle equazioni di secondo grado monomie è immediato e non richiede calcoli: esse infatti ammettono sempre due soluzioni reali e coincidenti, entrambe nulle, quale che sia il valore di  $a \neq 0$ :

$$x = 0$$

Se non ci fidiamo, nulla ci vieta di applicare la formula risolutiva per le equazioni complete:

$$x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{-0 \pm \sqrt{0^2 - 4 \cdot a \cdot 0}}{2 \cdot a} = \frac{0 \pm 0}{2a} = 0$$

$$\text{I) } x^2 - 4x - 77 = 0$$

$$\text{II) } x^2 - (\sqrt{2} + 4)x + 4\sqrt{2} = 0$$

[La **formula del discriminante** è sempre la stessa, ma

$$\text{III) } 2x^2 + 3x - 20 = 0$$

$$\text{IV) } x^3 - x(x^2 - x) + 1 = 0$$

$$\text{V) } 2x^2 + (x - 8)(x + 8) - 3(1 - x^2) = 0$$

1 [Esercizi sulle equazioni di secondo grado - Beginner, 1](#)

2 [Esercizi sulle equazioni di secondo grado - Beginner, 2](#)

3 [Esercizi sulle equazioni di secondo grado - Intermediate, 1](#)

4 [Esercizi sulle equazioni di secondo grado - Intermediate, 2](#)

5 [Esercizi sulle equazioni di secondo grado - Advanced](#)

6 [Esercizi risolti equazioni di secondo grado](#)

7 [Problemi di secondo grado](#)

Le equazioni di secondo grado

La risoluzione di un'equazione di secondo grado

Riepilogo: Le equazioni numeriche intere

Le equazioni fratte e letterali

**FAI IL PUNTO SULLE COMPETENZE**

I problemi di secondo grado

**MATEMATICA PER L'AGENDA 2030**

La sicurezza stradale

**FAI IL PUNTO SULLE COMPETENZE**

Le relazioni fra le radici e i coefficienti

La scomposizione di un trinomio di secondo grado

**FAI IL PUNTO SULLE COMPETENZE**

Le equazioni parametriche

Riepilogo: Le equazioni parametriche di secondo grado

**FAI IL PUNTO SULLE COMPETENZE**

La funzione quadratica e la parabola

**FAI IL PUNTO SULLE COMPETENZE**

# OK, Houston, we've a problem!



**Proprietà delle potenze in  $\mathbb{N}$**  ATTIVITÀ INTERATTIVA

→ Teoria a pagina 10

**TEST**  $(2 \cdot 5^2 \cdot 3^3)^3 =$   
 A  $6 \cdot 5^5 \cdot 3^6$   B  $2 \cdot 5^6 \cdot 3^9$   C  $8 \cdot 5^6 \cdot 3^9$   D  $8 \cdot 5^5 \cdot 3^6$

**CACCIA ALL'ERRORE**  
 a.  $5^3 + 5^4 = 5^7$    $5^3 \cdot 5^4$  c.  $(6^5)^2 = 6^7 \cdot 6^{10}$  e.  $13^2 \cdot 13^0 \cdot 13^4 = 13^4$   
 b.  $8^{10} : 8^2 = 8^8$    $8^8$  d.  $7^3 \cdot 2^3 = 14^6 \cdot 14^3$  f.  $3^{12} : 3^2 \cdot 3^5 \cdot 3^4 = 3$

**Proprietà delle potenze**  
 1.  $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$   
 2.  $a^m : a^n = a^{m-n}$ , con  $m \geq n, a \neq 0$   
 3.  $(a^m)^n = a^{m \cdot n}$   
 4.  $a^m \cdot b^m = (a \cdot b)^m$   
 5.  $a^m : b^m = (a : b)^m$ , con  $b \neq 0$  e  $a$  divisibile per  $b$ .

Calcola il risultato delle seguenti espressioni, usando le proprietà delle potenze utilizzate.

**216**  $21^3 : 7^3 = 3^3$ ;  $8^2 \cdot 4^2 \cdot 2^2 = 64^2$ .  
**217** **TEST** Se  $n \in \mathbb{N}$ ,  $7 \cdot 7^n =$   
 A  $7^n$   B  $7^{n+1}$   C 1  D 7  
**218** **TEST** Se  $n \in \mathbb{N}$ ,  $(8^2)^n =$   
 A  $8^{2+n}$   B  $8^{2n}$   C  $8^{2 \cdot n}$   D 8  
**219** **TEST** Se  $n \in \mathbb{N}$ ,  $3^5 \cdot n^5 =$   
 A  $(3 \cdot n)^{25}$   B  $(3 \cdot n)^5$   
 C  $(3 \cdot n)^{10}$   D  $(3 \cdot n)^0$

Considera  $a, b, c$  numeri naturali. Indica quali proprietà delle operazioni e delle potenze giustificano le seguenti uguaglianze. Verifica poi ciascuna di esse per i valori indicati a fianco.

**220**  $a^4 : a^2 = a^2$ ;  $a = 2$ .  
**221**  $(a^b)^c = a^{bc}$ ;  $a = 2, b = 3, c = 2$ .  
**222**  $a^2 \cdot b^2 = (a \cdot c) \cdot (b \cdot c)$ ;  $a = 6, b = 3, c = 2$ .  
**223**  $a^2 \cdot a^b \cdot a^3 = a^{5+b}$ ;  $a = 2, b = 3$ .  
**224** **INVALSI** 2006 Quale delle seguenti espressioni rappresenta il doppio di  $2^{16}$ ?  
 A  $2^{17}$   B  $2^{32}$   C  $4^{16}$   D  $4^{32}$   
**225** **INVALSI** 2012 La decima parte di  $10^{20}$  è:  
 A  $10^{10}$   B  $1^{20}$   C 100  D  $10^{19}$ .  
**226** **TEST** Qual è il quadruplo di  $2^{30}$ ?  
 A  $2^{120}$   B  $2^{60}$   C  $2^{34}$   D  $2^{32}$   
**227** **TEST** La quarta parte del cubo di 4 è:  
 A 16  B  $4^4$   C 4  D  $4^3$ .

**ETA** le seguenti uguaglianze.  
 $5^8 \cdot 5^8 = 5^{16}$ ;  $7^7 \cdot 7 = 14^7$ .  
 $4^6 \cdot 4^2 = 4^9$ ;  $(6^2)^3 = 6^6$ .  
 $10^5 : 5^5 = 2^5$ ;  $20^{20} : 20^{15} = 20^{11}$ .  
 $12^5 \cdot 12^0 = 12^5$ ;  $[(2^3)^2]^3 = 2^{30}$ .  
 $9^{12} : 9^{12} = 1$ ;  $8^4 : 1^4 = 8^4$ .  
 $35^7 : 5^7 = 7^7$ ;  $3^{30} \cdot 11^{30} = 33^{30}$ .

**D10.** Qual è la metà del numero  $\left(\frac{1}{2}\right)^{50}$ ?

- A.  $\left(\frac{1}{4}\right)^{50}$
- B.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{25}$
- C.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{51}$
- D.  $\left(\frac{1}{2}\right)^{49}$

## Risultati in Italia

Ite m	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D1		19,	59,	12,	8,
0	1,0	8	2	1	0

# OK, Houston, we've a problem!



**D14.** L'insegnante chiede: "Se  $n$  è un numero naturale qualsiasi, cosa si ottiene addizionando i tre numeri  $2n+1$ ,  $2n+3$  e  $2n+5$ ?"

Mario afferma: "Si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri".

Luisa risponde: "Si ottiene sempre un numero dispari".

Giovanni dice: "Si ottiene sempre un multiplo di 3".

Chi ha ragione?

- A. Tutti e tre
- B. Solo Mario
- C. Solo Luisa
- D. Solo Giovanni

## Risultati in Italia

Item	Mancata risposta	OPZIONI			
		A	B	C	D
D14	2,1	14,6	8,4	68,0	6,9

## AMBITO NUMERI grado (PN)

## CLASSE III Secondaria di 1°

**D2.** L'insegnante chiede: "Che cosa succede se si addizionano tre numeri dispari consecutivi?". Quattro studenti rispondono nel modo che vedi in tabella.

Indica con una crocetta se le affermazioni fatte dagli studenti sono vere o false.

	Vero	Falso
a. <u>Luisa</u> : si ottiene sempre un numero dispari	?	?
b. <u>Giovanni</u> : si ottiene sempre un multiplo di tre	?	?
c. <u>Andrea</u> : si ottiene a volte un numero pari a volte un numero dispari	?	?
d. <u>Paola</u> : si ottiene sempre il triplo di uno dei tre numeri	?	?

## DAL RAPPORTO NAZIONALE - Distribuzione percentuale

Item	Mancata risposta	VERO	FALSO
D2a	1,2	80,2	18,6
D2b	1,7	62,1	36,1
D2c	1,8	20,2	78,1
D2d	2,6	55,1	42,3

# Problemi risolti?



Tempo, tempo comunque vadano le cose lui passa  
E se ne frega se qualcuno in ritardo, Tempo, di L. Jovanotti



# Mi stavo accontentando anch'io di "Del Monte?"



## Compromesso

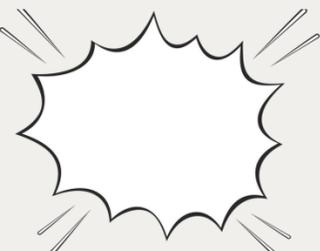
## Sapere insegnto- Sapere appreso

in una visione passivo-ricettiva dell'apprendimento, In virtù di tali compromessi, insegnanti e studenti considerano che l'educazione abbia avuto successo quando gli studenti sono in grado di fornire le risposte accettate come corrette" (Gardner, 2002).

|

*IO NON HO PAURA, DI QUELLO CHE NON SO CAPIRE, DI QUELLO CHE NON VUOI VEDER, DI QUELLO CHE NON SO SPIEGARE, DI QUELLO CHE CI CAMBIERÀ! (F. MANNOIA)*

*LA VERTIGINE NON È PAURA DI CADERE, MA VOGLIA DI VOLARE L. JOVANOTTI*



# Ho sempre fatto così

---

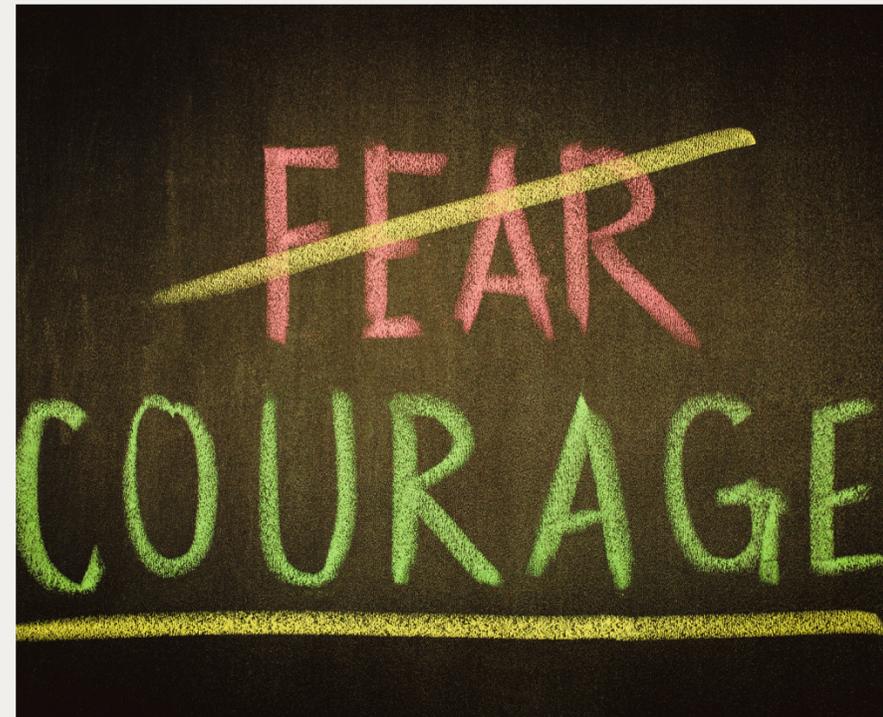
In ogni cosa è salutare, di tanto in tanto, mettere un punto interrogativo a ciò che a lungo si era dato per scontato.

————— **Bertrand Russell**



“Il coraggio, uno, se non ce l’ha,  
mica se lo può dare?”

---



**A me il coraggio lo ha dato  
la Didattica!**

Fondamentale la formazione  
continua e il confronto con i  
centri di ricerca

Ma Nino non aver paura di tirare un calcio di rigore, Non è mica da questi particolari Che si giudica un giocatore,  
La leva calcistica della classe,

F. De Gregori



# Primo cambiamento



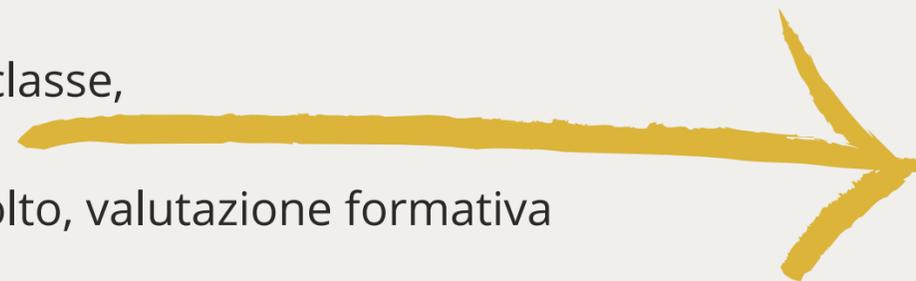
## Classe Laboratorio

- Costruzione di significati degli oggetti matematici
- sviluppo di capacità argomentative



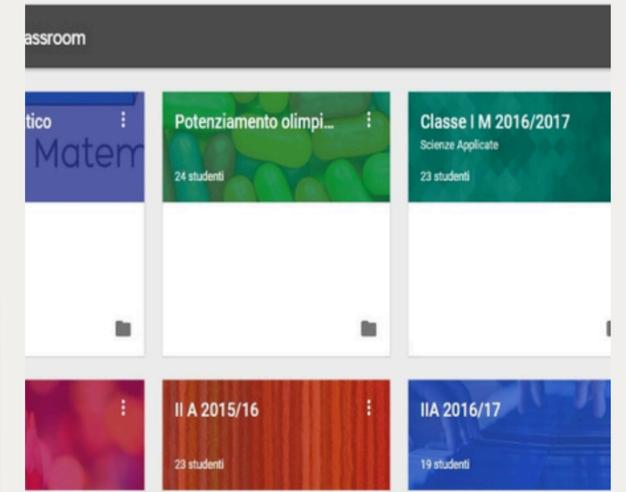
## Docente mediatore

- Discussioni di classe,
- **relazioni**
- riflessioni, ascolto, valutazione formativa

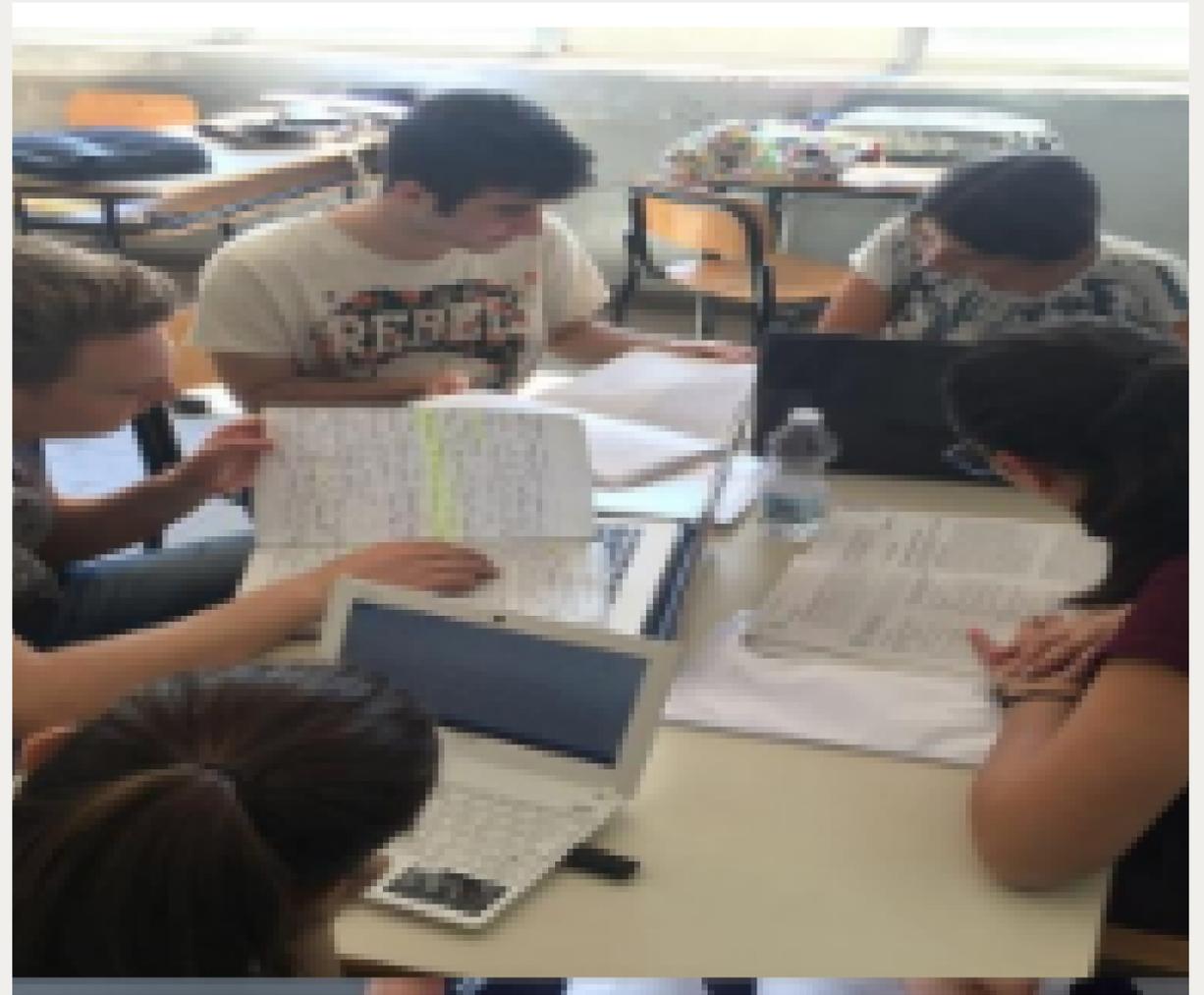


### Relazione

Sono passati abbastanza giorni da quando è iniziata la scuola e abbiamo imparato molte cose che riassumeremo qui:  
Il primo giorno grazie all'esercizio che abbiamo fatto in classe nell'ora di matematica abbiamo capito che se prendiamo quattro numeri consecutivi ed eseguiamo il prodotto dei medi e degli estremi e poi facciamo la loro differenza avremo come risultato sempre due. Questo esercizio però ha avuto anche altri risvolti perché ci ha fatto capire che a causa di errori di distrazione come leggere male la traccia o non fare ciò che essa ti richiede si può sbagliare tutto l'esercizio, quindi dobbiamo prestare molta attenzione e concentrarci solo su ciò che stiamo facendo per riuscire a fare bene il nostro lavoro e non commettere errori che si potevano evitare. In seguito abbiamo capito anche che le cose dipendono dal punto di vista da cui le guardi e che la matematica non è altro che darsi delle ipotesi e riuscire a verificarle e trovare delle risposte alle domande che ci eravamo posti. Nella lezione successiva con la professoressa di matematica abbiamo parlato delle quattro operazioni con i numeri naturali e delle loro proprietà.



Pure da remoto,  
ben prima del COVID



# QdR: Emozioni ed errori



## Il ruolo delle emozioni

Zan, Di Martino

Importanza dello sviluppo di un atteggiamento corretto verso la matematica, in un clima che non generi **solo** emozioni negative, senza interrogazioni/Interrogatori



## La gestione degli errori

occasioni per nuove opportunità di apprendimento (e insegnamento) da sfruttare" (Borasi, 1996),  
strumenti di autoregolazione per prevenire automatismi e perdita di senso (Number sense, Symbol sense)



# Forced or Unforced error



ES. N° 1

$9a^2 + b^2 = (4b + 3)(4b - 3) =$  NON SCOPRONIBILE, CI SONO 2 QUADRATI PERFETTI

$4a^2 + 2ab - b^2 = (2a + b)^2 =$  NON SCOPRONIBILE PERCHÉ NON VI È IL DOBBO PRODOTTO

$(3a - b)^2 = 9a^2 + b^2 = 9a^2 - 6ab + b^2 =$  PERCHÉ DEVONO USCIRE 3 TERMINI DA UN QUADRATO DI BINOMIO, E INOLTRE

\* TRA IL PRIMO E SECONDO TERMI.

non può semplificare

$4a^2 + 2ab - b^2 = (2a + b)^2$

è sbagliato perché non può mai essere un quadrato di un binomio perché altrimenti sarebbe  $(4a^2 + 2ab + b^2)$

$(3a - b)^2 = 9a^2 + b^2$

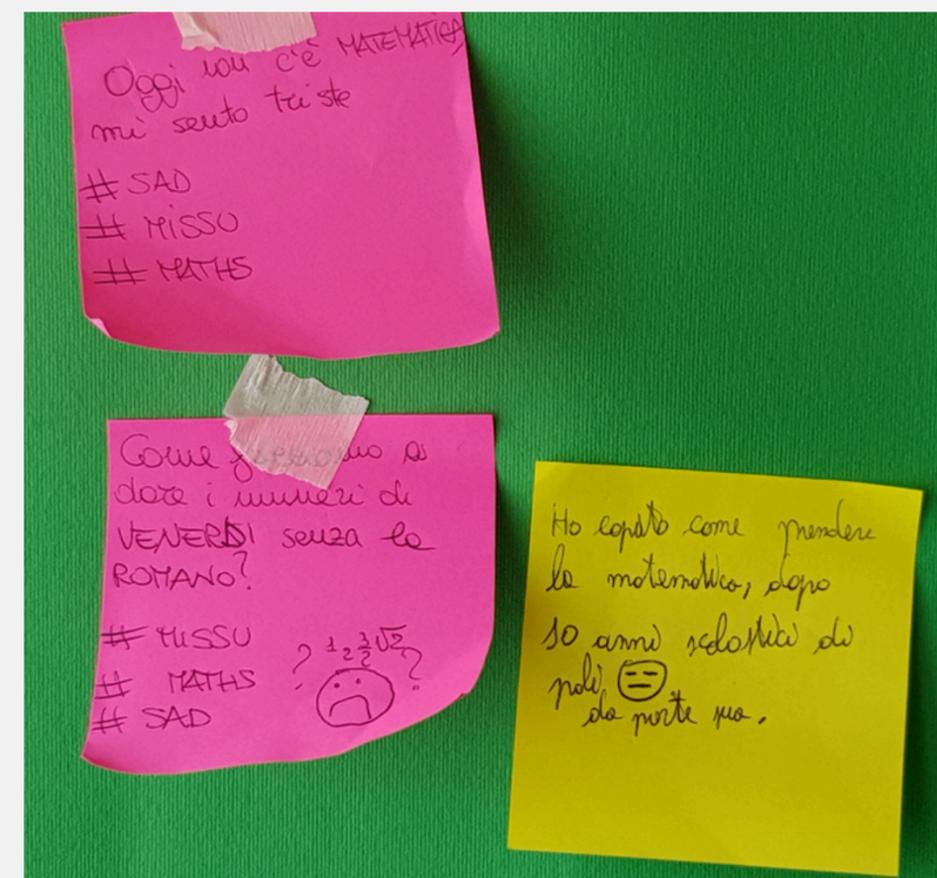
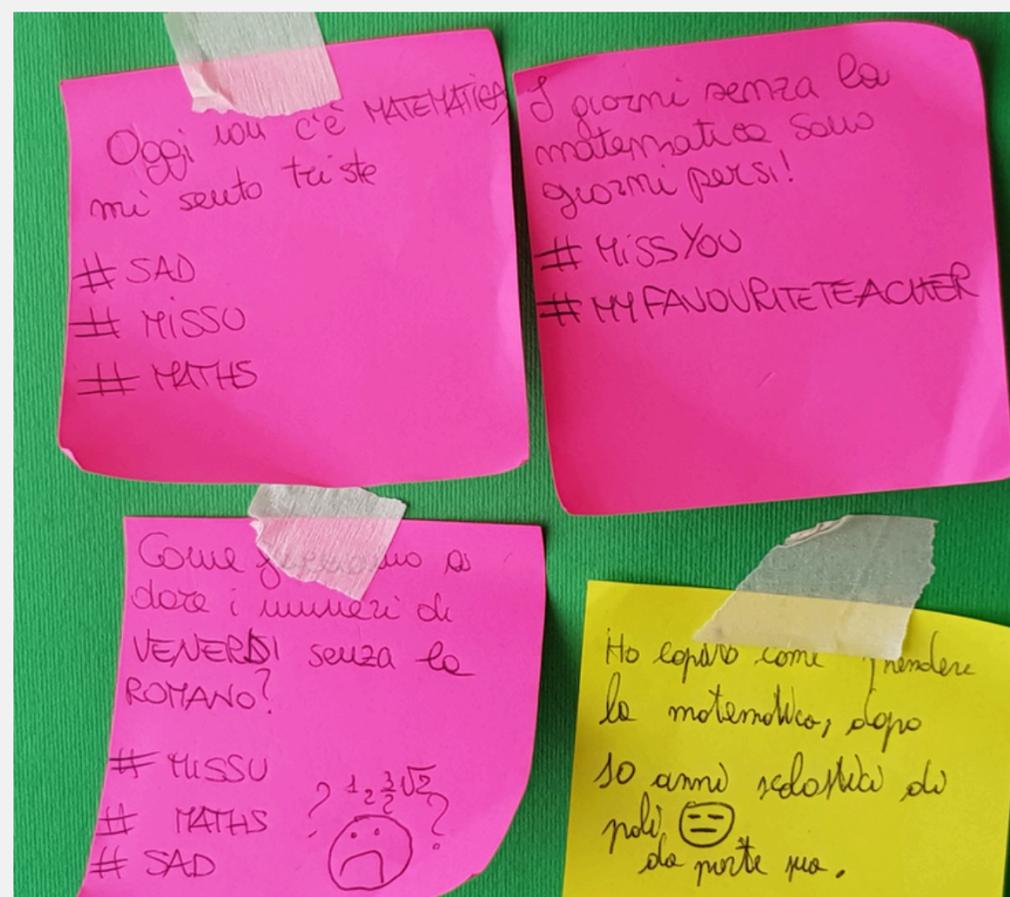
è sbagliato perché il prodotto di

Gestione errori per autoregolazione



# Matematica, non mi fai paura!

---



# Il mio primo tentativo

## I giochi che piacciono alla Romano!

Il commento degli alunni, le prime volte che provavo a modificare la proposta didattica, senza fare peraltro riferimento al libro di testo

"Complete the empty cells to obtain a magic square with sum 9."

	3	
2		1

We follow this with

	2	
1		5

in which the sum is to be 6. This introduces negative numbers as legitimate entries. Then, depending on the class, we give one or two more simple magic squares, before the following, for which the requested sum is 8.

	4	
2		2

da Arcavi Informal Sense making in formal mathematics

# Scelte casuali versus scelte sistematiche



## Episodi interessanti?

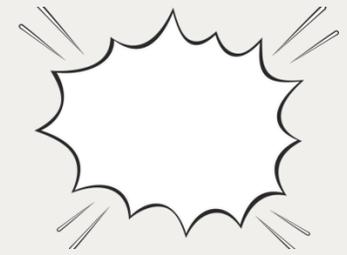
Non basta una episodica attività “distraente”,  
Stimola interesse e curiosità non fa male ma  
bisogna lavorare nel quotidiano



## Contratto didattico

Cultura di classe, basata sulla discussione, la contrattazione,  
l'argomentazione da condividere con gli alunni, i genitori, i  
CDC, per gestire al meglio il contesto.

# Necessità di un quadro teorico di riferimento



## L'insegnamento è una impresa scientifica

(Guidoni, Iannece, Tortora)

### Decisioni o abitudini?

la capacità di "to make hypotheses:

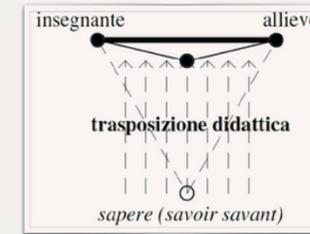
- about the possible development of the students' constructions;
- to preview students' reactions;
- to improvise in front at unforeseen classroom situations" (Malara ...)

si appoggia su solide basi culturali e non su un abitudini acriticamente perpetrate.



Docente come ricercatore, mediatore, decisore

# Trasposizione didattica



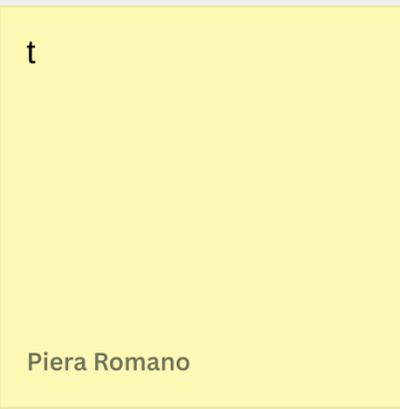
Il processo generale di trasformazione che permette di passare dal sapere "accademico" al sapere insegnato, passando per il sapere da insegnare e che si conclude con la valutazione del sapere appreso agli studenti



**Sapere accademico**



**Sapere da insegnare**



**Sapere Insegnato**

L'insegnante prende in carico non l'apprendimento (che rimane fuori dal suo potere), ma la creazione delle condizioni di possibilità dell'apprendimento (Chevallard, 1986)



**Sapere appreso**

Document the steps taken, changes made, and any additional information relevant to the ticket.



# L'insegnamento è una impresa scientifica



## Necessità di un quadro teorico di riferimento

---

Ingredienti: (Guidoni, Iannece, Tortora)



### Visione della Matematica

Visione globale epistemologicamente fondata della matematica come disciplina scientifica internamente strutturata



### Modello dinamica cognitiva

Modello esplicito di dinamica cognitiva sia "naturale" che "forzata" dalla mediazione didattica, con attività che vadano in risonanza con l'attitudine spontanea del nostro cervello di funzionare per proiezione e successiva selezione di "modelli" (prerappresentazioni secondo Changeux) la cui stabilizzazione costituisce il risultato dell'apprendimento.



# Visioni della matematica e scienze cognitive

## **Relational Understanding and Instrumental Understanding**

*By Richard R. Skemp*

**On the Dual Nature of Mathematical Conceptions:  
Reflections on Processes and Objects  
as Different Sides of the Same Coin**

*by Anna Sfard*

**Pensiero narrativo e il pensiero  
paradigmatico  
di Bruner**

Anna Sfard

**“operational and structural conceptions of  
the same mathematical notion are not  
mutually exclusive. Although ostensibly  
incompatible they are in fact  
complementary”**

**Bruner**

**irriducibili, ma essenzialmente  
complementari**

# Procedurale implica strutturale?

---



Come “funzioniamo”

Il pensiero procedurale, simile a quello narrativo, è favorito dal punto di vista neurofisiologico

Influenza stimoli didattici

Questo evento potrebbe corroborare l'asserzione di Sfard: “the precedence of the operational conceptions over structural is ... an invariant to changes in external incentives” (Sfard, 2000).

Educazione intenzionale

**Il pensiero strutturale, pertanto, è una forma di apprendimento culturale che richiede una mediazione didattica appropriata**



Semplice esercizio?



Dati 4 numeri consecutivi, moltiplica i numeri mediani tra di loro e poi quelli estremi, e fai la differenza tra i numeri così ottenuti. Scrivi sotto i numeri scelti e il risultato ottenuto.



# Dai numeri consecutivi a...?

Algebra e argomentazione



Modello quadratico  
Progressioni aritmetiche,...



Struttura algebrica

4-6 oppure 6-4?



JARABE DE PALO - "DIPENDE" (Video Oficial en italiano)

Linguaggio algebrico



Prova a scrivere 4 numeri consecutivi con le lettere...



$a, b, c, d$  oppure pensi ci sia un modo migliore?



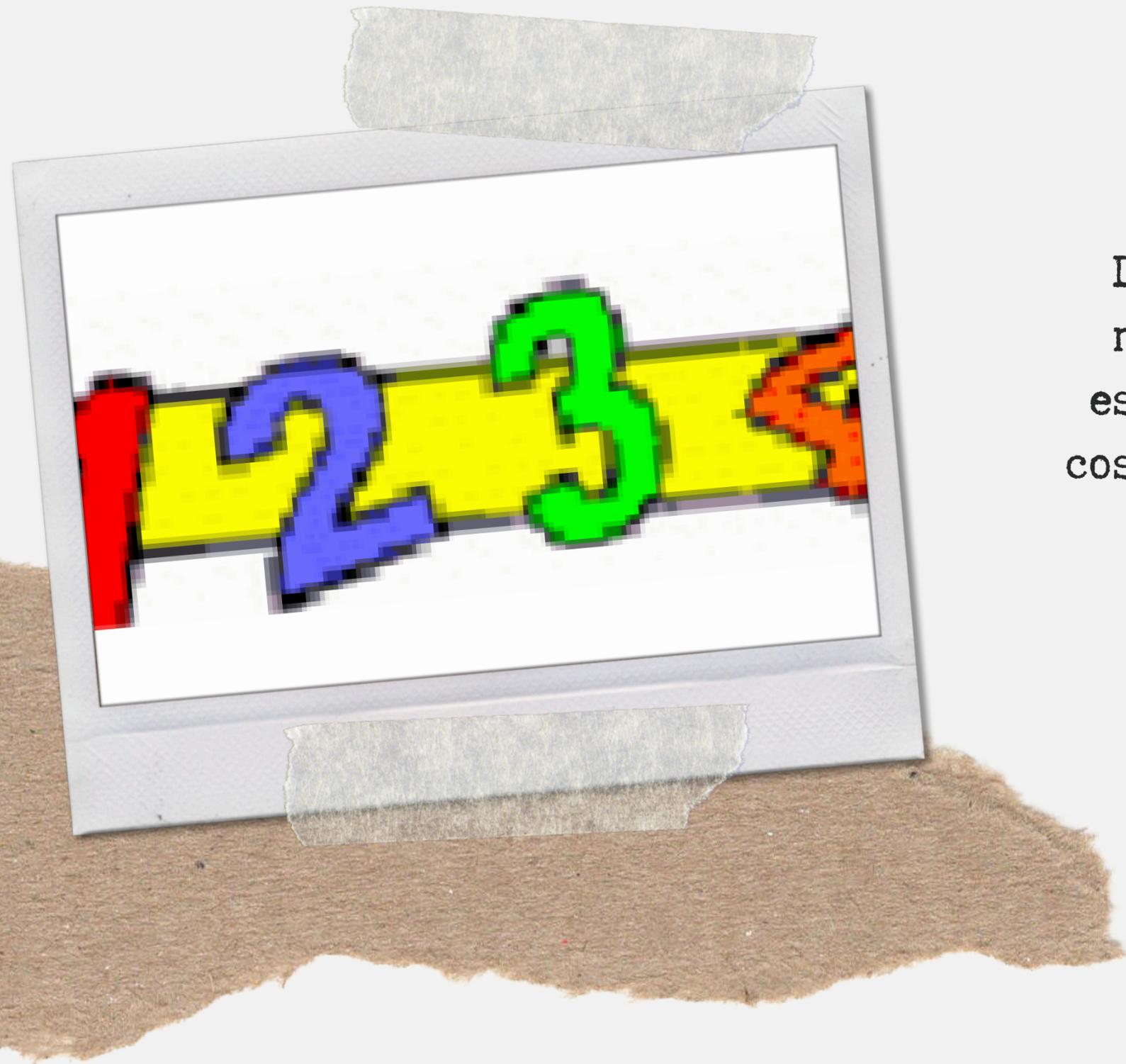
Riusciamo a dimostrare che il risultato è SEMPRE 2?

4 numeri consecutivi  $a, a+1, a+2, a+3$

$$(a+1)(a+2) - a(a+3) = a^2 + 3a + 2 - a^2 - 3a = 2$$

qualunque sia  $a$ !!!!

Next Page >

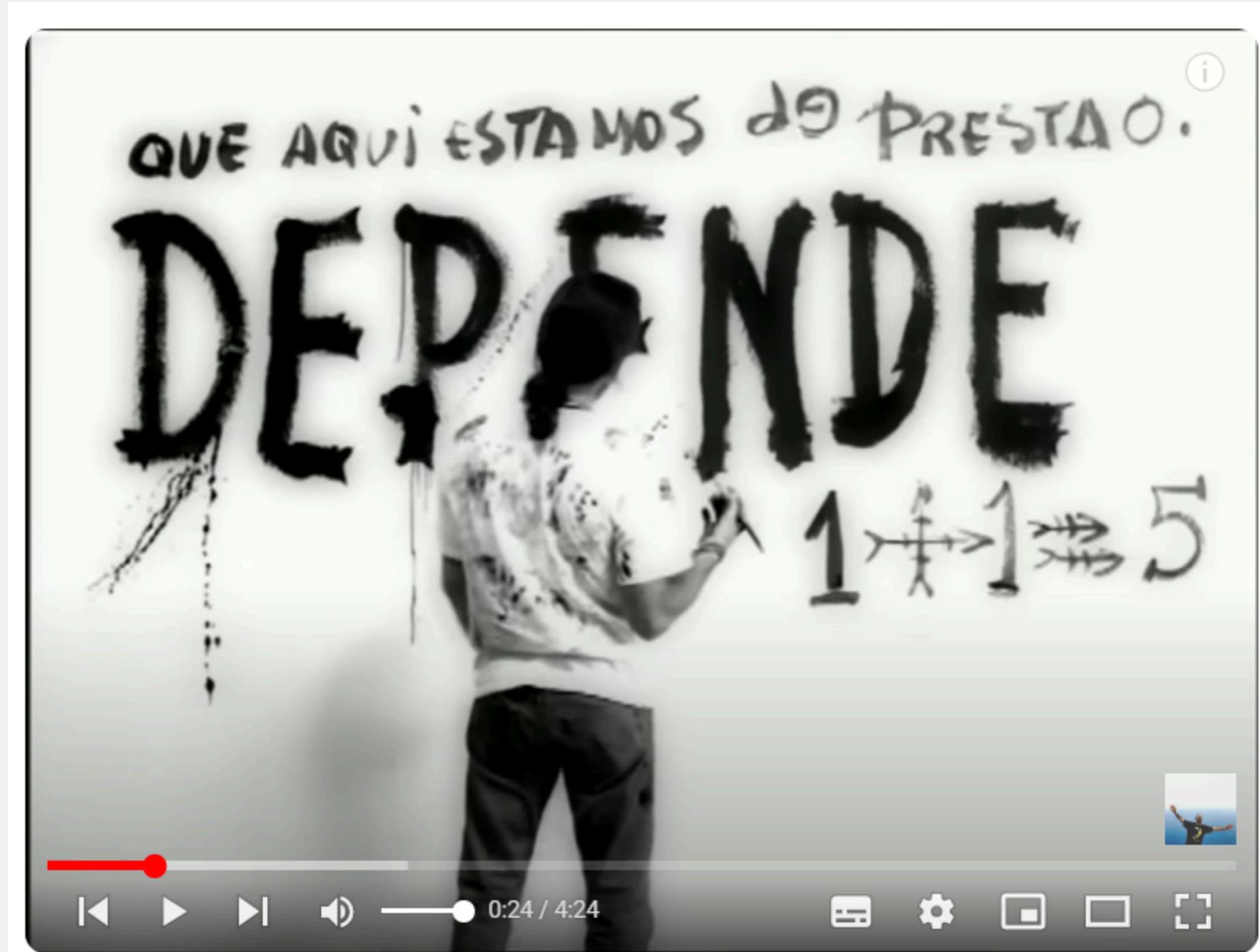


Dati 4 numeri consecutivi, moltiplica i numeri mediani tra di loro e poi quelli estremi, e fai la differenza tra i numeri così ottenuti. Scrivi sotto i numeri scelti e il risultato ottenuto.

2



-2



JARABE DE PALO - "DIPENDE" (Video Oficial en italiano)

# “Forced” error

---



**Nessuno ha scelto  
1,4,7,10?**

**Nessuno ha scelto  
1,1 1,2 1,3 1,4?**

E perché?



Ripeti l'operazione almeno tre volte con altre quaterne di numeri a piacere tuo. Scrivi sotto i numeri scelti e il risultato ottenuto.

Osservi qualcosa di strano? che si ripete?

Pensi sia una coincidenza?

Siamo scelto queste 5 quaterne perché il numero che otteniamo  
 scelto è che le prossime quaterne  
 saranno la successiva dell'ultimo numero  
 delle quaterne precedenti.  
 Di quaterne ~~me~~ possiamo utilizzare  
 infinite, ~~poiché~~.

le quaterne, se moltiplichiamo gli interni e gli est  
 e facendo poi la sottrazione di esse, vedremo che il risultato

Alim 2  
 Tre le quaterne, se moltiplichiamo gli interni e gli estremi  
 e facendo poi la sottrazione di esse, vedremo che il risultato  
 sarà sempre 2, ~~poiché~~. Se facciamo queste quaterne utilizzan  
 do le lettere dovremo fare:  $c = \{a \in \mathbb{N}\}$   $b = a + 1$   
 $= b + 1$   $d = c + 1$   
 $[a + 1 \cdot (b + 1)] - [a \cdot (c + 1)] = 2$   
 $[a \cdot b \cdot c] - [a \cdot d] = 2$   
 tutte le quaterne sono simili perché hanno una regola  
 precisa, cioè la formula precedente che abbiamo  
 ottenuta.

$00000002 \cdot 300000003 - (300000000 \cdot 300000000)$

⏪ Back To...

Secondo il gruppo 3 i prossimi numeri della quaterna sono 14, 15,  
 16 e 17, perché se svolgiamo i calcoli delle altre quaterne il  
 risultato sarà sempre 2, quindi anche  $15 \cdot 16 - 14 \cdot 17 = 240 - 238 = 2$ .  
 Inoltre abbiamo pensato siano proprio questi numeri secondo l'ordine dei  
 numeri precedenti, cioè 2, 3, 4, 5 seguito da 11, 12, 13 e 14, quindi  
 dopo 5, 6, 7 e 8 ci sarà 14, 15, 16 e 17.  
 Prendendo 4 numeri consecutivi che corrispondano ad A, B, C e D  
 possiamo dire che  $B \cdot C - A \cdot D = 2$ . Ad esempio  $A = 101$ ,  $B = 102$ ,  
 $C = 103$  e  $D = 104$   
 $B \cdot C - A \cdot D = 102 \cdot 103 - 101 \cdot 104 = 10506 - 10504 = 2$   
 questa regola vale quindi per tutti i numeri consecutivi che chiameremo  
 A, B, C e D.  
 Insempre Esposito inizialmente suggeriva che il risultato fosse 0, perché se  
 sommano i numeri nella disposizione in cui si trovano (es:  $102 \cdot 103 -$   
 $101 \cdot 104$ ) a coppie e poi si sottraggono, esce 0 ( $(102 + 103) - (101 + 104) =$   
 $205 - 205 = 0$ ) Però poi abbiamo deciso quest'idea perché nelle quaterne

	A	B	C	D
1				
2	a	a+1	a+2	a+3
3	22222222222222	22222222222223	22222222222224	22222222222225
4	Facciamo fare l'operazione richiesta ad EXCEL!			
5	Risultato:	0		
6				
7				

Link al foglio di calcolo



# Ancora un "Forced Error"

Quante prove abbiamo fatto? Ci bastano per essere sicuri che funziona sempre?

Se vuoi verifica con numeri più "grandi" magari con 12 cifre...

proviamo con un foglio di calcolo

**Foglio di calcolo**



Spunta un esempio contrario o...  
un CONTROESEMPIO

Per chi è divisibile 60?



MA NON PER 7!

Chiediamo di ragionare

Ma come  
si insegna a “ragionare”?

E come  
si insegna a pensare?



Ragioniere, voi dovete ragionare,  
se mia moglie è la mia metà, voi  
metà me la dovete dare  
<https://www.youtube.com/watch?v=BIJzjapGKVo>.

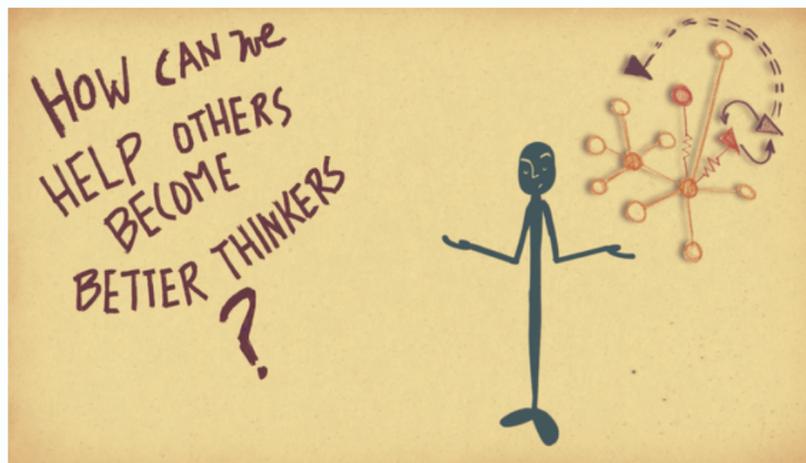


Immagine tratto da  
Project Zero's Thinking  
Routine

**Sai che cosa penso, Che non devi pensare [...]**

**Ma fai rumore, sì. Ché non lo posso sopportare Questo silenzio innaturale ( Fai rumore, Diodato)**



**I used to think...  
But now I think...**



I used to think ...

Now I think ...

**purpose** This routine helps students reflect on their thinking about a topic or issue and explore how and why that thinking has changed. This routine also develops students' ability to identify and talk about their thinking itself.

Synthesizing & Organizing Ideas

**See Think Wonder**



What do you see?



What do you think is going on?



What does it make you wonder?

**purpose** This routine encourages students to make careful observations and thoughtful interpretations. It helps stimulate curiosity and sets the stage for inquiry.

Introducing & Exploring Ideas

Routine che aiuta a :

- riflettere sul proprio pensiero; connettere la nuova conoscenza alla nuova conoscenza;
- esplorare come cambia il proprio pensiero;
- parlare del proprio pensiero

Routine che aiuta a :

- Incoraggia osservazioni attente;
- interpretazioni critiche
- Stimola la curiosità,
- potenzia l'apprendimento by Inquiry

Prima pensavo che  
i numeri naturali  
non avevano un  
denominatore

Ora so che il loro  
denominatore  
può essere 1

I MONOMI  
PRIMA PENSAVO  
CHE.....  
ERA SO CHE...

PRIMA PENSAVO CHE...  
UN MONOMIO: -2b<sup>3</sup> - "INDICASSE  
IL SEGNO DI 2b

ORA SO CHE "INDICA IL SEGNO  
DI 1 (COEFFICIENTE).

Pensavamo che 2 potesse essere un monomio. Ora sappiamo che tutti i numeri possono essere monomi

Prima pensavo che ogni numero senza la parte letterale non fosse un monomio. Ora so che se un monomio può essere costituito anche dal grado 0

Prima non sapevo che anche un numero potesse essere un monomio. Ora lo so perché basta immaginare la parte letterale con esponente 0.

PRIMA PENSAVAMO CHE QUALUNQUE NUMERO SEQUITO DA UNA PARTE LETTERALE CON QUALSIASI ESPONENTE FOSSE UN MONOMIO. ORA SAPPIAMO CHE LA PARTE LETTERALE DEVE AVERE ESPONENTE POSITIVO

# I used to think... now I think



$y = \frac{\log_3 x}{\log_5 x}$

① faccio il cambio base a  $\log_5 x$   
 $\log_a b = \frac{\log b}{\log a}$

② faccio il reciproco e semplifico i due  
 $\log_3 x$

D.  $x > 0$

$y = \log_3 x \cdot \frac{\log_3 5}{\log_3 x} = \log_3 5$

Nel compito mi sono confuso e ho scritto  $\frac{\log_3 x}{\log_5 x}$  come  $\log_3 x - \log_5 x$ , quando in realtà non poteva essere perché tale proprietà è valida solo se si tratta di una differenza di logaritmi ma un rapporto

Prima pensavo che il "-" in una radice non avesse anche quando la radice ha esponente pari. Es.  $\sqrt{-3}$ . Ora so che una radice con esponente negativo e una radice con esponente pari sarà impossibile.

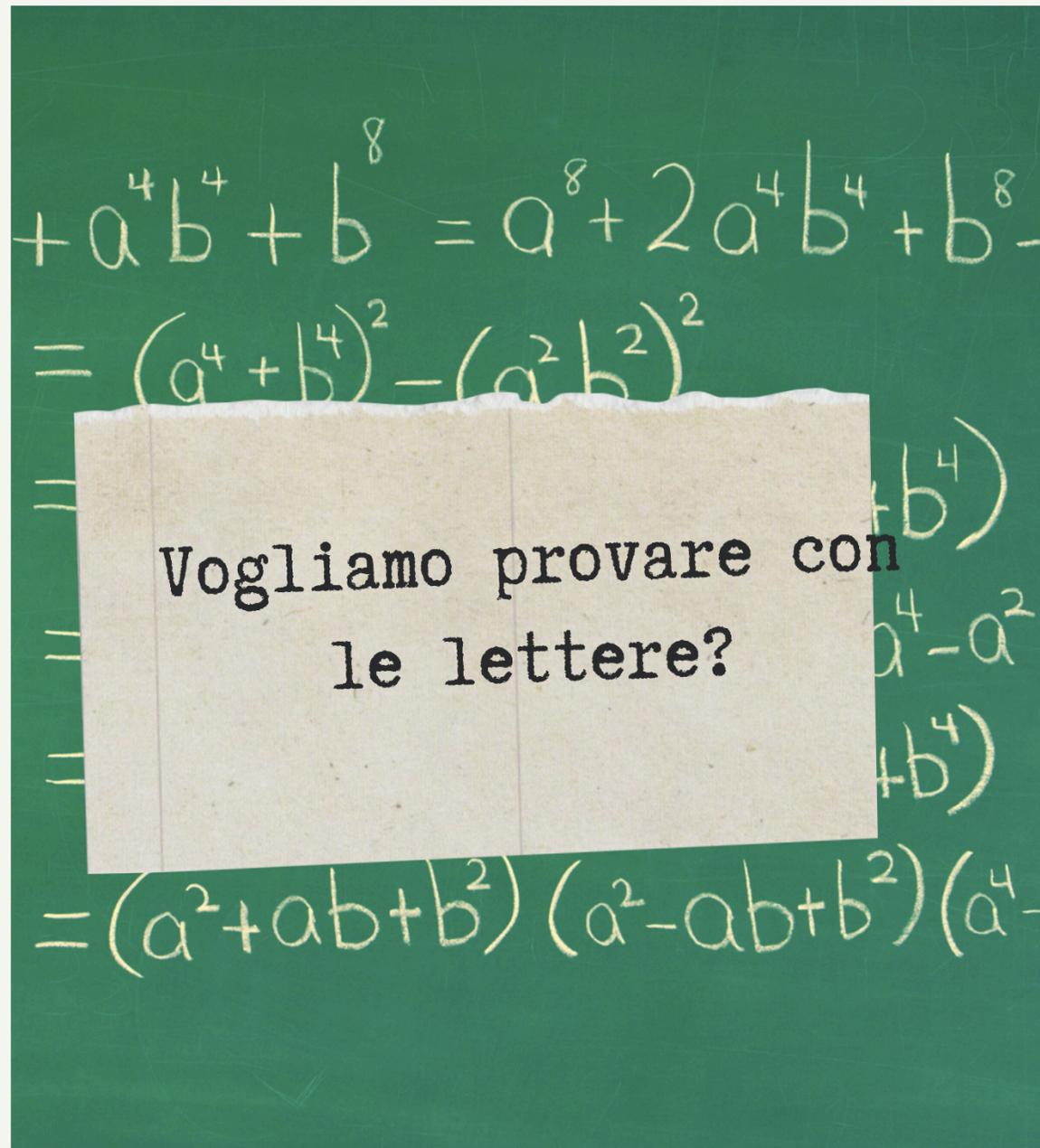
$\frac{\log_3 125 - \log_3 5}{\log_3 18 + \log_3 2} \rightarrow \frac{\log_3 (125 / 5)}{\log_3 18 + \log_3 2} \rightarrow \frac{\log_3 25}{\log_3 36} \rightarrow$

$\rightarrow \log_3 \frac{25}{2} \rightarrow 2 \log_3 \frac{5}{2} \rightarrow \log_3 5$

NEL COMPITO NON HO FINITO DI SVOLGERE L'ESERCIZIO POICHÉ NON AVEVO PENSATO DI SCRIVERE  $\log_3 25 \rightarrow 2 \log_3 5$

Nuova modalità di valutazione

# Le regole del linguaggio algebrico



Prova a scrivere 4 numeri consecutivi con le lettere..



Preferisci a,b,c,d oppure pensi ci sia un modo migliore?

# Ora dalle lettere ai numeri

DOMANDA 3

Posso ottenere tutti i  
numeri primi con la  
formula seguente?

$$n^2 + n + 17$$

NO

$$323 = 17 * 19$$

n	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
	19	23	29	37	47	59	73	89	107	127	149	173	199	227	257	289	323

# Argomentazione in ambito algebrico

Riusciamo a dimostrare  
che il risultato è  
SEMPRE 2?

Utilità del calcolo algebrico

Ruolo della variabile

I 4 numeri consecutivi diventano  $a, a+1, a+2, a+3$

$$(a+1) \cdot (a+2) - a \cdot (a+3) = a^2 + 2a + a + 2 - a^2 - 3a = 2$$

qualunque sia  $a!!!!$

# Educazione all'argomentazione



## Anche, non solo, in geometria

Si arriva alla geometria euclidea dopo vari esempi di dimostrazione in ambito algebrico



## La dimostrazione per convincere gli altri

Uno dei possibili altri modi per avviare alla dimostrazione, in matematica, dopo che con i numeri consecutivi già abbiamo educato alla dimostrazione per spiegare il perché

### Il processo euclideo

Grazie alla [geometria euclidea](#), per dimostrare teoremi e postulati, la nostra aula si trasforma in un tribunale!



Gli elementi che abbiamo a disposizione si trasformano in testimone avvocati, dell'accusa e della difesa. E proprio come se fosse un verdetto è affermato nei postulati!

Un teorema può essere dibattuto in tribunale, con una delle due parti che invece è convinto del contrario. Le frasi che di solito si usano sono:

- Chiamo a testimoniare...
- Obiezione, vostro onore!
- Obiezione accolta

**Educazione all'argomentazione, attraverso lo storytelling**  
Quello che sembra solo un gioco diviene strumento di pensiero.

Dati 4 numeri PARI consecutivi,  
moltiplica i numeri mediani tra di loro e  
poi quelli estremi, e fai la differenza tra i  
numeri così ottenuti. Scrivi sotto i  
numeri scelti e il risultato ottenuto.

...e se prendiamo numeri a 3 a 3?

...a 4 a 4 ?

...a  $d$  a  $d$  ?

( In terza,  
In progressione aritmetica di ragione  $d$ ?)

$$y = 2d^2$$

<



# L'importanza dell'osservazione

---



## Da Insegnante riflessivo

whether they find themselves noticing things that previously they had not noticed, but whether they have actions become available which enable them to act differently because of what they notice



## All' Interpretative Knowledge (IK)

Profonda e ampia conoscenza matematica che permette agli insegnanti di sostenere gli studenti nella costruzione delle loro conoscenze matematiche, a partire dai loro ragionamenti e produzioni, non importa quanto non standard o sbagliate possano essere (Ribeiro et al., 2013; 2016)



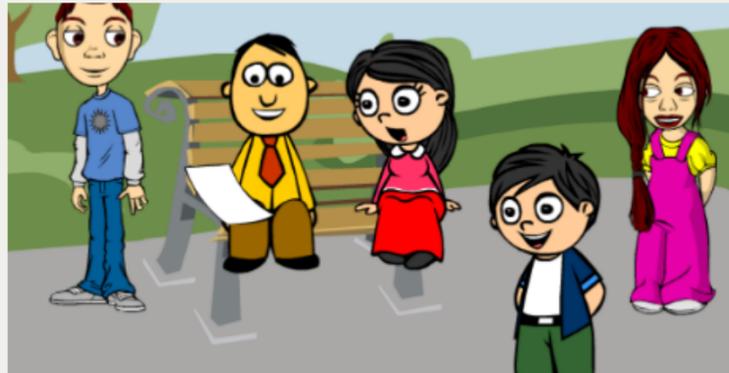
**Pensa che puoi decidere tu, Resta un attimo soltanto, un attimo di più, Con la testa fra le mani.**

**(Pensa, di F. Moro)**





# I 4 numeri consecutivi e il DIST-M



## Forzare ai ruoli

Forzare l'attivazione delle funzioni cognitive necessarie per essere efficaci nelle attività di problem solving. Distinzione tra attori e osservatori



## Prospettive per la valutazione

Valutare anche la metacognizione: se correggo un mio compagno dicendo cosa avrei fatto al suo posto, sto manifestando competenza



## Il docente silenzioso

Dovremmo lasciare parlare gli studenti. In CHAT, ho davvero osservato i loro comportamenti e autovalutato i miei interventi



UN PERCORSO  
DIDATTICO

## STATISTICA E NUMERI RAZIONALI

### Attività M@tabel: I GIOVANI E LA MUSICA 1

Introduzione alla statistica  
descrittiva con interviste

#### 2 NUMERI RAZIONALI E PERCENTUALI

Dalla lettura delle Tabelle di frequenza  
alla necessità dei numeri razionali.  
Propri/impropri...c'è differenza?

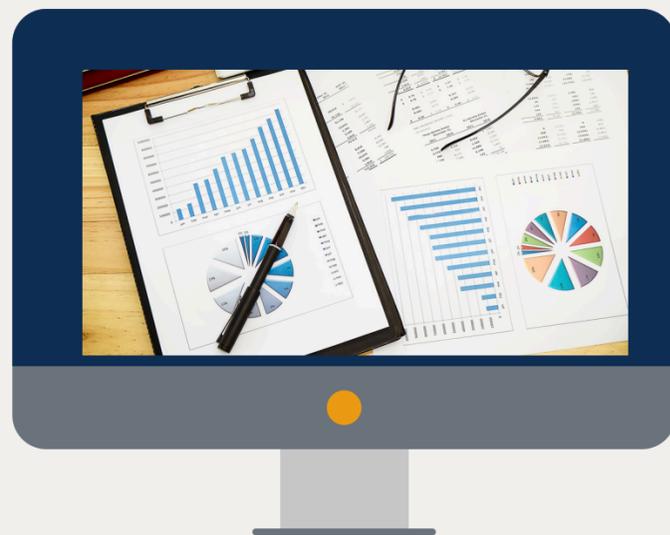
#### 3 DIAGRAMMI DI EULERO VENN

La rappresentazione  
insiemistica per leggere  
le tabelle in orizzontale.  
I problemi sugli insiemi

5 TEST  
Valutazione delle  
competenze acquisite

#### 4 RAPPRESENTA ZIONE GRAFICA

Le varie  
tipologie di  
grafico e i  
relativi  
significati



UN PERCORSO  
DIDATTICO

**GONIOMETRIA  
(E ONDE)  
COORDINATE  
POLARI, NUMERI  
COMPLESSI**

[⏪ Back To Table Of Contents](#)

ONDE E  
GONIOMETRIA

1

Il contesto fisico dà senso alle  
funzioni goniometriche e  
motiva le "formule"



2

LE COORDINATE POLARI E I  
VETTORI

Nuovi modi di muoversi sul piano  
Recupero di competenze "Dure" in Fisica



3

I NUMERI COMPLESSI

Oggetto matematico  
affascinante,  
compendio di diverse  
competenze

4

TRIGONOMETRIA

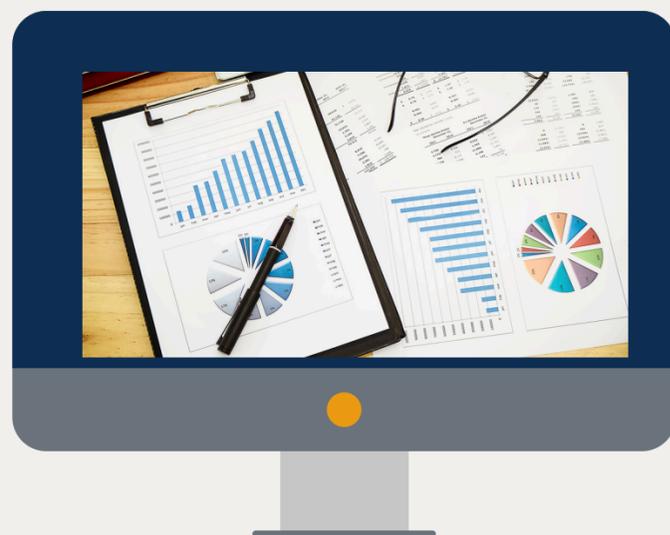
La necessità di  
risoluzione dei  
triangoli, anche in  
Fisica



5

TEST

Valutazione delle  
competenze acquisite



UN PERCORSO  
DIDATTICO

SULLE FUNZIONI DI II  
GRADO



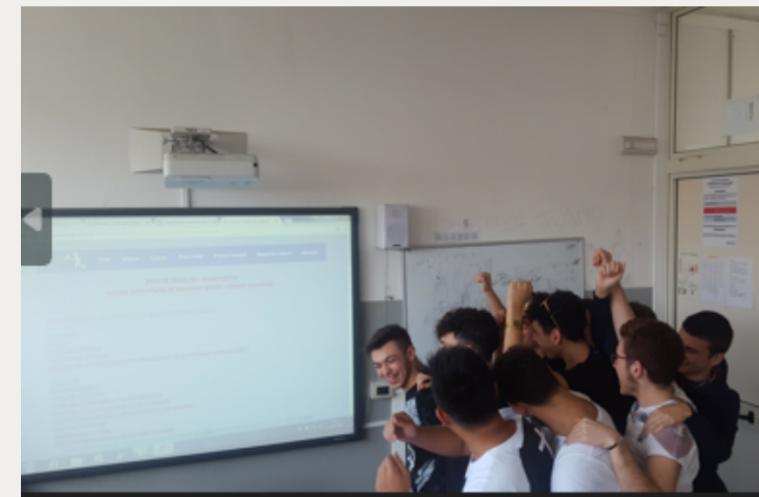
# Embodied Cognition



## Il ruolo del movimento

I processi mentali sono strettamente collegati con l'esperienza corporea e sensoriale.

I concetti matematici hanno origine dalle esperienze corporee degli esseri umani, attraverso una loro rielaborazione nella forma di metafore concettuali (Lakoff & Núñez,)



## Il contributo degli strumenti

La calcolatrice grafica, il foglio di calcolo che diventano strumento di mediazione semiotica





# Matematica in Movimento Thinking Classroom

Necessario e possibile cambiare  
la gestione dell'aula

Occorre davvero dare loro il  
tempo per pensare, per  
muoversi, per muoversi e  
pensare allo stesso tempo. Far  
fare esperienze che favoriscano il  
ricordo...

Educare ad abitudini di pensiero

**Democrito** Il discorso è l'ombra dell'azione.



Confronto sul possibile significato  
dell'affermazione fatta da Tiziano Ferro e il  
significato matematico che gli allievi attribuiscono  
valore assoluto

*TU SEI IL MIO VALORE ASSOLUTO!*

**La migliore dedica possibile!**



# Comunication and cognition



In questo mio presente e relativo vuoto, tu sei il mio vero e unico **valore assoluto**

## BRAINSTORMING

Ogni gruppo ha avuto delle Flash Cards su cui era riportato il ritornello della canzone e gli studenti, in gruppo, sono stati invitati a scrivere la loro interpretazione della frase ripetuta da Tiziano Ferro. Si è avviato il confronto sul possibile significato dell'affermazione fatta da Tiziano Ferro e il significato matematico che gli allievi attribuiscono valore assoluto

NINO = Tiziano ferro dice: "Tra tutte le mie incertezze sei il vero e unico valore assoluto". Quindi, a parer mio, intende che tra le incertezze, lui/lei è la sua unica sicurezza

secondo me tiziano ferro vuole far capire che il suo amore è un valore assoluto tra tante incertezze.

Con Valore assoluto possiamo intendere che grazie a quella persona tu riesci a prendere tutte le cose negative in un modo positivo.

Visto che un numero può essere uguale ad un altro in valore assoluto sia per quando è positivo che quando è negativo penso che in questo caso si intenda che starà con lui nel bene e n

Essere per me il valore assoluto significa che con somme di azione negative e positive, tu per me sarai sempre la parte positiva di me

Secondo me Tiziano Ferro vuole intendere con valore assoluto che quella persona è una cosa molto importante per lui, inestimabile che è l'unica cosa a cui lui tiene veramente.

Credo che Tiziano Ferro con "valore assoluto" nei confronti del suo partner intendesse che lui è la sua soluzione, quello che lo completa

Secondo me quando Tiziano Ferro dice "valore assoluto" io lo intendo come quell'amore incondizionato che non potrà mai essere modificato in base alle cose negative che posso

Vittorio: Secondo me Tiziano ferro, attraverso la canzone valore assoluto, vuole far capire l'amore puro che sente nei confronti della persona amata.

Secondo me per lui il valore assoluto intende che nel bene o nel male lui amerà sempre perchè lei è un valore assoluto

Tiziano Ferro con la canzone "valore assoluto" intende dire che il suo amore nei confronti della sua partner è assoluto, supera ogni limite, e che la sua partner lo completa in tu

Se pioveressero dal cielo tutti i cuori del mondo lo raccoglierei il tuo soltanto: Tiziano Ferro vuole intendere che tra milioni di scelte (cuori) del mondo, lui sceglierebbe solo ed escl

Quando Tiziano dice "valore assoluto" io lo intendo come unica sicurezza nelle precarietà della sua vita, vede come perno a cui attaccarsi senza alcun dubbio

Secondo me Tiziano Ferro quando parla di valore assoluto intende che la persona che si ferisce è il suo valore massimo tra tutto

Secondo me Tiziano Ferro con il termine "valore assoluto" indica l'amore della sua vita che per lui è unico e duraturo nel tempo

# FUORI DALL'AULA

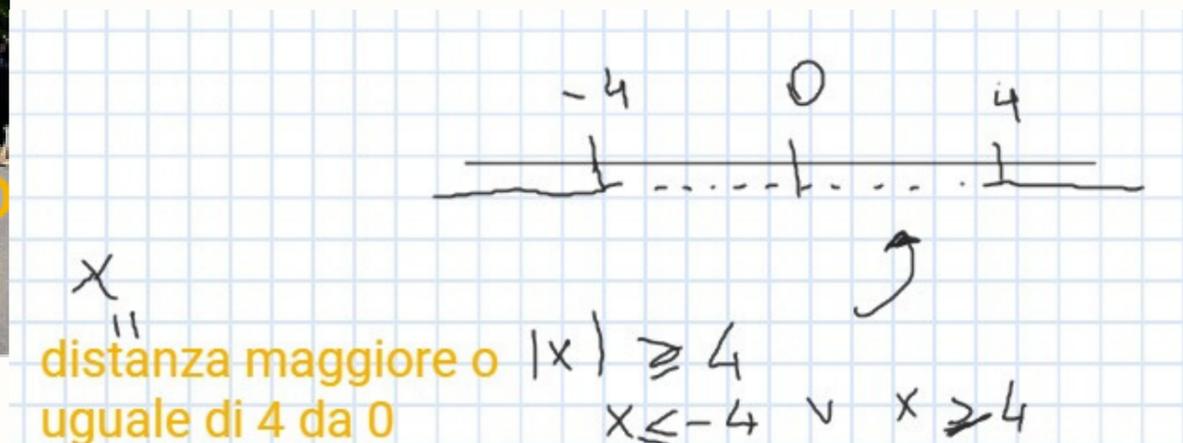
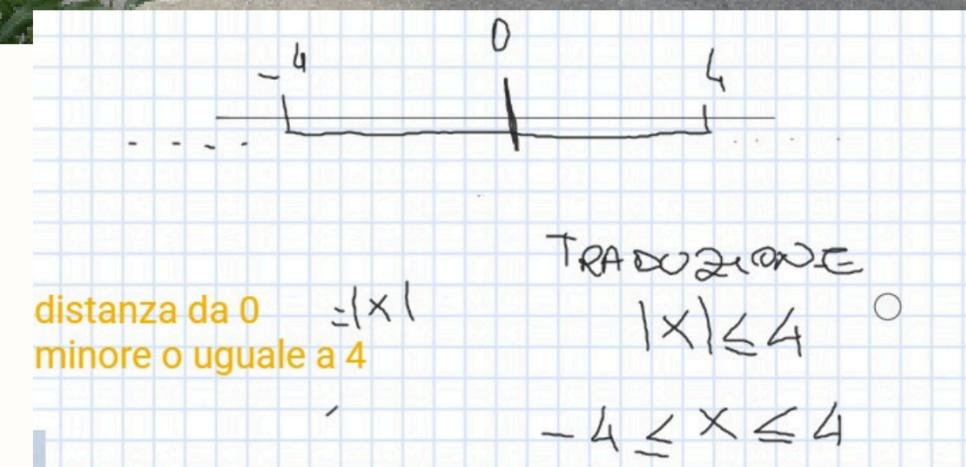
I ragazzi nel cortile della scuola si accordano su sistema di riferimento, unità di misura, utilizzando la segnaletica di terra dei punti di raccolta in caso di evacuazione e si dispongono di volta in volta secondo le indicazioni della docente



distanza da Elisa  
minore o uguale a 4



distanza maggiore  
uguale di 4 da El



**THINK:** Cosa pensi di sapere già sull'argomento matematico che è coinvolto nell'attività fatta?

**PUZZLE:** Quali domande o dubbi hai su questo argomento?

**CONNECT:** Ti viene in mente un argomento matematico, o di un'altra disciplina, che si risolve in maniera simile?

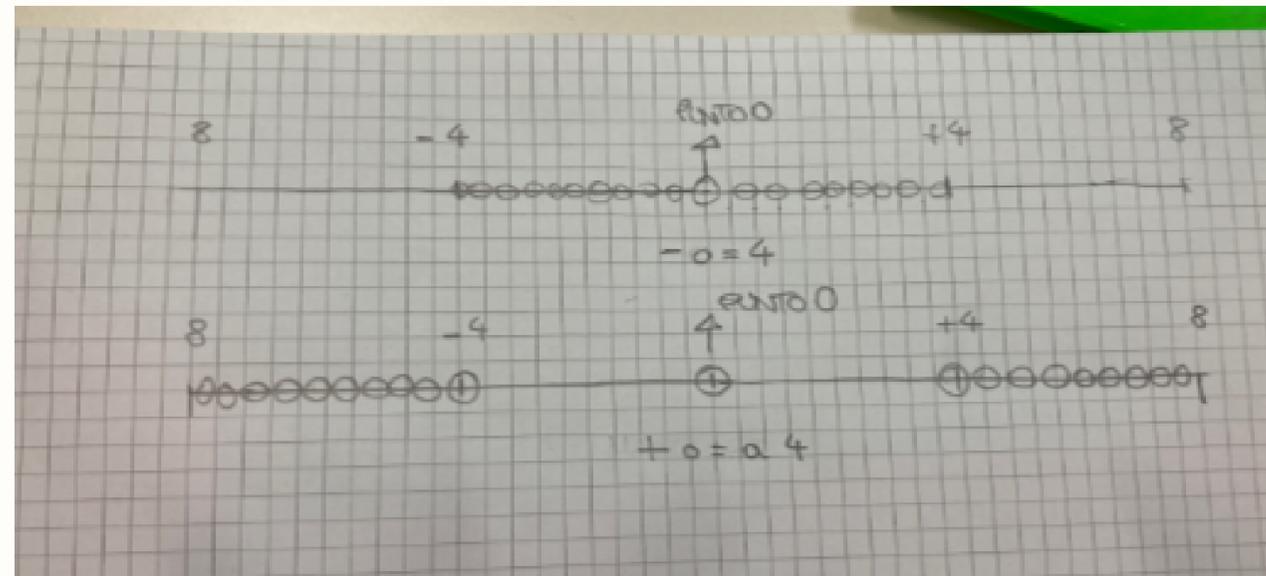
## ANALOGIE E DIFFERENZE

Agli studenti, individualmente, viene chiesto di dire cosa hanno “visto” in cortile, e cosa ne “pensano”.

Soprattutto, si fanno emergere le analogie e le differenze con la soluzioni di una disequazione di II grado

Thinking routines sulle attività svolte in cortile

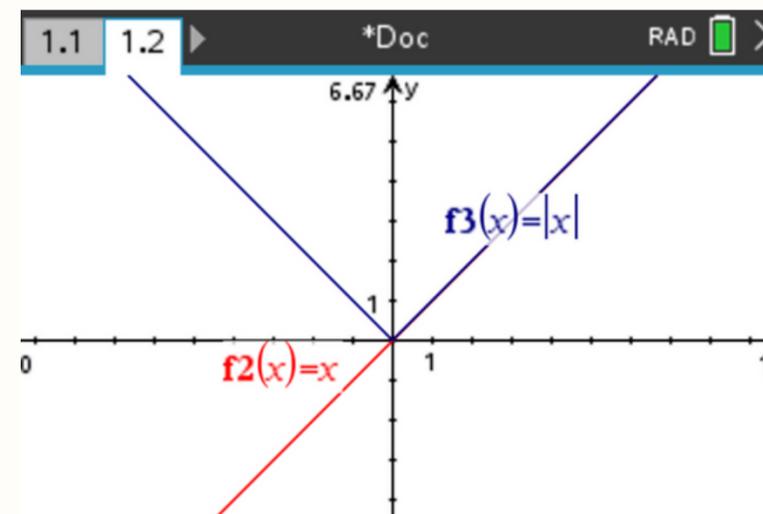
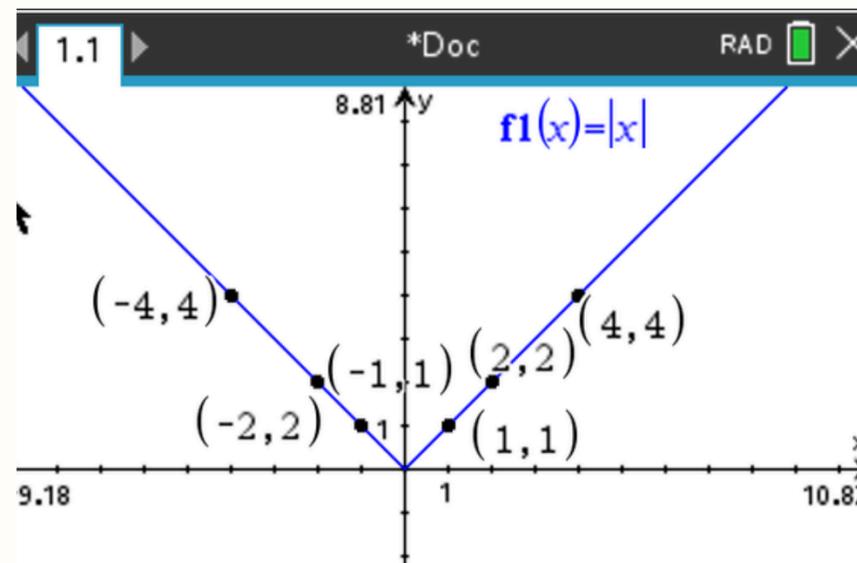
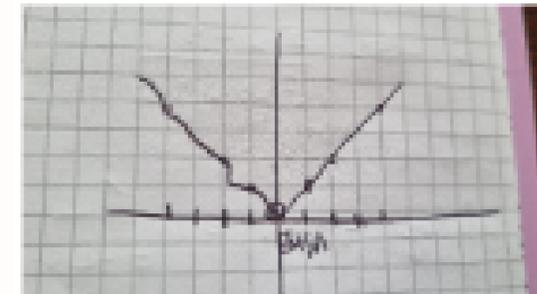
Think - Puzzle - Connect



# RAPPRESENTAZIONE GRAFICA

Dopo aver introdotto la definizione di valore assoluto, con una scheda di lavoro di gruppo i ragazzi hanno rappresentato i dati raccolti in cortile e hanno poi confrontato la loro rappresentazione con quella di  $y=|x|$

Temperatura	Distanza
1. a. 100m	+1
2. a. 100m	+2
3. a. 100m	+1
4. a. 100m	+2
5. a. 100m	+4
6. a. 100m	+1

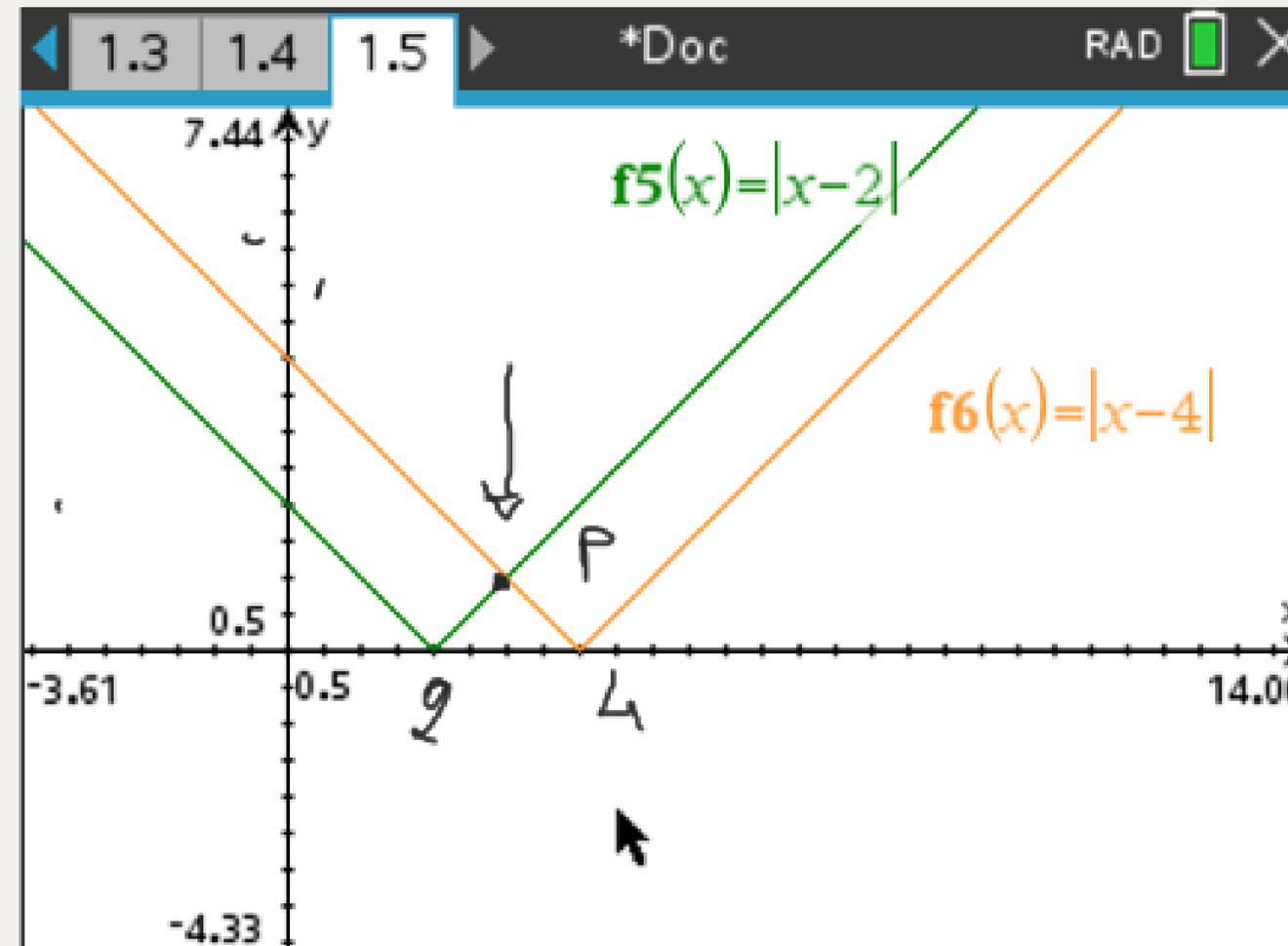
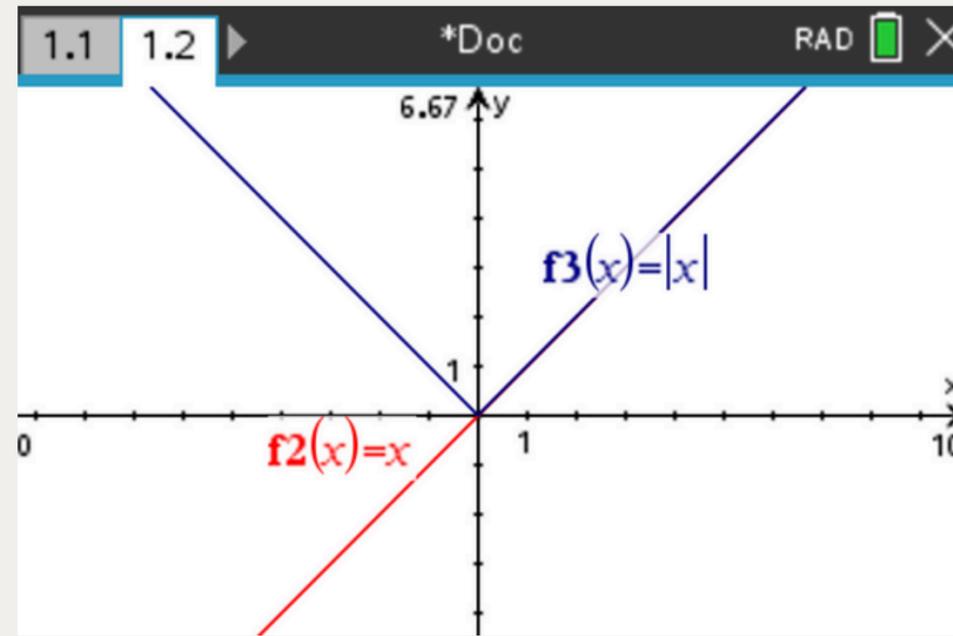
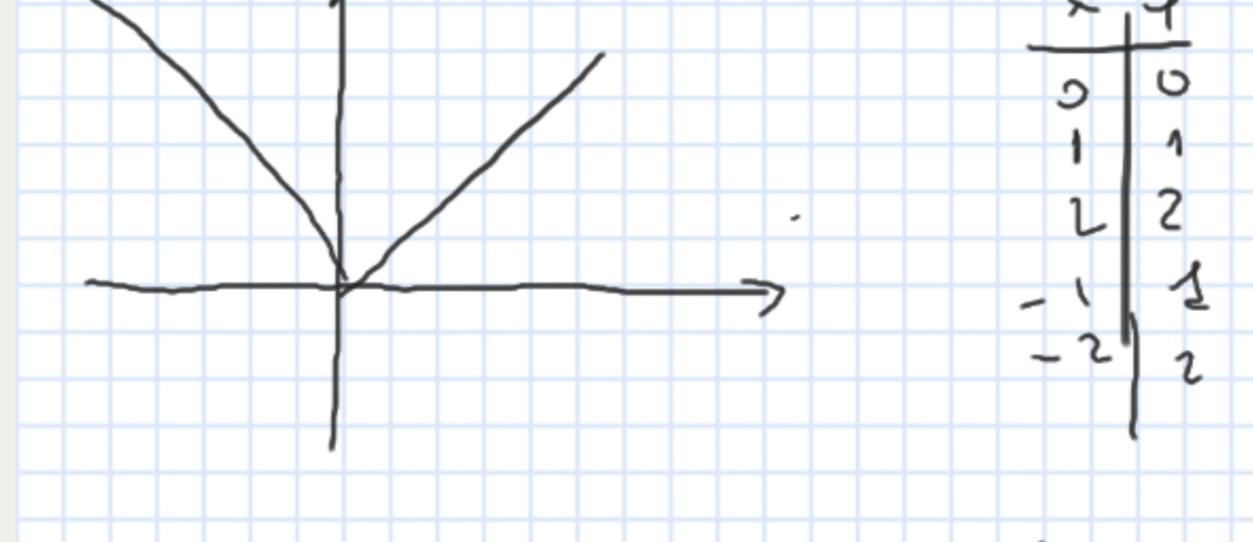


## VERSO LA DEFINIZIONE A TRATTI

Con con la possibilità di usare la calcolatrice grafica.

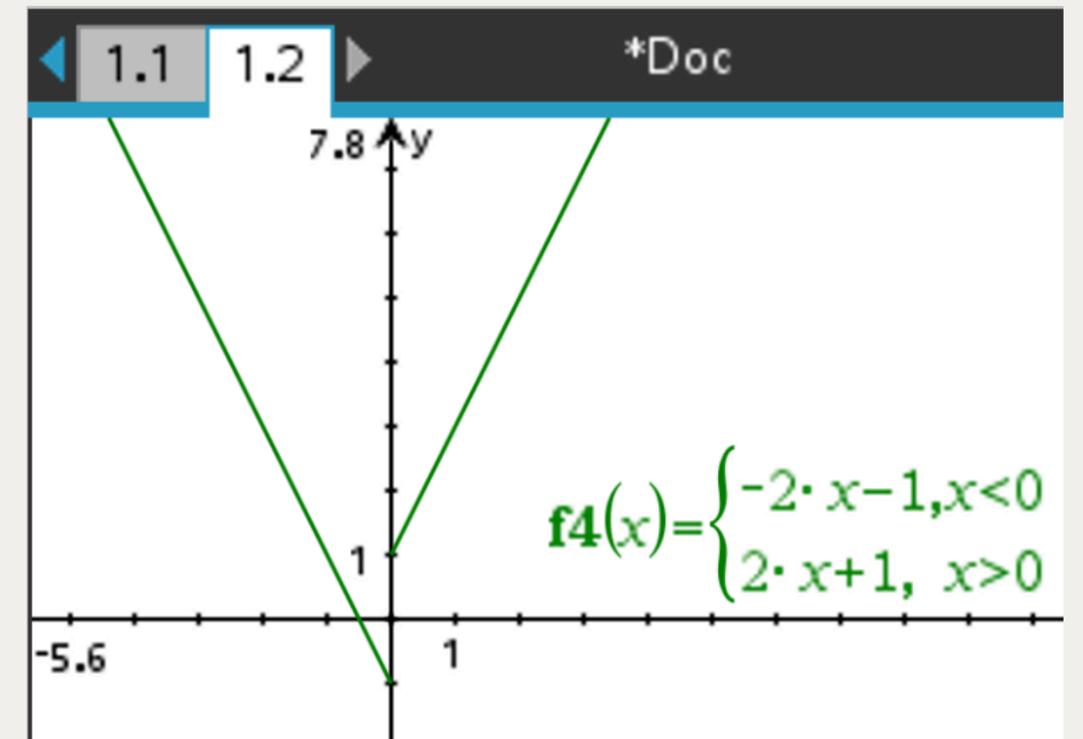
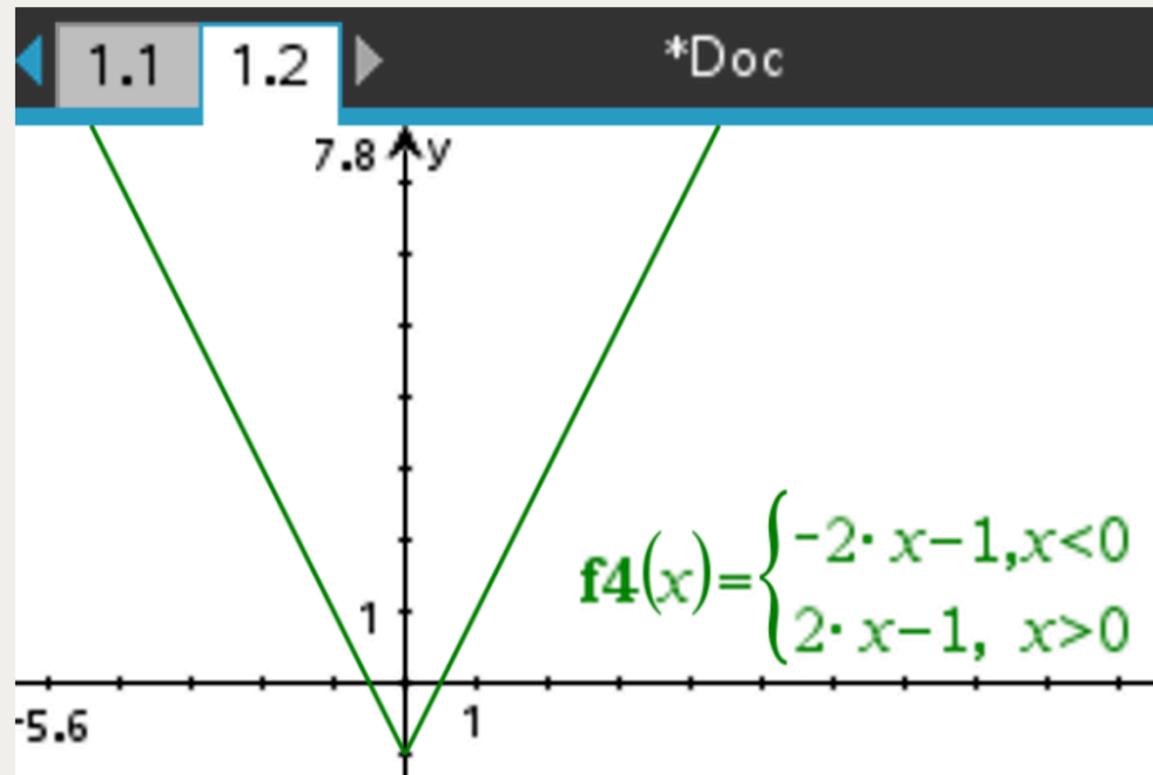
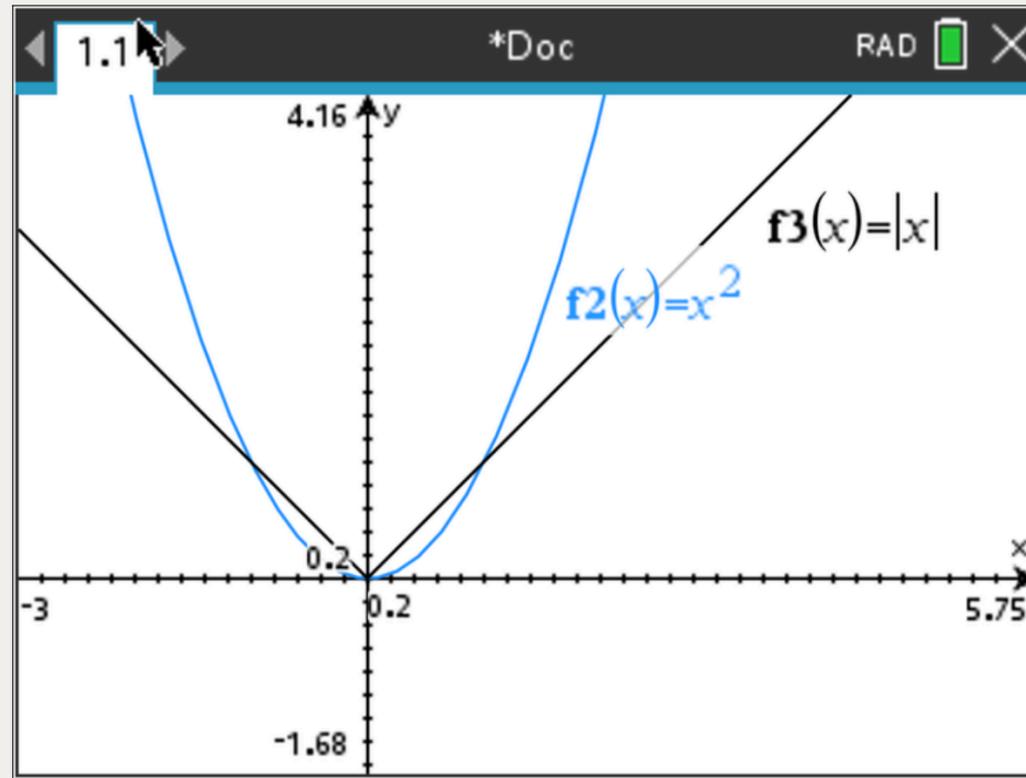
# Funzione Valore Assoluto

$$y = |x|$$



$$|x-2| = |x-4|$$





Prima pensavo: che il valore assoluto era la cosa più grande possibile  
ORA SO: che rende belle anche le cose brutte

Prima pensavo: che il valore assoluto fosse la cosa migliore possibile  
ORA SO: penso che fa diventare positive anche le cose negative

PRIMA PENSAVO: Con Valore assoluto possiamo intendere che grazie a quella persona tu riesci a prendere tutte le cose negative in un modo positivo  
ORA SO: che avevo capito bene

Prima pensavo che che Tiziano Ferro con "valore assoluto" nei confronti del suo partner intendesse che lui è la sua soluzione, quello che lo completa  
ORA SO: che voleva dire che migliora la sua vita

Prima pensavo: Tiziano Ferro quando parla di valore assoluto intende che la persona che si ferisce è il suo valore massimo tra tutto  
ora So: che forse voleva dire che rende la sua vita più bella

Prima pensavo: Tiziano Ferro con il termine "valore assoluto" indica l'amore della sua vita che per lui è unico e duraturo nel tempo  
Ora so: come dice la mia prof, la mia vita è già bella senza di te,

PRIMA PENSAVO CHE: Tiziano ferro a parer mio, intende che tra le incertezze, lui/lei è la sua unica sicurezza  
ORA SO CHE: forse è una certezza nel senso che è sempre una cosa positiva

# Saper leggere, scrivere, parlare in Matematica



## Il ruolo del linguaggio

Approccio linguistico che studia il rapporto tra registri colloquiali e registri evoluti, particolare quello matematico, e la flessibilità nell'uso dei linguaggi

Difficoltà nei quesiti aperti INVALSI e PISA

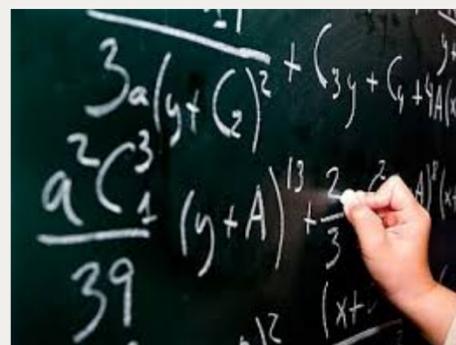
Indicazioni Nazionali che invitano ad abituare alla scrittura in ambito matematico attenzione agli aspetti linguistici nella progettazione didattica



## La gestione della scrittura

Approccio cognitivo che tiene conto dell'importanza delle rappresentazioni semiotiche e della necessità di coordinare diversi registri (Duval)

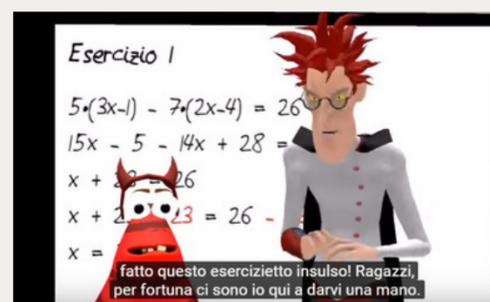
# Modalità Innovative o semplice Make-up?



Lavagna o LIM?



Diritta o capovolta?



# La comunicazione è efficace?

---

## COMPLESSITÀ DISCIPLINARE INTRINSECA

La matematica è un sistema di simboli e di termini tecnici, con una propria specificità. Essi stessi, nonché le definizioni possono andare in conflitto con l'immagine mentale che si è venuta a formare in ciascuno

## PROBLEMI IN ITALIANO O IN MATEMATICA?

Discrepanza tra il linguaggio naturale, linguaggio di classe, linguaggio matematico con una maggiore necessità di mediazione didattica



# Progetto Vivarium



## DISPAC UNISA con il prof. A. Bisogno

costruzione di pagine Wiki, per e con gli studenti, pubblicate su wiki locale, con WIKIMEDIA

The screenshot shows a Wikipedia page titled "Appunti di viaggio". The page content includes a paragraph about the material being integrative of the two-year mathematics lessons, followed by a list of four core areas: 1. Numeri, o anche Aritmetica ed algebra; 2. Relazioni e funzioni; 3. Spazio e figure, o anche Geometria; 4. Dati e previsioni. Below the list is a cartoon strip titled "NEANUTS" with four panels. The first panel shows a character with a question mark above their head. The second panel shows a character saying "Signorina, posso chiederti una cosa?". The third panel shows a character asking "C'è sono alcune cose in questo test di matematica che non capisco?". The fourth panel shows a character replying "Tutte quei numeri!".

Set \$wgLogo to the URL path to your own logo image.

Main page  
Recent changes  
Random page  
Help

Tools  
What links here  
Related changes  
Special pages  
Printable version  
Permanent link  
Page information

Page Discussion Read View source

### Appunti di viaggio

Il contenuto di queste pagine è da considerarsi materiale integrativo delle lezioni di Matematica del biennio. Si tenta di fornire un'interpretazione degli argomenti trattati utilizzando diversi registri di rappresentazione per il percorso di apprendimento e il raggiungimento degli obiettivi formativi

Nel Quadro di riferimento per la Matematica a cura dell'INVALSI e nelle Indicazioni Nazionali per i Licei, i contenuti di matematica vengono suddivisi in 4 nuclei fondanti, certamente ad intersezione non vuota:

1. Numeri, o anche Aritmetica ed algebra;
2. Relazioni e funzioni;
3. Spazio e figure, o anche Geometria;
4. Dati e previsioni.

Si tenterà in queste pagine di mettere in evidenza le connessioni possibili tra i diversi nuclei.

### Le mie pagine

Addizione e sottrazione	Appunti di viaggio	Calcolo algebrico
Differenze prime	Differenze seconde	FAQ
Funzione quadratica	Geometria euclidea	Glossario
Grafico di una funzione	Home page Wiki Piera Romano	I Prodotti notevoli e la Geometria
Il segno meno	Impossibile	Main Page
Modelli matematici	Moltiplicazioni	Numeri
Operazioni algebriche	Prodotti notevoli	Progressione aritmetica
Proporzionalità quadratica	Regolarità	Relazioni e funzioni
Scomposizione di un polinomio		

### Le mie categorie

Numeri  
Relazioni e funzioni  
Linguaggio: segni e simboli



# Wiki e Matematica?

---

## SCRITTURA CONDIVISA

P.Ferrari afferma «ha potenzialità in gran parte inesplorate e si presta ad attività di grande rilevanza, sia da un punto di vista della collaborazione che del linguaggio.»

## RICADUTE DISCIPLINARI

Sviluppo della competenza linguistica

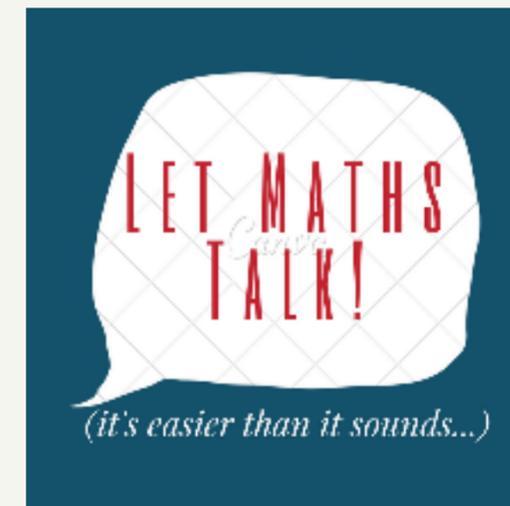
Atteggiamento meno statico dei soggetti nei confronti del sapere matematico

Atteggiamento costruttivo dei soggetti nei confronti del linguaggio della matematica

Organizzazione concettuale della disciplina e progettazione di un testo

## IL NOSTRO WIKI

Pagine di Matematica per raccontare la matematica per noi, ma anche per un pubblico estraneo alla classe, per ovviare al problema dei libri di testo poco utilizzati se non per gli esercizi



# Wiki e Matematica?

---

## DAL LINGUAGGIO PARLATO

Docente: "Descrivete i grafici in figura questa funzione?"

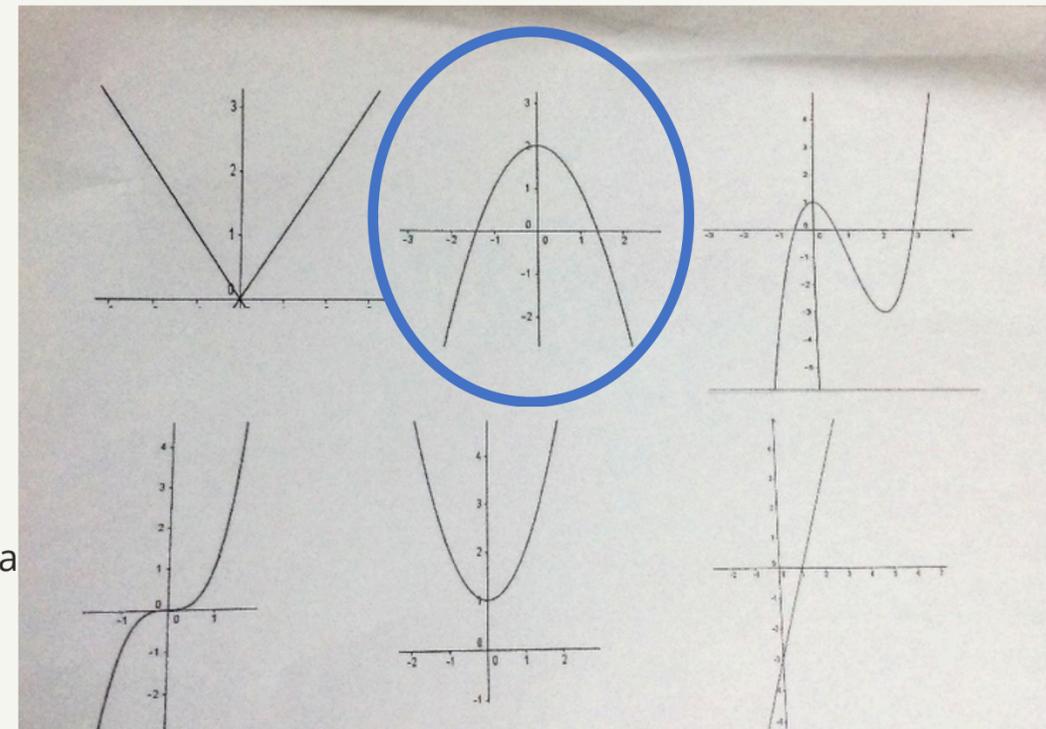
....

(riferiti alla funzione nel riquadro)

Mattia: "è una curva, e non è lineare!"

Daniele: "è un pallonetto; è una curva che ha una massima estensione e poi ritorna sulla stessa y con x diverse"

F: "prima sale, poi scende!"



## AL LINGUAGGIO FORMALE

Dal gergo di classe, informale ad un registro colto con termini appropriati

concordi  
segno ~~negativo~~ ser  
segno ~~diverso~~ ser  
one di simmetria

## LA MATEMATICA COME DISCORSO

### COMOGNITION (A. Sfard)

Il linguaggio non è solo uno strumento di comunicazione ma influenza il pensiero in modo determinante e contribuisce alla costruzione della conoscenza

Strumento critico per l'apprendimento e l'insegnamento.

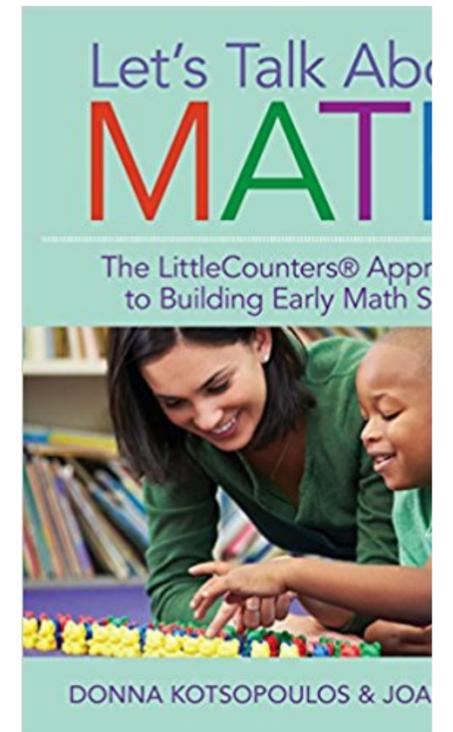
La discussione matematica porta alla **costruzione** di significato, riflessione per finalizzare il linguaggio alla comprensione di nuovi concetti.

In matematica non si ha scelta: bisogna oggettificare, perché la matematica semplicemente non esiste senza oggettificazione! (Sfard)  
La matematica non esiste se non grazie ad un linguaggio ben costruito



The screenshot shows the NCTM website with a navigation bar at the top containing: Classroom Resources, Publications, Standards & Positions, Research & Advocacy, and Conferences & Professional Development. Below the navigation bar, there are several featured items:

- Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching Practices (Grades 6-8)** by Margaret L. Smith, Michael G. Steiner, and Mary Lynn Kuth.
- Taking Action: Implementing Effective Mathematics Teaching Practices (Grades 9-12)** by Melissa Beaton, Frederick Dilts, Margaret L. Smith, and Stephen Miller.
- 2017 NCTM Summer Interactive Institutes** in Baltimore, including:
  - July 17-19: **FACILITATING MEANINGFUL MATHEMATICAL DISCOURSE**
  - July 20-22: **SUPPORTING STUDENTS' PRODUCTIVE STRUGGLE** FOR PRE-K-GRADE 12



“Mathematics can be thought of as a language that must be meaningful if students **are to communicate mathematically** and apply mathematics productively. It is important, therefore, to provide opportunities for them to “talk mathematics.” (NCTM Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, p. 26)



# Necessità di mediazione “forzata”

## Sanno scrivere?

“E’ illusorio credere che gli studenti possano acquisire il linguaggio matematico semplicemente aggiungendo qualche convenzione e un po' di simboli al linguaggio che utilizzano quotidianamente” (Ferrari)

Facendo riferimento alla verifica precedente, cerca di utilizzare, laddove è possibile, il linguaggio simbolico della matematica, e tradurre le espressioni formulate in linguaggio naturale in espressioni contenenti parole (simmetria, simmetrica, concavità rivolta verso..., vertice, minimo, zeri di una funzione) e simboli tipici della matematica ( $>0, <0, f(x)$ ).

**Gruppo: Silvio the best , Sasà , Componente 4ever:**

Linguaggio naturale	Linguaggio matematico
La funzione si trova solo nel primo e nel secondo quadrante	$f(x) > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
Primo zero e secondo zero di una funzione	$x_1, x_2$
CONTINUA TU	
Se disegniamo la parabola è negativa la parte compresa tra gli zeri	$a > 0 \quad f(x) < 0 \quad x_1 < x < x_2$
La funzione è maggiore di 0 prima del primo zero e dopo l'ultimo 0	$a > 0 \quad F(x) > 0 \quad x_1 < 0 \vee x_2 > 0$
Il segno della funzione è positivo/ negativo	$f(x) > 0 \quad f(x) < 0$
$x^2$ moltiplicata un numero positivo, addizionata continuerà ad essere positivo	$ax^2 + c > 0 : c > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$
non esiste una x appartenente ai numeri reali che elevata al quadrato è minore di	$\nexists x \in \mathbb{R} : x^2 < 0$



$$x(x+1) = x^2 + x$$

$$x(x+1) - (x-1)^2$$

$$x(x+1) = 2$$

$$x = 1$$

$$x - y + 3 = 0$$

In tutte c'è il segno =   
 In tutte c'è una x

- variabile?
- incognita?
- lettera dell'alfabeto?
- parametro

A qualcuno delle precedenti domande  
avevo risposto **SI**

E la risposta è la stessa per  
tutte le scritture precedenti?

lavoreremo per chiarirci



Antonio

Consegnato

Completato in ritardo

100% | Testo nor... | Arial | 11 | B I U A



	Classificazione (equazione, identità, espressione, relazione, affermazione...)	Se trovi ciò che c'è scritto nella prima colonna, cosa ti viene in mente di fare?
$x(2x + 1) = 1$	equazione	porto alla forma $ax+bx+c=0$ e utilizzo la formula quadratica
$x(2x + 1) = 2x^2 + x$	identità	rendere i due membri uguali
$(x - 1)^2 - 3(2x - 5)$	espressione	espandere e sommare, $x^2-8x+16$
$x + 2y - 3 = 0$	funzione	isolare y, $y=3/2-x/2$

Chiara

Consegnato

Completato in ritardo



Eleonora

Consegnato

Completato in ritardo

100% | Testo nor... | Arial



$$x = 3$$

$$2x - 6 = 0$$

$$x = 3$$

richiesta

$$2x - 6 = 0$$

equazione

portare il 6 a destra  
cambiandolo di segno e poi  
dividere per 2

$$\frac{2x+7}{x} = 3$$

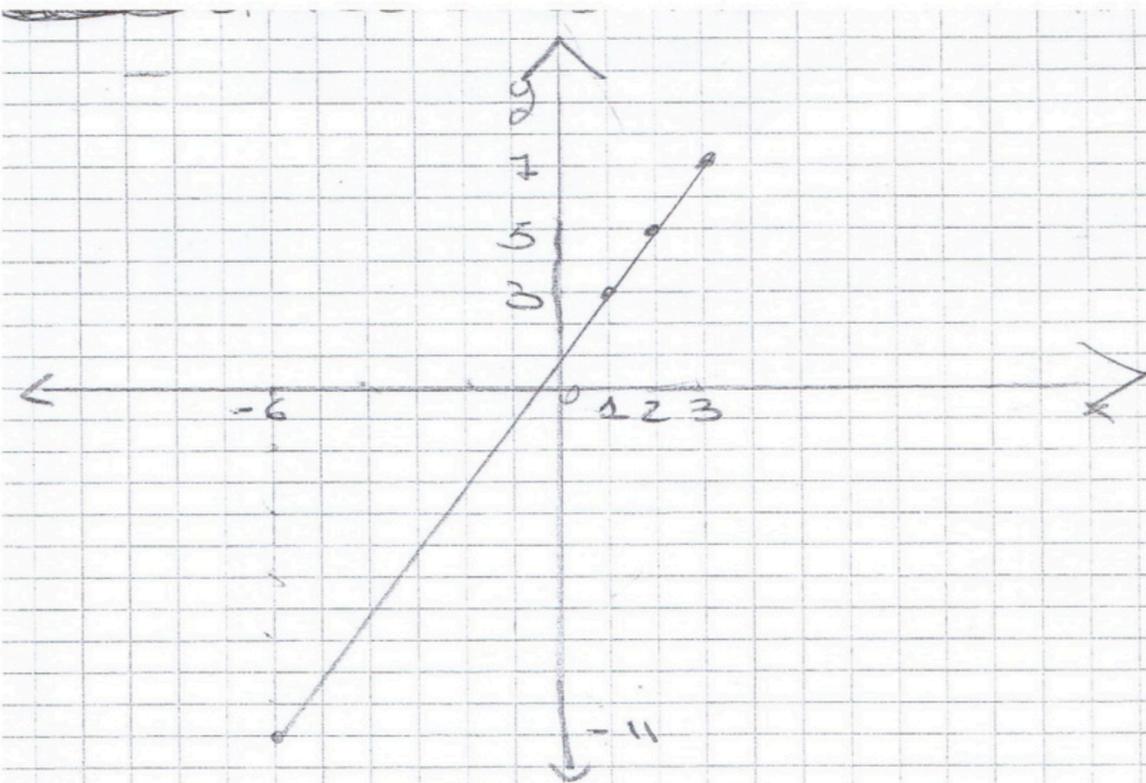
equazione

portare il 3 a sinistra  
cambiandolo di segno e  
risolverla trovandomi il  
m.c.m. così da poter  
eliminare il denominatore

$$y = \frac{1}{x}$$

affermazione

dare un valore o alla x alla  
y



$$y = x + 1$$

x	y
1	3
2	5
3	7
-6	-11

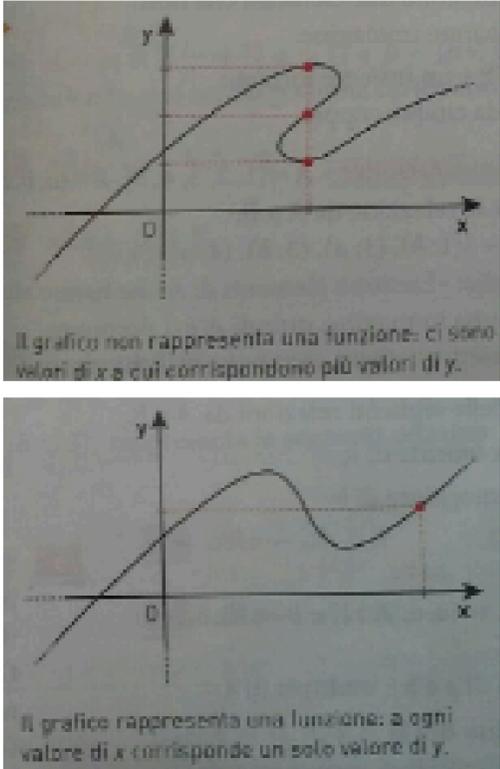
Per rappresentare nel piano cartesiano la funzione lineare  $y = mx + q$ , ~~se~~ dobbiamo considerare  $y = mx$  l'equazione di una retta passante per l'origine. L'equazione  $y = mx + q$  è rappresentata da una retta di coefficiente angolare  $m$ . La costante  $q$  viene detta ~~se~~ l'ordinata all'origine per il fatto che indica l'ordinata del punto della retta che sta sopra (o sotto) l'origine.

Quando il coefficiente angolare è positivo la retta è in salita (~~con~~  $m > 0$ ).

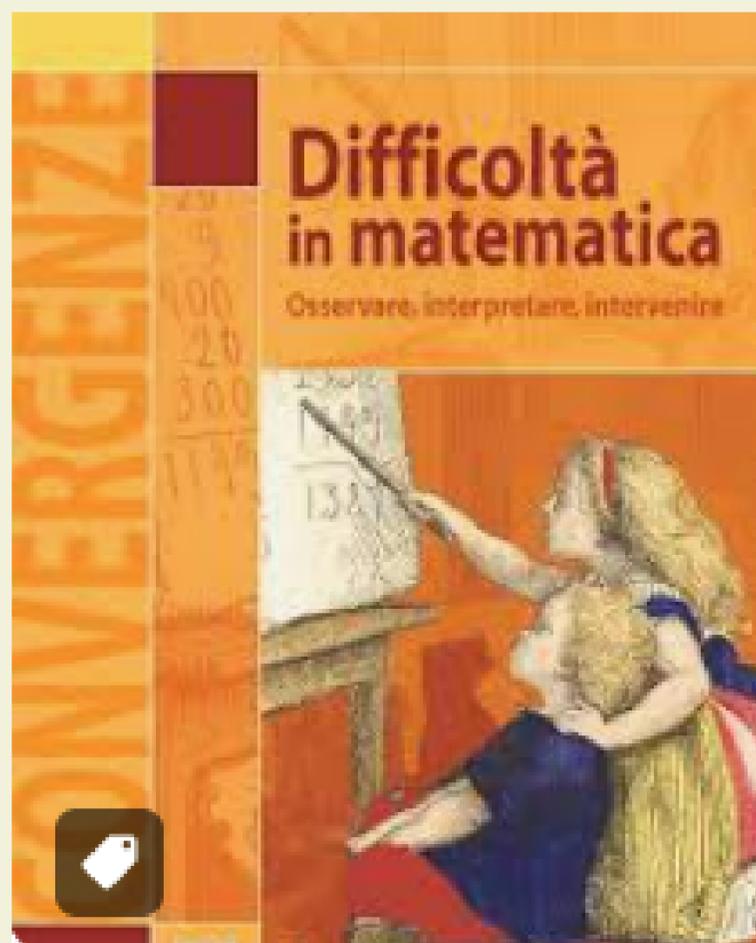
Quando è negativo la retta è in discesa ( $m < 0$ ).

Quando è nullo la retta è orizzontale.

~~Il grafico di~~  $y = mx$  è l'equazione di una retta passante per l'origine, aggiungendo poi la costante  $q$  a ognuno dei punti otterremo il grafico che cerchiamo.

Nome	Proposta	Immagine
Leonardo Schiavo	<p>Alla riga 1 io scriverei: si definisce grafico di una funzione l'insieme <math>G</math> di tutti i punti del diagramma cartesiano che rappresentano le coppie <math>(X,Y)</math> fornendo informazioni immediate. Poi si potrebbe aggiungere anche una parte aggiuntiva dove si spiega come riconoscere i grafici di funzione come mostrano le immagini a fianco.</p>	 <p>Il grafico non rappresenta una funzione: ci sono valori di <math>x</math> a cui corrispondono più valori di <math>y</math>.</p> <p>Il grafico rappresenta una funzione: a ogni valore di <math>x</math> corrisponde un solo valore di <math>y</math>.</p>
Alessandro <u>Valio</u>	<p>Alla riga 9 potremmo scrivere : non si riesce a capire bene quale sia il punto di incontro tra i due valori uno di <math>x</math> e l'altro di <math>y</math> e deve essere uno e uno solo.</p>	

# Attenzione alla pratica della valutazione



XXXVII Convegno UMI-CIIM

**LA MATEMATICA  
CHE UNISCE**

Quando le differenze diventano opportunità

# STRUMENTI PER LA VALUTAZIONE



## DIST-M

formare i gruppi  
intenzionalmente



DISCUSSIONI DI GRUPPO  
conversazioni che approfondiscono  
l'apprendimento che prevedono, lo  
scambio di feedback informato al  
rispetto del lavoro degli altri



## PORTFOLIO

progettare un'efficace sinergia tra  
lavoro individuale, in piccolo  
gruppo e classe intera.

Forse è vero  
Mi sono un po' addolcita  
**didattica**

La vita ✓ mi ha smussato gli angoli  
Mi ha tolto qualche asperità

---



**Combattente, di Fiorella mannoia**





---

Mi viene un po' di coraggio  
Se penso che le cose poi non  
rimangono mai  
Come sono agli inizi

2003

~~2013~~, un nuovo solstizio  
Se non avessi voluto cambiare  
Oggi sarei allo stato minerale



**Estate, di Lorenzo Jovanotti**

Catania, 28/09/2024



La mia playlist  
**Music4Math**



Piera Romano

Grazie per l'attenzione

- Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca, Unione Matematica Italiana, & Società Italiana di Statistica. (2003). Matematica 2003: Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica. La Matematica per il cittadino. <http://www.matematica.it/tomasi/lab-did/pdf/matem-2003-curricolo.pdf>
- Indicazioni nazionali Liceo
- Rilevazioni nazionali - Rapporti INVALSI: [https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti\\_invalsi](https://invalsi-areaprove.cineca.it/index.php?get=static&pag=rapporti_invalsi)
- Thinking Routine : <https://pz.harvard.edu/thinking-routines>
  
- Albano, G., Coppola, C., Iacono, U. D., Fiorentino, G., Pierri, A., Tortora, R., Marsico, G., Mollo, M., Concas, A., Ascione, E., Romano, P., Deiana, G., & Polo, M. (2022) Digital Interactive Storytelling in Matematica: un approccio sociale orientato alle competenze, Relazione presentata al XXXVIII Seminario Nazionale di Ricerca in Didattica della Matematica Giovanni Prodi Rimini, Digital Interactive Storytelling in Matematica: un approccio sociale orientato alle competenze
- Arcavi, A. (1994). Symbol sense: Informal sense-making in formal mathematics. *For the learning of Mathematics*, 14(3), 24-35.
- Arcavi, A. (2005). Developing and using symbol sense in mathematics. *For the Learning of Mathematics*, 25 (2), 42-47.
- Borasi, R. (1996). *Reconceiving mathematics instruction: A focus on errors*. Norwood, NJ: Ablex Publishing Company.
- Bruner, J.: 1986, *Actual Minds, Possible Worlds*, Harvard Univ. Press, London.
- Chevallard, Y. (1986). Les programmes et la transposition didactique. *Bulletin de l'APMEP*, (352), 32-50.
- D. Iannece, P. Romano (2008) "What does it mean to have a "scientific approach" for a teacher? A reflection" in *Proceedings 5th International colloquium on the Didactics of Mathematics*, vol.II, ed. By M. Kourkoulos, c. Tzanakis, Rethymon, Greece, pagg. 409-419, ISBN 978-960-87898-3-8
- Di Martino, P., & Zan, R. (2010). Sviluppare un atteggiamento positivo verso la matematica: Dalle buone intenzioni alle buone pratiche. In R. Biagioli & T. Zappaterra (Eds.), *La scuola primaria. Soggetti, contesti, metodologie e didattiche* (pp. 115–130). ETS.

- Di Martino, Pietro; Mellone, Maria; Ribeiro, Miguel. - (2019), Interpretative Knowledge / . [10.1007/978-3-319-77487-9\_100019-1]
- Ferrari, P. L. (2003), Costruzione di competenze linguistiche appropriate per la matematica a partire dalla media inferiore, "L'insegnamento della matematica e delle ,scienze integrate", 26/A (4), pp. 469-496.
- Ferrari, P. L. (2011), Le potenzialità dell'e-learning in educazione matematica e il ruolo della ricerca, "TD Tecnologie Didattiche", 19, pp. 136-141.
- Gardner, H. (1991). Aprire le menti. La creatività e i dilemmi dell'educazione (Vol. 141). Feltrinelli Editore.
- Guidoni, P.; Iannece, D.; Tortora, R.: 2005, 'Forming Teachers as Resonance Mediators', Proc. of PME XXIX, Melbourne, 3, 73-80
- Lakoff, G., & Núñez, R. (2000). Where mathematics comes from: How the Embodied Mind Brings Mathematics into Being. Basic Books.
- Malara, N. & Tortora, R. (2009). A European project for professional development of teachers through a research based methodology: the questions arisen at the International level, the Italian contribution, The knot of the teacher-researcher identity, Proceedings of CERME 6, Lyon France © INRP 2010
- Malara, N. A.: 2003, 'Dialectics between theory and practice: theoretical issues and aspects of practice from an early algebra project', in Pateman, N. A. et al. (eds), proc. of PME XXVII & PME-NA XXV, 1, 33-48.
- Mason, J.: 1998, 'Enabling Teachers to Be Real Teachers: Necessary Levels of Awareness and Structure of Attention', J. of Math. Teacher Education, 1, 243-267
- Mason, J.: 2002, Researching your own Practice: the Discipline of Noticing, Routledge Falmer, London.
- Mellone, M., Ribeiro, M., Jakobsen, A., Carotenuto, G., Romano, P., & Pacelli, T. (2020). Conoscenza interpretativa degli insegnanti di matematica degli errori degli studenti e ragionamento non standard. Research in Mathematics Education , 22 (2), 154-167. <https://doi.org/10.1080/14794802.2019.1710557>
- Sfard, A. (2000), Symbolizing mathematical reality into being: how mathematical discourse and mathematical objects create each other, in Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools, and instructional design, Lawrence Erlbaum Associates, pp. 37-98.
- Sfard, A.: 1991, 'On the dual nature of mathematical conceptions: reflections on processes and objects as different sides of the same coin', Educational Studies in Mathematics, 22, 1-33.
- Skemp, R. R.: 1971, The Psychology of Learning Mathematics. Penguin Books, Harmondsworth, England

Catania, 28/09/2024



GRAZIE



Piera Romano