



# XXXVII CONVEGNO UMI-CIIM CT2024

*La matematica che unisce.  
Quando le differenze diventano opportunità.*

**Insegnare e apprendere Matematica in contesti  
multiculturali. Vecchie e nuove sfide per la scuola di oggi.**



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO



**G.R.I.M.** Gruppo di Ricerca  
sull'Insegnamento delle Matematiche  
*Dipartimento di Matematica e Informatica -  
Palermo*

***Benedetto Di Paola***

*Dipartimento di Matematica e Informatica,*

*Università degli Studi di Palermo.*

26 SETTEMBRE 2024, Catania

## 问题

(1) 如图 1 所示，用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形，如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形，分别需要多少根火柴棍？如果图形中含有  $n$  个三角形，需要多少根火柴棍？

## 问题

(1) 如图 1 所示，用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形，如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形，分别需要多少根火柴棍？如果图形中含有  $n$  个三角形，需要多少根火柴棍？



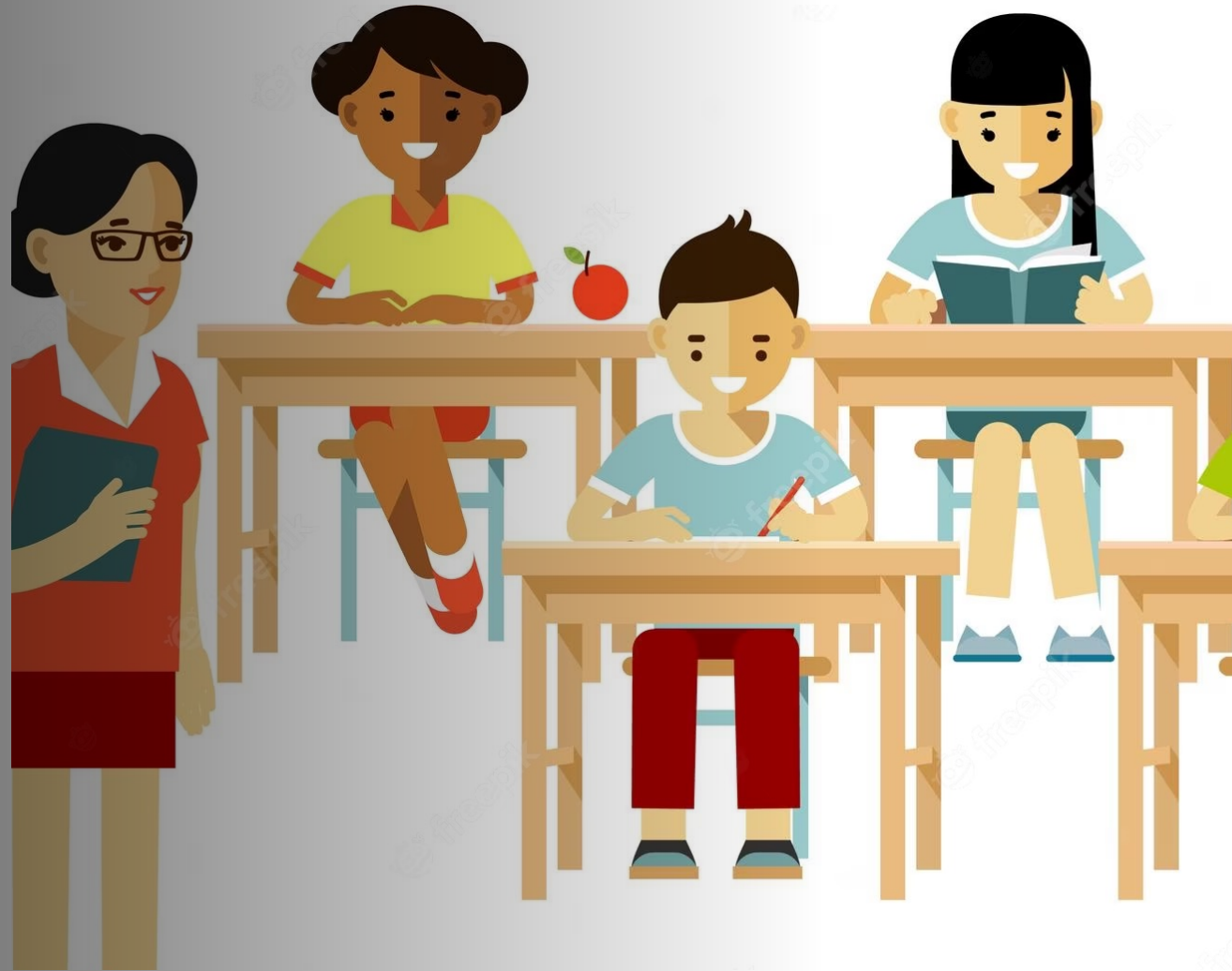
图 1

---

## Di cosa parleremo?

---

- *Dati di contesto ...*
- *I bisogni della Scuola, ricerche in ambito didattico (DdM)*
- *Competenza interculturale*
- *Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese*



## Il contesto ... Quanti

Dati: la Scuola italiana (a.s. 2022/23)

Dati MIM – Portale Unico dei Dati della Scuola

<https://dati.istruzione.it/espscu/>

- Circa 8 milioni di studenti
- Circa 900.000 di cittadinanza non italiana (11%)

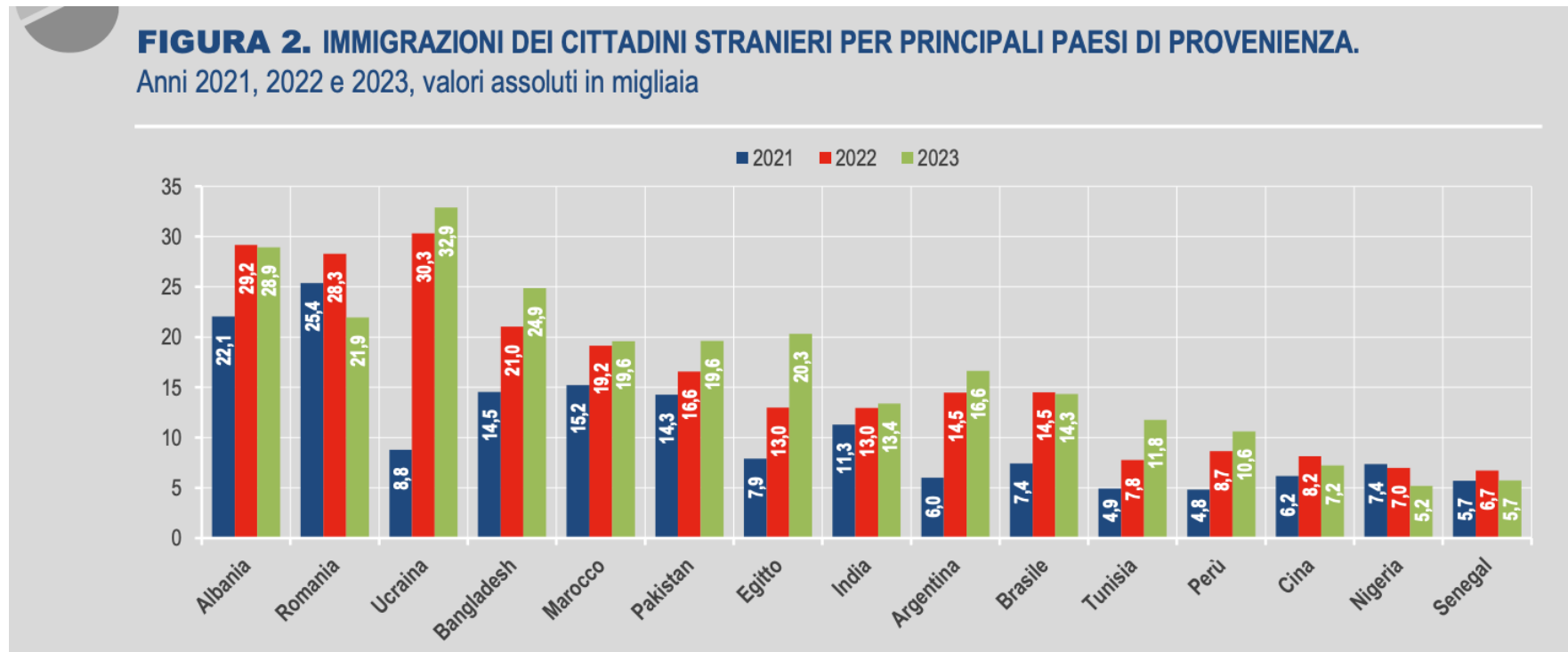
## Il contesto ... Chi

Dati: Cittadinanze più rappresentate (a.s. 2021/22)

• Romania	154.256	India	29.482
• Albania	116.819	Moldavia	25.562
• Marocco	109.401	Filippine	24.655
• R.P. Cina	50.875	Pakistan	22.547
• Egitto	31.298	Bangladesh	22.155

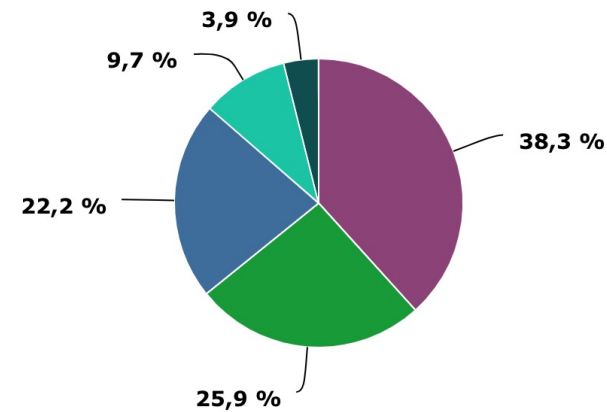
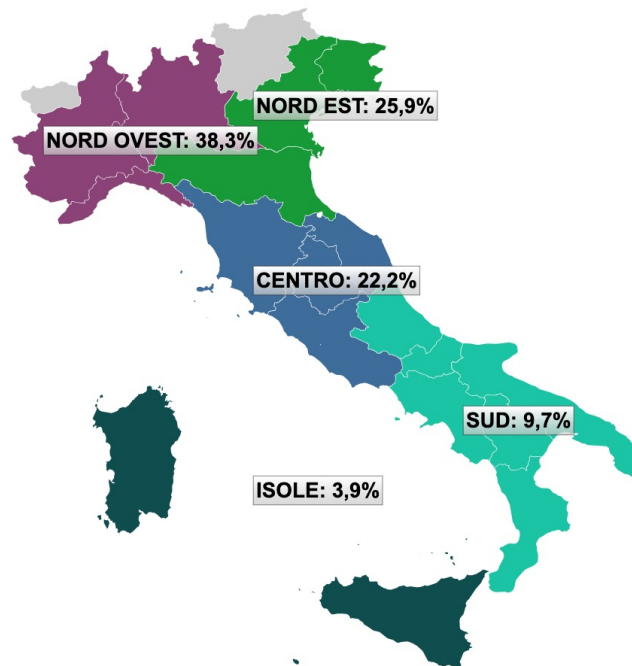
Vanno aggiunti 23.000 ragazzi ucraini arrivati in Italia dall'inizio della guerra.

## Il contesto ... Chi



## Il contesto ... Dove

Portale Unico dei Dati della Scuola

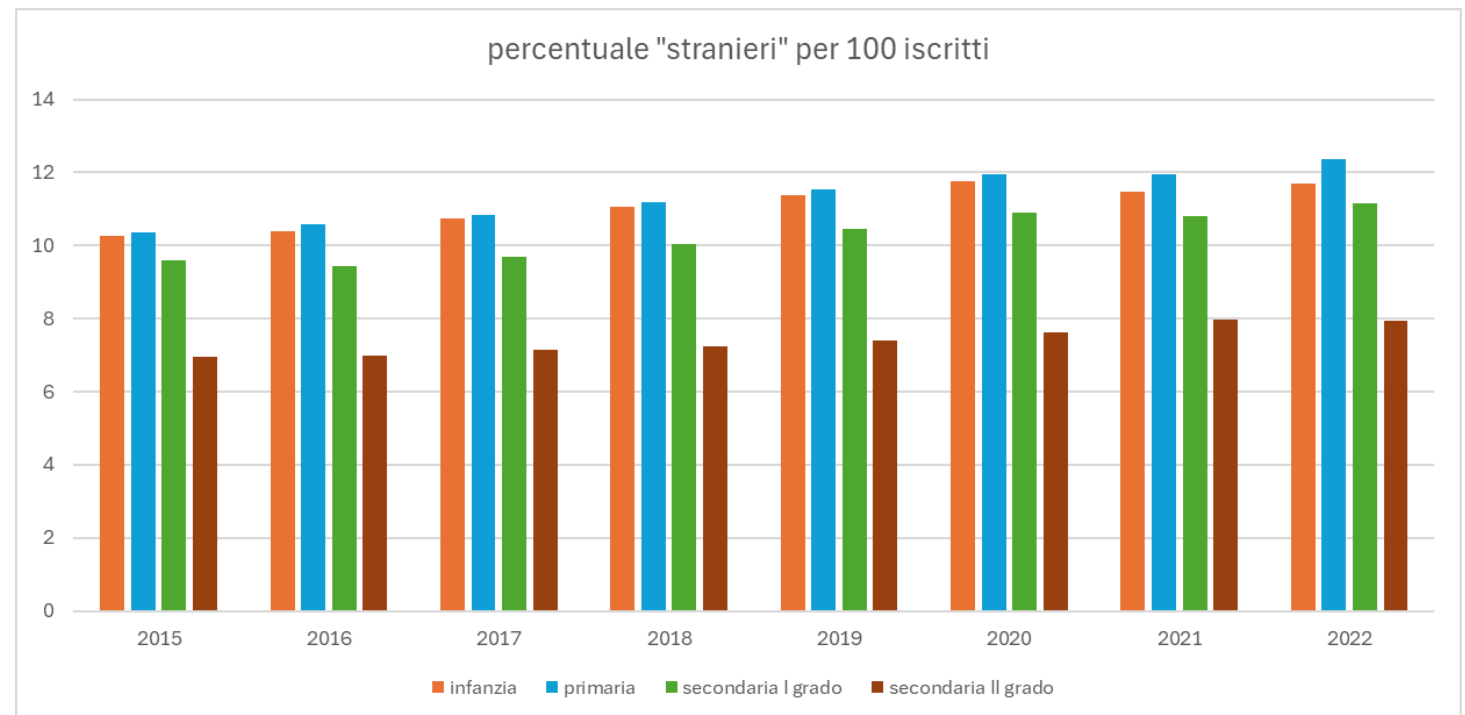


<https://dati.istruzione.it/espscu/>



## Il contesto ... Dove

### Presenza degli studenti di background migratorio



Elaborazione dati: ISTAT, aggiornati al primo settembre 2023

## Il contesto ... Quando

La multiculturalità non è una novità!

*Culture locali Vs cultura nazionale*

- Dialetti Vs lingua italiana
- Campagna e montagna Vs cultura urbana (stili di vita, occupazione, consumi ...)
- Fenomeni di migrazione interna:
  - Sud → Nord e viceversa (negli ultimi anni)
  - Piccoli centri → grandi città e viceversa (negli ultimi anni)

## Il contesto ... Perché

### **Flussi migratori: tante intersezioni a dimensioni differenti ...**

- Storia/Storie personali e di sviluppo collettivo
- Aspetti sociali, culturali, religiosi
- Aspetti connessi a etnie (ha sostituito il termine nazionalità) e relazioni tra queste
- ...

## ... I bisogni della Scuola

- **Grandi differenze legate ai processi migratori:**

Insedimenti a lungo termine/Spostamenti continui in altri Paesi

Poca stabilità/bisogno di ritornare presto al luogo di origine

- **Organizzazione della migrazione e relativa permanenza nel paese ospitante**

Comunità compatte con molto senso di identità o individui isolati

- **Caratteristiche delle cultura familiare e relazioni con la Scuola:**

Che peso dà alla scuola e che tipo di scuola concepisce

Che peso dà alle varie discipline (e.g. la matematica)?

Che percezione ha delle varie discipline (e.g. la matematica)?

Come pensa che vadano insegnate e apprese le varie discipline (e.g. la matematica)?

## ... I bisogni della Scuola

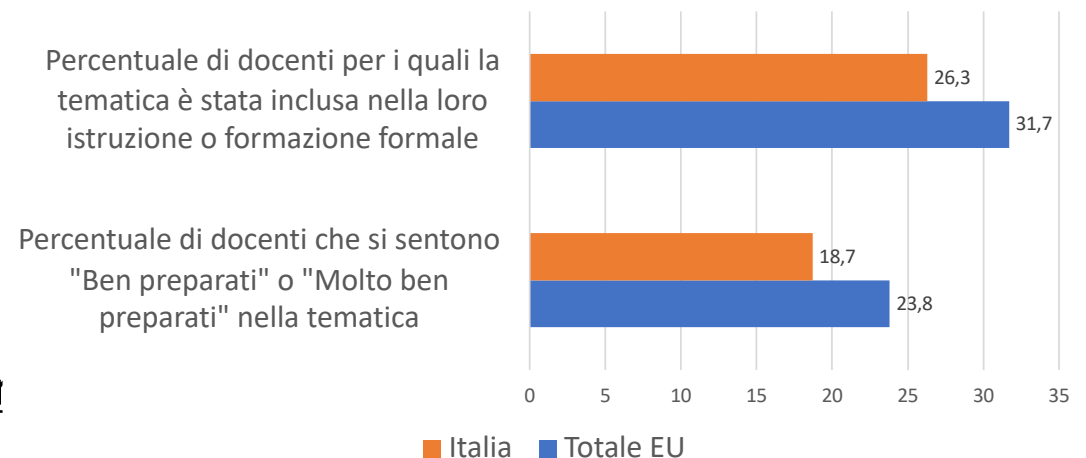
### Carenze dei documenti ministeriali in uso nella scuola

Nelle Indicazioni Nazionali purtroppo i riferimenti ad una prospettiva disciplinare (matematica) e nel contempo interculturale sono scarsi ... In matematica ... «*conoscere sistemi di notazione dei numeri che sono o sono stati in uso in luoghi, tempi e culture diverse dalla nostra*»

### Carenze nell'iter universitario e nella formazione iniziale dei docenti

### Carenze di materiali in uso nella scuola per rilevare le differenze e trasformarle in opportunità

Didattica in contesti plurilingue e multiculturali



## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

Alcune domande poste da insegnanti di matematica:

- *In che termini la cultura nostra, quella della classe, influenza la matematica?*
- *La Matematica è universale, è ovunque uguale?*
- *Quella che abbiamo imparato noi insegnanti è l'unica possibile (da insegnare/da apprendere)? Per me (Marzia) è l'unica "insegnabile", per le mie conoscenze.*
- *Quella che hanno imparato gli alunni stranieri nei loro paesi è diversa, perché?*
- *Come faccio a capire se ci sono delle differenze?*

## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

Alcune domande poste da insegnanti di matematica:

- *In che termini la cultura nostra, quella della classe, influenza la matematica?*
- *La Matematica è universale, è ovunque uguale?*
- *Quella che abbiamo imparato noi insegnanti è l'unica possibile (da insegnare/da apprendere)? Per me è l'unica "insegnabile", per le mie conoscenze.*

...

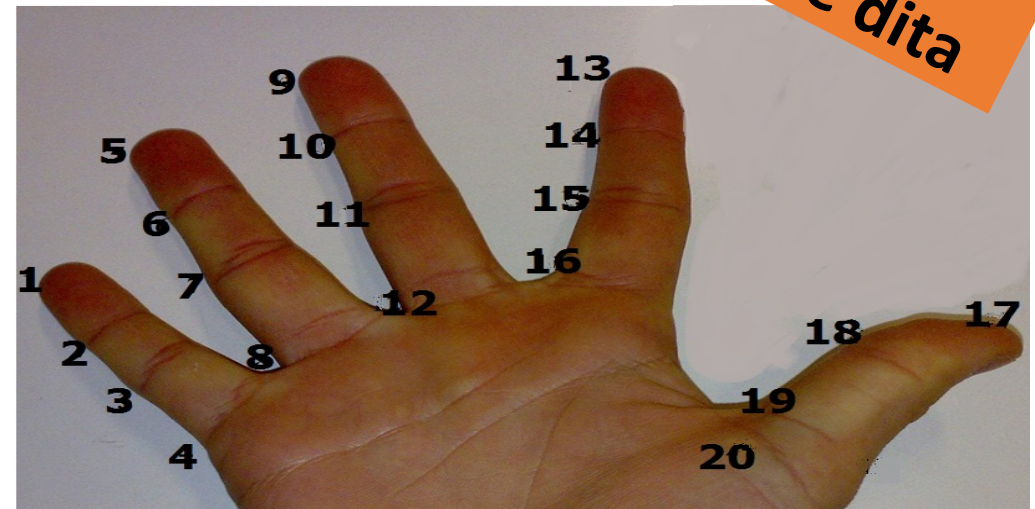
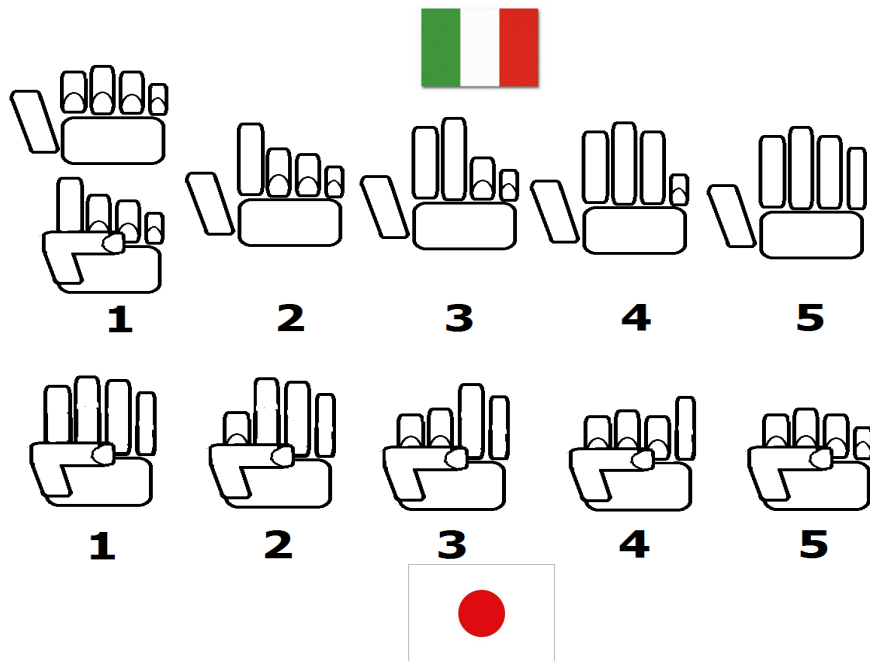
Come tutte le altre discipline, la matematica segue le vicende della storia umana: contatti culturali, politici, linguistici, sociali, religiosi, di scambio commerciale ...

**LA «NOSTRA» NON È L'UNICA POSSIBILE**

**NON È SEMPRE STATA COME LA VEDIAMO, LA INSEGNIAMO, LA IMPARIAMO OGGI.**

## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

**Contiamo  
con le dita**





## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)



## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

La matematica è un'attività umana da **osservare etnograficamente**

- **come attività collettiva**, di gruppi umani «*embedded in the context and practices of every society*» (D'Ambrosio, 1995)
- **con caratteristiche sociali e culturali connesse alle pratiche educative**  
«Mathematical teaching and learning as an “enculturation process”» (Bishop, 1991)
- **con una storia propria** (Bishop, 1994)
- **caratterizzata da linguaggi che si evolvono/si sono evoluti nella storia e nella pratica** (Barton, 2008, Sapir, 1929, cited by Bram et al., 1953, p.230)

## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

**Dobbiamo osservare** i nostri studenti:

- *Cosa fanno? Quanta matematica c'è in loro, nella loro pratica e quale?*
- *Come rappresentano gli oggetti matematici?*
- *Come li utilizzano? Che algoritmi usano?*
- *Come interagiscono tra loro in caso di Saperi "differenti"?*
- *Che difficoltà incontrano e perché?*
- *Come posso aiutarli a superarle?*
- ...
- *Cosa si aspettano dalla matematica? Che opinione ne hanno?*
- *Cosa si aspettano dalla Scuola, dalla formazione che ricevono, da noi?*

## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

In classi con presenze culturali *altre*, tutto ciò è ancora più complesso da mettere in atto (Santerini, 2018).

*Classi «mono»culturali -> Classi multiculturali -> **Classi interculturali***

## ... i bisogni della Scuola, le ricerche in ambito didattico (DdM)

In classi con presenze culturali *altre*, tutto ciò è ancora più complesso da mettere in atto (Santerini, 2018).

*Classi «mono»culturali -> Classi multiculturali -> Classi interculturali*

Processi di Interazioni fondati sull'idea che le culture si aprano reciprocamente e apprendano le une dalle altre in un'interazione dinamica, in una specie di interscambio, senza perdere la propria identità.

**Armonizzare le differenze (Stara et al., 2021)**

## Competenza interculturale

Questo approccio interculturale **richiede a insegnanti ed educatori particolari competenze** per poter essere messo in atto (Cfr. QRCCD: Quadro di Riferimento delle Competenze per una Cultura Democratica).

### Competenza interculturale (Conseil de L'Europe 2008)

«l'insieme di valori, atteggiamenti, conoscenze, abilità e comportamenti che sono necessari al fine di:

- **capire** e rispettare le persone che vengono percepite come appartenenti ad altre culture, diverse dalla propria;
- interagire e **comunicare** con loro in modo efficace ed appropriato;
- stabilire **relazioni** positive e **costruttive** con loro.» (Barrett, 2013)

# Competenza interculturale

Tre importanti aspetti della competenza interculturale:

**Comprensione / Decentramento / Empatia**

(Barrett, 2013)



# Competenza interculturale

## La comprensione

*«L'insieme specifico delle operazioni cognitive della persona che cerca di porsi in relazione con costumi, credenze e valori, generati da visioni del mondo e modelli di umanità diversi da quelli in cui è acculturata» (Oullet, 2002, p.34).*

## Il decentramento

Superare il proprio punto di vista come assoluto per giungere ad una prospettiva di riflessione ampia e più profonda. *«Pensare anche se stessi come stranieri dell'altro» (Piaget, 1977)*

## L'empatia

Dare senso e significato alla vera condivisione del fare/pensare *altro* ... (Eisenberg & Stayler, 1987; Portera, 2016)



Competenza interculturale

Come fare emergere le differenze in  
Matematica?

Come trasformarle in opportunità?

# Chi siamo



**Benedetto  
Di Paola**

Università  
degli Studi  
di Palermo



**Giuseppe  
Bianco**

Università  
degli Studi  
di Palermo



**Giovanni  
Giuseppe  
Nicosia**

ISGEm,  
RSDDM, I.I.S.  
Aldini  
Valeriani,  
Bologna



**Nadia  
Azrou**

University  
Yahia Fares,  
Medea,  
Algeria



**XXXVII CONVEGNO UMI-CIIM  
CT2024**

*La matematica che unisce.  
Quando le differenze diventano  
opportunità.*

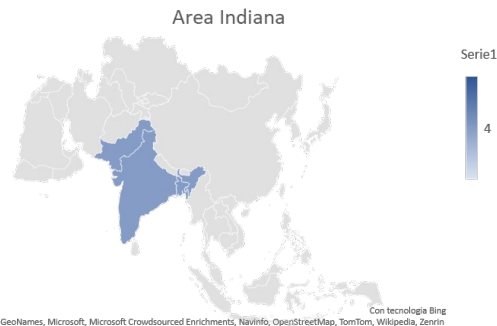


# Competenza interculturale, esperienze di formazione insegnanti

**Assi  
culturali di  
intervento**

## AREA INDIANA:

Bangladesh  
India  
Pakistan  
Sri Lanka



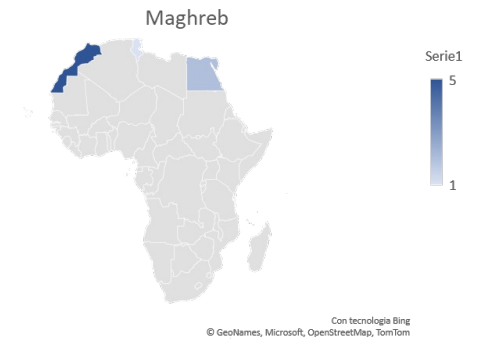
## ESTREMO ORIENTE:

Cina  
Filippine



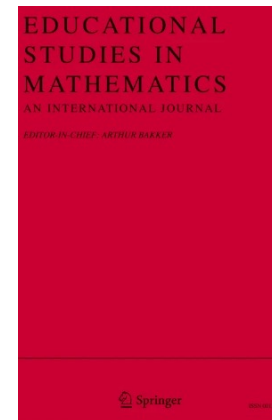
## MAGHREB:

Algeria  
Egitto  
Marocco  
Tunisia



## Competenza interculturale, esperienze di formazione insegnanti

***Cultural transposition* construct (Mellone et al., 2018; 2021; Sun et al. [2015](#)) as a condition for decentralizing the didactic practice of a specific cultural context through contact with the didactic practices of different cultural contexts.**



## Competenza interculturale, esperienze di formazione insegnanti

- 1) Il **ricercatore** entra in contatto con pratiche didattiche attive in altri contesti culturali attraverso: (libri di testo usati nelle scuole, interviste con ricercatori, insegnanti, studenti ..., articoli di ricerca etc.).
- 2) Il **ricercatore** avvia un processo di **ricerca e riflessione** sulla «differenze» culturali sottese a queste pratiche attraverso lo studio, ad esempio, di **fattori linguistici, geografici, sistema di valori, approcci filosofici, storici della matematica,**
- 3) Il ricercatore avvia alla luce di queste riflessioni **pratiche di formazione** insegnanti che creano possibilità di **contaminazioni**.
- 4) L'**insegnante** formato nel paradigma della *trasposizione culturale* promuove **innovazione didattica** (che non significa necessariamente cambiare ma essere più **consapevoli** delle proprie intenzionalità educative).

## Competenza interculturale, esperienze di formazione insegnanti

# Comprensione

Dimensione normativa

Dimensione  
storica/epistemologica

Dimensione  
linguistica/multilinguistica

Dimensione  
comunitaria/sociale

## Competenza interculturale, esperienze di formazione insegnanti

# Decentramento

Dimensione  
educativa/didattica

Dimensione  
storica/epistemologica

Dimensione  
linguistica/multilinguistica

Dimensione  
pedagogica/valoriale

## Competenza interculturale: esperienze di formazione insegnanti

# Empatia

Dimensione educativa/didattica  
(*pratica matematica*)

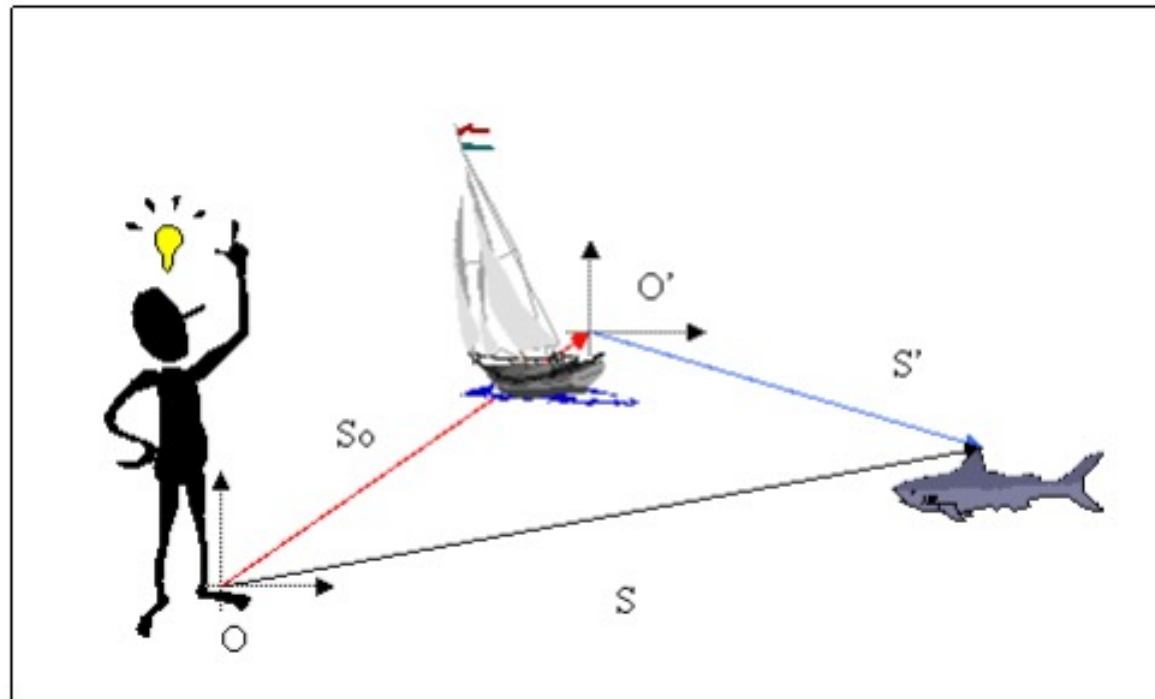
Dimensione  
motivazionale

Dimensione  
linguistica/multilinguistica  
(*pratica matematica*)

Dimensione pedagogica/valoriale

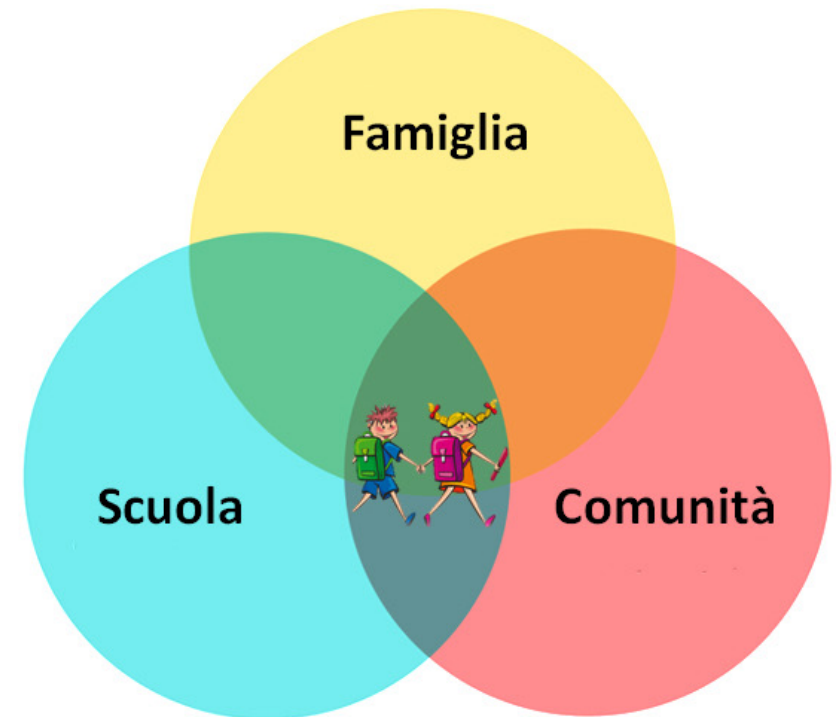


## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese



# Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

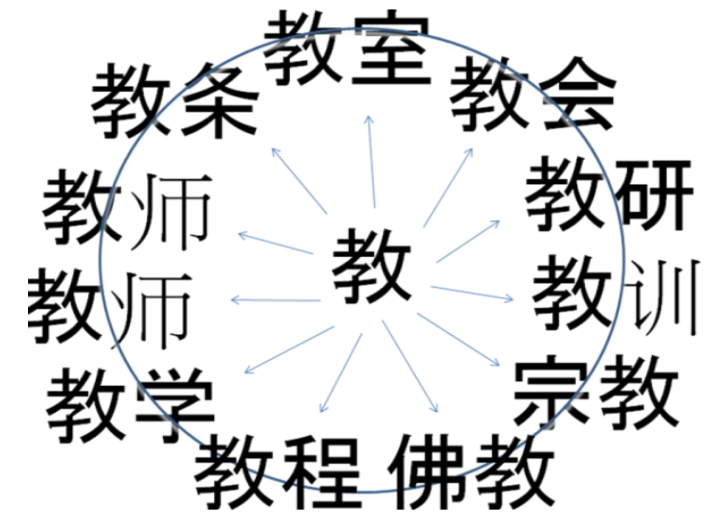
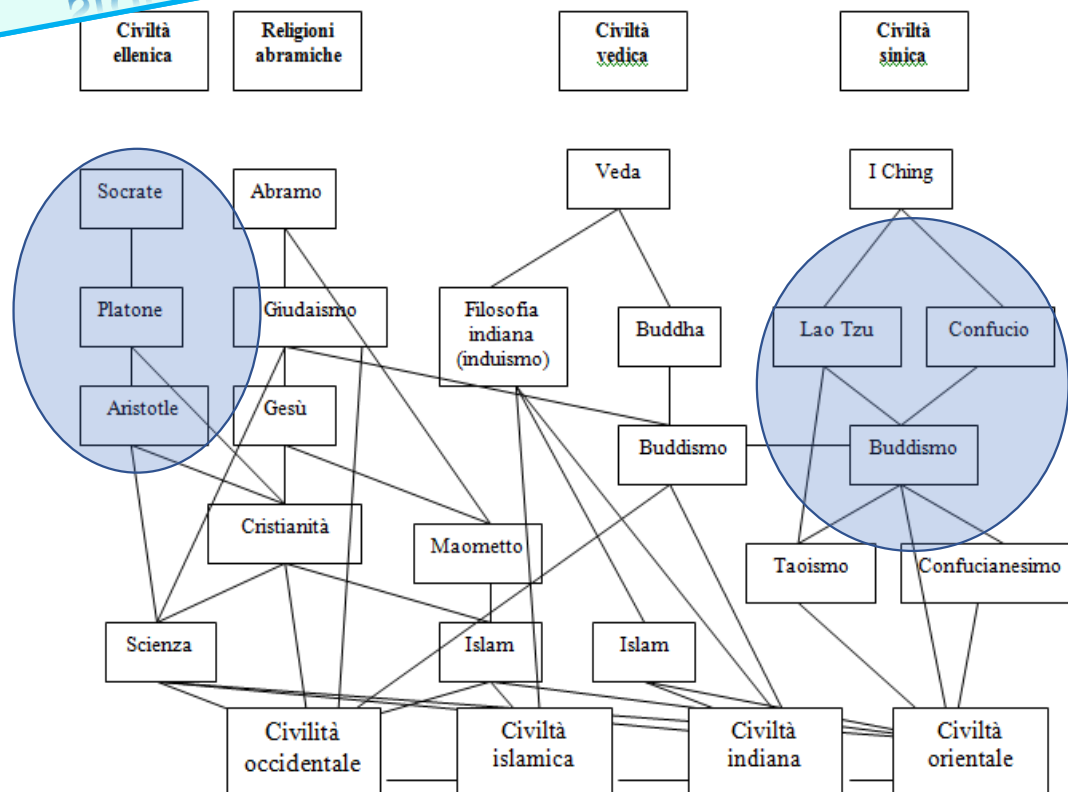
Dimensione  
comunitaria/sociale



Dimensione  
storica/epistemologica

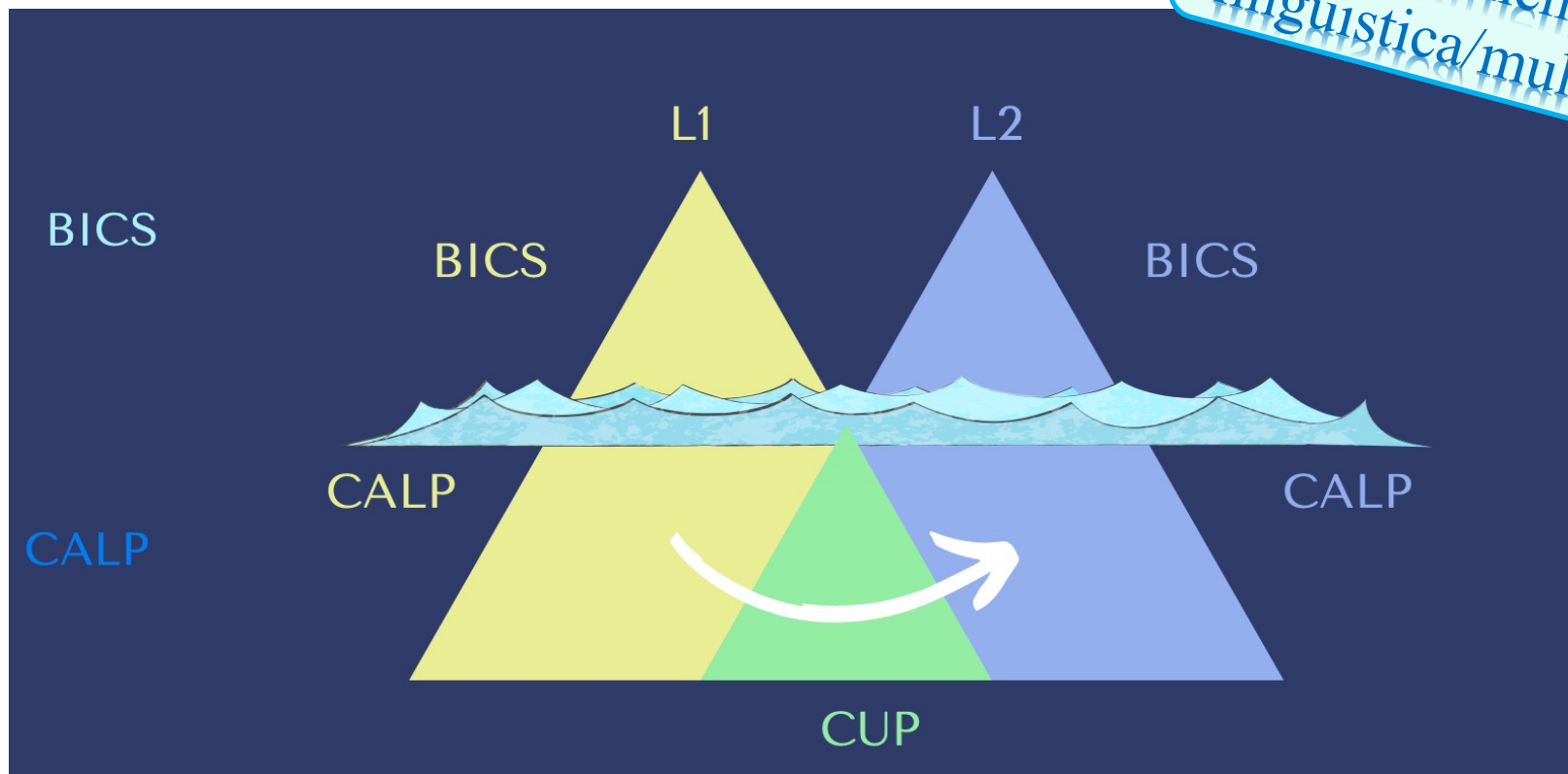
di formazione insegnanti:  
l'esempio cinese

Dimensione  
linguistica/multilinguistica

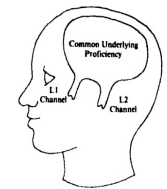


## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

Dimensione  
linguistica/multilinguistica



THE COMMON UNDERLYING PROFICIENCY MODEL (CUP)  
OF BILINGUAL PROFICIENCY



Cummins,  
1979

## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

Dimensione  
linguistica/multilinguistica

### **Basic Interpersonal Communicative Skills (competenze comunicative interpersonali di base)**

La capacità di esprimersi e  
comunicare i bisogni necessari  
nel pubblico (mercati,  
indicazioni, ...)

In L2 – 2/3 anni

**BICS**

### **Cognitive Academic Language Proficiency (Competenza linguistica accademica cognitiva)**

La capacità di pensare e utilizzare una  
lingua come strumento di apprendimento,  
utilizzando le astrazioni in modo sofisticato.

In L2 – 5/7(10) anni

**CALP**

## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

(1) 如图 1 所示，用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形，如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形，分别需要多少根火柴棍？如果图形中含有  $n$  个三角形，需要多少根火柴棍？



图 1

---

## Come si evolve la competenza linguistica BICS e CALP (Jim Cummins)

(1) 如图 1 所示, 用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形, 如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形, 分别需要多少根火柴棍? 如果图形中含有  $n$  个三角形, 需要多少根火柴棍?

(1) 如图 1 所示, 用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形, 如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形, 分别需要多少根火柴棍? 如果图形中含有  $n$  个三角形, 需要多少根火柴棍?

LIVELLO BICS

(1) 如图 1 所示, 用火柴棍拼成一排由三角形组成的图形, 如果图形中含有 2, 3 或 4 个三角形, 分别需要多少根火柴棍? 如果图形中含有  $n$  个三角形, 需要多少根火柴棍?

LIVELLO CALP

---

## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

*Come mostrato nell'immagine 1, si possono usare dei fiammiferi per formare una sequenza di figure composte di triangoli. Se le figure contengono 2, 3 o 4 triangoli, quanti fiammiferi sono necessari? Se la figura contiene  $n$  triangoli, quanti fiammiferi servono?*

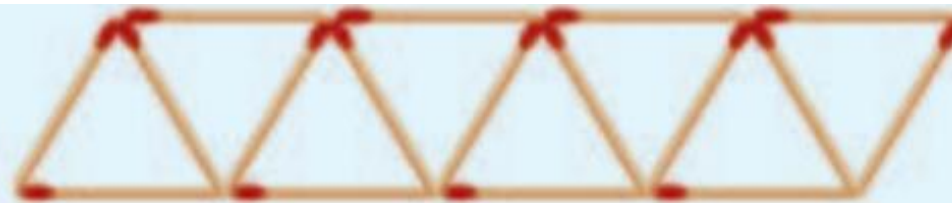


图 1



## Esempio di informazione insegnanti: Esempio cinese

Dimensione educativa/didattica  
(pratica matematica)

Come mostrato nell'immagine 1, si possono usare dei fiammiferi per formare una sequenza di figure composte di triangoli. Se le figure contengono 2, 3 o 4 triangoli, quanti fiammiferi sono necessari? Se la figura contiene  $n$  triangoli, quanti fiammiferi servono?

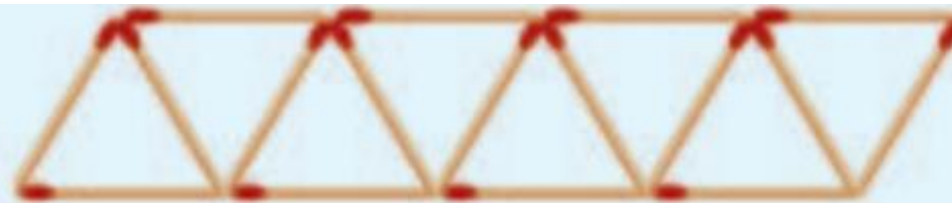


图 1

## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

Dimensione educativa/didattica  
(pratica matematica)

Task	Approach	Chinese students	non-Chinese students
101 • 99	$(100 + 1) \cdot 99$ or $101 \cdot (100 - 1)$	9 (36%)	0 (0%)
	Long (column) multiplication	3 (12%)	6 (37%)
	Just result	9 (36%)	7 (44%)
	No reply	4 (16%)	3 (19%)

## Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese

Dimensione educativa/didattica  
(pratica matematica)

a)  $101 \cdot 99$

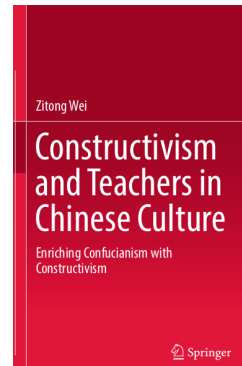
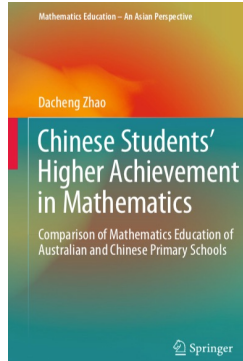
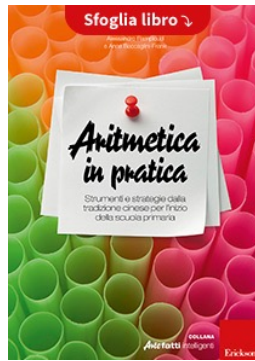
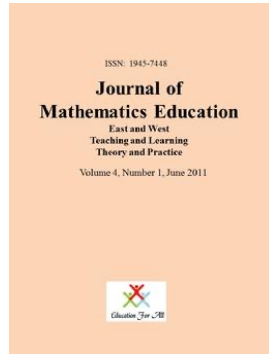
$$\cancel{101 \cdot (100 - 1) = 10100 - 101 = 9999}$$
$$(100 + 1) \cdot 99 = 9900 + 99 = 9999$$

a)  $101 \cdot 99$

$$(100 \cdot 99) + (1 \cdot 99) = 9900 + 99 = 9999$$

Dimensione educativa/didattica  
(pratica matematica)

# Esperienze di formazione insegnanti: l'esempio cinese



**An Insider's Perspective: "Variation Problems" and Their Cultural Grounds in Chinese Curriculum Practice**

**Author:** Wei  
University of Macau, China

*Different cultures with their own advantages and disadvantages confer their epistemological and methodological approaches to mathematics education. This paper reports on a research project on the "indigenous" pedagogical practice of "variation problems" appearing in the Chinese primary mathematics curriculum. The author aims to explore the underlying cultural grounds of this practice in the Chinese curriculum. The paper reports on the author's fieldwork in the Chinese primary mathematics curriculum. The author reports on the author's fieldwork in the Chinese primary mathematics curriculum. The author reports on the author's fieldwork in the Chinese primary mathematics curriculum.*

**Key words:** problem solving, problem design, curricula development, cultural background.

**Background:**

In the recent twenty years, variation practice has attracted considerable attention in the literature of various educational disciplines for developing (see Mollenhau & Bink, 2007). There is a clear literature that variation practice is also regarded as an important set of competencies in mathematical pedagogy (e.g., "Variation Theory" in van der Lely and van der Lely, 2007; "Learning Variation and Exemplification" by Wittmann and Moore, 2005). Among these studies, it is interesting to note cultural differences in the use of variation in mathematical practice. "Variation Theory" by van der Lely (2007) "variation practice" in mathematical practice is considerably from country to country and from time to time. This indicates that it would be useful to explore cultural grounds and social contexts of variation practice. Interestingly, a number of studies (e.g., Guo, Wang, & Moore, 2005) consistently identified variation practice offers some advantages in Chinese mathematics education. For example, Guo, Wang, and Moore (2005) found that Chinese mathematics education is closely related to large Chinese students and could actively involve students in the process of learning. The "practice of Chinese teachers" might contribute to a comprehensive Western teacher due to the features of their theories. Moore (2006) argued that there is a specific Chinese Pedagogy in Chinese culture after looking on the topic of variation practice in mathematics education. The author reports on the author's fieldwork in the Chinese primary mathematics curriculum. The author reports on the author's fieldwork in the Chinese primary mathematics curriculum. The author reports on the author's fieldwork in the Chinese primary mathematics curriculum.

**Keywords:** variation problems, mathematical education, Chinese primary mathematics curriculum, variation practice, and "The Problem, Multiple Changes" (PMC) - variation problems.

# Alcuni riferimenti bibliografici

- Barrett M., a cura di, *Interculturalism and Multiculturalism: Similarities and Differences*, Council of Europe publishing, 2013, p. 152-153.
- Bartolini Bussi, M. G., & Ramploud, A. (a cura di) (2018). *Il lesson study per la formazione degli insegnanti*. Carrocci.
- Beacco, J., Byram, M., Cavalli, M., Coste, D., Cuenat, M.E., Goullier, F., Panthier, J. (2016). *Guide for the development and implementation of curricula for plurilingual and intercultural education*, Council of Europe Publishing. ISBN 978-92-871-8234-02016.
- Bianco, G., Di Paola, B. (2022). Calculus artefacts in Chinese textbooks: variational approaches with prospective primary teachers, *JME: Journal of Mathematics Education*, Special Issue on Classroom Practice at Primary Level.
- Bianco, G., Di Paola, B. (2023). L'aula in classi multiculturali: approcci di Trasposizione Culturale tra pratica quotidiana e prospettive future sulla formazione matematica, *Idee in form@zione, I luoghi dell'apprendimento*, Aracne, pp. 81-95.
- Bianco, G., Di Paola, B. (in press). Insegnare e apprendere matematica in contesti multiculturali. Il Lesson Study per/come Smart Community di insegnanti in formazione. *Atti del Convegno - La Formazione dei Docenti di Matematica tra continuità e innovazione: il Lesson Study* – Torino. 2023.
- Bianco, G., Di Paola, B., & Nicosia, G. G. (in press). Schools ask, researchers reply. Intercultural perspective needs and approaches for teacher educations programs: an example from Italy, *Cerme13*, Budapest (Hungary), 2023.
- D'Ambrosio, U. (2006). *EthnoMathematics - Link between Traditions and Modernity*. Netherlands: Sense Publisher
- Di Paola, B. (2016). Why Asian children outperform students from other countries? Linguistic and parental influences comparing Chinese and Italian children in Preschool Education. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 11(9), 3351-3359.
- Di Paola, B., Buttitta, G. (2022). Problems with variation in teaching/learning Geometry: an example of Chinese Cultural Transposition. In *Twelfth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME12)* (No. 05).
- Gu, L., Huang, R., & Marton, F. (2004). Teaching with variation: A Chinese way of promoting effective Mathematics learning. In L. Fan, N. Y. Wong, J. Cai & S. Li (Eds.), *How Chinese learn Mathematics: Perspectives from insiders*. Singapore: World Scientific Publishing.
- Huang, R., Takahashi, A., & Ponte, J. P. d. (2019). *Theory and Practice of Lesson Study in Mathematics An International Perspective*. Springer.
- Mellone, M., Ramploud, A., Di Paola, B., & Martignone, F. (2019). Cultural transposition: Italian didactic experiences inspired by Chinese and Russian perspectives on whole number arithmetic. *ZDM*, 51(1), 199-212.
- Pang, M. F., & Lo, M. L. (2012). Learning study: helping teachers to use theory, develop professionally, and produce new knowledge to be shared. *Springer, Instructional Science*, 40, pp. 589–606.
- Spagnolo, F., & Di Paola, B. (2010). *European and Chinese cognitive styles and their impact on teaching Mathematics*. Springer, *Studies in Computational Intelligence*, 277.
- Stara, F., Deluigi, R., & Fedeli, L. (2021). Traiettorie formative interculturali. Le dinamiche laboratoriali nell'esperienza dell'Università degli Studi di Macerata. *PEDAGOGIA INTERCULTURALE E SOCIALE*, 191-207..
- Sun, X. (2011). An Insider's Perspective: "Variation Problems" and Their Cultural Grounds in Chinese Curriculum Practice. *Journal of Mathematics Education*, Vol. 4, No. 1, pp. 101-114.



# XXXVII CONVEGNO UMI-CIIM CT2024

*La matematica che unisce.  
Quando le differenze diventano opportunità.*

**Grazie per l'attenzione**



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PALERMO



**G.R.I.M.** Gruppo di Ricerca  
sull'Insegnamento delle Matematiche  
*Dipartimento di Matematica e Informatica -  
Palermo*

***Benedetto Di Paola***

*Dipartimento di Matematica e Informatica,*

*Università degli Studi di Palermo.*

26 SETTEMBRE 2024, Catania