

XXXVII Convegno
UMI-CIIM

**LA MATEMATICA
CHE UNISCE**

Quando le differenze
diventano opportunità

26-28 Settembre 2024

Catania
Cittadella Universitaria,
Via Santa Sofia, 64

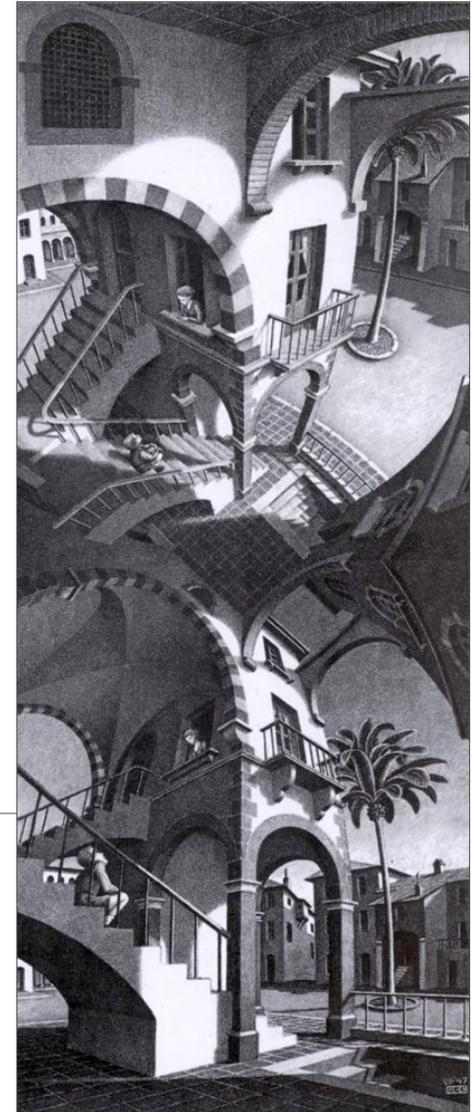
Argomentare, giocare e cambiare punto di vista

SAMUELE ANTONINI

DIPARTIMENTO DI MATEMATICA E INFORMATICA «ULISSE DINI»

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI FIRENZE

Catania, 26 settembre 2024



LA MATEMATICA CHE UNISCE

Riferimento all'attività matematica,
ai processi di pensiero

La matematica non è un'opinione!

*L'essenza della matematica sta proprio
nella sua libertà*

(Georg Cantor, Grundlagen, 1883)

Matematici, articoli di ricerca in didattica
della matematica, documenti istituzionali
(Indicazioni Nazionali, Linee guida, ecc.),
documenti di comunità scientifiche (UMI)
parlano di «scelte», «decisioni», «punti di
vista», «discussioni», «argomentazione»,...

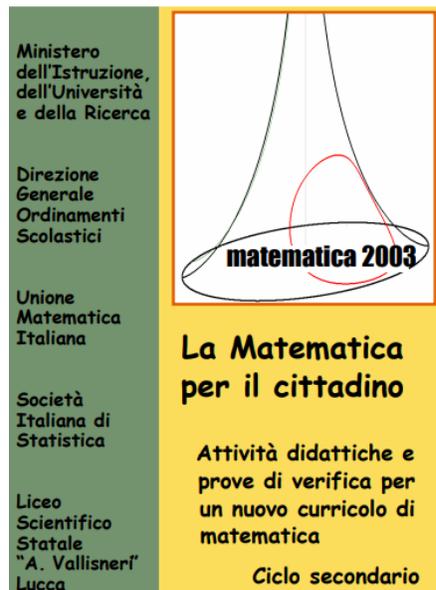


Perché insegnare/apprendere matematica?



L'educazione matematica può dare un contributo fondamentale in diverse direzioni:

- formazione di persone per settori occupazionali e professioni altamente qualificati
- formazione di competenze di base di ogni individuo anche in quanto membro di una comunità (inclusione)



L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, risolvere e porsi problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni d'incertezza. La conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale e non deve costituire unicamente un bagaglio astratto di nozioni.

(UMI, Matematica 2003, p. 4)

Indicazioni nazionali per il primo ciclo

Matematica

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani. In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.

Indicazioni nazionali per il primo ciclo

Matematica

Le conoscenze matematiche delle comunità, sviluppando il «fare» e offrendo strumenti per affrontare problemi uti capacità di comunicare e di comprendere i punti di vista

Tali competenze sono rilevanti per la formazione di una cittadinanza attiva e consapevole, in cui ogni persona è disponibile all'ascolto attento e critico dell'altro e a un confronto basato sul riferimento ad argomenti pertinenti e rilevanti. In particolare l'educazione all'argomentazione può costituire un antidoto contro il proliferare d'informazioni false o incontrollate.

(Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari, 2018)

Indicazioni nazionali per il primo ciclo: traguardi per lo sviluppo delle competenze

Termine scuola primaria

Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, **sostenendo le proprie idee** e confrontandosi con il **punto di vista** di altri.

Termine scuola secondaria di primo grado

Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite [...]

Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; **accetta di cambiare opinione** riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

Profilo culturale, educativo e professionale dei licei

«Piena valorizzazione» della «**pratica dell'argomentazione e del confronto**»

Risultati di apprendimento comuni a tutti i percorsi liceali

A conclusione dei percorsi di ogni liceo gli studenti dovranno:

2. Area logico-argomentativa

- Saper sostenere una propria tesi e saper **ascoltare e valutare criticamente le argomentazioni altrui.**

Linee guida istituti tecnici

«possedere una corretta capacità di giudizio»

«applicare i principi ed i processi matematici di base nel contesto quotidiano della sfera domestica, nonché per seguire e vagliare la coerenza logica delle argomentazioni proprie ed altrui»

L'educazione matematica può dare un contributo fondamentale in diverse direzioni:

- formazione di persone per settori occupazionali e professioni altamente qualificati
- formazione di competenze di base di ogni individuo anche in quanto membro di una comunità (inclusione)

Processi che caratterizzano **l'attività matematica**:

formulare/esplorare/risolvere problemi, formulare congetture, argomentare, comprendere argomentazioni e valutarne la validità, dimostrare, definire, stabilire convenzioni, rappresentare e interpretare dati, modellizzare, attivare processi (metacognitivi) di controllo, comunicare,

...

Processi cruciali in molti campi, nelle professioni e nella vita quotidiana

L'educazione matematica può dare un contributo fondamentale in diverse direzioni:

- formazione di persone per settori occupazionali e professioni altamente qualificati
- formazione di competenze di base di ogni individuo anche in quanto membro di una comunità (inclusione)

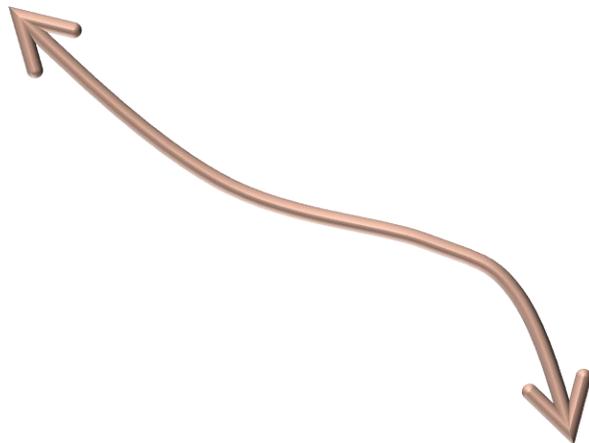
Processi che caratterizzano **l'attività matematica:**

formulare/esplorare/risolvere problemi, formulare congetture, argomentare, comprendere argomentazioni e valutarne la validità, dimostrare, definire, stabilire convenzioni, rappresentare e interpretare dati, modellizzare, attivare processi (metacognitivi) di controllo, comunicare,

...

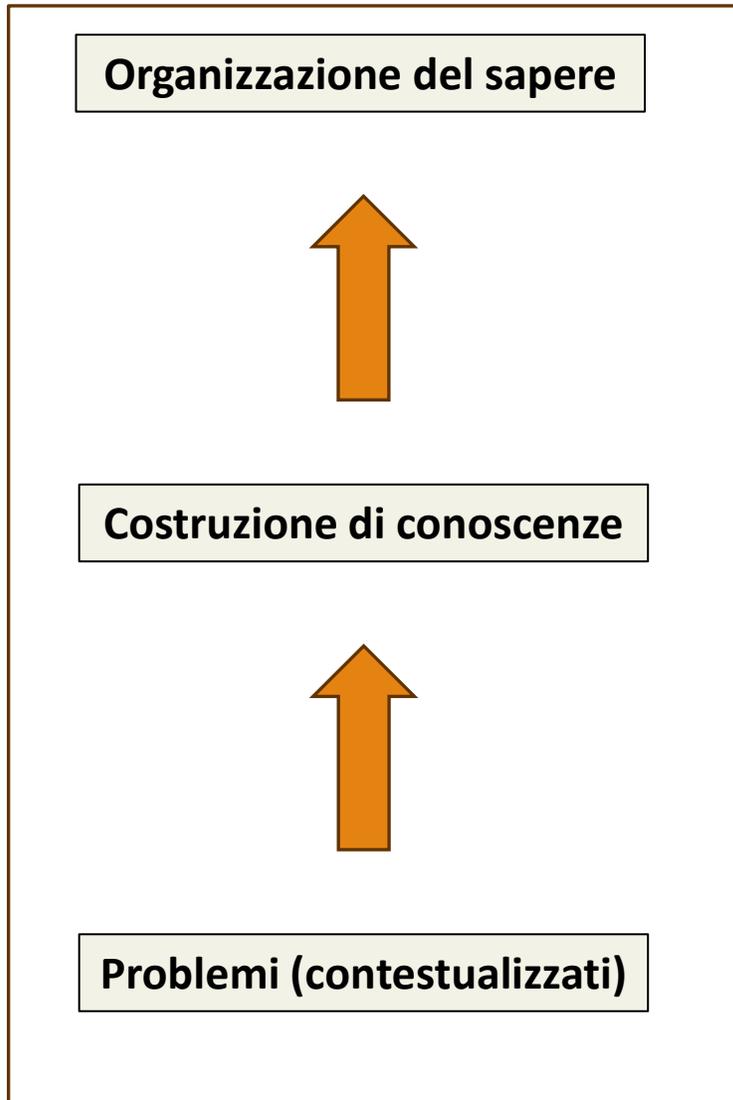
Processi cruciali in molti campi, nelle professioni e nella vita quotidiana

educazione matematica

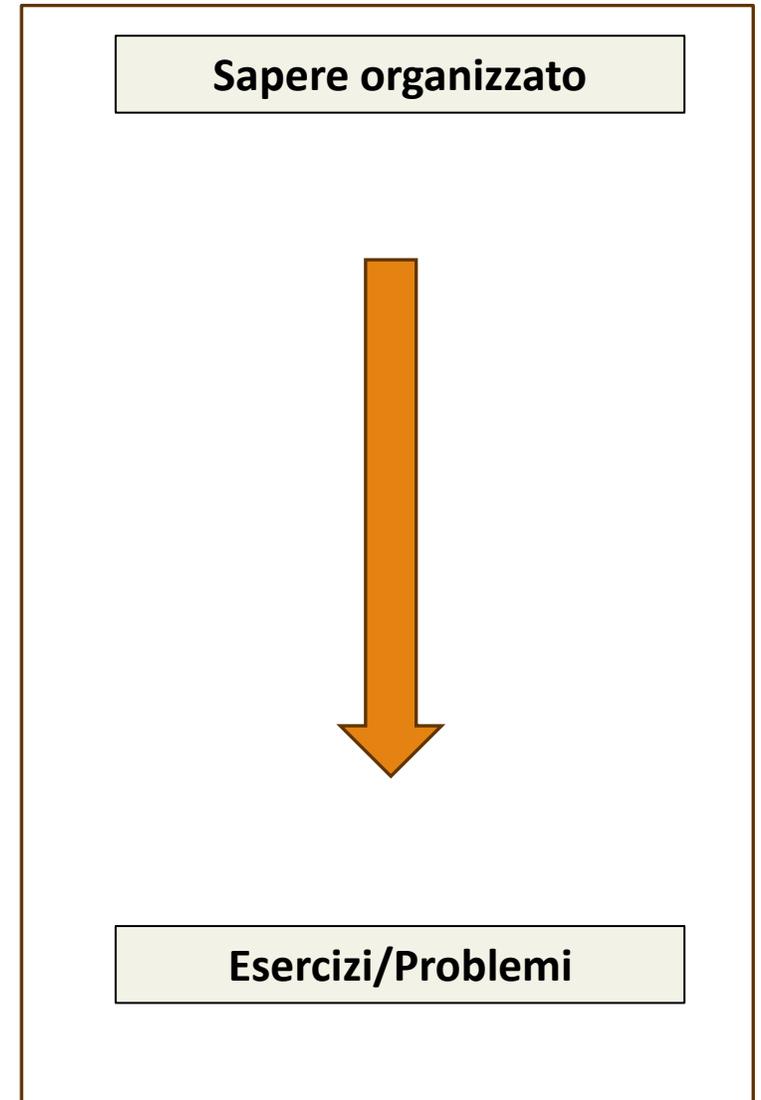


attività matematica

attività matematica



educazione matematica



(Chevallard, 1985)

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $x = -3 - 2$ $x = -5$

b)

c) $3x - 1 = x + 1$ $3x - x = 1 + 1$ $2x = 2$ $x = 1$

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $x = -3 - 2$ $x = -5$

b) $x = 5$

c) $3x - 1 = x + 1$ $3x - x = 1 + 1$ $2x = 2$ $x = 1$

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $x = -3 - 2$ $x = -5$

b) $x = 5$ NON HA SOLUZIONE

c) $3x - 1 = x + 1$ $3x - x = 1 + 1$ $2x = 2$ $x = 1$

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $x = -3 - 2$ $x = -5$

b) $x = 5$ NON HA SOLUZIONE

c) $3x - 1 = x + 1$ $3x - x = 1 + 1$ $2x = 2$ $x = 1$

7) Inventa un'equazione che non abbia soluzione:

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $x = -3 - 2$ $x = -5$

b) $x = 5$ NON HA SOLUZIONE

c) $3x - 1 = x + 1$ $\rightarrow 3x - x = 1 + 1$ $\rightarrow 2x = 2$ $x = 1$

7) Inventa un'equazione che non abbia soluzione:

$x = 10$



Prova per studenti universitari del I anno

Trovare le soluzioni dell'equazione $(x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 1)(x - 7) = 0$

Procedimento di molti studenti universitari:

$$(x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 1)(x - 7) = x^5 - 2x^4 - 30x^3 - 40x^2 + 29x + 42$$

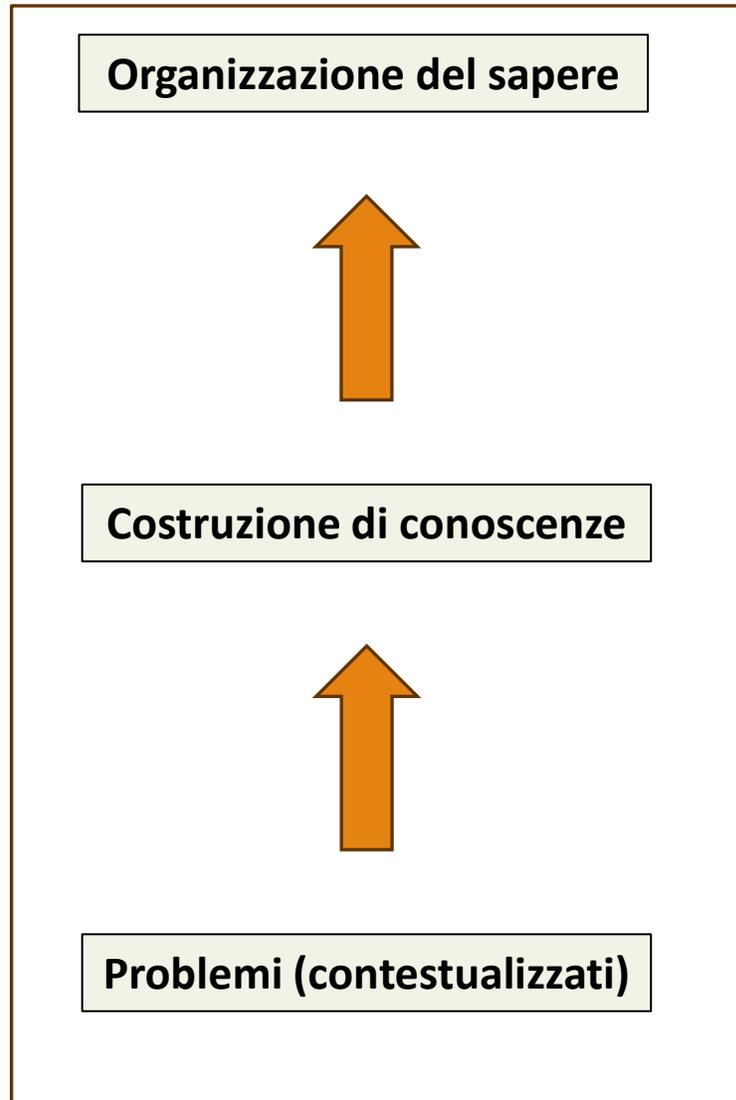
Molti non sono stati in grado di concludere

Altri... Ruffini....

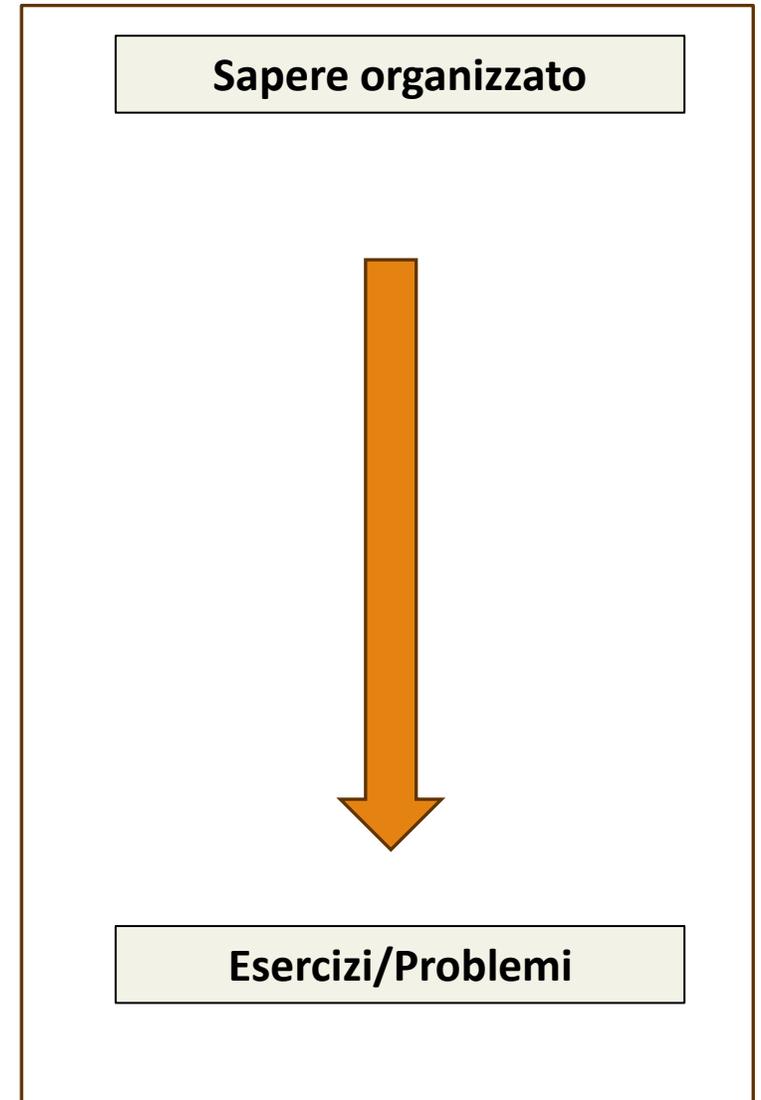
$$(x - 1)(x + 2)(x + 3)(x + 1)(x - 7) = 0$$

Le soluzioni sono 1, -2, -3, -1, 7

attività matematica

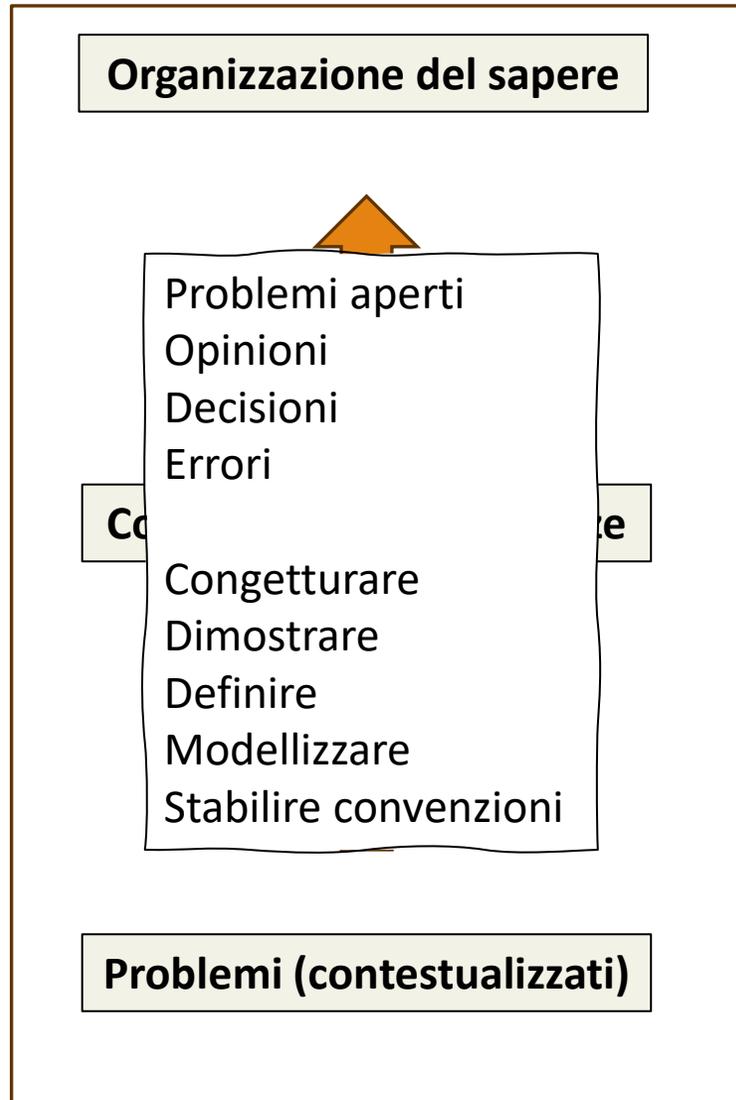


educazione matematica

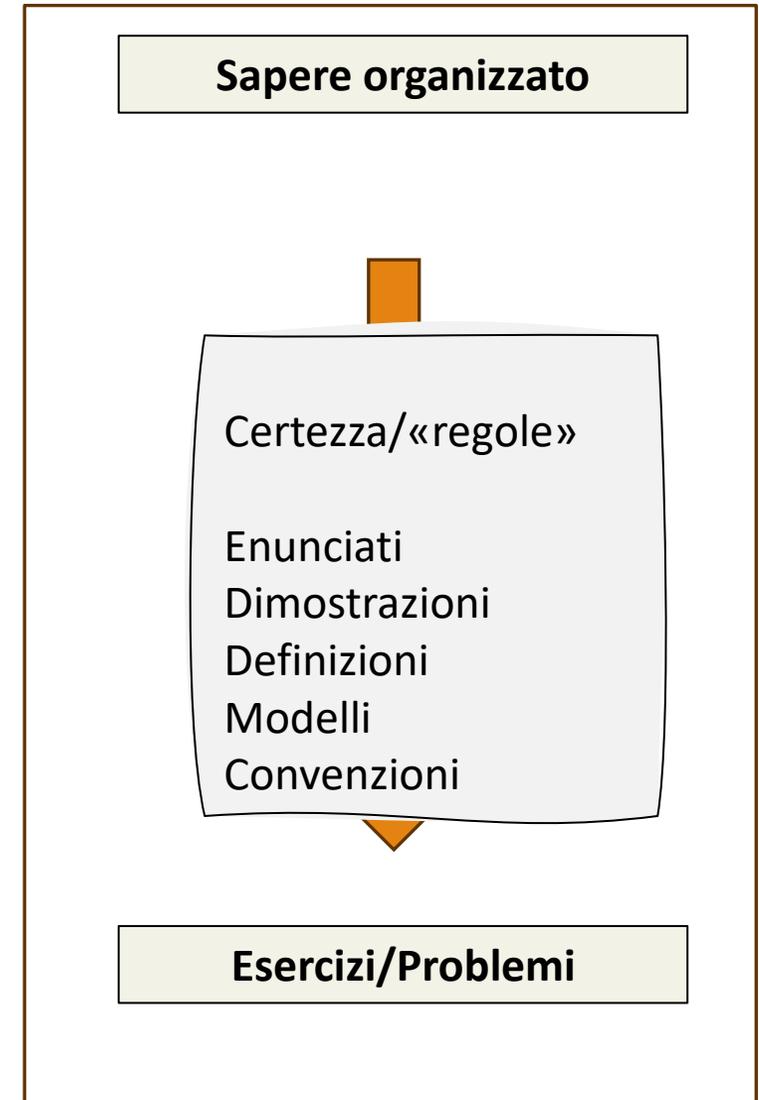


(Chevallard, 1985)

attività matematica



educazione matematica



(Chevallard, 1985)

attività matematica

Organizzazione del sapere

Problemi aperti
Opinioni
Decisioni
Errori
Congetturare
Dimostrare
Definire
Modellizzare
Stabilire convenzioni

Problemi (contestualizzati)



educazione matematica

Sapere organizzato

Certezza/«regole»
Enunciati
Dimostrazioni
Definizioni
Modelli
Convenzioni

Esercizi/Problemi

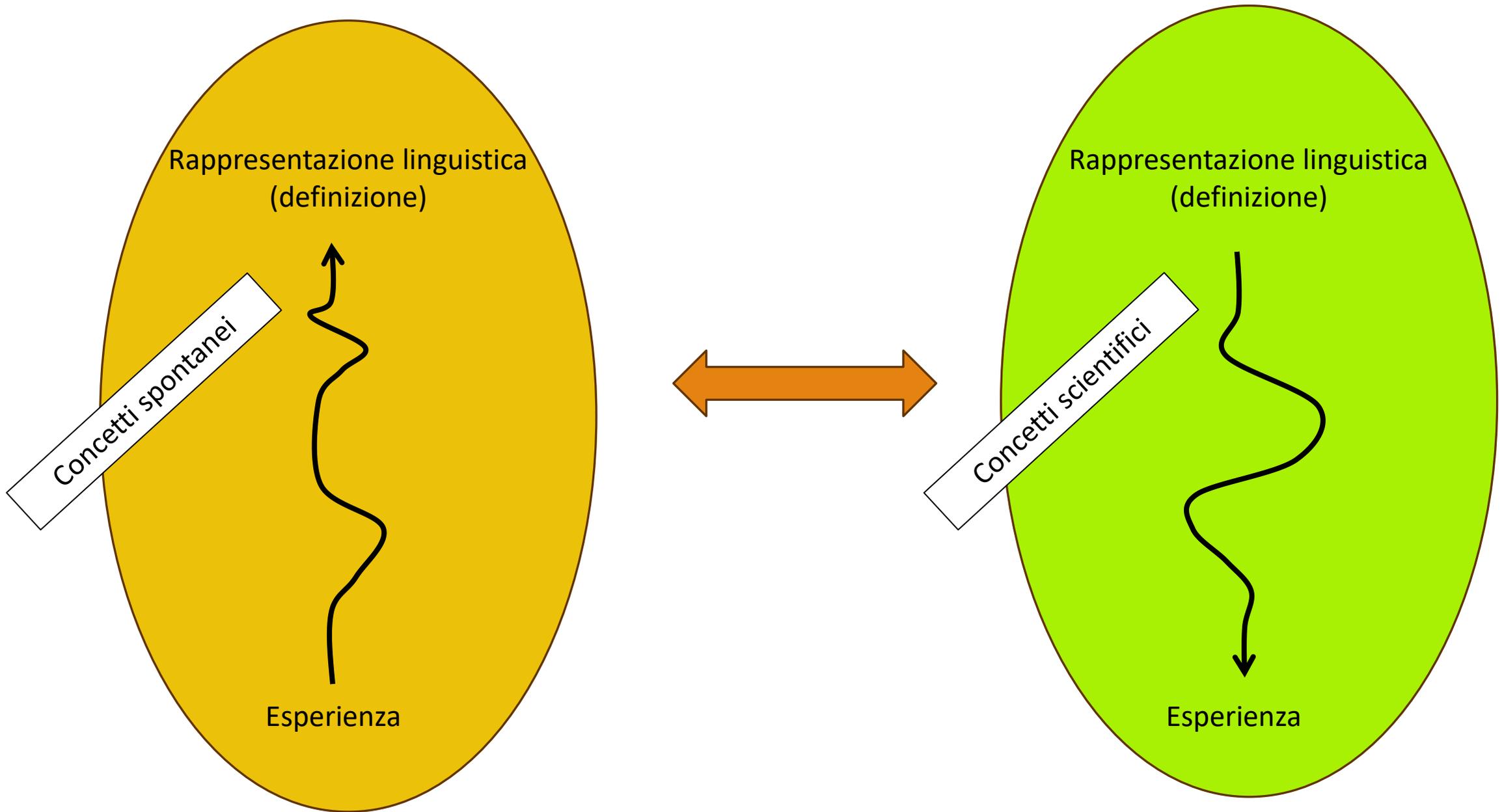
Maria Alessandra Mariotti

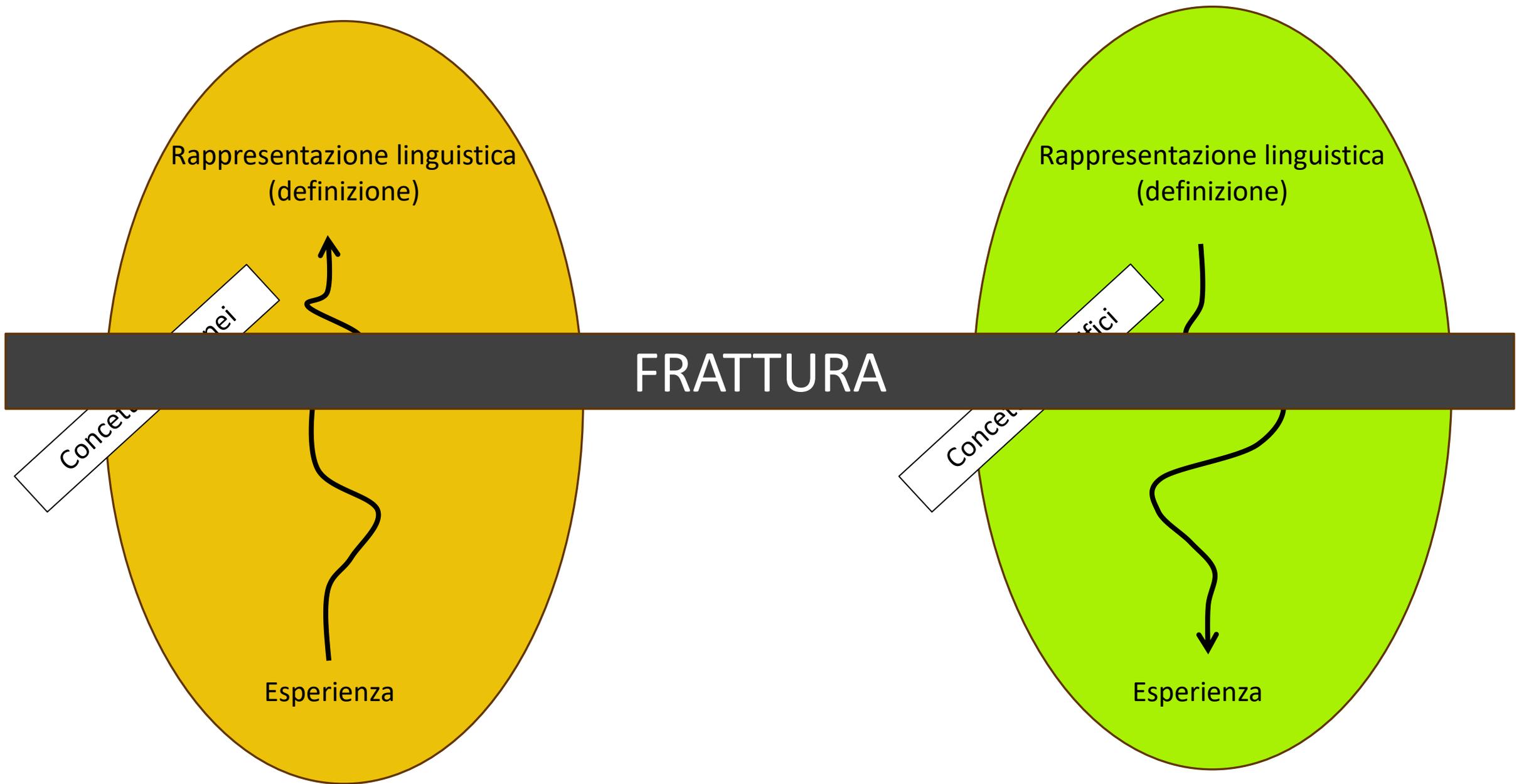


Argomentare e
dimostrare come
problema didattico



(Chevallard, 1985)





Rappresentazione linguistica
(definizione)

Rappresentazione linguistica
(definizione)

FRATTURA

Esperienza

Esperienza

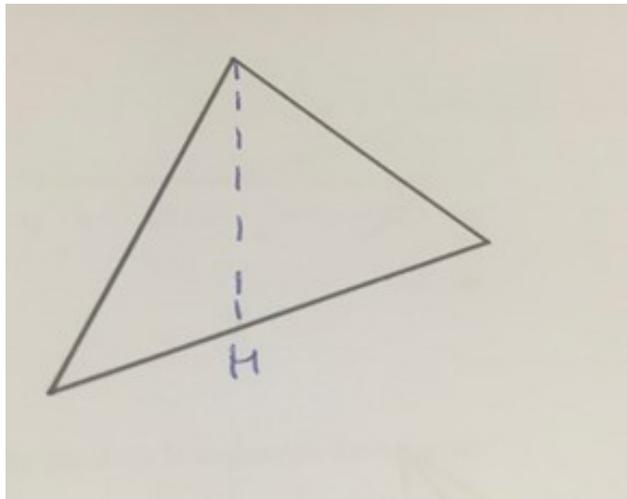
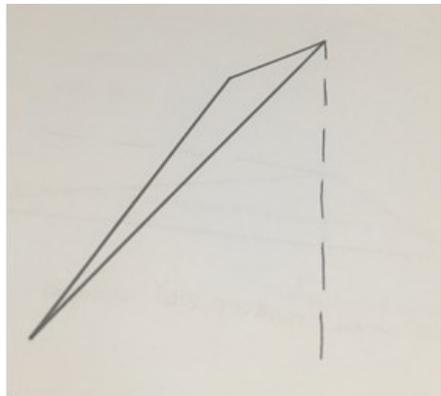
Concetti

Concetti

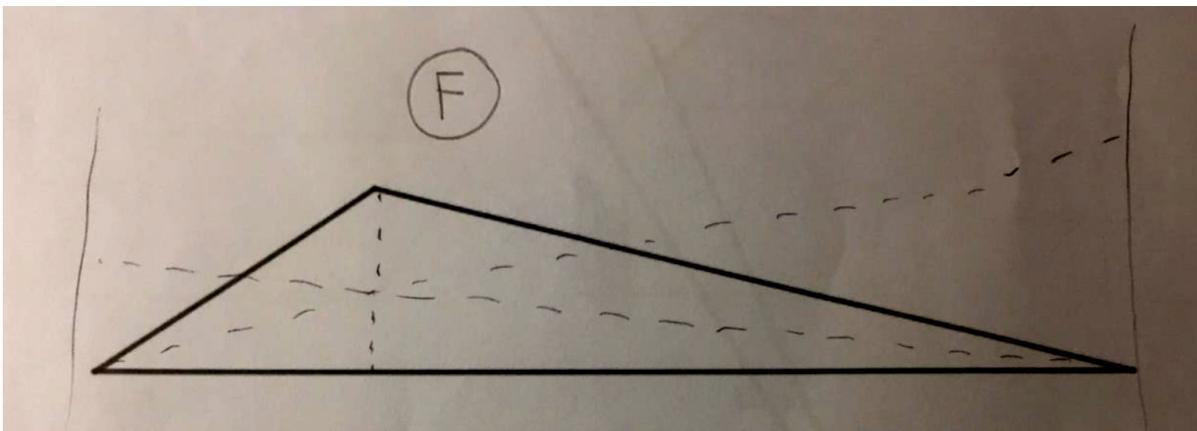
Concetti

Concetti

Altezze di triangoli

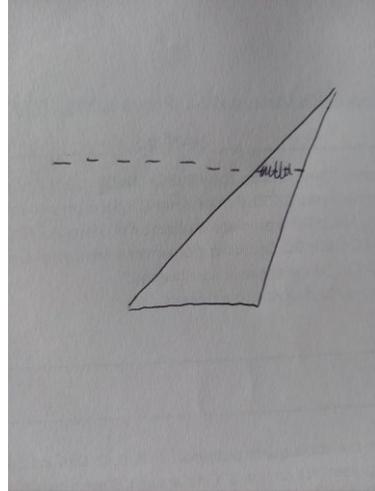
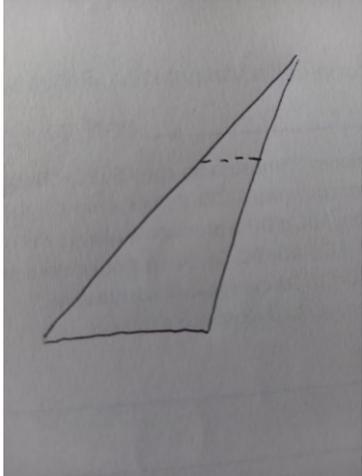


studente di secondaria di I grado, classe III

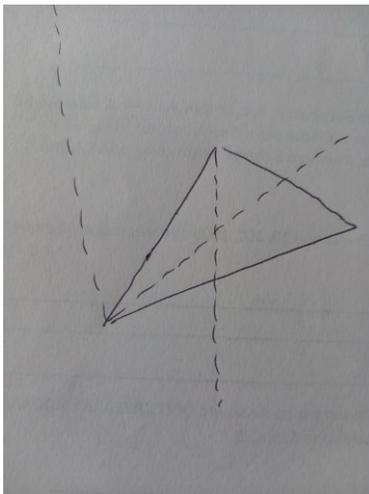


studente di IV liceo scientifico

Altezze di triangoli



Studentessa universitaria, II anno scienze della formazione primaria

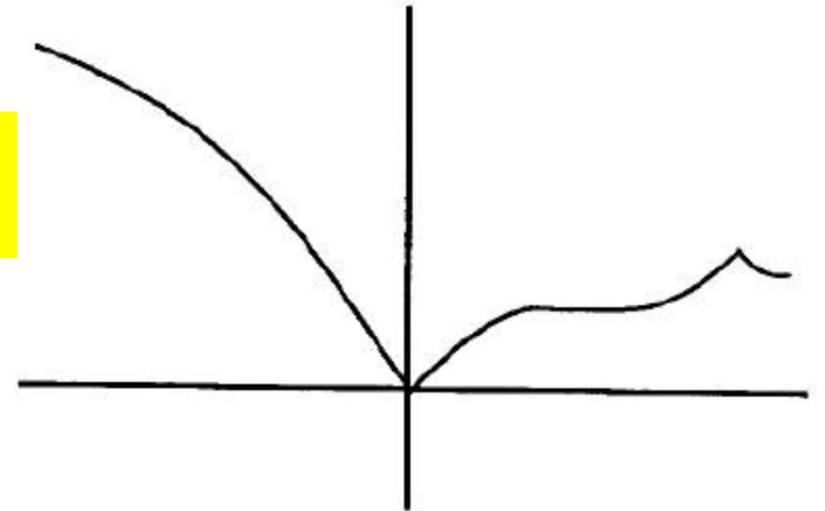


Studentessa universitaria, V anno scienze della formazione primaria

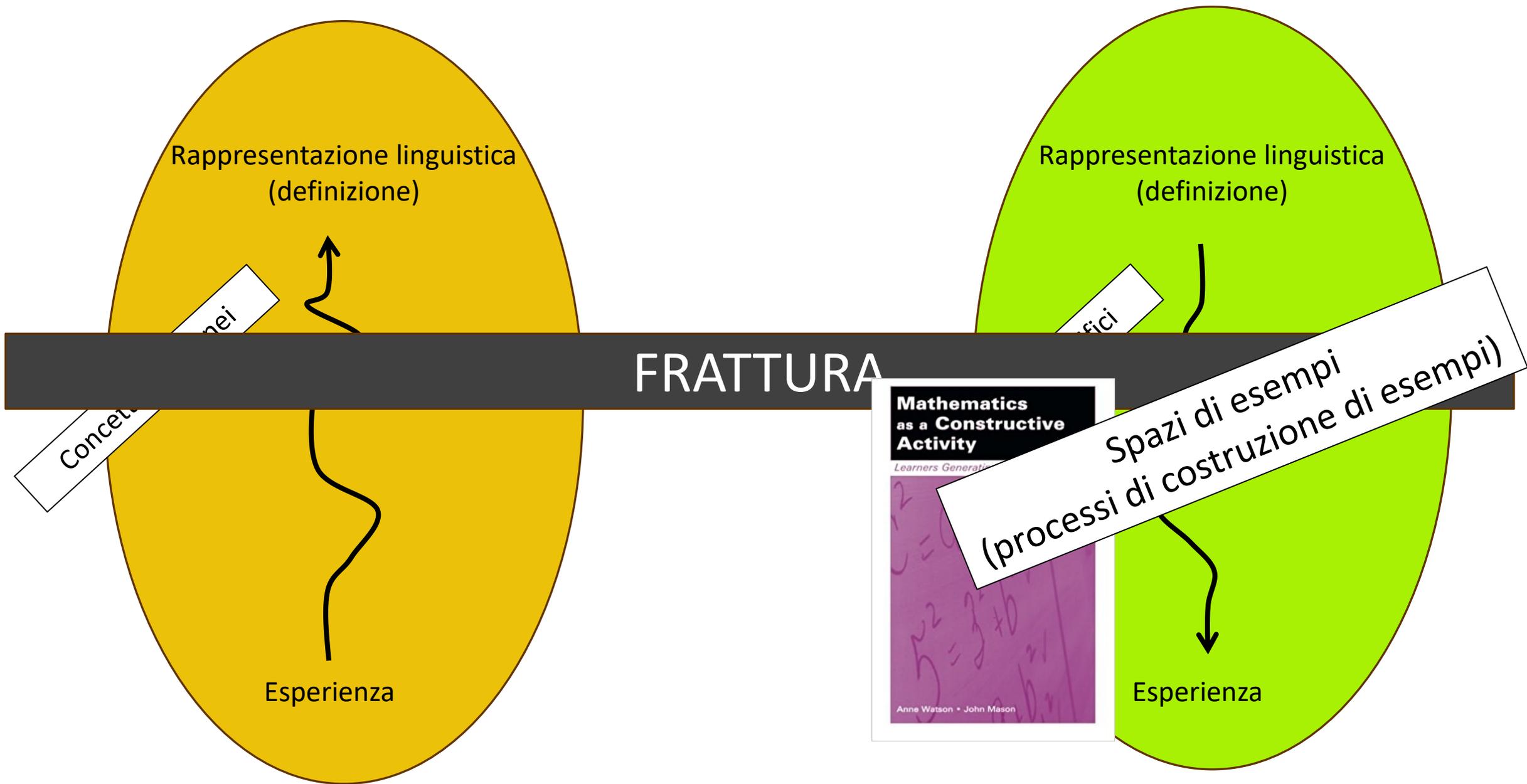
Funzioni...

Studenti che riportano correttamente la definizione di funzioni richiedono che:

«non so se è una funzione perché non so se questo grafico ha una formula, se non ce l'ha, non è una funzione»



Vinner, 1991: 147 studenti di II e III superiore con votazioni alte; risultati confermati in diversi studi



Rappresentazione linguistica (definizione)

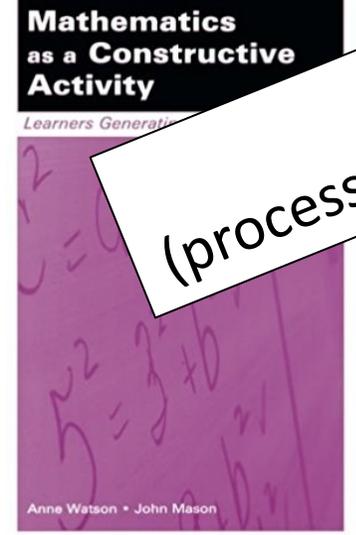
Rappresentazione linguistica (definizione)

FRATTURA

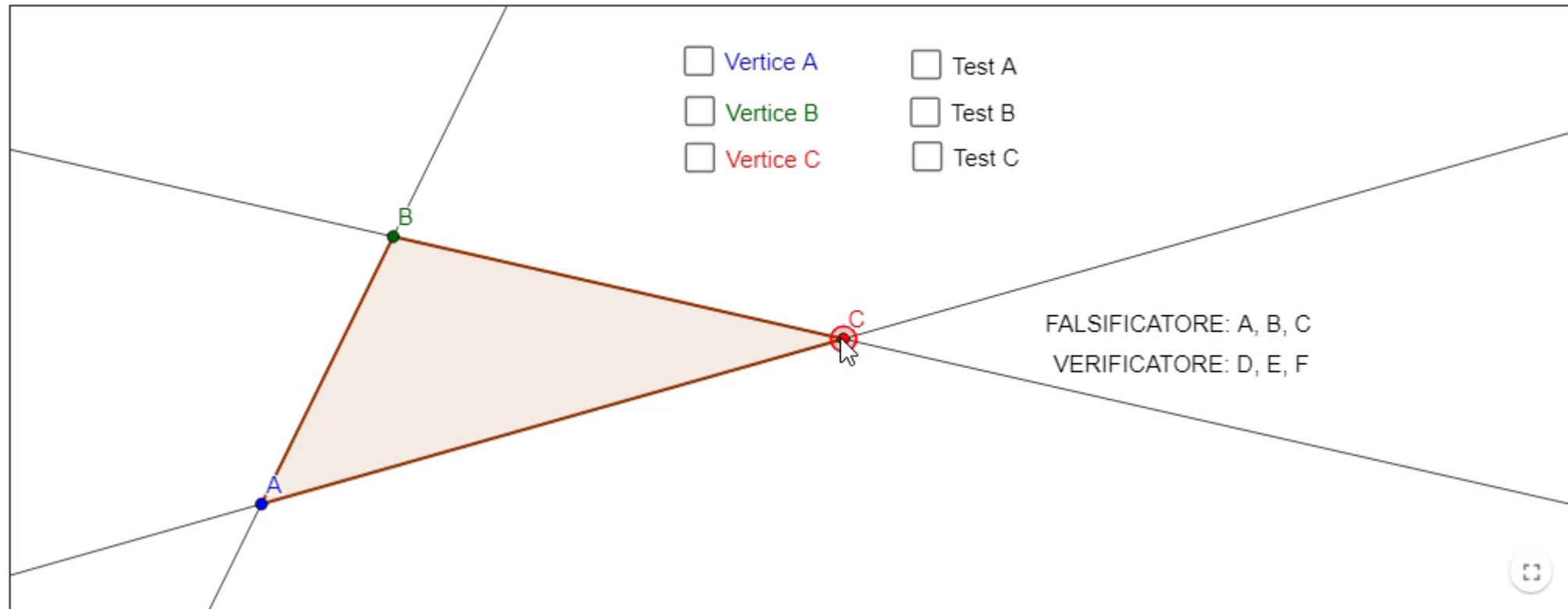
Spazi di esempi (processi di costruzione di esempi)

Esperienza

Esperienza



<https://www.geogebra.org/m/rnmqcv3>



Soldano, C. (2019). Apprendere con la logica dell'indagine: attività di giocoindagine all'interno di ambienti di geometria dinamica. *L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 42(3), 237-259.

Rappresentazione linguistica
(definizione)

Rappresentazione linguistica
(definizione)

FRATTURA

Discussione matematica

Spazi di esempi
(processi di costruzione di esempi)

Dialettica, tensione tra
diversi sensi personali e tra
sensi personali e significato

Oltre alla voce dell'insegnante, che è la voce del sapere matematico, è però garantita anche una polifonia di voci (orchestrata dall'insegnante). Si tratta di prospettive diverse su uno stesso problema, di solito rappresentate fisicamente dagli allievi

(Bartolini Bussi & Boni, 1995, p. 228)

Mathematics
as a Constructive
Activity

Learners Generating

Anne Watson • John Mason

Esperienza

attività matematica



educazione matematica

Attività occasionali non sufficienti

Necessità di una cultura della classe (abitudine sociale e mentale, consuetudine, inclinazione, disposizione, atteggiamento nei confronti della matematica e della pratica matematica):

- Cultura dell'argomentazione
- Cultura dei perché
- Cultura dei teoremi

... ..

(In Italia, lavori di Arzarello, Bartolini Bussi, Garuti, Mariotti, Morselli, Paola, Robutti, Sabena.....)

La cultura dei perché

«Il punto di partenza per introdurre gli studenti all'argomentazione matematica è la domanda 'perché'. Si osserva una regolarità o uno schema e sorge la domanda su cosa rende le cose come sono. Rispondere a tali domande può essere considerato come eseguire un *esperimento mentale*. [...] Una volta che la 'cultura dei perché' è stata sviluppata per diversi anni di insegnamento della matematica, arriverà un momento in cui la dimostrazione verrà insegnata esplicitamente e il termine 'dimostrazione' sarà menzionato esplicitamente agli studenti.»

(Jahnke, 2005, corsivo originale).