Scuola Estiva UMI-CIIM AIRDM 2024

La discussione matematica come contesto in cui promuovere i processi di pensiero e la riflessione metacognitiva: strumenti per la progettazione e l'analisi

Annalisa Cusi
Sapienza Università di Roma

Francesca Morselli
Università di Genova

La discussione matematica
come contesto in cui promuovere i processi di pensiero
e la riflessione metacognitiva:
strumenti per la progettazione e l'analisi

La discussione matematica
come contesto in cui promuovere i processi di pensiero
e la riflessione metacognitiva:
strumenti per la progettazione e l'analisi

Il programma di questa mattina

Plenaria: presentazione degli strumenti teorici

- La discussione matematica: finalità e tipologie
- M-CA_{CE}: un costrutto teorico per caratterizzare il **ruolo svolto dal docente** durante le **discussioni di classe**
- Cinque pratiche per **progettare** discussioni di classe efficaci
- M-CA_{CE} come strumento per progettare **discussioni di bilancio**

Laboratorio: uso degli strumenti teorici per progettare una discussione di bilancio

Utilizzo di M-CA_{CE} come strumento per **progettare discussioni di bilancio** a partire dalla raccolta delle produzioni degli studenti

Il laboratorio di matematica

Il laboratorio è inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, negozia e costruisce significati interindividuali, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/trasversali/riflessioni-sul-laboratorio-di-matematica/

Il laboratorio di matematica

Il laboratorio è inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, **discute** e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati e a confrontarli con le ipotesi formulate, negozia e costruisce significati interindividuali, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.

https://umi.dm.unibo.it/materiali-umi-ciim/trasversali/riflessioni-sul-laboratorio-di-matematica/

Il programma di questa mattina

Plenaria: presentazione degli strumenti teorici

- La discussione matematica: finalità e tipologie
- M-CA_{CE}: un costrutto teorico per caratterizzare il **ruolo svolto dal docente** durante le **discussioni di classe**
- Cinque pratiche per **progettare** discussioni di classe efficaci
- M-CA_{CE} come strumento per progettare **discussioni di bilancio**

La discussione matematica

Bartolini Bussi M., Boni M., Ferri F. (1995). *Interazione sociale e conoscenza a scuola*. Rapporto tecnico n. 10, Centro di Documentazione Educativa, Modena

La discussione matematica

Premesse teoriche alla base del costrutto:

- Costruzione sociale della conoscenza
- Processi interpersonali come base per i processi intrapersonali
- Discussione matematica come contesto promettente per lo sviluppo del processo interpersonale

La discussione matematica

Dibattito scientifico, introdotto ed orchestrato dall'insegnante, su un oggetto (argomento) matematico, al fine di raggiungere una conclusione condivisa sulll'oggetto

Una polifonia di voci articolate attorno ad un oggetto matematico

La discussione matematica

- Tema generale (il motivo dell'attività)
- Importanza di ogni voce
- Interazione tra voci
- Ruolo cruciale dell'insegnante (voce e orchestrazione)

La discussione matematica

Tre tipi di discussione:

- Su un problema
- Su un concetto
- Meta-discussione

La discussione matematica

La discussione di problema – 2 tipi

1. Discussione di soluzione: tutta la classe è coinvolta nella risoluzione di un problema
2. Discussione di bilancio: condivisione e valutazione delle soluzioni individuali / di gruppo

Il programma di questa mattina

Plenaria: presentazione degli strumenti teorici

- La discussione matematica: finalità e tipologie
- M-CA_{CE}: un costrutto teorico per caratterizzare il **ruolo svolto dal docente** durante le **discussioni di classe**
- Cinque pratiche per **progettare** discussioni di classe efficaci
- M-CA_{CE} come strumento per progettare **discussioni di bilancio**

Il progetto di ricerca nell'ambito del quale il costrutto M-CA_{CE} è stato introdotto

Obiettivo educativo:
Promuovere una **appropriata visione dell'algebra** attraverso la progettazione e l'implementazione di **percorsi innovativi sperimentali nella scuola secondaria.**

Per favorire lo sviluppo di symbol sense negli studenti (Arcavi 1994)

Symbol Sense

Saper vedere i simboli come strumenti portatori di significato

Saper intuire quando fare appello ai simboli nel processo di risoluzione di un problema e viceversa

Saper apprezzare l'eleganza, la concisione, le proprietà comunicative ed il potere dei simboli di rappresentare e provare relazioni

Sentire l'esigenza di cercare il significato dei simboli, sia che sia essenziale alla soluzione di un problema, sia che serva soltanto per raggiungere nuove consapevolezze.

Il progetto di ricerca nell'ambito del quale il costrutto M-CA$_{CE}$ è stato introdotto

Obiettivo educativo:
Promuovere una **appropriata visione dell'algebra** attraverso la progettazione e l'implementazione di **percorsi innovativi sperimentali nella scuola secondaria.**

Per favorire lo sviluppo di symbol sense negli studenti (Arcavi 1994)

Come promuovere questa visione dell'algebra?

Conducendo gli allievi attraverso il **ciclo algebrico essenziale**

rappresentare → manipolare

interpretare

(Bell, 1996)

Spostando l'attenzione dal problema della manipolazione simbolica alla ricerca di stimoli da fornire ai propri studenti perché abbiano l'opportunità di **"dimenticare le regole"**
in favore di un apprendimento caratterizzato da un uso dei simboli per pensare, realizzare processi di astrazione, generalizzare e pianificare strategie.
(Arcavi 1994, 2004)

Il progetto di ricerca nell'ambito del quale il costrutto M-CA$_{CE}$ è stato introdotto

Progettazione ed implementazione di un **percorso didattico di avvio all'uso del linguaggio algebrico come strumento per dimostrare**, da inserire della programmazione scolastica,
in coordinamento con le usuali attività di tipo sintattico.

Fase 1. Attività di traduzione da linguaggio verbale ad algebrico e viceversa

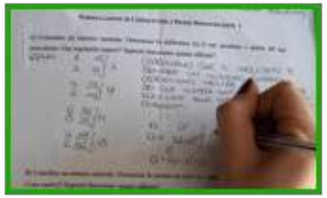
Fase 2. Studio delle relazioni tra proprietà di una data espressione algebrica e proprietà delle variabili in essa contenute

Fase 3. Analisi della veridicità/falsità di enunciati riguardanti proprietà dei numeri naturali e giustificazione delle risposte fornite

Fase 4. Esplorazione di situazioni numeriche, formulazione di congetture e relative dimostrazioni

Fase 5. Analisi di strategie dimostrative

Fase 6. Costruzione delle dimostrazioni di teoremi assegnati.



Strutturazione del percorso didattico

Il progetto di ricerca nell'ambito del quale il costrutto M-CA_{CE} è stato introdotto

I problemi e le attività innovative che possono essere proposte agli studenti non incarnano il significato stesso di symbol sense: **è il *modo in cui l'insegnante guida* gli studenti ad affrontarle e a riflettere su di esse che conduce alla costruzione di un symbol sense** (Arcavi, 1994)**.**

⬇

Focus sul RUOLO SVOLTO dal DOCENTE:

Il costrutto M-CA_{CE}

Focus sul RUOLO SVOLTO dal DOCENTE:
Il costrutto M-CA$_{CE}$

Importanza dell'interazione sociale e **centralità del contributo** dell'adulto o del compagno **esperto** (*Vygotsky*, 1978)

Ruolo svolto dalle attività realizzate in contesti sociali nel favorire lo sviluppo di una reale consapevolezza del significato di tali attività (*Leont'ev*, 1978)

Insegnare come EDUCARE ALLA CONSAPEVOLEZZA (*Mason*, 1998, 2008)

APPRENDISTATO COGNITIVO
per portare alla luce i processi cognitivi e metacognitivi solitamente impliciti
(*Collins, Brown e Newman*, 1989)

Focus sul RUOLO SVOLTO dal DOCENTE:
Il costrutto M-CA$_{CE}$

Il costrutto M-CA$_{CE}$

Ruoli che il docente attiva con l'obiettivo di **rendere il pensiero visibile**, consentendo agli allievi di focalizzare l'attenzione non solo su aspetti sintattici, ma anche sulle **strategie efficaci** e su **riflessioni di tipo meta** sui processi attivati.

"Soggetto che indaga"

Guida al controllo dei significati, sia sul piano sintattico che semantico

Autentico partecipante

Guida operativa/strategica

Guida Riflessiva nell'individuazione di modelli operativi-strategici efficaci

"Attivatore" di Processi interpretativi

"Attivatore" di Pensieri anticipatori

"Attivatore" di atteggiamenti riflessivi e di atti metacognitivi

Focus sul RUOLO SVOLTO dal DOCENTE:
Il costrutto M-CA$_{CE}$

Il costrutto M-CA$_{CE}$

Ruoli che il docente attiva con l'obiettivo di **rendere il pensiero visibile**, consentendo agli allievi di focalizzare l'attenzione non solo su aspetti sintattici, ma anche sulle **strategie efficaci** e su **riflessioni di tipo meta** sui processi attivati.

"Soggetto che indaga"

Autentico partecipante

Guida operativa/strategica

"Attivatore" di Processi interpretativi

"Attivatore" di Pensieri anticipatori

L'insegnante si pone di fronte al problema oggetto d'esame, non come "semplice esperto", ma **come *learner* che affronta il problema con l'obiettivo di "rendere visibili" i pensieri nascosti** esplicitando obiettivi, senso delle strategie attivate, interpretazione dei risultati via, via raggiunti.

Focus sul RUOLO SVOLTO dal DOCENTE:
Il costrutto M-CA_{CE}

Il costrutto M-CA_{CE}

Ruoli che il docente attiva con l'obiettivo di **rendere il pensiero visibile**, consentendo agli allievi di focalizzare l'attenzione non solo su aspetti sintattici, ma anche sulle **strategie efficaci** e su **riflessioni di tipo meta** sui processi attivati.

Da semplice "learner", eventualmente più esperto, **il docente diventa referente per la classe** nel **chiarire** aspetti salienti a vari livelli e nel favorire lo **sviluppo di una reale consapevolezza del senso delle attività** condotte e dei processi stessi di apprendimento.

Guida al controllo dei significati, sia sul piano sintattico che semantico

Guida Riflessiva nell'individuazione di modelli operativi-strategici efficaci

"Attivatore" di atteggiamenti riflessivi e di atti metacognitivi

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Questione affrontata durante la discussione

Come giustificare che se "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

1ª Liceo Scientifico

Diversi approcci possibili

Puramente verbale

"Misto"

Algebrico

ATTIVITA' PROPEDEUTICA A QUELLA DI COSTRUZIONE DI DIMOSTRAZIONI VIA LINGUAGGIO ALGEBRICO

***Obiettivo principale dell'attività*:**

Far cogliere agli studenti la potenza del linguaggio algebrico come strumento per costruire ragionamenti e giustificare in maniera efficace le proprie asserzioni.

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Questione affrontata durante la discussione

1ª Liceo Scientifico

Come giustificare che se "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

Attivazione del frame pari-dispari per "tradurre" l'ipotesi "b è dispari".

Approccio algebrico

$$3b=3(2n+1)=$$

$$=6n+3=$$

$$=6n+2+1=$$

$$=2(3n+1)+1$$

Attivazione del corretto pensiero anticipatorio: per mostrare che 3b è dispari devo poter trasformare l'espressione in modo da giungere alla forma **2(X)+1**

Applicazione delle **corrette trasformazioni sintattiche** e **corretta interpretazione delle scritture algebriche** via, via ottenute.

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

Vediamo di motivare che se $b=2x+1$, allora $3b$ è dispari.

I

Dobbiamo fare 3 per $2x+1$…

A

Fase iniziale della discussione: la classe concorda che l'ipotesi "*b è un numero dispari*" può essere formalizzata mediante $b=2x+1$

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: 3 per … inserisco *2x+1* perché b lo sto supponendo dispari … Poi cosa posso fare?

A: Dobbiamo fare 3 per *2x+1*…

$$3b=3(2x+1)$$

Silenzio

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

Si vede che è dispari?

I

Sì! Perché c'è un +1!

Z

$$3b=3(2x+1)$$

Silenzio

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Perché c'è un 1 …
… dove, però?

Z: Sì! Perché c'è un +1!

Nella parentesi!

$$3b=3(2x+1)$$

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Come si fa a mettere in evidenza che un numero è dispari?

Z: Si prende un multiplo di 2 e lo si somma ad 1…

Z: Nella parentesi!

$$3b=3(2x+1)$$

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

Qua si vede che è un multiplo di 2 sommato ad 1?

I

Sì, poi è moltiplicato per 3!

A

$$3b=\boxed{3(2x+1)}$$

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Beh … per ora qui ho solo un 3 per qualcosa …

A: Sì, poi è moltiplicato per 3!

M: Però nella parentesi sì!

$$3b=3(2x+1)$$

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Vediamo di motivare che se b=2x+1, allora 3b è dispari.
A: Dobbiamo fare 3 per 2*x*+1…
I: 3 per … inserisco 2*x*+1 perché *b* lo sto supponendo dispari.
I scrive 3b=3(2x+1)
I: Poi cosa posso fare?
Silenzio.
I: Si vede che è dispari?
Z: Sì! Perché c'è un +1!
I: Perché c'è un 1 … dove però?
Z: Nella parentesi!
I: Come si fa a mettere in evidenza che un numero è dispari?
M: Si prende un multiplo di 2 e lo si somma ad 1…
I: Qua si vede che è un multiplo di 2 sommato ad 1?
A: Sì, poi è moltiplicato per 3!
I: Beh … per ora qui ho solo un 3 per qualcosa …
M: Però nella parentesi sì!

SOGGETTO CHE INDAGA E PARTE INTEGRANTE DEL GRUPPO CLASSE NEL LAVORO DI RICERCA CHE È STATO ATTIVATO.

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

"Soggetto che indaga"

Autentico partecipante

L'insegnante **cerca di stimolare nei suoi studenti un atteggiamento di ricerca** nei confronti dei problemi da affrontare chiedendo loro di **fare proposte e dare suggerimenti** su come procedere nell'affrontare l'attività.

Fa uso della **prima persona plurale** nel porre questioni mirate a chiarire che tipo di "attività di ricerca" il gruppo classe è chiamato a svolgere. Per far sì che tutti gli allievi si sentano coinvolti come gruppo nell'attività, l'insegnante **accoglie le diverse proposte senza formulare giudizi**.

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Vediamo di motivare che se b=2x+1, allora 3b è dispari.
A: Dobbiamo fare 3 per 2*x*+1…
I: 3 per … inserisco 2*x*+1 perché *b* lo sto supponendo dispari.
I scrive 3b=3(2x+1)
I: Poi cosa posso fare?
Silenzio.
I: Si vede che è dispari?
Z: Sì! Perché c'è un +1!
I: Perché c'è un 1 … dove però?
Z: Nella parentesi!
I: Come si fa a mettere in evidenza che un numero è dispari?
M: Si prende un multiplo di 2 e lo si somma ad 1…
I: Qua si vede che è un multiplo di 2 sommato ad 1?
A: Sì, poi è moltiplicato per 3!
I: Beh … per ora qui ho solo un 3 per qualcosa …
M: Però nella parentesi sì!

ATTIVATORE DI PROCESSI INTERPRETATIVI E DI PENSIERI ANTICIPATORI.

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

L'insegnante stimola **l'attivazione dei corretti pensieri anticipatori per poter prevedere la forma finale (o intermedia) di una o più rappresentazioni/espressioni** costruite per risolvere un problema e le trasformazioni necessarie per raggiungerla, **oppure gli approcci strategici più efficaci** per affrontare il problema in esame.

"Attivatore" di Pensieri anticipatori

Pone domande/ fa affermazioni mirate

- a far **focalizzare l'attenzione sull'obiettivo (o sotto-obiettivo) dell'attività** che la classe sta affrontando **o della strategia adottata**,
- **a far esplorare ipotesi**,
- **a far identificare gli effetti** di una possibile trasformazione operata o di una possibile strategia attivata.

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

L'insegnante **stimola l'interpretazione delle rappresentazioni** costruite nel corso della discussione **e l'analisi dei risultati** ottenuti, facendo esplicito riferimento al contesto introdotto dal problema che viene affrontato.

"Attivatore" di Processi interpretativi

Lo fa ponendo domande mirate a **stimolare una continua interpretazione delle rappresentazioni e dei risultati** che vengono via, via ottenuti nel corso della risoluzione del problema:

- Che significato ha questo simbolo/ espressione?
- Come possiamo rappresentare questa informazione?
- Che interpretazione possiamo dare di questo risultato?

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I

Dentro la parentesi è vero … dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari … però quello che voi mi avete detto è che vorrei un multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?

$$3b=\boxed{3(2x+1)}$$

Tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

A

S

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene …

I: La *x* dove la mettiamo?

A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!

S: E la *x* dove la metti?

$$3b=3(2x+1)$$

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I

Sono equivalenti $\boxed{\text{queste}}$ due scritture?

$$3b=\boxed{3(2x+1)}=$$

$$\boxed{=(3\cdot 2x)+1}$$

A

3 per $2x$, tra parentesi, più 1!

NO!!!

NO!!!

NO!!!

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza …

I

$$3b=3(2x+1) =$$

$$=(3\cdot 2x)+1$$

Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.

S

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. $\boxed{\text{Qui}}$ c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

$$3b=3(2x+1) =$$

$$=\boxed{3[(2x)+1]}$$

Z: Perché fare così?

A: E' la stessa cosa!

S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi *2x*, più 1.

I: Dentro la parentesi è vero … dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari … però quello che voi mi avete detto è che vorrei un multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?

A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene ….

A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 …

S: E la *x* dove la metti?

I: La *x* dove la mettiamo?

A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!

I scrive $3(2x+1)=3\cdot 2x+1$

I: Sono equivalenti queste due scritture?

Coro: No!

I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza ...

S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.

I scrive $3(2x+1)= 3((2x)+1)$

Z: Perché fare così?

M: E' la stessa cosa!

I: Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

ATTIVATORE DI PROCESSI INTERPRETATIVI E GUIDA OPERATIVA/STRATEGICA.

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

L'insegnante condivide, anziché trasmettere, le strategie che adotta e le conoscenze che attiva. **Si pone**, di fronte al problema da affrontare, **con un atteggiamento di ricerca**, con l'obiettivo costante di **condividere i processi di pensiero e le possibili strategie da attivare**.

Guida operativa/strategica

Pone domande/ fa affermazioni mirate a **far identificare strategie di approccio al problema** o a chiarire **come un esperto potrebbe porsi** quando analizza un problema da risolvere:

- Che significato ha questa domanda?
- Cosa ci viene richiesto di fare?
- Cosa potrebbe essere utile trovare per rispondere a questa domanda?
- È l'unico modo possibile di risolvere questo problema?

I: Dentro la parentesi è vero … dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari … però quello che voi mi avete detto è che vorrei un multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?

A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene ….

A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 …

S: E la *x* dove la metti?

I: La *x* dove la mettiamo?

A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!

I scrive $3(2x+1)=3\cdot 2x+1$

I: Sono equivalenti queste due scritture?

Coro: No!

I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza ...

S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.

I scrive $3(2x+1)= 3((2x)+1)$

Z: Perché fare così?

M: E' la stessa cosa!

I: Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

SOGGETTO CHE INDAGA E PARTE INTEGRANTE DEL GRUPPO CLASSE.

I: Dentro la parentesi è vero … dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari … però quello che voi mi avete detto è che vo multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?
A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.
I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene ..
A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 …
S: E la *x* dove la metti?
I: La *x* dove la mettiamo?
A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!
I scrive $3(2x+1)=3\cdot 2x+1$
I: Sono equivalenti queste due scritture?
Coro: No!
I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza ...
S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.
I scrive $3(2x+1)= 3((2x)+1)$
Z: Perché fare così?
M: E' la stessa cosa!
I: Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

Il *pensiero anticipatorio* ("*Ho bisogno di mettere in evidenza la somma tra un numero pari ed 1*") **predomina sul *controllo delle manipolazioni*** che vengono operate dagli allievi, guidandole in maniera erronea.

A perde di vista il controllo della correttezza delle manipolazioni operate.

I: Dentro la parentesi è vero … dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari … però quello che voi mi avete detto è che vorrei un multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?

A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene ….

A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 …

S: E la *x* dove la metti?

I: La *x* dove la mettiamo?

A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!

I scrive $3(2x+1)=3\cdot 2x+1$

I: Sono equivalenti queste due scritture?

Coro: No!

I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza ...

S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.

I scrive $3(2x+1)= 3((2x)+1)$

Z: Perché fare così?

M: E' la stessa cosa!

I: Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

S ha perso di vista l'obiettivo:
il *pensiero anticipatorio* è *inibito* dalla necessità di lavorare con *espressioni equivalenti*.

I: Dentro la parentesi è vero … dentro la parentesi per forza c'è un numero dispari … però quello che voi mi avete detto è che vorrei un multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1?

A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene ….

A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 …

S: E la *x* dove la metti?

I: La *x* dove la mettiamo?

A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!

I scrive $3(2x+1)=3\cdot 2x+1$

I: Sono equivalenti queste due scritture?

Coro: No!

I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza ...

S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.

I scrive $3(2x+1)= 3((2x)+1)$

Z: Perché fare così?

M: E' la stessa cosa!

I: Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

ATTIVATORE DI ATTEGGIAMENTI RIFLESSIVI.

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

Pone domande / fa affermazioni mirate a far sì che gli allievi:

- valutino l'efficacia (o meno) di una strategia adottata;
- confrontino strategie diverse;
- riflettano sugli effetti di una scelta fatta nell'ambito di un processo risolutivo.

L'insegnante **stimola atteggiamenti metacognitivi**, con **focus sul controllo del senso globale** dei processi attivati.

"Attivatore"
di atteggiamenti riflessivi
e di atti metacognitivi

GUIDA NEL FAVORIRE UN EQUILIBRIO ARMONICO TRA ASPETTI SEMANTICI ED ASPETTI SINTATTICI.

ATTIVATORE DI ATTEGGIAMENTI RIFLESSIVI.

I: Dentro la parentesi è vero … numero dispari … però quello ch multiplo di 2 … più 1! Qui si vede che ho un multiplo di 2 più 1!

A: tra parentesi tonda, 3 per 2 più 1.

I: Cosa scriveresti? Dettamelo proprio … che non ho capito bene ….

A: Tra parentesi, 3 per 2 più 1 …

S: E la *x* dove la metti?

I: La *x* dove la mettiamo?

A: 3 per 2*x*, tra parentesi, più 1!

I scrive $3(2x+1)=3\cdot 2x+1$

I: Sono equivalenti queste due scritture?

Coro: No!

I: Attenzione, allora! Perché io devo fare delle trasformazioni che mi portino a scritture equivalenti a quella di partenza ...

S: Si scrive 3 per, aperta quadra, tra parentesi 2*x*, più 1.

I scrive $3(2x+1)= 3((2x)+1)$

Z: Perché fare così?

M: E’ la stessa cosa!

I: Ricordiamo qual è l’obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c’è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

L'insegnante supporta gli studenti nel **controllo della correttezza sintattica e del significato delle rappresentazioni** che vengono costruite.

Guida al controllo dei significati, sia sul piano sintattico che semantico

Pone domande/fa affermazioni **mirate a far riflettere gli studenti**:

- sulle ragioni alla base della correttezza (o meno) delle trasformazioni che vengono eseguite sulle rappresentazioni costruite
- su eventuali problemi sorti in fase risolutiva
- sulle connessioni tra i processi che caratterizzano la risoluzione di un problema ed i corrispondenti significati.

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I

Ricordiamo qual è l'obiettivo … Io vorrei mettere in evidenza un +1, ma in totale. Qui c'è in evidenza un +1, ma è nel fattore …

$$3b=3(2x+1) =$$
$$=6x+3=$$
$$=(6x+2)+1$$

An

Io, visto che si possono fare i calcoli, … si potrebbe fare $6x+3$

Poi diventa $6x+2$, tra parentesi, poi +1.

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Lei dice, giustamente, se faccio i calcoli, mi viene $6x+3$. Poi il suo obiettivo qual è? Tirar fuori un 1. O meglio, far vedere che c'è un +1. Adesso si vede che è un pari più 1?

$$3b=3(2x+1)=$$
$$=6x+3=$$
$$=\boxed{(6x+2)+1}$$

Sì!!!

Sì!!!

Sì!!!

S: Ah! Ho capito!

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: O si potrebbe fare qualcosa per renderlo ancora più evidente? …

Sì!!!

Sì!!!

Sì!!!

$$3b=3(2x+1)=$$

$$=6x+3=$$

$$=(6x+2)+1$$

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: O si potrebbe fare qualcosa per renderlo ancora più evidente? …

M: Raccogli un 2!

$$3b=3(2x+1) =$$
$$=6x+3=$$
$$=(6x+2)+1$$

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I

Facciamolo …
Abbiamo un 2 per *3x+1*, più 1.

$$3b=3(2x+1) =$$
$$=6x+3=$$
$$=(6x+2)+1=$$
$$=2(3x+1)+1$$

Introduciamo il costrutto M-CA$_{CE}$ attraverso l'analisi di una discussione di classe

Come giustificare che "Se b è un numero dispari, allora 3b è dispari"?

I: Guardate. Siamo partiti da *3b* ed abbiamo ottenuto 2, per qualcosa, più 1. Come diceva M, un pari più 1 mi fornisce sempre un …

$$3b=3(2x+1)=$$
$$=6x+3=$$
$$=(6x+2)+1=$$
$$=2(3x+1)+1$$

S: Dispari!

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

Buon controllo semantico nella gestione delle manipolazioni che opera sotto la guida di un corretto pensiero anticipatorio

A_N: Io, visto che si possono fare i calcoli, si potrebbe fare 6*x*+3 …
I scrive 3(2x+1)=6x+3
A_N: Poi diventa 6*x*+2, tra parentesi, poi +1.
I scrive 3(2x+1)=6x+3=(6x+2)+1
S: Ah, ho capito!
I: Lei dice, giustamente, se faccio i calcoli, mi viene 6*x*+3. Poi il suo obiettivo qual è? Tirar fuori un 1. O meglio, far vedere che c'è un +1. Adesso si vede che è un pari più 1?
Coro: Sì!
I: O si potrebbe fare qualcosa per renderlo ancora più evidente? …
M: Raccogli un 2!
I: Facciamolo … Abbiamo un 2 per 3*x*+1, più 1.
I scrive 3b=3(2x+1)=6x+3=(6x+2)+1=2(3x+1)+1.
I: Guardate. Siamo partiti da 3b ed abbiamo ottenuto 2 per qualcosa più 1. Come diceva M, un pari più 1 mi fornisce sempre un …
S: Dispari.

Introduciamo il costrutto M-CA_{CE} attraverso l'analisi di una discussione di classe

A_N: Io, visto che si possono fare i calcoli, si potrebbe fare 6*x*+3 …
I scrive 3(2x+1)=6x+3
A_N: Poi diventa 6*x*+2, tra parentesi, poi +1.
I scrive 3(2x+1)=6x+3=(6x+2)+1
S: Ah, ho capito!
I: Lei dice, giustamente, se faccio i calcoli, mi viene 6*x*+3. Poi il suo obiettivo qual è? Tirar fuori un 1. O meglio, far vedere che c'è un +1. Adesso si vede che è un pari più 1?
Coro: Sì!
I: O si potrebbe fare qualcosa per renderlo ancora più evidente? …
M: Raccogli un 2!
I: Facciamolo … Abbiamo un 2 per 3*x*+1, più 1.
I scrive 3b=3(2x+1)=6x+3=(6x+2)+1=2(3x+1)+1.
I: Guardate. Siamo partiti da 3b ed abbiamo ottenuto 2 per qualcosa più 1. Come diceva M, un pari più 1 mi fornisce sempre un …
S: Dispari.

GUIDA RIFLESSIVA NELL'INDIVIDUAZIONE DI MODELLI OPERATIVI-STRATEGICI EFFICACI.

Il costrutto M-CA_{CE}

(Modello di Comportamenti e Atteggiamenti consapevoli ed efficaci)

L'insegnante **stimola riflessioni sugli approcci efficaci** adottati durante l'attività in classe in modo che gli studenti **riescano ad identificare modelli strategici ai quali ispirarsi**. Questo ruolo può essere attivato **anche per far far riflettere su aspetti problematici connessi a strategie non efficaci**.

Pone domande/ fa affermazioni mirate a **far attivare processi argomentativi per esplicitare il senso di una efficace strategia attivata**. Lo fa:

- chiedendo a chi ha proposto la strategia di esplicitare i propri processi di pensiero,
- chiedendo ad altri studenti di interpretare quanto affermato da chi ha proposto la strategia,
- ripetendo quanto detto dallo studente che ha proposto a strategia in modo da sottolineare le ragioni sottese all'approccio proposto.

Guida Riflessiva nell'individuazione di modelli operativi-strategici efficaci

Analisi di una discussione di classe

A_N: Io, visto che si possono fare i calcoli, si potrebbe fare $6x+3$ …

I scrive 3(2x+1)=6x+3

A_N: Poi diventa $6x+2$, tra parentesi, poi +1.

I scrive 3(2x+1)=6x+3=(6x+2)+1

S: Ah, ho capito!

I: Lei dice, giustamente, se faccio i calcoli, mi viene $6x+3$. Poi il su
qual è? Tirar fuori un 1. O meglio, far vedere che c'è un +1. Adesso
è un pari più 1?

Coro: Sì!

I: O si potrebbe fare qualcosa per renderlo ancora più evidente? …

M: Raccogli un 2!

I: Facciamolo … Abbiamo un 2 per $3x+1$, più 1.

I scrive 3b=3(2x+1)=6x+3=(6x+2)+1=2(3x+1)+1.

I: Guardate. Siamo partiti da 3b ed abbiamo ottenuto 2 per qualcosa più 1. Come diceva M, un pari più 1 mi fornisce sempre un …

S: Dispari.

ATTIVATORE DI ATTEGGIAMENTI RIFLESSIVI: stimola e provoca riflessioni di tipo meta con focus sul controllo di processi che vengono attivati

Il programma di questa mattina

Plenaria: presentazione degli strumenti teorici

- La discussione matematica: finalità e tipologie
- M-CA_{CE}: un costrutto teorico per caratterizzare il **ruolo svolto dal docente** durante le **discussioni di classe**
- Cinque pratiche per **progettare** discussioni di classe efficaci
- M-CA_{CE} come strumento per progettare **discussioni di bilancio**

Progettare una discussione efficace

Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes, E. K. (2008). Orchestrating Productive Mathematical Discussions: Five Practices for Helping Teachers Move Beyond Show and Tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(4), 313–340. https://doi.org/10.1080/10986060802229675

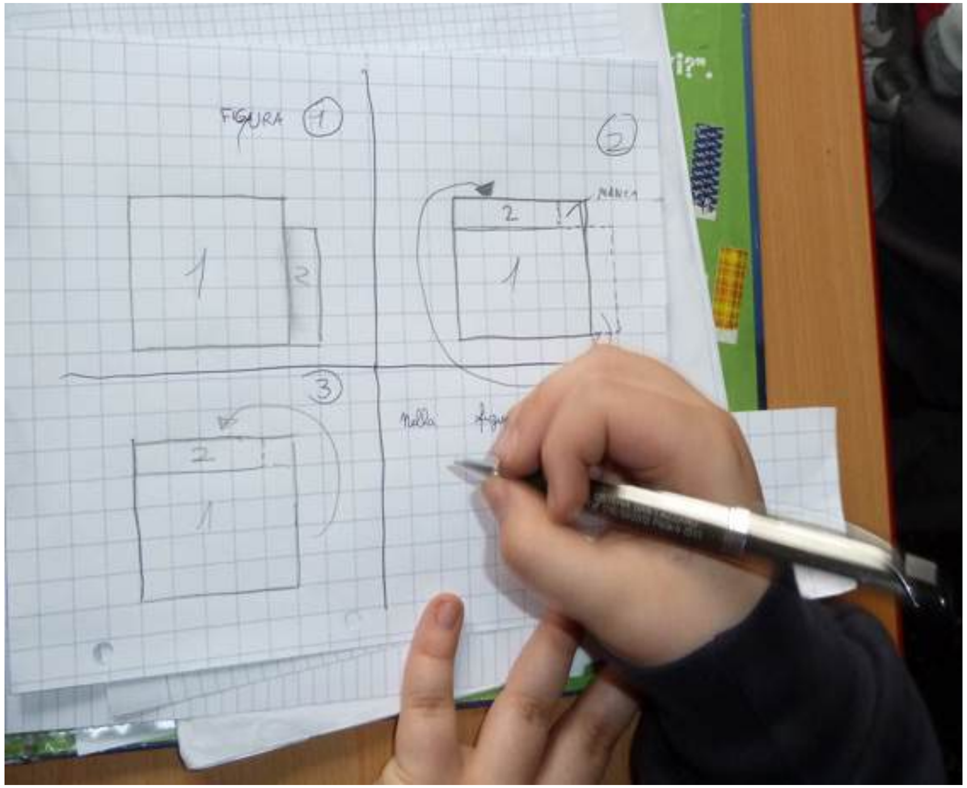
5 pratiche

Progettare una discussione efficace

(1) **Anticipare** possibili risposte degli studenti di fronte a attività matematiche stimolanti (analisi a priori)

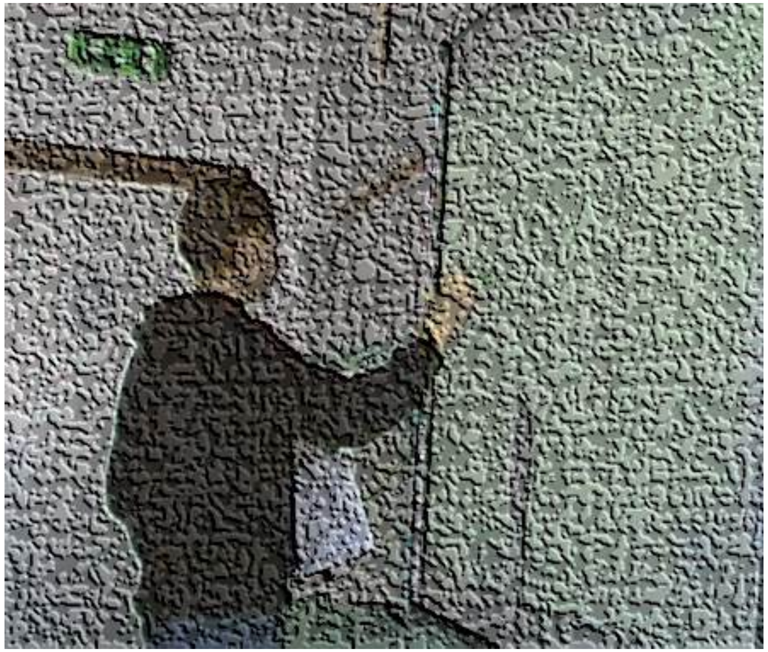
Progettare una discussione efficace

(2) **Monitorare** le risposte degli studenti durante l'attività, allo scopo di identificare il "mathematical learning potential" di particolari strategie o rappresentazoni usate



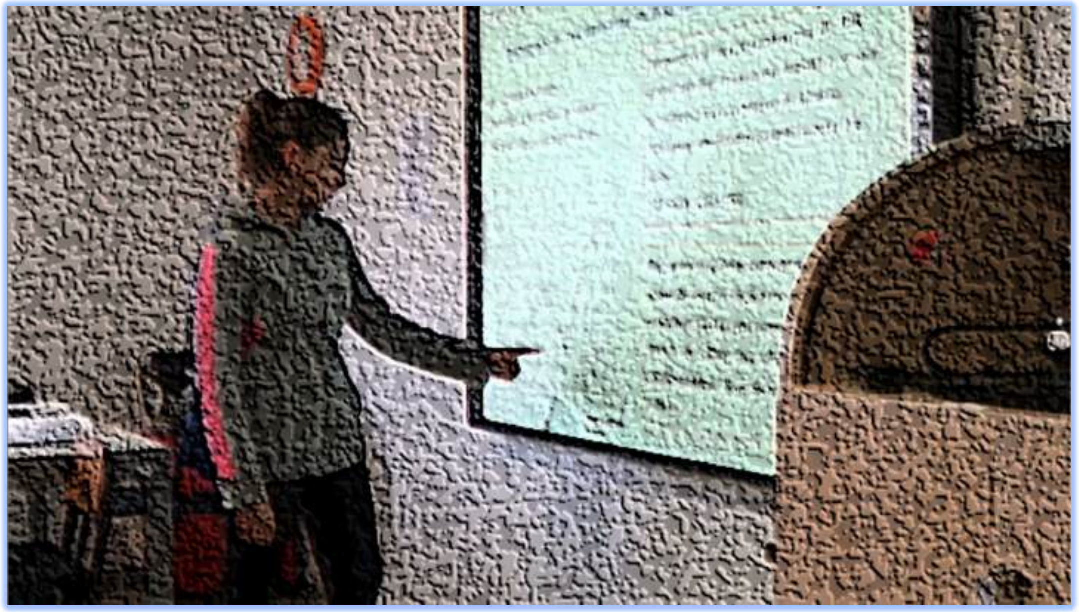
Progettare una discussione efficace

(3) **Selezionare** particolari studenti e chiedere loro di presentare le loro risposte nel corso della discussione di classe; se necessario, l’insegnante può anche introdurre una strategia ritenuta importante che non è emersa dagli studenti (per esempio, mostrando le produzioni di studenti di altre classi)



Progettare una discussione efficace

(4) **Stabilire una sequenza** di presentazione delle risposte che devono essere esposte e discusse, al fine di promuovere il confronto tra idee simili o contrastanti. Lo scopo è quello di favorire l'emergere di idee matematiche da discutere



Progettare una discussione efficace

(5) Aiutare gli studenti a **fare collegamenti** tra le diverse risposte, allo scopo di promuovere una riflessione sulle idee altrui e al tempo stesso una valutazione e revisione critica delle proprie. In questo modo, si sottolineano anche le connessioni tra idee matematiche e le risposte degli studenti

Il programma di questa mattina

Plenaria: presentazione degli strumenti teorici

- La discussione matematica: finalità e tipologie
- M-CA_{CE}: un costrutto teorico per caratterizzare il **ruolo svolto dal docente** durante le **discussioni di classe**
- Cinque pratiche per **progettare** discussioni di classe efficaci
- M-CA_{CE} come strumento per progettare **discussioni di bilancio**

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Il quadro che fa da sfondo all'esempio: approccio all'Early Algebra in chiave ArAl

IPOTESI: **i modelli mentali propri del pensiero algebrico possono essere costruiti dalla scuola dell'infanzia e dai primi anni della scuola primaria** - nei quali il bambino comincia ad avvicinarsi al pensiero aritmetico - **insegnandogli a *'vedere' l'aritmetica algebricamente***, **costruendo in lui il pensiero algebrico progressivamente**, in un fitto intreccio con l'aritmetica, ***partendo dai suoi significati***.

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Il quadro che fa da sfondo all'esempio: approccio all'Early Algebra in chiave ArAl

Il Progetto ArAl

Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero pre-algebrico

ArAl project
Arithmetic pathways towards favouring pre-algebraic thinking

IPOTESI: i modelli mentali propri del pensiero algebrico possono essere costruiti dalla scuola dell'infanzia e dai primi anni della scuola primaria - nei quali il bambino comincia ad avvicinarsi al pensiero aritmetico - **insegnandogli a *'vedere' l'aritmetica algebricamente***, **costruendo in lui il pensiero algebrico progressivamente**, in un fitto intreccio con l'aritmetica, ***partendo dai suoi significati***.

Parole chiave del quadro ArAl

RISOLVERE E RAPPRESENTARE: PRODOTTO E PROCESSO

"Prima rappresenta, poi risolvi"

RAPPRESENTAZIONE CANONICA E NON CANONICA DI UN NUMERO

Da "uguale" come operatore direzionale, al **significato RELAZIONALE** del segno di uguaglianza.

$7=3\cdot 2+1=14:2=4+3=12-5$

Focus sulla pluralità di significati del simbolo di uguaglianza

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Il problema proposto

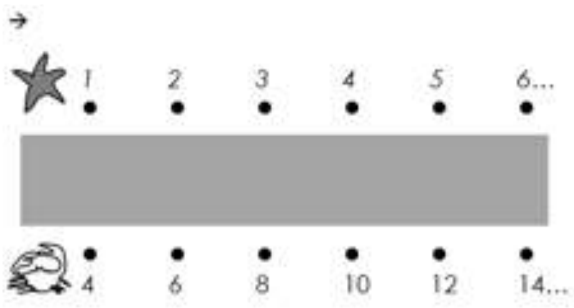
SEA WORLD

SCHEDA 1

Alcuni biologi hanno riprodotto una barriera corallina nel parco acquatico SEA WORLD.

Per attirare l'attenzione dei visitatori hanno creato dei ripari per le stelle marine e per i granchi in questo modo:

Le stelle marine abitano in casette numerate 1, 2, 3, … e così via. Le casette dei granchi sono a loro volta numerate a cominciare da 4: 4, 6, 8, 10, … e così via. Ogni stella è dirimpettaia di un granchio. Le rispettive case sono separate da una strada.



I visitatori possono partecipare ad una gara che offre la possibilità di visitare gratuitamente un'attrazione del parco a chi risponde correttamente alla seguente domanda:

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella **57ª posizione?**

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara e rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

Adattamento dell'attività "Barriera corallina", tratta dall'Unità ArAl "Successioni come funzioni" (Malara, Navarra & Sini, 2012).

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Le risposte fornite dai gruppi

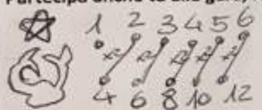
116 = OGNI CASELLA DEL GRANCHIO È IL DOPPIO DELLE STELLE DELLA CASELLA SEGUENTE ~~CORRISPONDENTE~~
QUINDI ABBIAMO FATTO IL DOPPIO DI 58

1) È nella posizione 114, perché abbiamo calcolato 57·2=114, 57 È LA CASELLA DELLE STELLE E 2 PERCHÉ I NUMERI DEI GRANCHI VANNO SEMPRE +2.

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

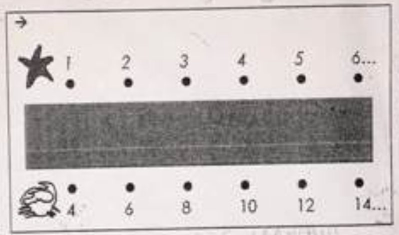
Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.



ABBIAMO NOTATO CHE IL PRIMO NUMERO DELLA CASA DEI GRANCHI È IL DOPPIO DEL SECONDO NUMERO DELLE STELLE, IL SECONDO DEI GRANCHI CON IL TERZO DELLE STELLE, IL TERZO DEI GRANCHI CON IL QUARTO DELLE STELLE E COSÌ VIA

TRA 1-4 CI SONO 3 DIFF
TRA 2-6 4
TRA 3-8 5
E COSÌ VIA



ANCHE LA DIFFERENZA TRA I DUE NUMERI AVANZA SEMPRE DI UNO

MENTRE NELLA FILA DEL GRANCHIO AVANZA DI 2

I visitatori possono partecipare ad una gara che offre la possibilità di visitare gratuitamente un'attrazione del parco a chi risponde correttamente alla seguente domanda :

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella **57ª posizione?**

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

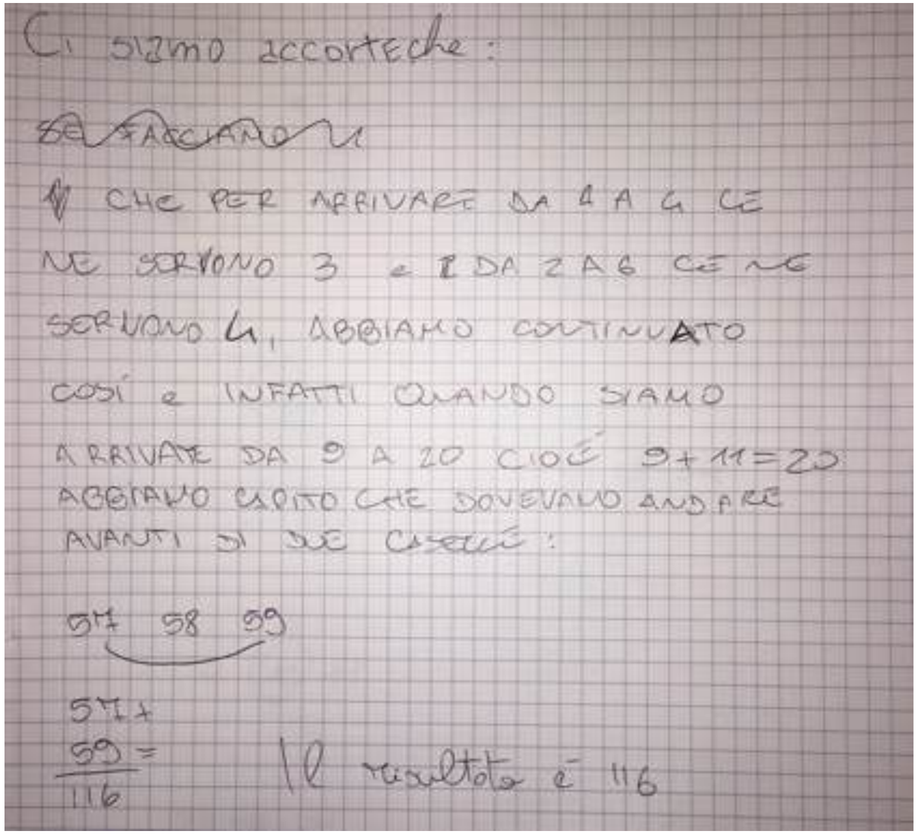
Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

57·2=114
114+2=116

PERCHÉ I NUMERI SULLA FILA DEL GRANCHIO SI FORMANO FACENDO I NUMERI DELLA FILA DELLE "STELLE" PER 2 E INFINE AGGIUNGENDO 2 AL RISULTATO

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Le risposte fornite dai gruppi


Ci siamo accorte che:

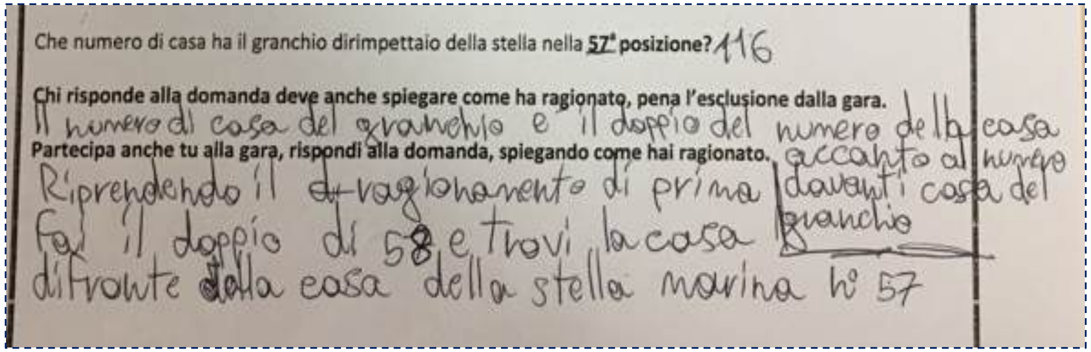
~~SE FACCIAMO~~

CHE PER ARRIVARE DA 1 A 4 CE NE SERVONO 3 e DA 2 A 6 CE NE SERVONO 4, ABBIAMO CONTINUATO COSÌ e INFATTI QUANDO SIAMO ARRIVATE DA 9 A 20 CIOÈ 9+11=20 ABBIAMO CAPITO CHE DOVEVAMO ANDARE AVANTI DI DUE CASELLE!

57 58 59

57+
59=
116

Il risultato è 116


Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

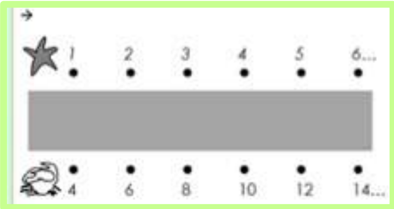
Il numero di casa del granchio è il doppio del numero della casa accanto al numero davanti casa del granchio

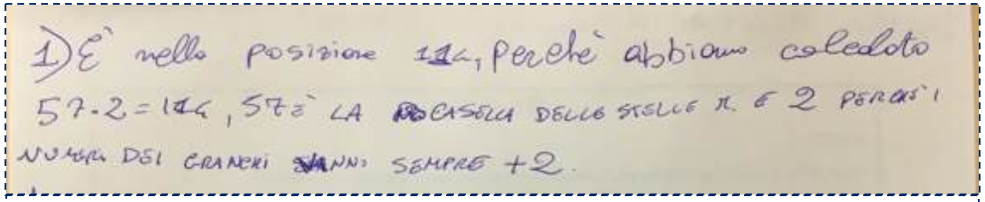
Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

Riprendendo il ~~d~~ ragionamento di prima fai il doppio di 58 e trovi la casa difronte della casa della stella marina n° 57

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 1



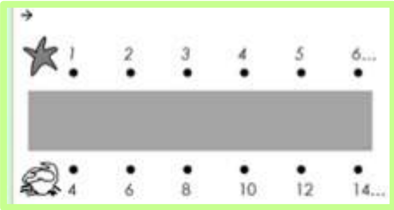


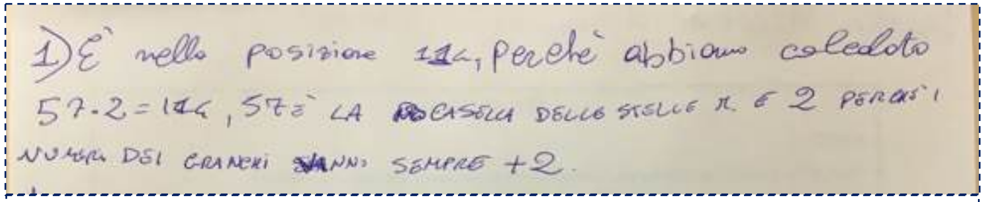
1) È nella posizione 114, perchè abbiamo calcolato 57·2=114, 57 è LA CASELLA DELLE STELLE N. E 2 PERCHÈ I NUMERI DEI GRANCHI VANNO SEMPRE +2.

Prima risposta proiettata alla LIM

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 1





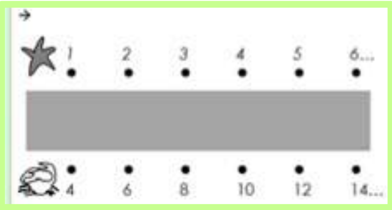
Prima risposta proiettata alla LIM

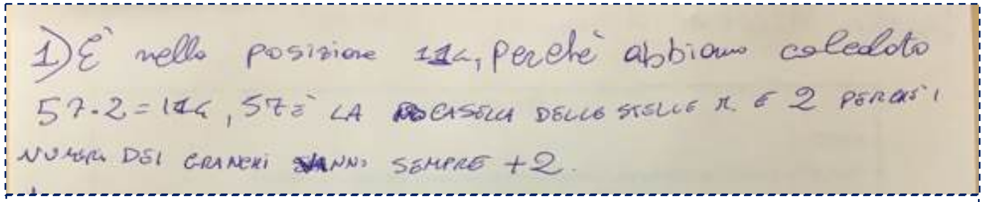
I: «**Obiettivo di questo lavoro non sarà solo trovare la risposta corretta, ma vedere come si può ragionare per trovarla e anche vedere qual è la spiegazione più completa**. Se devo spiegare il mio ragionamento, devo poterlo far capire agli altri, quelli che leggono, quindi deve essere **chiaro**. Poi deve essere **corretto**, non ci devono essere errori. Poi dev'essere **completo**, cioè si deve capire bene tutto ciò che porta alla risposta. Mentre analizziamo le risposte, teniamo questa cosa in mente».

R introduce la discussione ponendosi come ***attivatore di atteggiamenti riflessivi ed atti metacognitivi,*** esplicitando i criteri che guideranno l'analisi delle risposte (correttezza, chiarezza e completezza).

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 1




1) È nella posizione 114, perchè abbiamo calcolato
57·2=114, 57 è LA CASELLA DELLE STELLE N. E 2 PERCHÈ I
NUMERI DEI GRANCHI HANNO SEMPRE +2.

Prima risposta proiettata alla LIM

S1: Non si capisce bene il ragionamento, poi la risposta 114 non è corretta.

S2: Questo gruppo ha fatto 57, che sarebbe il numero della stella, per 2. Hanno moltiplicato per 2.

I: **Quando voglio verificare se una strategia è giusta, cosa posso fare?**

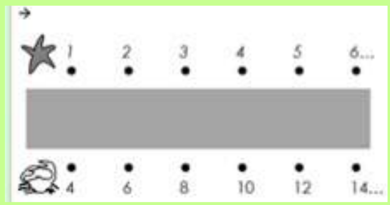
S3: Possiamo fare il disegno e scrivere tutti i numeri.

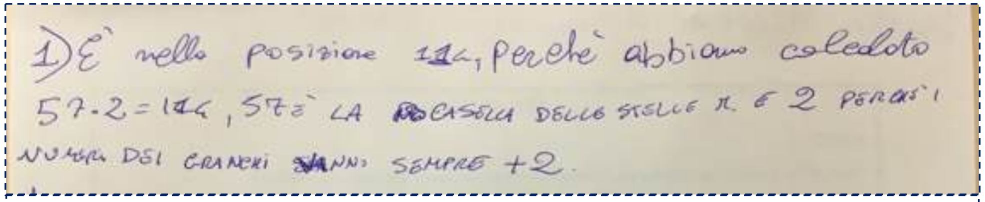
I: **Mi può bastare anche solo quello che c'è scritto lì (nella scheda) per far vedere che la strategia di moltiplicare per 2 non è corretta?**

Una studentessa osserva che, se la strategia fosse corretta, allora il corrispondente di 6 dovrebbe essere 12 e non 14.

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 1




1) È nella posizione 114, perchè abbiamo calcolato 57·2=114, 57 è LA CASELLA DELLE STELLE N. E 2 PERCHÈ I NUMERI DEI GRANCHI VANNO SEMPRE +2.

Prima risposta proiettata alla LIM

S1: Non si capisce bene il ragionamento, poi la risposta 114 non è corretta.

S2: Questo gruppo ha fatto 57, che sarebbe il numero della stella, per 2. Hanno moltiplicato per 2.

I: **Quando voglio verificare se una strategia è giusta, cosa posso fare?**

S3: Possiamo fare il disegno e scrivere

R si pone come ***guida operativa/strategica*** e come ***attivatore di atteggiamenti riflessivi e di atti metacognitivi***, per fare in modo che gli studenti identifichino ed esplicitino possibili **strategie di controllo** dei processi attivati.

corrispondente di 6 dovrebbe essere 12 e non 14.

I: **Mi può bastare anche solo quello che c'è scritto lì (nella scheda) per far vedere che la strategia di moltiplicare per 2 non è corretta?**

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 2

Tre risposte vengono proiettate alla LIM contemporaneamente

116 - OGNI CASELLA DEL GRANCHIO È IL DOPPIO DELLE STELLE DELLA CASELLA SEGUENTE ~~CORRISPONDENTE~~
QUINDI ABBIAMO FATTO IL DOPPIO DI 58

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Il numero di casa del granchio è il doppio del numero della casa accanto al numero davanti casa del granchio

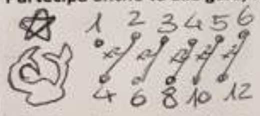
Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

Riprendendo il ~~d~~ ragionamento di prima fai il doppio di 58 e trovi la casa di fronte della casa della stella marina n° 57

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella **57ª posizione?** 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.



ABBIAMO NOTATO CHE IL PRIMO NUMERO DELLA CASA DEI GRANCHI È IL DOPPIO DEL SECONDO NUMERO DELLE STELLE IL SECONDO DEI GRANCHI CON IL TERZO DELLE STELLE IL TERZO DEI GRANCHI CON IL QUARTO DELLE STELLE E COSÌ VIA

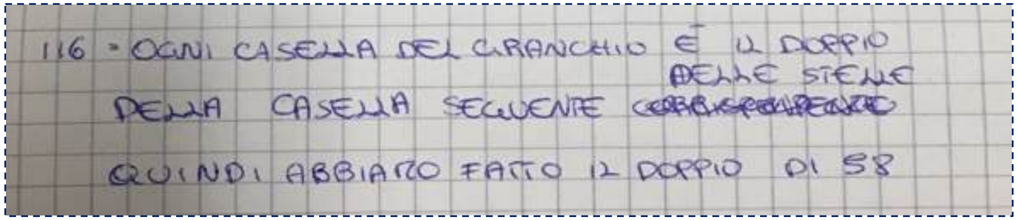
Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

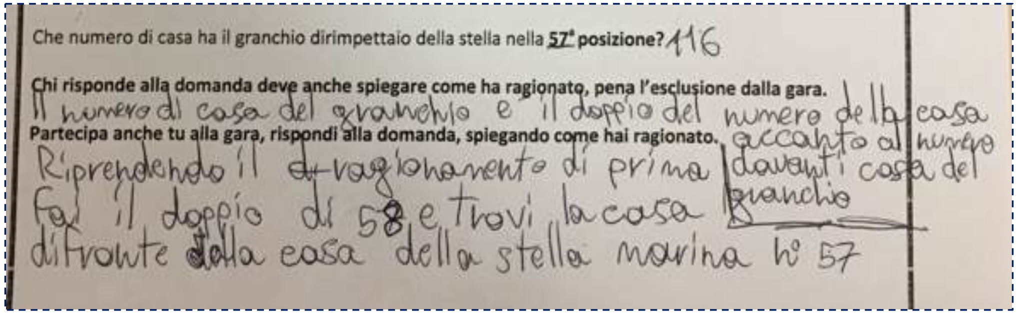
Stralcio 2

I: **Secondo voi perché le ho messe tutte nella stessa pagina?**

R si pone come ***attivatore di processi riflessivi e di atti metacognitivi***, chiedendo agli studenti di **identificare i criteri che hanno guidato la sua raccolta delle risposte**.
Il **focus** della riflessione meta che viene proposta riguarda la **struttura che caratterizza il processo di generalizzazione sotteso**.

Tre risposte vengono proiettate alla LIM contemporaneamente


116 - OGNI CASELLA DEL GRANCHIO È IL DOPPIO DELLE STELLE DELLA CASELLA SEGUENTE
QUINDI ABBIAMO FATTO IL DOPPIO DI 58

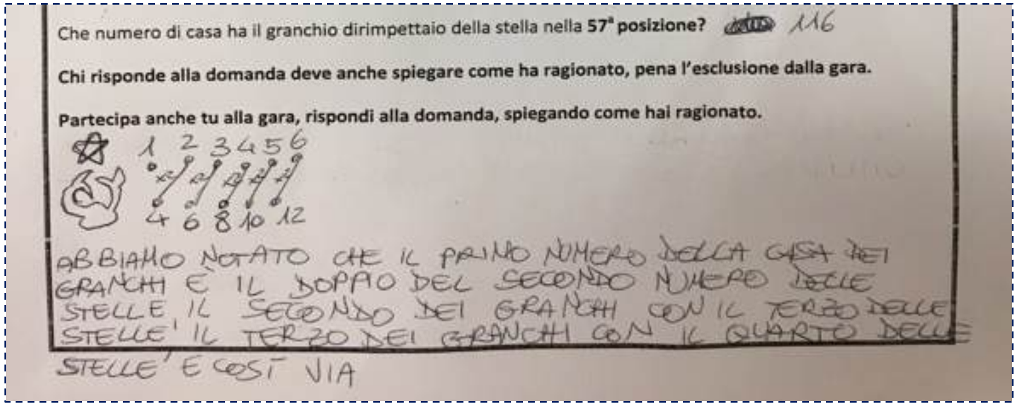

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Il numero di casa del granchio è il doppio del numero della casa accanto al numero davanti casa del granchio

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

Riprendendo il ragionamento di prima fai il doppio di 58 e trovi la casa di fronte della casa della stella marina n° 57


Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

1 2 3 4 5 6
4 6 8 10 12

ABBIAMO NOTATO CHE IL PRIMO NUMERO DELLA CASA DEI GRANCHI È IL DOPPIO DEL SECONDO NUMERO DELLE STELLE IL SECONDO DEI GRANCHI CON IL TERZO DELLE STELLE IL TERZO DEI GRANCHI CON IL QUARTO DELLE STELLE E COSÌ VIA

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 2

I: **Secondo voi perché le ho messe tutte nella stessa pagina?**

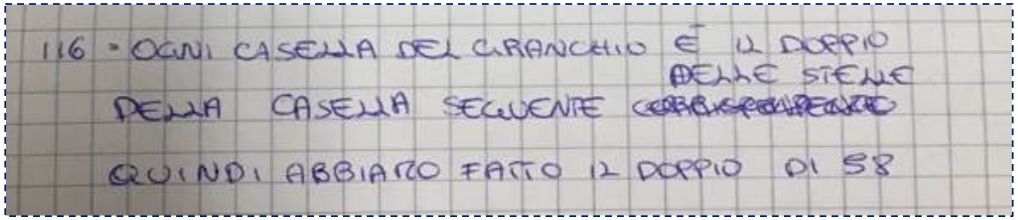
S6: Secondo me perché sono simili. Il ragionamento è lo stesso.

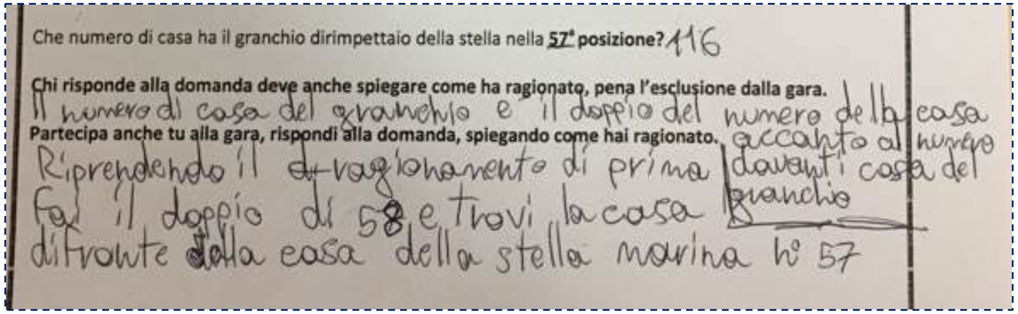
I: Che ragionamento è stato fatto per trovare la risposta?

S6: Che ogni casella del granchio è il doppio della casella avanti a quella corrispondente delle stelle.

I: Vieni a ripetere questo ragionamento alla LIM. Quello che adesso hai detto a parole, ripetilo guardando il disegno

Tre risposte vengono proiettate alla LIM contemporaneamente


116 - OGNI CASELLA DEL GRANCHIO È IL DOPPIO DELLE STELLE DELLA CASELLA SEGUENTE ~~CORRISPONDENTE~~ QUINDI ABBIAMO FATTO IL DOPPIO DI 58

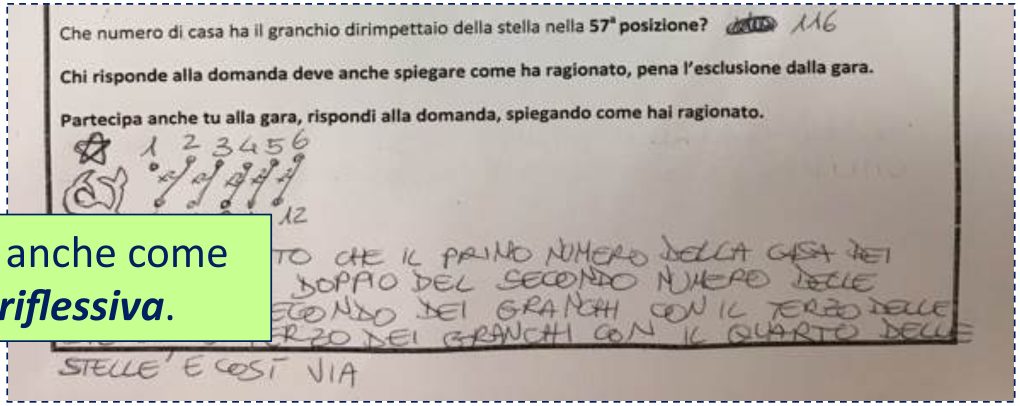

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Il numero di casa del granchio è il doppio del numero della casa accanto al numero davanti casa del granchio

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

Riprendendo il ragionamento di prima fai il doppio di 58 e trovi la casa difronte della casa della stella marina n° 57


Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

1 2 3 4 5 6

12

...TO CHE IL PRIMO NUMERO DELLA CASA DEI ... DOPPIO DEL SECONDO NUMERO DELLE ... SECONDO DEI GRANCHI CON IL TERZO DELLE ... TERZO DEI GRANCHI CON IL QUARTO DELLE STELLE E COSÌ VIA

R si pone anche come ***guida riflessiva***.

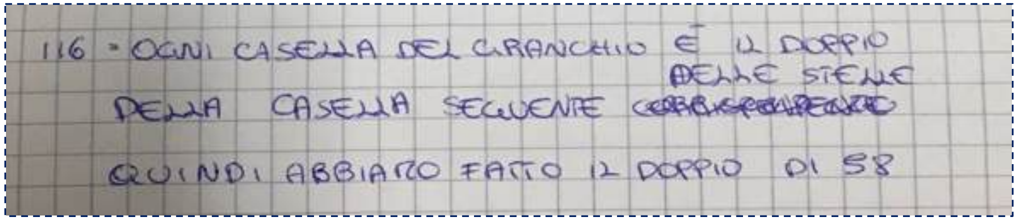
Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

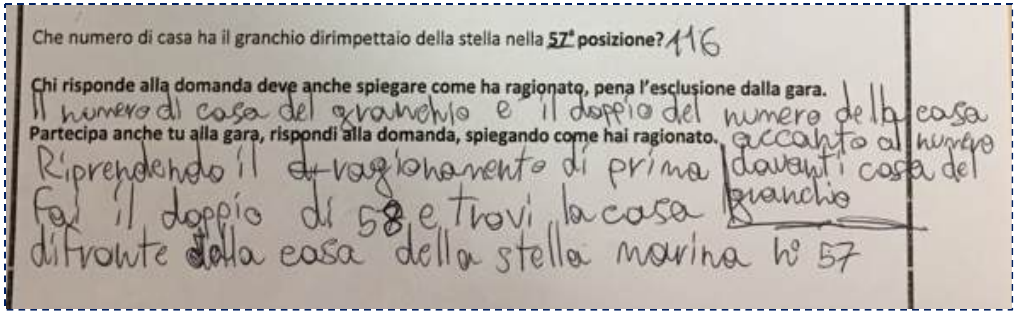
Stralcio 2

I: Se volessi riassumere il metodo usato da questi tre gruppi, che cosa potrei scrivere in simboli matematici?

R si pone da ***attivatore di processi interpretativi***, stimolando gli studenti a costruire una nuova rappresentazione (numerico-simbolica) della relazione espressa nelle tre risposte.
→ Obiettivo: **favorire un confronto tra le rappresentazioni** costruite dai vari gruppi e l'**esplicitazione degli elementi che caratterizzano i processi di generalizzazione** attivati.

Tre risposte vengono proiettate alla LIM contemporaneamente

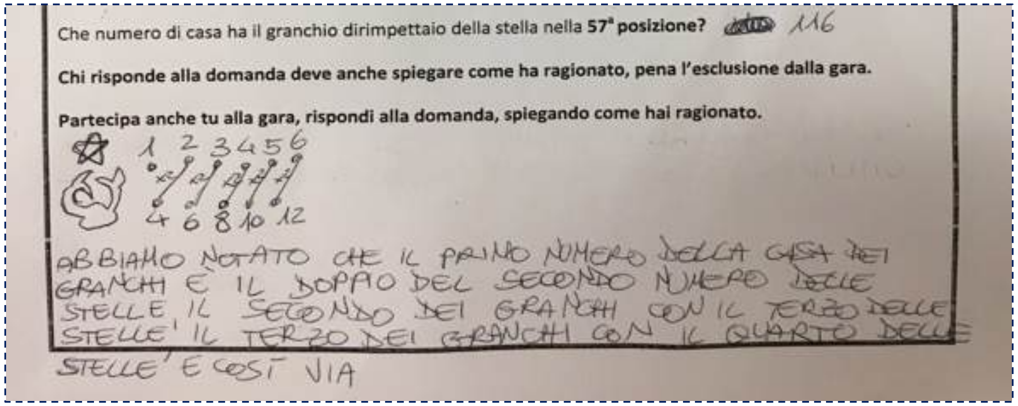

116 - OGNI CASELLA DEL GRANCHIO È IL DOPPIO DELLE STELLE DELLA CASELLA SEGUENTE ~~CORRISPONDENTE~~
QUINDI ABBIAMO FATTO IL DOPPIO DI 58


Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

Il numero di casa del granchio è il doppio del numero della casa accanto al numero davanti casa del granchio
Riprendendo il ~~r~~ ragionamento di prima fai il doppio di 58 e trovi la casa difronte della casa della stella marina n° 57


Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella 57ª posizione? 116

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

1 2 3 4 5 6
4 6 8 10 12

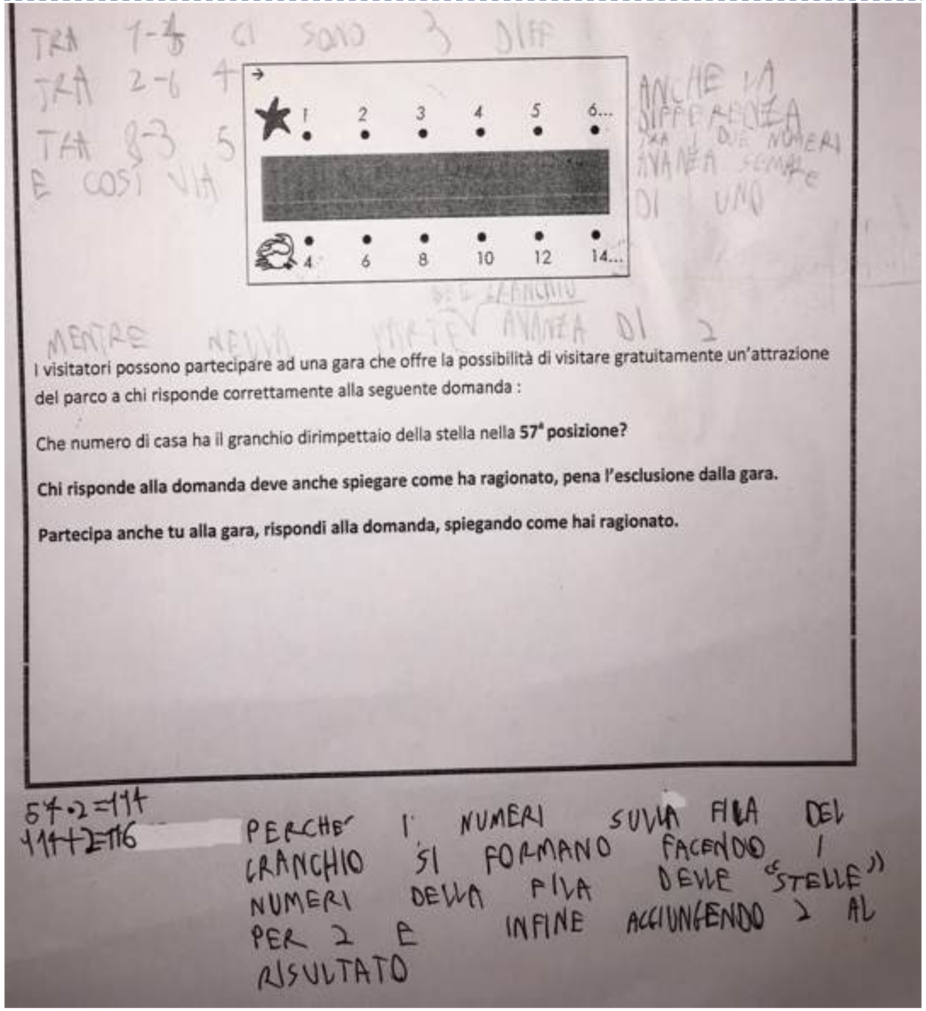
ABBIAMO NOTATO CHE IL PRIMO NUMERO DELLA CASA DEI GRANCHI È IL DOPPIO DEL SECONDO NUMERO DELLE STELLE IL SECONDO DEI GRANCHI CON IL TERZO DELLE STELLE IL TERZO DEI GRANCHI CON IL QUARTO DELLE STELLE E COSÌ VIA

Al termine del momento di confronto, la classe concorda che l'espressione che meglio rappresenta il ragionamento proposto nelle tre risposte è ***(57+1)·2***

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

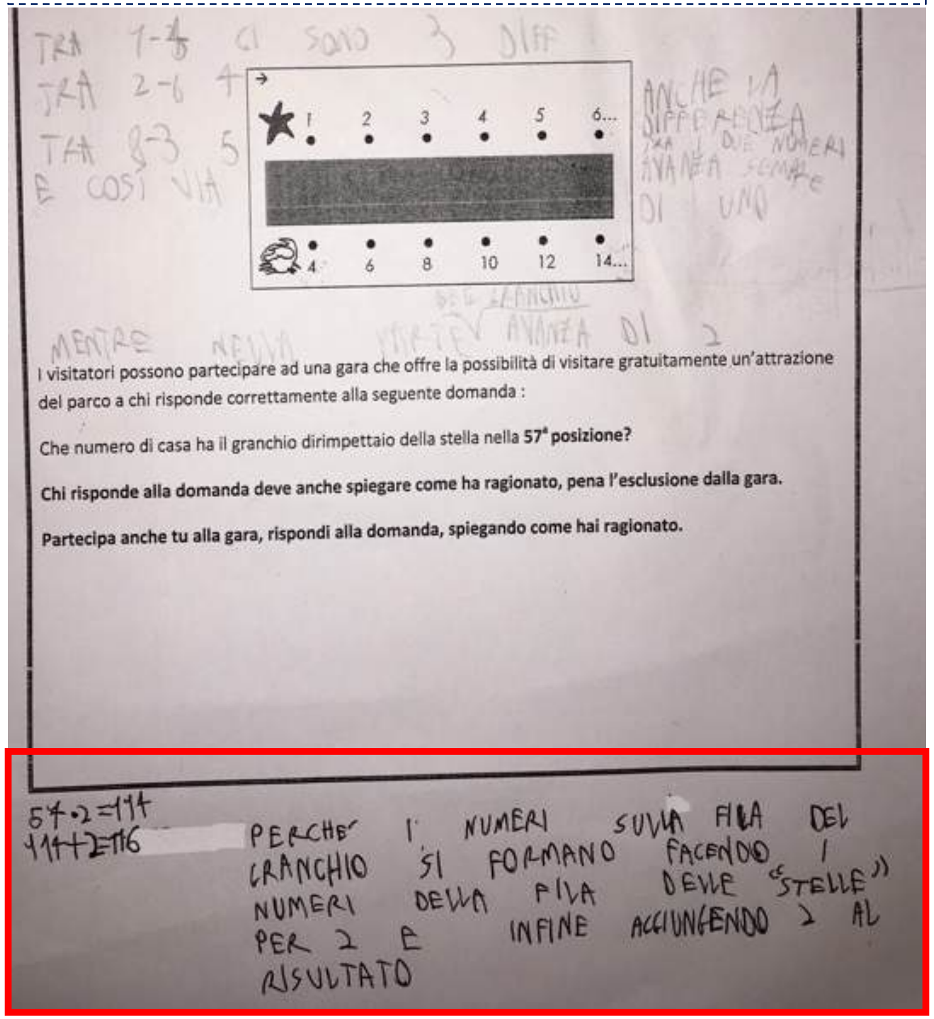
Quinta risposta mostrata alla LIM



Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

Quinta risposta mostrata alla LIM



I visitatori possono partecipare ad una gara che offre la possibilità di visitare gratuitamente un'attrazione del parco a chi risponde correttamente alla seguente domanda :

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella **57ª posizione?**

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

57·2=114
114+2=116 PERCHÉ I NUMERI SULLA FILA DEL GRANCHIO SI FORMANO FACENDO I NUMERI DELLA FILA DELLE "STELLE" PER 2 E INFINE AGGIUNGENDO 2 AL RISULTATO

Primo focus della discussione: il processo di generalizzazione sotteso alla risposta mostrata alla LIM.
La classe costruisce l'espressione

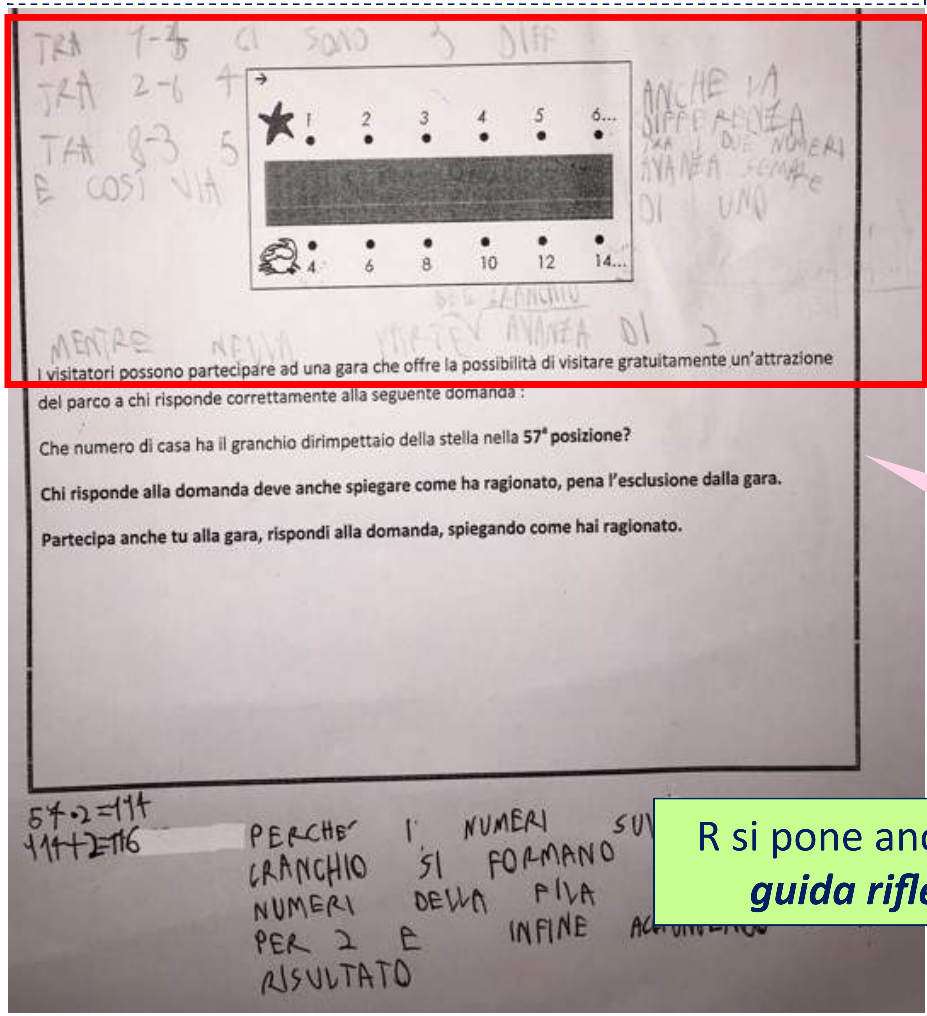
$$57 \cdot 2 + 2$$

come rappresentazione che sintetizza tale processo.

Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

Quinta risposta mostrata alla LIM



Focus su quanto è stato scritto in alto, nel protocollo:
«Tra 1 e 4 ci sono 3 differenze, tra 2 e 6 [ci sono] 4 [differenze], tra 3 e 8 [ci sono] 5 [differenze], e così via. Anche la differenza tra i due numeri avanza sempre di uno, mentre nella parte del granchio avanza di 2»

Il gruppo dichiara di aver abbandonato la strada tracciata inizialmente.

S7: Anche noi abbiamo fatto questo ragionamento.

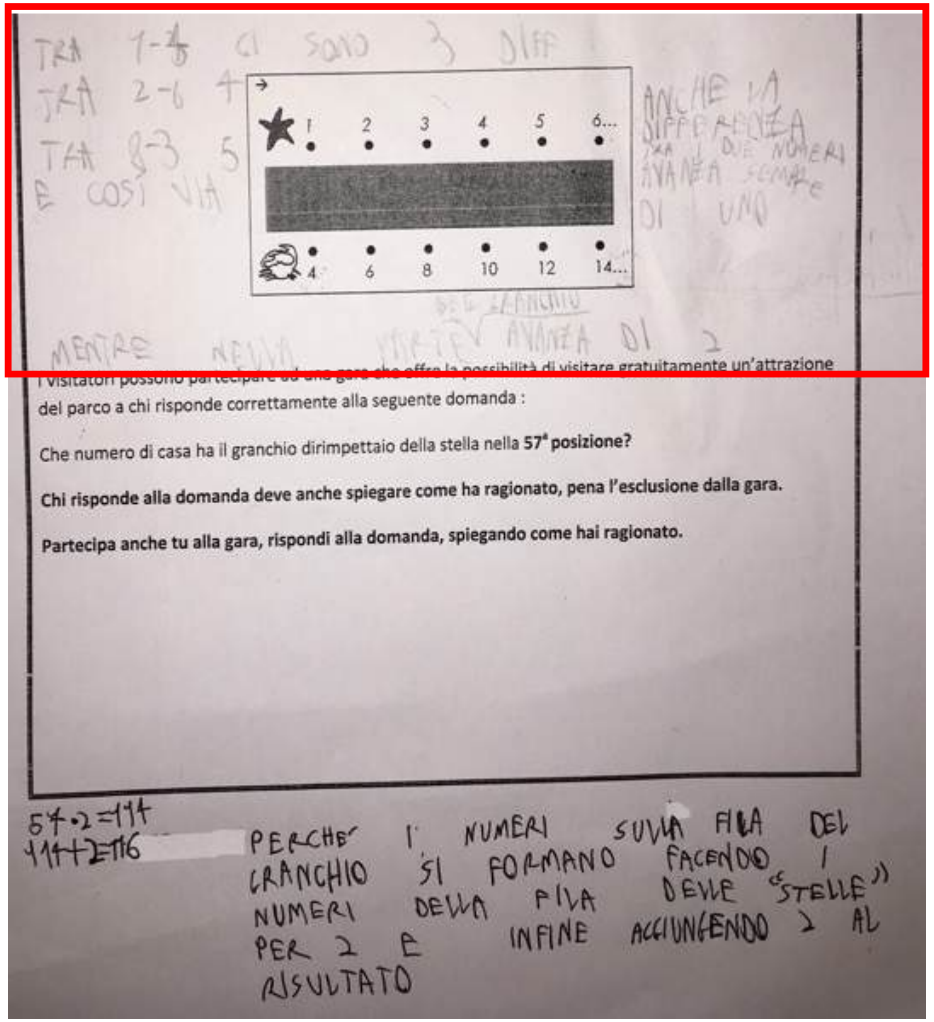
R si pone anche come ***guida riflessiva***.

I: Infatti mi voglio collegare anche al vostro ragionamento. Cosa avete osservato? Venite alla lavagna a raccontarlo…È un ragionamento che loro [*gli studenti che hanno prodotto la risposta alla LIM*] hanno iniziato a fare e loro [*S7 ed il suo gruppo*] hanno completato.

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

Quinta risposta mostrata alla LIM



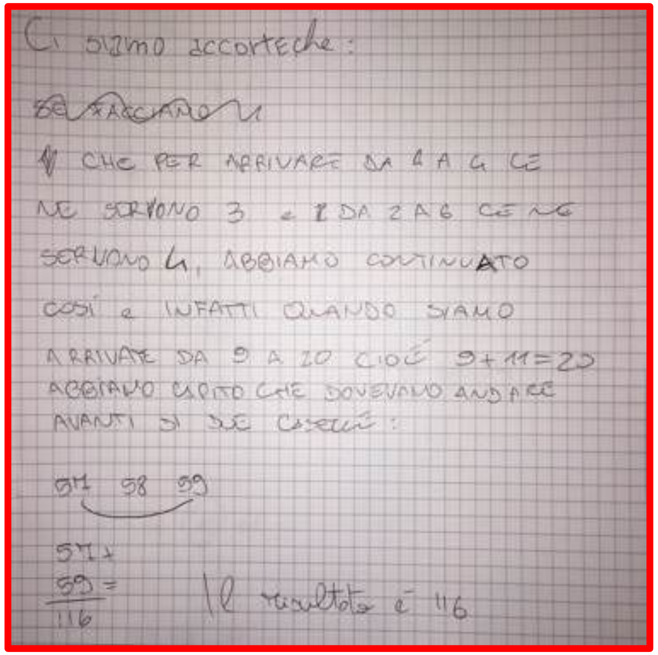
I visitatori possono partecipare ad una gara che offre la possibilità di visitare gratuitamente un'attrazione del parco a chi risponde correttamente alla seguente domanda :

Che numero di casa ha il granchio dirimpettaio della stella nella **57ª posizione?**

Chi risponde alla domanda deve anche spiegare come ha ragionato, pena l'esclusione dalla gara.

Partecipa anche tu alla gara, rispondi alla domanda, spiegando come hai ragionato.

57·2=114
114+2=116 PERCHE' I NUMERI SULLA FILA DEL GRANCHIO SI FORMANO FACENDO I NUMERI DELLA FILA DELLE "STELLE" PER 2 E INFINE AGGIUNGENDO 2 AL RISULTATO



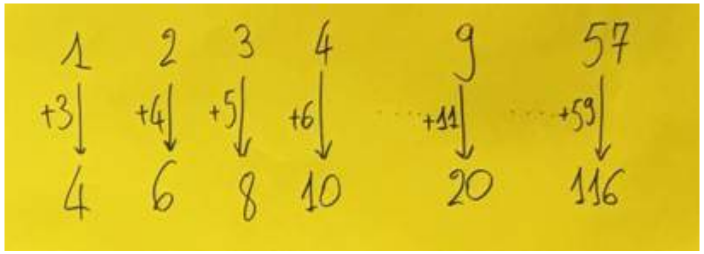
R mostra la risposta del gruppo di cui S7 fa parte

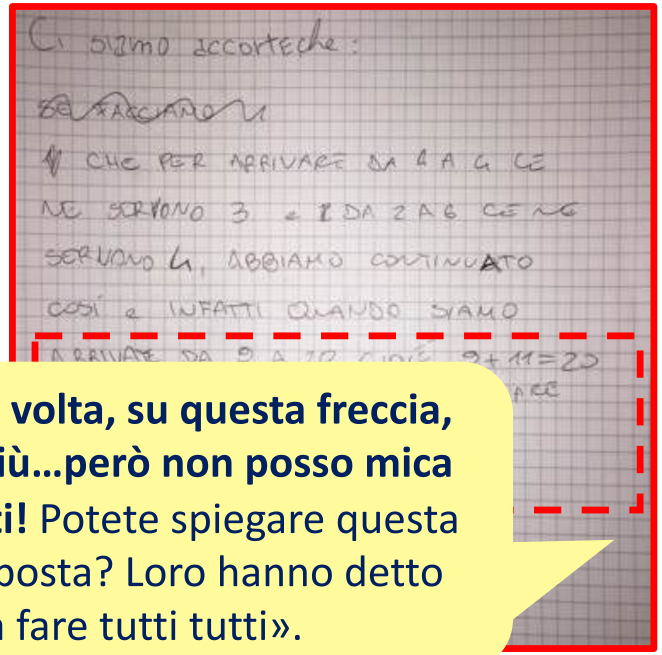
Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

S7: Abbiamo capito che dalla casella 1 alla casella 4 c'erano tre numeri, dalla casella 2 alla casella 6 c'erano 4 numeri, e così via…la scheda d'aiuto arrivava fino a 9, che va a 20… Quando abbiamo ottenuto tutti i risultati, abbiamo capito che ogni numero, cioè, ad esempio, 57, avanzava sempre di un numero in più, quindi abbiamo preso 57, 58, 59, quindi abbiamo preso 57+59, che fa 116.

Diagramma sagittale costruito da R.





I: Hanno notato che, ogni volta, su questa freccia, aggiungo un numero in più…però non posso mica mettermi a disegnarli tutti! Potete spiegare questa parte qua della vostra risposta? Loro hanno detto «non li andiamo a fare tutti tutti».

- R si pone come ***guida operativa-strategica*** esplicitando l'approccio strategico sviluppato dal gruppo, con l'obiettivo di favorire la condivisione dei processi di ragionamento.
- Indirizza gli studenti a **focalizzare l'attenzione** sulla parte della risposta nella quale viene identificato in maniera esplicita il **momento chiave in cui il processo di generalizzazione attivato è stato completato**.

Uso di M-CA$_{CE}$ per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

S7: Abbiamo capito che dalla casella 1 alla casella 4 c'erano tre numeri, dalla casella 2 alla casella 6 c'erano 4 numeri, e così via…la scheda d'aiuto arrivava fino a 9, che va a 20… Quando abbiamo ottenuto tutti i risultati, abbiamo capito che ogni numero, cioè, ad esempio, 57, avanzava sempre di un numero in più, quindi abbiamo preso 57, 58, 59, quindi abbiamo preso 57+59, che fa 116.

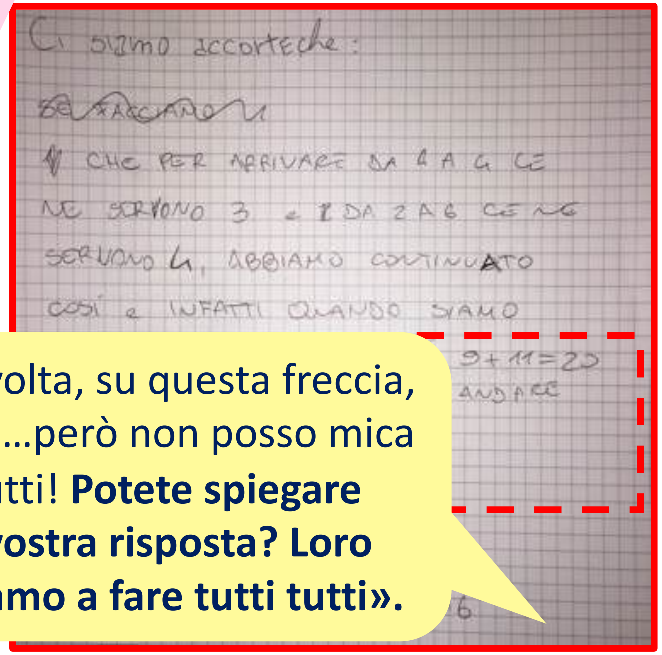
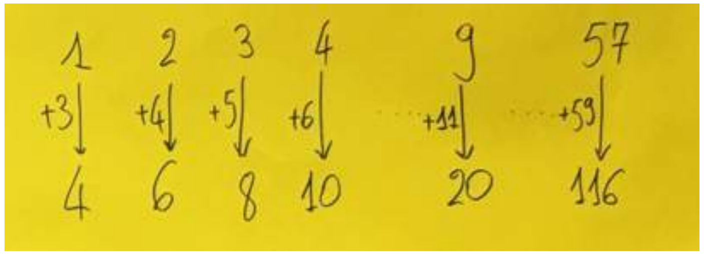


Diagramma sagittale costruito da R.



I: Hanno notato che, ogni volta, su questa freccia, aggiungo un numero in più…però non posso mica mettermi a disegnarli tutti! **Potete spiegare questa parte qua della vostra risposta? Loro hanno detto «non li andiamo a fare tutti tutti».**

R si pone anche come ***guida riflessiva***, costruendo il diagramma sagittale per rappresentare il processo di ragionamento che S7 sta provando ad esplicitare.

I **diagrammi sagittali** diventano **modelli ai quali ispirarsi** per costruire rappresentazioni dei propri processi di pensiero e di quelli altrui e **per favorire il confronto e la riflessione che caratterizzano i processi di argomentazione**.

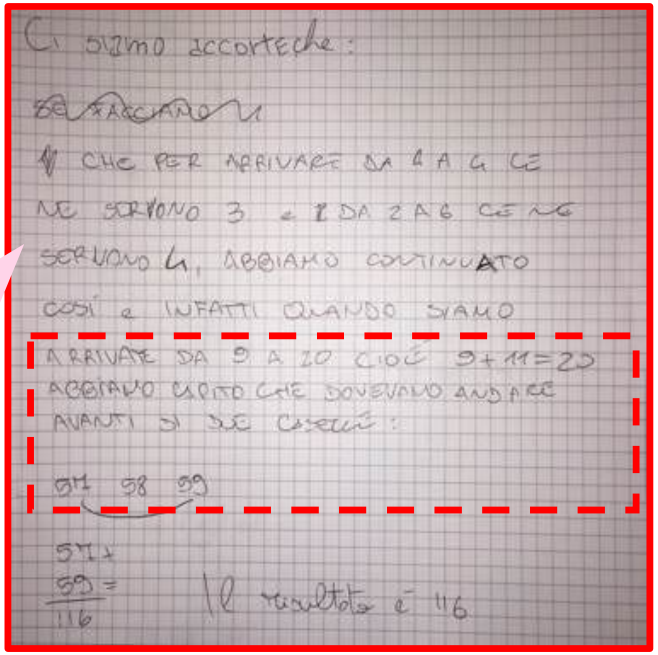
Uso di M-CA_{CE} per la progettazione di discussioni di classe: un esempio

Stralcio 3

S7: Quando siamo arrivati da 9 a 20, che 9+11 fa 20, abbiamo capito che dovevamo andare avanti di 2 caselle. Quindi abbiamo scritto 57, 58, 59 e abbiamo preso 59.

I: C'è qualcuno che vuole ripetere questo ragionamento?

S8: Loro hanno capito che nella casella della stella i numeri vanno regolarmente, mentre nella casella del granchio vanno di +2. Da 1 a 4 si aggiunge 3. Da 2 a 6, 4. Da 3 a 8, 5. Da 4 a 10, 6. E così via…fino ad arrivare a 9+11. Loro hanno fatto 57+59, che fa 116.



I: Quindi…Loro cos'hanno osservato? Hanno cercato il legame tra il numero da cui si parte e quello che c'è sulla freccia. Perché? Perché, se capisco questo legame, posso generalizzare e non ho bisogno di costruire tutte le frecce [fino a 57]

- R si pone come ***guida riflessiva***, chiedendo ad altri studenti di provare ad esplicitare il ragionamento proposto da S7 ed esplicitando lei stessa, ponendosi come ***soggetto che indaga***, l'approccio strategico che ha guidato i processi di pensiero attivati dal gruppo.

Riflessioni

La **progettazione mirata e consapevole** delle discussioni di classe e degli interventi del docente consente di realizzare un **dibattito collettivo che stimola gli studenti a confrontare argomentazioni, strategie, processi di ragionament**o (propri e altrui), rendendoli **tangibili oggetti di riflessione**.

E' importante che il docente sia **consapevole dell'intenzionalità dei processi didattici** e dei mezzi attraverso i quali tali processi possano essere sviluppati.

Il programma di questa mattina

Plenaria: presentazione degli strumenti teorici

La discussione matematica
come contesto in cui promuovere i processi di pensiero
e la riflessione metacognitiva:
strumenti per la progettazione e l'analisi

M-CA$_{CE}$

5 pratiche (Stein et al.)

Laboratorio: uso degli strumenti teorici per progettare una discussione di bilancio

Utilizzo di M-CA$_{CE}$ come strumento per **progettare discussioni di bilancio** a partire dalla raccolta delle produzioni degli studenti

Lavoro di gruppo:
uso degli strumenti teorici per progettare una discussione di bilancio

Uso degli strumenti teorici per la progettazione di discussioni di bilancio

Strategie per una progettazione efficace:

- **Analizzare a priori** il task
- **Monitorare** con attenzione il lavoro degli studenti;
- **Raccogliere ed analizzare** le loro risposte;
- **Raggruppare** le risposte ed **ordinarle** secondo un **criterio** che consenta di far scaturire riflessioni a più livelli (su errori, difficoltà, strategie adottate, giustificazioni di tali strategie…);
- **Fare ipotesi sugli interventi che il docente può fare** (facendo riferimento ai ruoli caratterizzanti il costrutto M-CA_{CE}), con l'obiettivo di: porsi come parte integrante del gruppo classe in un'attività collettiva di ricerca, stimolare l'esplicitazione dei processi di ragionamento affinché siano condivisi, stimolare la riflessione a livello metacognitivo…

Lavoro di gruppo:
Uso degli strumenti teorici per la progettazione di discussioni di bilancio

Progettate una discussione di bilancio a partire dai testi prodotti dai gruppi.

Obiettivo della discussione dovrà essere quello di confrontare le risposte proposte dai diversi studenti, riflettere collettivamente su errori e strategie, attivare eventuali processi di pensiero non pienamente attivati o esplicitati in alcuni dei testi prodotti.

1. Scegliete, in funzione di questo obiettivo, come gestire la fase di condivisione delle risposte e di riflessione su di esse. Ad esempio, potete decidere di discutere solo alcune delle risposte, di riordinare le risposte prima di presentarle agli studenti, di organizzare le risposte in gruppi per riflettere su di esse …

2. **Descrivete come organizzereste la discussione (motivando le vostre scelte) e specificate, facendo riferimento esplicito al costrutto M-CA$_{CE}$, quali interventi potrebbe fare l'insegnante per stimolare la discussione**.

Lavoro di gruppo:
Uso degli strumenti teorici per la progettazione di discussioni di bilancio

E' stato creato un **Padlet** dove caricare le progettazioni di discussioni realizzate dai diversi gruppi, in modo da avere a disposizione un **ambiente di confronto e riflessione** che potremo utilizzare anche nelle prossime settimane.

Facciamo una meta-discussione…

Quali scelte strategiche avete fatto nel progettare la discussione?

Sono emersi elementi di difficoltà? Quali?

Come avete utilizzato gli strumenti teorici nella vostra progettazione?

Quali elementi della vostra pratica usuale hanno influenzato la progettazione?

Alla luce dell'attività laboratoriale, ci sono elementi relativi agli strumenti teorici che vorreste approfondire?