



in collaborazione
con il Comune di La Thuile

Se questa è la nostra matematica, quali sono le nostre storie?

Francesca Ferrara

Dipartimento di Matematica «G. Peano»,

Università di Torino



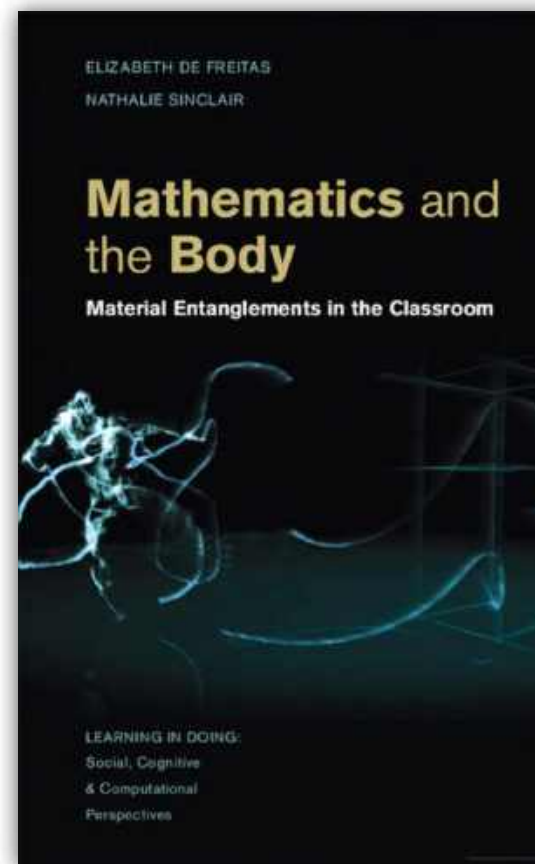
**UNIVERSITÀ
DI TORINO**

Dipartimento
Matematica
"Giuseppe Peano"

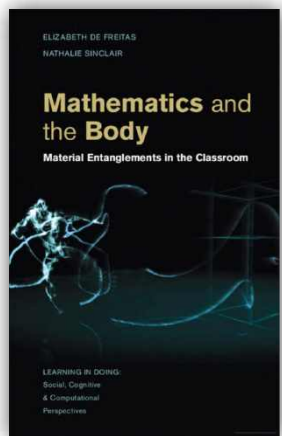
La Thuile – 28.08.2024



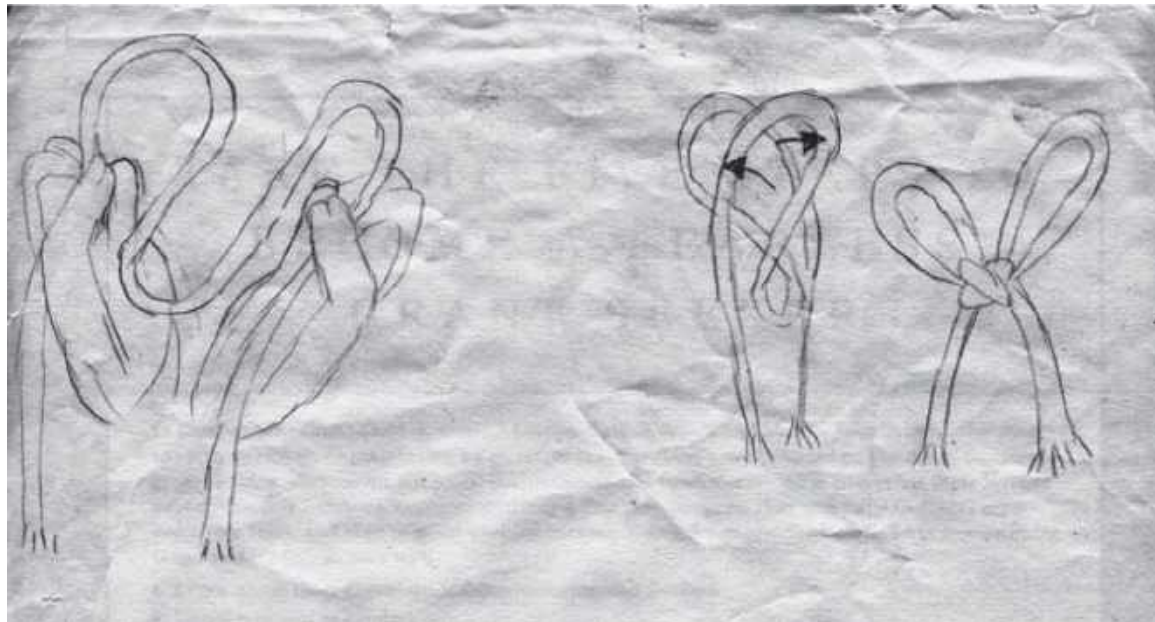
luglio 2014

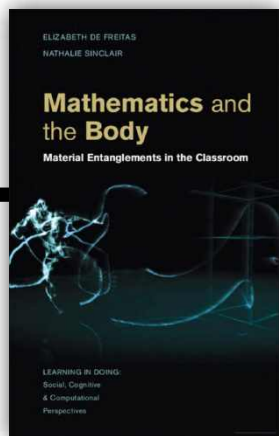


La Thuile – 28.08.2024

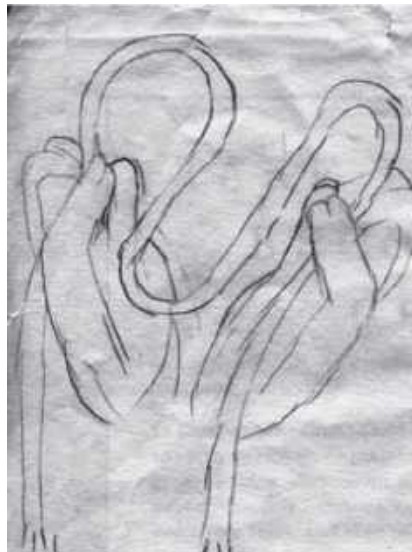


A una studentessa del grado 6 (prima secondaria di I grado) è stato chiesto di creare un diagramma del nodo che ha realizzato con uno spago. La studentessa disegna *non* solo il nodo, ma anche le proprie mani, che trasmettono il **processo** manuale con cui il nodo è stato realizzato.





A una studentessa del grado 6 (prima secondaria di I grado) è stato chiesto di creare un diagramma del nodo che ha realizzato con uno spago. La studentessa disegna *non* solo il nodo, ma anche le proprie mani, che trasmettono il **processo** manuale con cui il nodo è stato realizzato.

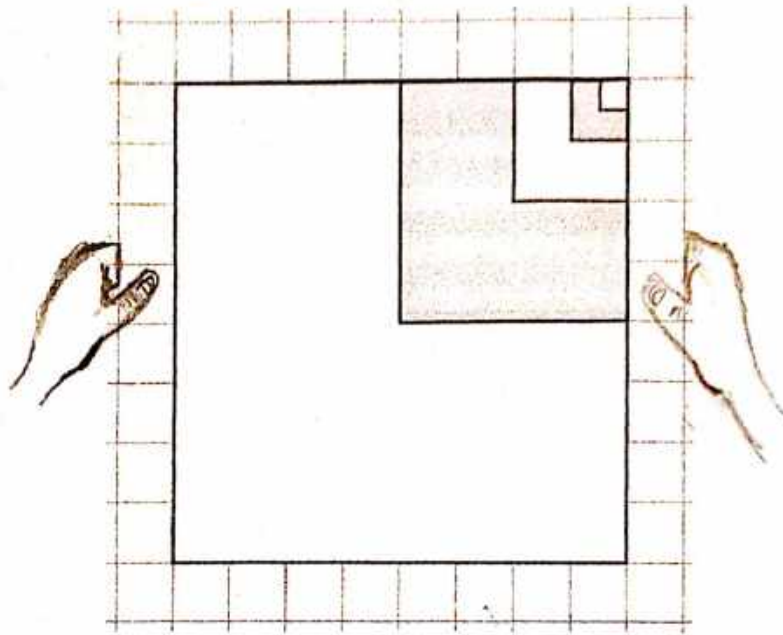


Un modo di ripensare il corpo come processo che si estende al di là di sé e incorpora strumenti, diagrammi, carta e matita, la superficie del banco, la lavagna, lo spazio, gli altri corpi, ... e l'attività matematica come **insieme di relazioni** che cambiano, con diverse forze all'opera, a scale diverse (affettive, estetiche, sociali, ...)

Le mani disegnate inoltre orientano e posizionano l'osservatore in un modo che indirizza e coinvolge, o interpella, il suo corpo.

Vedere l'attività matematica (e la matematica) come un *assemblaggio* di aspetti materiali/fisici e aspetti semantici ci permette di comprendere meglio (e valorizzare) la sua natura creativa?

L'INVENZIONE DI UNA FIGURA MAI IMMAGINATA



A studenti di classe terza primaria è stato chiesto di raccontare una storia per questo diagramma, fornito su un foglio con una griglia attorno (ed eventualmente di dargli un titolo). Questo studente *aggiunge* ai lati della griglia due mani, che sembrano tenere il foglio e che invitano a uno specifico punto di vista.

Una figura mai immaginata

C'ERA UNA VOLTA UN BAMBINO DI NOME JAKSON BOENIS CHE VOLEVA OGNI
GIORNO DEI QUADRATI DI DIVERSA LUNGHEZZA, MA IN UN SOLO FOGLIO RI-
MASTO A CASA SUA DI 100 QUADRATINI! JAKSON HA CHIESTO A SUA MAMMA DI
COMPRARNE 4 (FOGLI) MA NON AVEVANO SOLDI. JAKSON TROVÒ UNA SOLUZIONE,
CIOÈ DI METTERE TUTTI I QUADRATI CHE VOLEVA IN UN QUADRATO.

C'era una volta un bambino di nome Jakson Boenis che voleva disegnare dei quadrati di diversa lunghezza, ma in un solo foglio rimasto a casa sua di 100 quadratini! Jakson ha chiesto a sua mamma di comprarne 4 (fogli) ma non avevano soldi. Jakson trovò una soluzione, cioè di mettere tutti i quadrati che voleva in un quadrato.



Intra-relazioni

Non solo **il motivo**

(il prodotto)

ma anche **l'atto**

dell'intrecciare

(il processo)

La Thuile – 28.08.2024



If this is our mathematics, what are our stories?

Lulu Healy · Nathalie Sinclair

Published online: 20 February 2007
© Springer Science+Business Media B.V. 2007

Abstract This paper sets out to examine how narrative modes of thinking play a part in the claiming of mathematical territories as our own, in navigating mathematical landscapes and in conversing with the mathematical beings that inhabit them. We begin by exploring what constitutes the narrative mode, drawing principally on four characteristics identified by Bruner and considering how these characteristics manifest themselves in the activities of mathematicians. Using these characteristics, we then analyse a number of examples from our work with expressive technologies; we seek to identify the narrative in the interactions of the learners with different computational microworlds. By reflecting on the learners' stories, we highlight how particular features, common across the microworlds—motion, colour, sound and the like—provided the basis for both the physical and psychological grounding of the behaviour of the mathematically constrained computational objects. In this way, students constructed and used narratives that involved situating mathematical activities in familiar contexts, whilst simultaneously expressing these activities in ways which—at least potentially—transcend the particularities of the story told.

Keywords Narratives · Expressive technologies · Microworlds · Ideational and mathematics · Dynamic mathematisations

DI PARTENZA

Criticando l'idea di una matematica de-temporalizzata e de-personalizzata (Balacheff, 1988), espressa in forma logica nella comunità matematica, si considera l'importanza dell'incontro tra *personale* e *pubblico* in classe e della necessità per gli studenti di costruire significati matematici che abbiano senso per loro, ma che siano anche coerenti con quelli socialmente riconosciuti.

Può darsi che sia la narrazione ad avere la chiave di tale connessione.

Le autrici si interrogano sul tipo di storie che gli studenti possono raccontare sulla loro matematica scolastica e su come queste riflettano il legame degli studenti con questa matematica.

Sono pervasive storie tristi, poiché molti vivono la matematica come **una terra proibitiva e inaccessibile, una terra che non chiamerebbero propria.**

Si propongono di indagare le condizioni in cui *modi narrativi di pensare* possono essere evocati in modo produttivo in classe, utilizzando esempi di narrazioni che emergono in particolari contesti.

objects: mathematical activities in formal and informal settings
activities in ways which—at least potentially—transcend the
story told.

Keywords Narratives · Expressive technologies · Microworlds · Ideational and
mathematics · Dynamic mathematisations

28.08.2024

If this is our mathematics, what are our stories?

Lulu Healy · Nathalie Sinclair

Published online: 20 February 2007
© Springer Science+Business Media B.V. 2007

Abstract This paper sets out to examine how narrative modes of thinking play a part in the claiming of mathematical territories as our own, in navigating mathematical landscapes. We argue that in conversing with the mathematical beings that inhabit them. We explore how narrative mode, drawing principles from narrative theory, can be used to highlight characteristic features of mathematical objects and activities. We discuss how narrative mode can be used to highlight characteristic features of mathematical objects and activities. We discuss how narrative mode can be used to highlight characteristic features of mathematical objects and activities.

Keywords Narrative · Mathematics · Dynamic mathematics · 20:00:2024

«It is not that we expect learners to retell our stories, indeed one of the wonderful things about stories is that each time they get told they can include new twists and turns.

What we as designers who are also teachers are aiming for are learning activities that draw learners into constructing their own twists and turns that help them to interpret mathematical phenomena, while at the same time appropriating a means to express themselves mathematically.»

(Healy & Sinclair, 2017, p. 19)

Non ci aspettiamo che gli studenti raccontino nuovamente le nostre storie, anzi una delle cose meravigliose delle storie è che ogni volta che sono raccontate possono includere nuovi colpi di scena. Il nostro obiettivo, in quanto progettisti che sono anche insegnanti, sono attività di apprendimento che spingano gli studenti a costruire i propri colpi di scena che li aiutino a interpretare i fenomeni matematici, appropriandosi allo stesso tempo di mezzi per esprimersi matematicamente.

IL CUORE DI QUESTO INTERVENTO

Diagrammi in matematica non come rappresentazioni ma come
oggetti con cui pensare.

- Non processi riproduttivi ma processi produttivi

Lavorare con i diagrammi necessariamente implica l'interazione
corpo-diagramma. Ma come farlo?

Healy e Sinclair (2007) hanno analizzato le storie emerse da diagrammi specifici, nel
contesto fornito da software dinamici.

Qui, io voglio seguire la direzione opposta e riflettere su come compiti *non di routine*
che coinvolgono diagrammi possono suscitare esperienze matematiche.

IL CUORE DI QUESTO INTERVENTO

Diagrammi in matematica non come rappresentazioni ma come
oggetti con cui pensare.

- Non processi riproduttivi ma processi produttivi

Lavorare con i diagrammi necessita di un'interazione
corpo-diagramma. M

Healy e Sinclair (2008) parlano di diagrammi specifici, nel
contesto fornito da
Qui, io voglio seguire
che coinvolgono diagrammi. *come compiti non di routine*
esperienze matematiche.

PROBLEMA NON DI ROUTINE

IL CUORE DI QUESTO INTERVENTO

Diagrammi in matematica non come rappresentazioni ma come *oggetti con cui pensare*.

- Non processi riproduttivi ma processi produttivi

Lavorare con i diagrammi necessita di un'interazione
corpo-diagramma. M

Healy e Sinclair (2008) sostengono che i diagrammi specifici, nel
contesto fornito da un problema, sono strumenti per affrontare
Qui, io voglio seguire un'attività che coinvolge diagrammi come compiti *non di routine*
che coinvolgono diagrammi e esperienze matematiche.

situazione che implica certe domande
aperte che sfidano chi non possiede
metodi diretti, procedure, algoritmi,
ecc., sufficienti per dare risposta alle
domande (Blum & Niss, 1991)

IL CUORE DI QUESTO INTERVENTO

Diagrammi in matematica non come rappresentazioni ma come *oggetti con cui pensare*.

- Non processi riproduttivi ma processi produttivi

Lavorare con i diagrammi necessita di un'interazione
corpo-diagramma. M

Healy e Sinclair (2008) sostengono che i diagrammi specifici, nel
contesto fornito da
Qui, io voglio seguire
che coinvolgono diagrammi. *come compiti non di routine*
esperienze matematiche.

La situazione richiede che il risolutore
adatti, combini o inventi nuove
strategie per trovare una soluzione
(Schoenfeld, 1994; 2008)

IL CONTESTO

Percorso Interattivo di Formazione

DIDATTICA DEI DIAGRAMMI E DELLE RAPPRESENTAZIONI IN MATEMATICA

PER e CON docenti
della scuola dell'infanzia,
della scuola primaria,
della scuola secondaria di I grado

MATematica Teoria & Risorse



Dipartimento
Matematica
"Giuseppe Peano"

F. Ferrara, Giulia Ferrari
*Dipartimento di Matematica
«G. Peano», Università di Torino*

**Ketty Savioli, Sara Bianchi, Clara Dughera,
Marina Gilardi, Maria Luisa Sattin**
Istituto Comprensivo Chieri III



IL CONTESTO

Percorso Interattivo di Formazione

DIDATTICA DEI DIAGRAMMI E DELLE RAPPRESENTAZIONI IN MATEMATICA

PER e CON docenti
della scuola dell'infanzia,
della scuola primaria,
della scuola secondaria di I grado

10 ore di formazione in presenza
(5 incontri da 2 ore ciascuno)

+ sperimentazione in classe
+ documentazione delle attività
attraverso un *Diario di bordo*

marzo-giugno 2023

12 ore di formazione in presenza
(4 incontri da 3 ore ciascuno)

+ sperimentazione in classe
+ documentazione delle attività
attraverso un *Diario di bordo*

febbraio-maggio 2024

LINGUAGGI DELLA MATEMATICA

«[...] ciò che caratterizza il linguaggio della matematica non risiede soltanto nella componente simbolica ma anche nelle altre componenti, in particolare quella verbale. Gran parte della comunicazione in contesto matematico viene svolta **a parole**. [...] è inoltre opportuno considerare **tutti i registri** che vengono utilizzati nel fare e comunicare matematica, a qualunque livello, da quelli usati dai matematici, a quelli che troviamo nei libri e in tutte le forme di comunicazione matematica, compresi i testi prodotti dagli studenti di ogni grado. Anche se troveremo molte differenze tra un tipo e l'altro, si tratta comunque di testi con rilevanti caratteristiche in comune, in quanto **tutti devono affrontare in qualche modo i problemi di comunicazione, rappresentazione e calcolo tipici della matematica.**»

«[...] in matematica i linguaggi giocano **una duplice funzione**: servono per comunicarla ma **ne fanno anche parte**. Grafici, figure, notazioni numeriche e simboliche e testi verbali servono per rappresentare e comunicare concetti e procedimenti matematici e per argomentare su di essi, ma sono anche oggetto di definizioni e teoremi.» (pp. 53-54)

Ferrari, P.L. (2021). Educazione matematica, lingua, linguaggi: Costruire, condividere e comunicare matematica in classe. Utet.

LINGUAGGI DELLA MATEMATICA

«[...] che caratterizza il linguaggio della matematica non risiede soltanto nella componente simbolica, ma anche in quella verbale. Gran parte della matematica è inoltre opportuno

- fare a meno della lingua: parliamo di matematica, comunichiamo in matematica, scriviamo in matematica (modalità di espressione)
- tralasciare l'argomentazione (primo passo della dimostrazione)

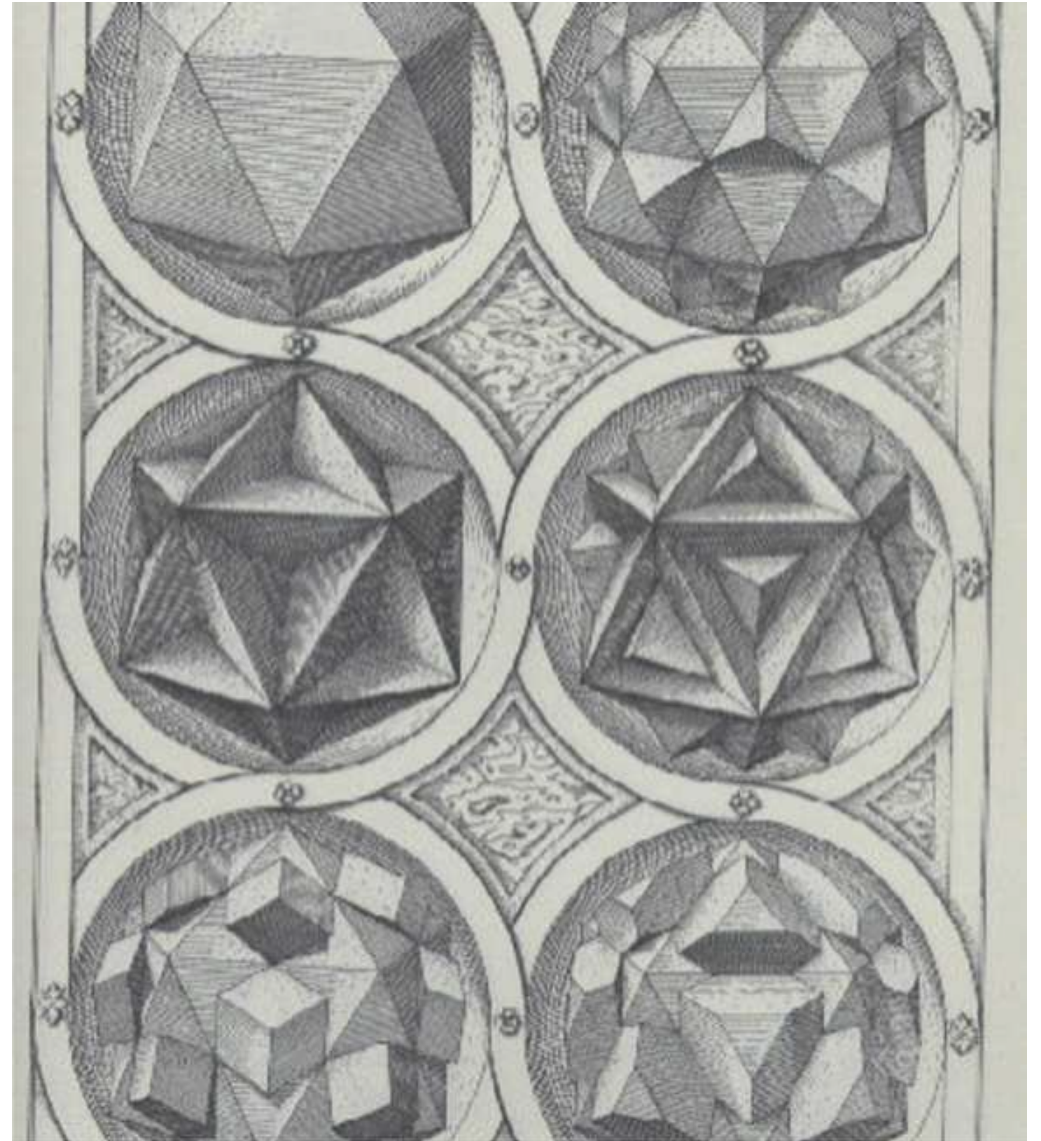
Anche se troveremo molte differenze tra i linguaggi, ci sono alcune rilevanti caratteristiche in comune, in quanto **tutti devono affrontare problemi di comunicazione, rappresentazione e calcolo tipici della matematica.**»

«[...] in matematica i linguaggi giocano **una duplice funzione**: servono per comunicarla ma **ne fanno anche parte**. Grafici, figure, notazioni numeriche e simboliche e testi verbali servono per rappresentare e comunicare concetti e procedimenti matematici e per argomentare su di essi, ma sono anche oggetto di definizioni e teoremi.» (pp. 53-54)

Ferrari, P.L. (2021). *Educazione matematica, lingua, linguaggi: Costruire, condividere e comunicare matematica in classe*. Utet.

Diagrammi e pensiero narrativo in matematica

La Thuile – 28.08.2024



La narrazione è «**un modo di pensare**, [...] una struttura per organizzare la nostra conoscenza.»

È uno dei due stili di pensiero fondamentali che permettono agli esseri umani di farsi strada nel mondo – l'altro stile è quello “paradigmatico” o logico/classificatorio, tipicamente associato alla matematica.

Attraverso le narrazioni organizziamo e costituiamo la nostra esperienza del mondo; raccontiamo storie, inventiamo scuse e imponiamo trame che hanno un inizio, una parte centrale e una fine.

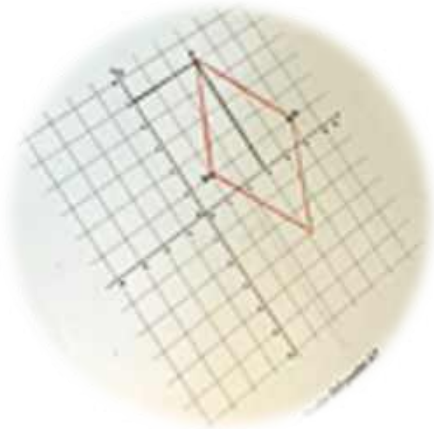
Le narrazioni sono particolari tipi di discorsi: «La narrazione è un discorso, e la ragione principale di un discorso è che c'è una ragione che lo distingue dal silenzio.»

Hanno **duplice natura**: «Una storia ha quindi due facce: una sequenza di eventi e **una valutazione implicita degli eventi raccontati.**» (il narratore ne presenta la propria interpretazione) (pp. 119-121)

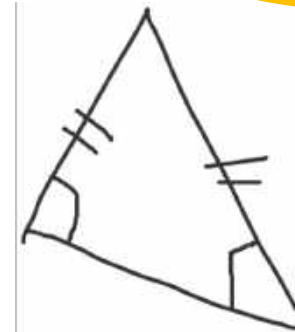
Bruner, J.S. (1996). *The culture of education*. Harvard University Press



DIAGRAMMA:
risorsa visiva che
organizza lo spazio
e articola relazioni



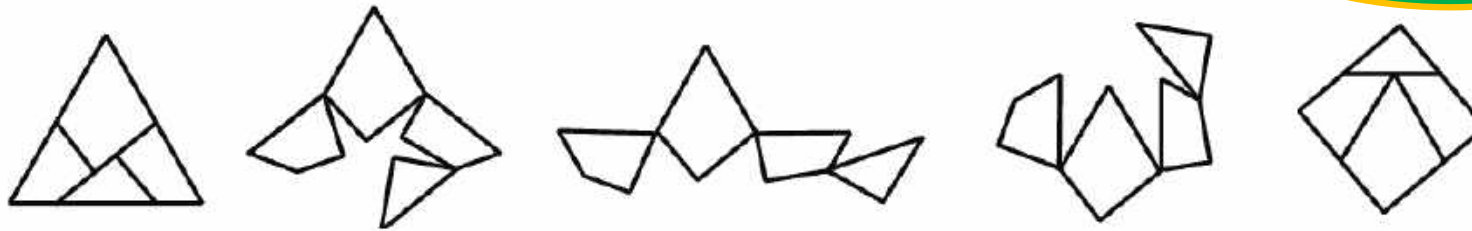
- ✓ Non un'immagine: richiede un'interpretazione
- ✓ Racchiude *uno scopo e una storia* (perché e come è stato costruito)
- ✓ Racchiude **temporalità** (dunque movimento)
- ✓ **Stabilisce vincoli e apre possibilità**



- come *registro* – linguaggio – della matematica
 - come *mezzo per modellizzare* (analisi e interpretazione di dati)
- come *spazio* di esplorazione, sperimentazione e applicazione delle conoscenze
 - come *modalità di espressione*

Problema di dissezione

DIAGRAMMA:
risorsa visiva che
organizza lo spazio
e articola relazioni



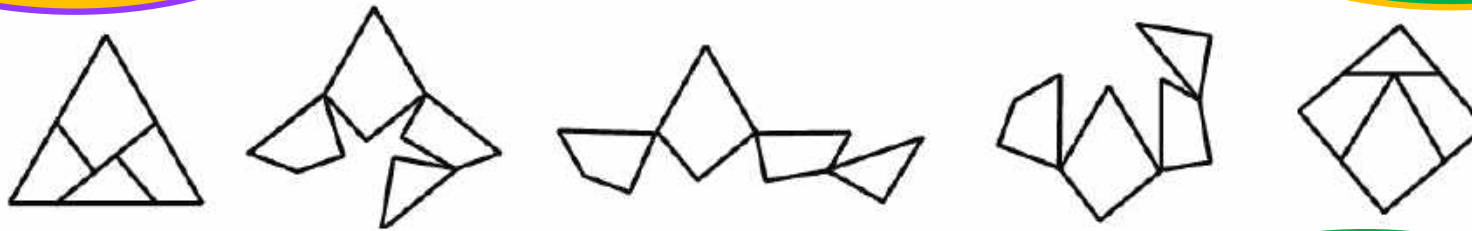
Che cosa vedi?

(Il problema della merceria: Dudeney, 1958; Gardner; 1961; Stewart, 1987; Wells, 1991)

Problema di dissezione

Un prima un dopo,
un inizio una fine

DIAGRAMMA:
risorsa visiva che
organizza lo spazio
e articola relazioni



Quale storia racconteresti per questo diagramma?

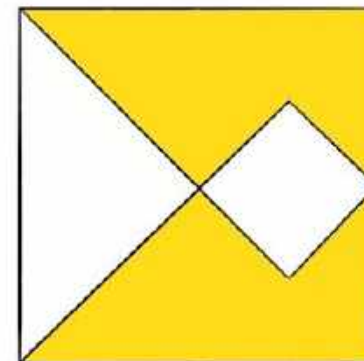
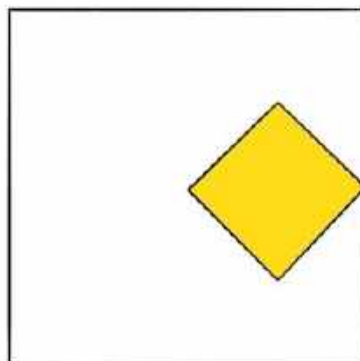
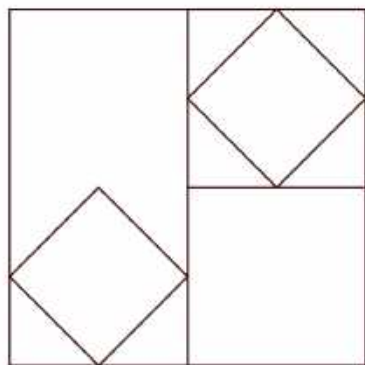
Non c'è solo
l'aspetto spaziale,
c'è anche una
temporalità

La narrazione è un discorso, e la ragione principale di un discorso è che c'è una ragione che lo distingue dal silenzio.

Una storia non esiste fino a che non la raccontiamo...

«Narrative is a discourse, and the prime reason for a discourse is that there is a reason for it that distinguishes it from silence.»
(Bruner, 1996, p. 121)

Che cosa possiamo “narrare” di un diagramma?



Quale titolo daresti a questo diagramma? / Che cosa vedi?

Perché è interessante?

Racconta una storia / Racconta come è stato costruito

Ricostruite questo diagramma sul foglio.
Raccontate per iscritto i passaggi che
vi sono serviti per ricostruirlo.

Abbinare ogni testo di «istruzioni»
al rispettivo diagramma.

Una storia non esiste fino a che non la raccontiamo.

Osservate i tre diagrammi e individuate
al loro interno figure equiestese.

Provate a capire che relazione c'è tra
il "quadrato" colorato e il "quadrato"
che corrisponde all'intero diagramma.

Ricostruite questo diagramma sul foglio.
Raccontate per iscritto i passaggi che
vi sono serviti per ricostruirlo.

Abbinare ogni testo di «istruzioni»
al rispettivo diagramma.

Racconta una storia che descriva
questa figura.

...a raccontiamo

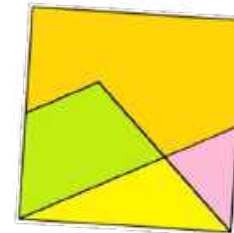
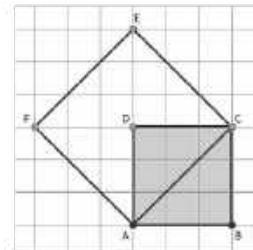
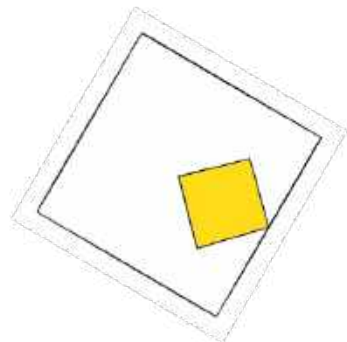
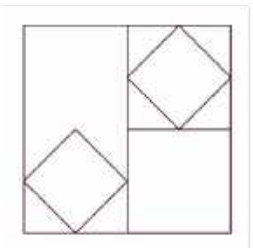
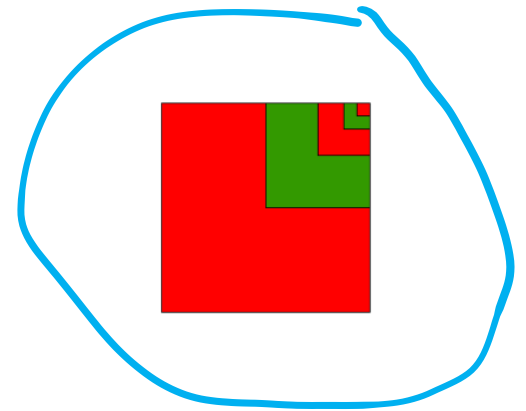
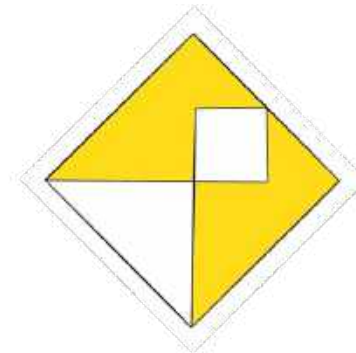
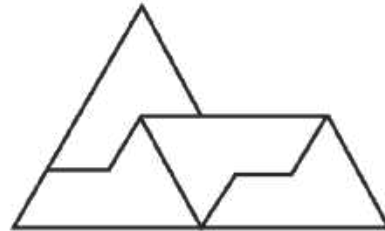
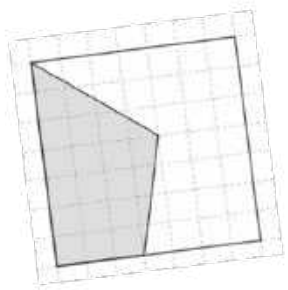
Osservate il diagramma e scrivete
una storia matematica.

...rvate i tre diagrammi e individuate
...o interno figure equiestese.

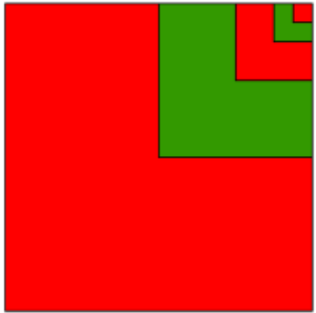
Provate a capire che relazione c'è tra
il "quadrato" colorato e il "quadrato"
che corrisponde all'intero diagramma.

Qualche incursione in classe

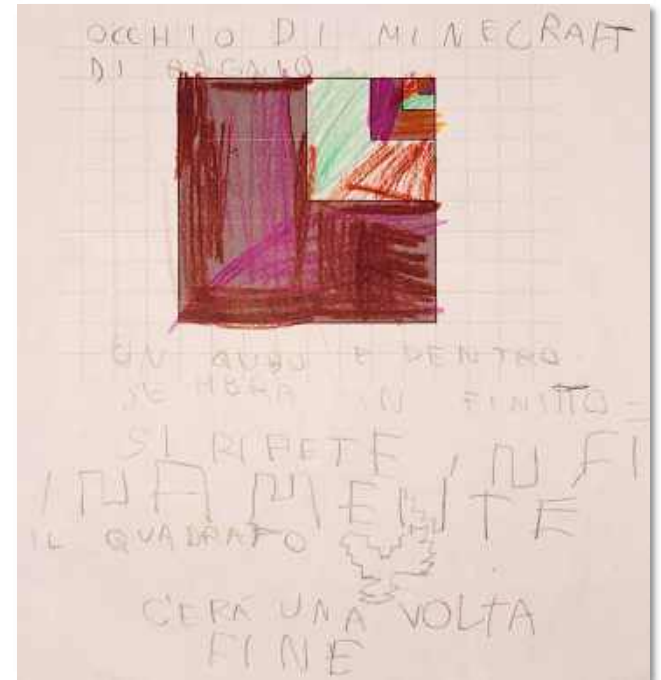
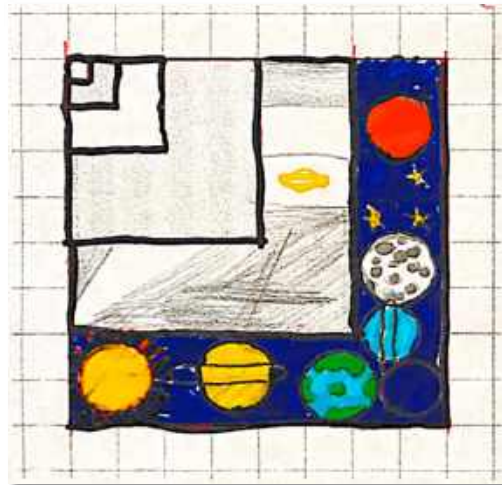
Racconta una storia



Racconta una storia



BES, grado 3



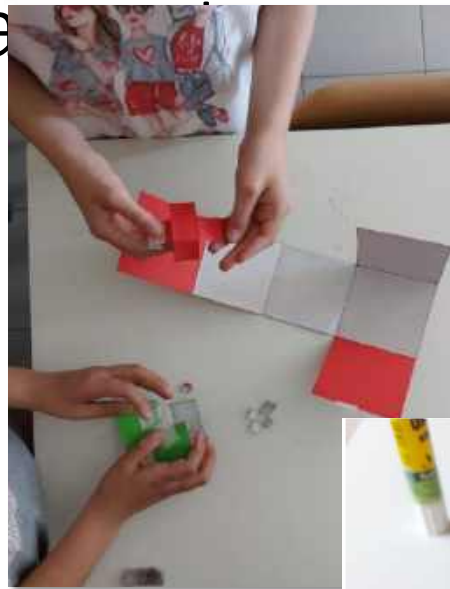
UN QUARTAZIONE ADESSO MI PIACE FARE COSE NUOVE PERCHÉ MI SENTO ACCOLTO
HO CONTATO PERCHÉ QUELLO SOPRA CULLO CHE FATTO ERA PICCOLO ECCO COME
LO TROVATO

La Thuile – 28.08.2024

Raccontare con i gesti



cartoncino rosso
gomma eva
feltro



È UN VULCANO
HA LA LAVA
IL CRATERE È IL QUADRATO PICCOLO
È LUNGO 8 QUADRETTI
SE LO PIEGO A METÀ È UN RETTANGOLO
CI SONO 4 "L"
IL LATO È 8 CM

DANA



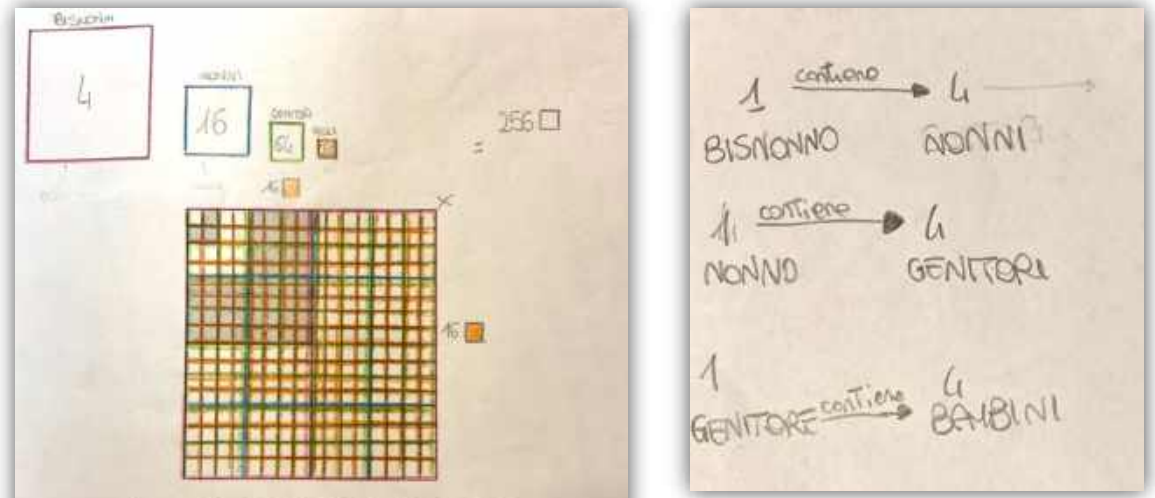
BES, grado 2



VALORIZZARE TUTTI I LINGUAGGI

La grande famiglia quadrata

ANNA, grado 5

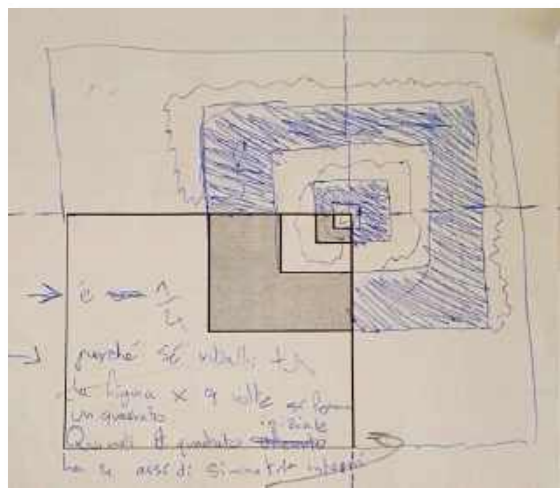


C'era una volta una famiglia molto molto numerosa. Era formata da bisnonni, nonni, genitori e bambini. Si chiamavano famiglia Quadrata, perché erano tutti quadrati, ognuno in base all'età di grandezze diverse. La cosa strana di quella famiglia era il modo di invecchiare perché quando si diventava sempre più grandi aumentava la grandezza della propria area: l'area aumentava perché ognuno, tranne i bambini, dovevano accudire i propri figli di qualsiasi era la loro età. Infatti i genitori che, in quella famiglia erano 64, dovevano accudire i propri figli cioè i bambini, ogni genitore aveva quattro bambini da contenere nella propria area, i nonni avevano l'area più grossa dei genitori, perché li dovevano contenere, ogni nonno doveva accudire quattro genitori che a loro volta in totale contenevano 16 bambini; i bisnonni erano i quadrati con la maggiore area perché dovevano contenere i nonni i genitori e i bambini, e i bisnonni erano solo quattro e ognuno conteneva altrettanti nonni. Una cosa che non accadeva mai erano i confronti tra bambini o tra genitori, tra nonni, tra bisnonni. Questo non succedeva perché, per esempio, tutti i bambini erano equiestesi e isoperimetrici, perché erano di diverse età ma erano pur sempre bambini! Così era per i genitori, per i nonni, e anche per i bisnonni, di cui però non c'era motivo di preoccuparsi dei confronti perché erano troppo impegnati a tenere e a far giocare 256 bambini in totale!

La Thuile – 28.08.2024

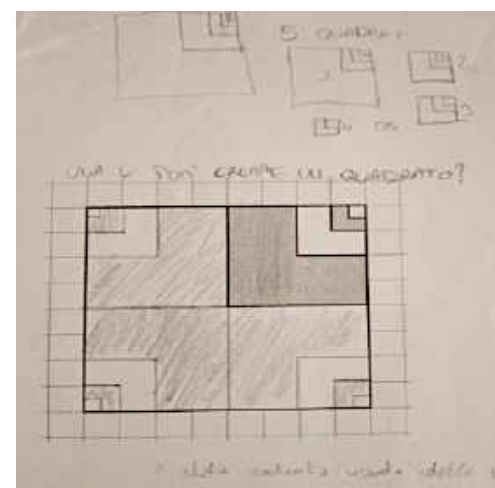
Espansioni del diagramma

gruppi, grado 5

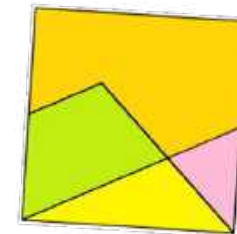
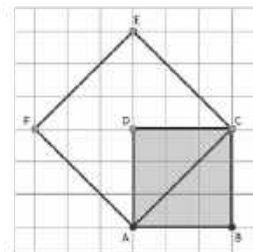
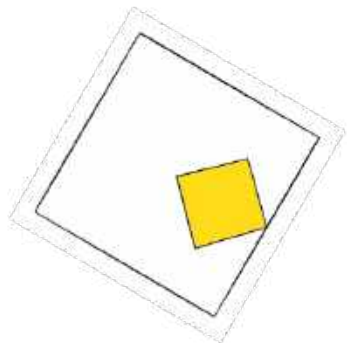
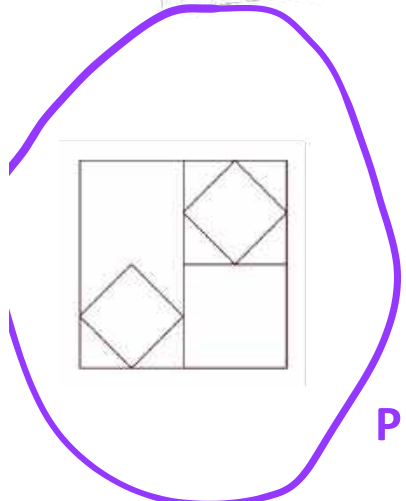
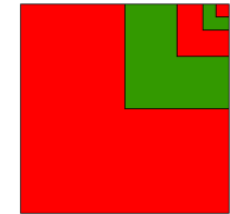
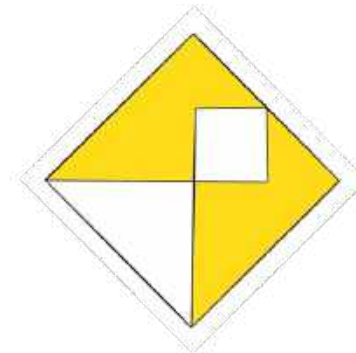
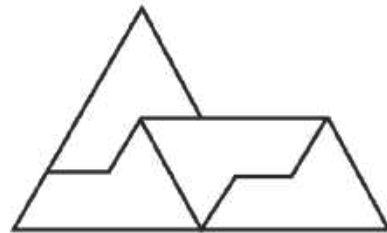
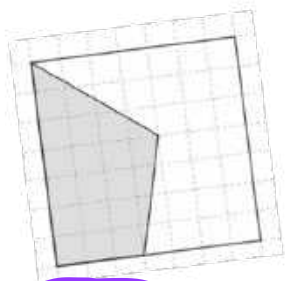


«La storia del Quadriquadrato»

«Una L può creare un quadrato?»



Qualche incursione in classe

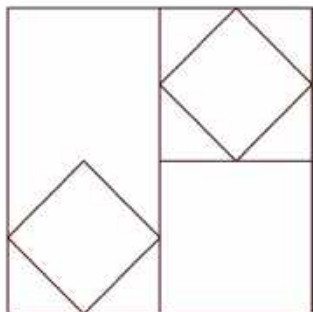


Perché è interessante?

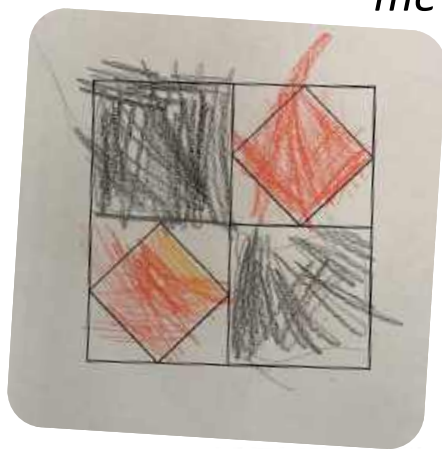
La Thuile – 28.08.2024

Perché è interessante?

MATEI, 3 anni



*manca una linea
me la fai?*



*due quadrati che
rotolano*

MATEI & R

Lavoro di gruppo

Osservate questo diagramma.

• due quadrati
che rotolano (rossi)
• manca una linea
me la fai.
• ora posso fare due
quadrati uguali,
due stanno fuori
quello che vedo
è un fisco

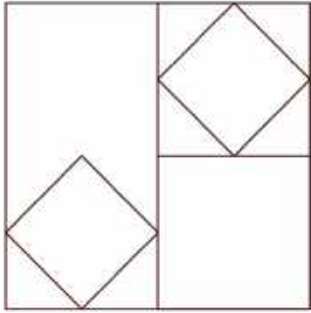
Rispondete insieme:

- Perché è interessante? Che cosa ti incuriosisce? Quali domande ti porresti su di esso?
- Quali azioni faresti se il diagramma ti fosse consegnato su un foglio?

La Thuile – 28.08.2024

Perché è interessante?

PIETRO, 5 anni



otto spazi
a forma di tetto



due occhi con il
vetro degli occhiali

Pietro 5/5 anni
diagonfo

MATT&R

Percorso Laboratoriale Interattivo 2024
Lavoro di gruppo

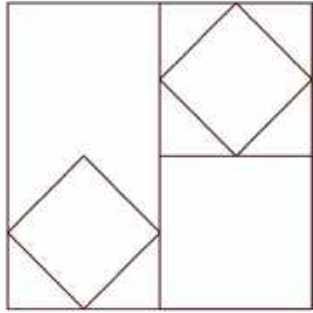
Osservate questo diagramma.

di rosso due rettangoli
che coloro viola
Non ce ne altri
che 4 quadrato (1)
Se faccio la riga ue travo 2(2)
[Colore]
Vedo 8 spazi a forma di tetto
[colore e ruoto il foglio]
sembrano due occhi con
il vetro degli occhiali.
È una faccia
[due occhi e occhiali]

Rispondete insieme:

- Perché è interessante? Che cosa ti incuriosisce? Quali domande ti porresti su di esso?
- Quali azioni faresti se il diagramma ti fosse consegnato su un foglio?

La Thuile – 28.08.2024



Perché è interessante?
Che cosa ti incuriosisce?

DANIELA
(docente, corsista 60 CFU)

Mi infastidisce il fatto che manchi un segmento

E MOLTI ALTRI...

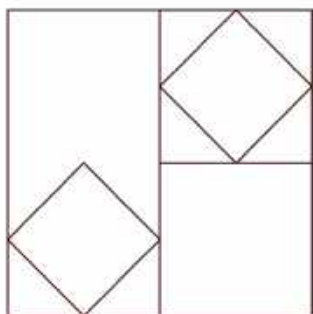
(docenti, studenti, studenti universitari)

Abbiamo a che fare con oggetti che possiedono proprietà spaziali (forma, posizione, grandezza) e qualità concettuali (idealità, astrattezza, generalità), cioè di natura **sia concettuale sia figurale**.

Componente *concettuale*: riguarda insiemi di oggetti o di fatti in base a proprietà comuni ('formale').

Componente *figurale*: riguarda le immagini come mezzi sensibili per catturare gli oggetti ('reale').

Fishbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.



Perché è interessante?
Che cosa ti incuriosisce?

DANIELA
(docente, corsista 60 CFU)

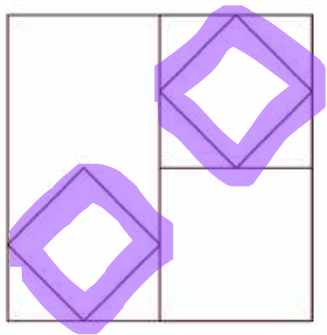
Mi infastidisce il fatto che manchi un segmento

E MOLTI ALTRI...
(docenti, studenti, studenti universitari)

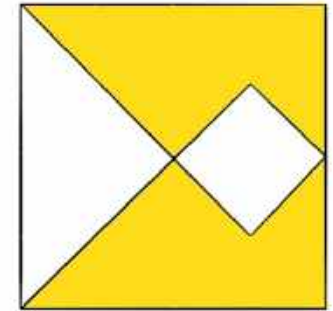
Abbiamo a che fare con oggetti che possiedono proprietà spaziali (forma, posizione, grandezza) e qualità concettuali (idealità, astrattezza, generalità), cioè di natura **sia concettuale sia figurale**.

Una sfera, per esempio, è ideale, è un'entità determinabile formalmente... l'idealità, la perfezione assoluta della sfera non può essere trovata nella realtà. È la componente dell'immagine a stimolare nuove direzioni di pensiero, ma ci sono i vincoli logici e concettuali che controllano il rigore formale del processo.

Fishbein, E. (1993). The Theory of Figural Concepts. *Educational Studies in Mathematics*, 24, 139-162.



Perché è interessante?
Che cosa ti incuriosisce?



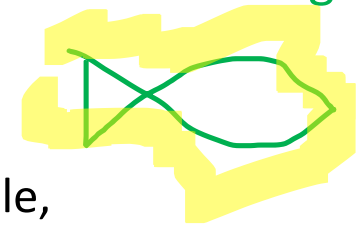
Che cosa vedi?

«Due palazzi con facciate parallele»

«Un pesce nel mare giallo»

- Perché il diagramma 'richiama' un pesce?

Non è un pesce qualunque: è simmetrico rispetto a una retta orizzontale, in qualche modo regolare, riempie lo «spazio» racchiuso dal quadrato esterno in un certo modo (anch'esso simmetrico).

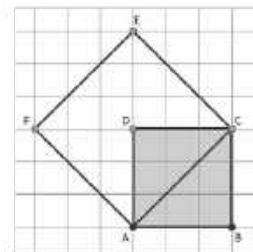
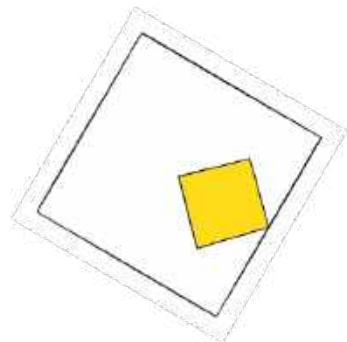
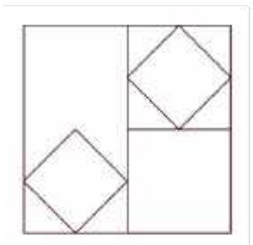
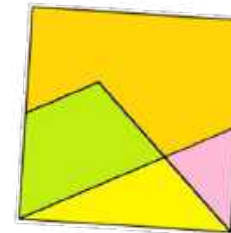
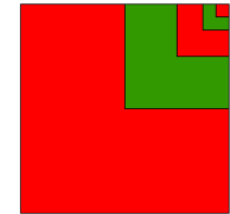
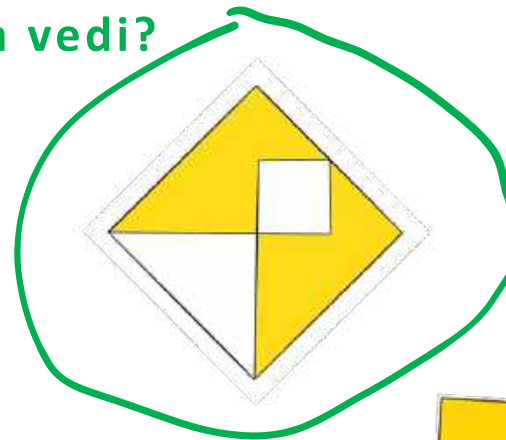
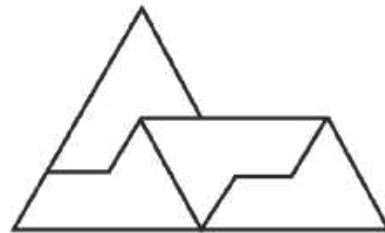
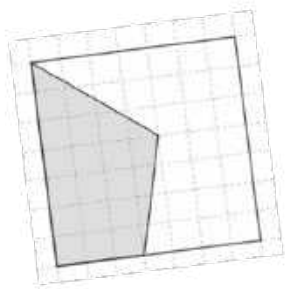


La richiesta è significativa: stimola aspetti concettuali e figurali a emergere insieme e, intanto, dà spazio alla componente dell'immagine, mettendo in movimento il diagramma.

Qualche incursione in classe

Inventa una storia

Che cosa vedi?

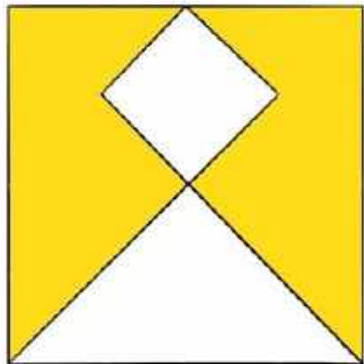


Inventa una storia

Elisa, 10 anni

«una specialità nascosta»

(se si dividevano a metà, era **come se** una parte si riflettesse all'altra)



targoli lo adoravano, ma c'era una figura che
re quadrato che anche i Querty avevano
una specialità nascosta, cioè se si dividevano a
metà, era come se una parte si riflettesse
all'altra. La specialità: volevano dimostrare
colorata bianca voleva

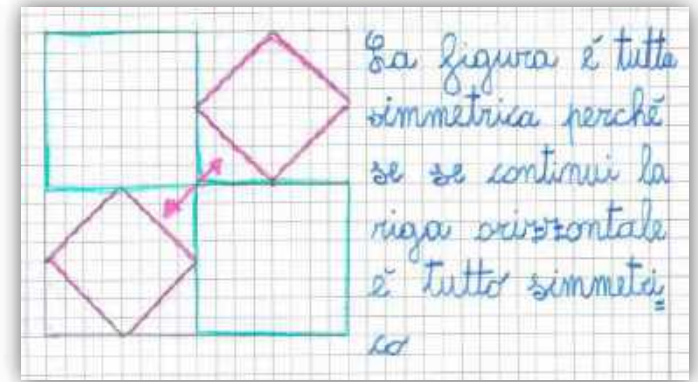
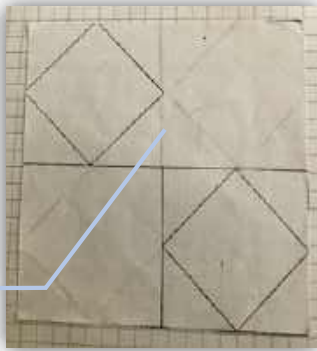
→ 1 Querty che la figura
dive $\frac{3}{8}$ (il q.)

April!

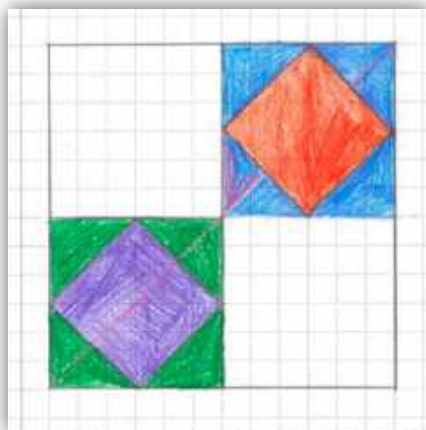
significava:
a quattro
sti all'esterno
7 all'interno

Bilo a sinistra misura 3 cm ogni lato.
 troviamo un segmento che misura 8,7 cm. E poi troviamo
 un segmento verticale di cui la parte superiore è immagi-
 naria, dopo troviamo rombo in basso a destra che misura
 3 cm ogni lato.

un segmento verticale di cui
 la parte superiore è immaginaria



Le potenzialità del diagramma



La Thuile – 28.08.2024

'Disegnare' una storia

A titolo di esempio

Questa mattina era assolata, così ho deciso di andare a scuola a piedi invece che in pulmino. La mia camminata è durata 20 minuti in tutto.

Costruisci un diagramma per questa storia.

Includi tutti i dettagli importanti, come titoli, etichette, unità di misura.

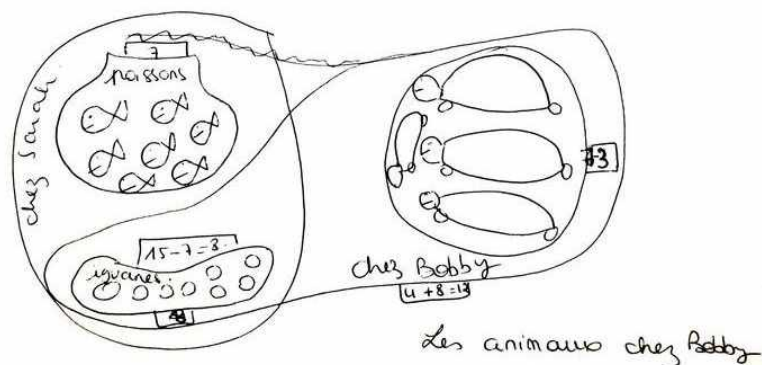
Ops! Dimenticavo...

i. Per andare da casa mia alla biblioteca comunale, ho percorso una distanza doppia rispetto a quella percorsa tra la biblioteca e la scuola.

ii. Una volta arrivata alla biblioteca, mi sono ricordata di dover comperare una penna, così sono andata in cartoleria, che si trova appena girato l'angolo della strada, proprio all'incrocio con la biblioteca comunale.

iii. Per comperare la penna, ci ho messo 5 minuti.

Problemi di matematica e come “disegnarli”!



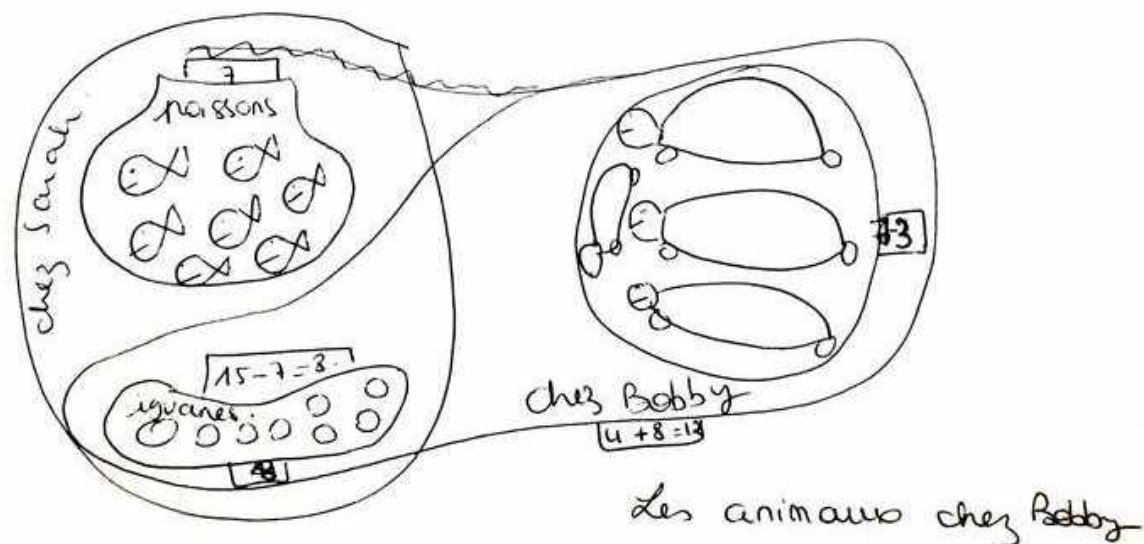
Un gruppo di ricercatori dell'Università di Ginevra, insieme a colleghi dell'Università CY Cergy di Parigi e dell'Università della Borgogna, ha analizzato i disegni realizzati da bambini e adulti durante la risoluzione di semplici problemi di matematica scoprendo che, a prescindere dall'età, le strategie di calcolo più efficaci sono associate a determinate tipologie di disegno.

A 52 adulti e 59 bambini di 10 anni è stato chiesto di risolvere semplici problemi nel minor numero possibile di passaggi e di produrre diagrammi per spiegare le loro strategie di risoluzione...

«Abbiamo dimostrato che, indipendentemente dalla loro esperienza, l'uso delle strategie da parte dei partecipanti dipende dalla loro rappresentazione del problema e che questa è influenzata dalle informazioni non matematiche contenute nella formulazione del problema, come rivelato dai loro disegni»

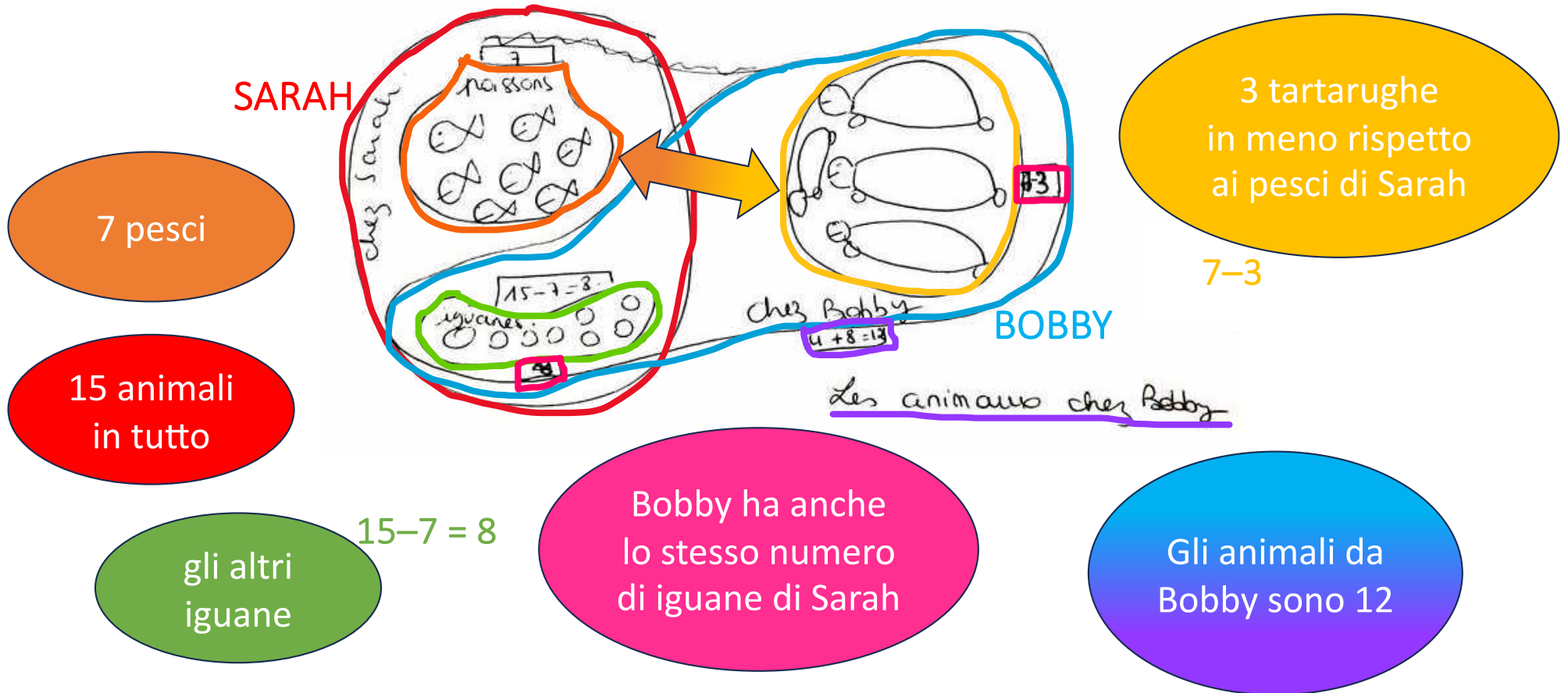
Université de Genève. “Drawings of mathematical problems predict their resolution.” ScienceDaily. ScienceDaily, 7 March 2024. <www.sciencedaily.com/releases/2024/03/240307110727.htm>

Problemi di matematica e come “disegnarli”!

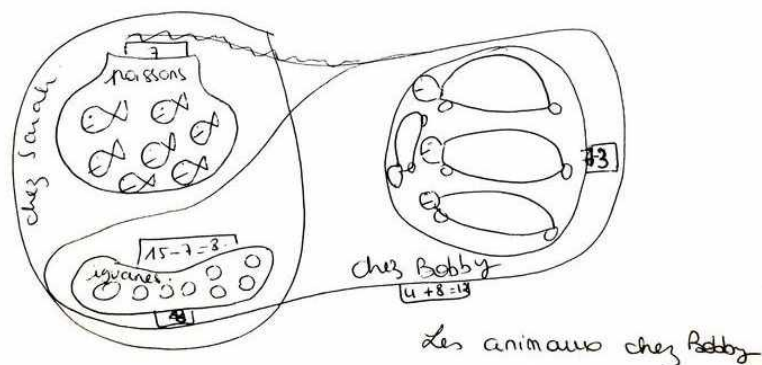


Quale può essere il testo della situazione problematica?

Problemi di matematica e come “disegnarli”!



Problemi di matematica e come “disegnarli”!



*Sarah a 7 poissons rouges.
Ses autres animaux sont des iguanes.
Elle possède 15 animaux au total.
Bobby garde les iguanes de Sarah pendant
les vacances, il les met avec ses tortues.
Bobby a 3 tortues de moins que Sarah n'a
de poissons rouges.*

*En tout, combien y a-t-il d'animaux chez
Bobby ?*

Sarah ha 7 pesci rossi.
Gli altri suoi animali sono iguane.
In totale ha 15 animali.

Bobby tiene le iguane di Sarah durante le vacanze, le mette con le sue tartarughe.
Bobby ha 3 tartarughe in meno rispetto ai pesci rossi di Sarah.

In totale, quanti animali ci sono a casa di Bobby?

Dopo 2 anni di lavoro sui diagrammi

La Thuile – 28.08.2024

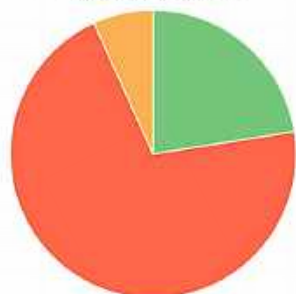
GRADO 5

Determinare l'area del rettangolo

Prova SNV 2017, Grado 5

Risultati nazionali

Risposte corrette



■ Risposte corrette 22.5%
■ Risposte errate 70.7%
■ Risposte Mancate 6.8%

IRT

Cases for this item 25482 Item-Rest Cor. 0.28 Item-Total Cor. 0.33

Item Threshold(s): 1.48 Weighted MNSQ 1.06

Item Delta(s): 1.48

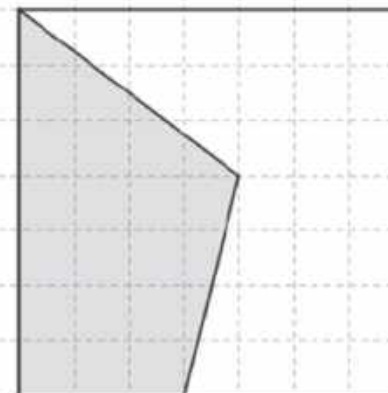
Label	Score	Count	% of tot	Pt Bis	t
0	0	18007	70,67	-0,2	-33,32
1	1	5745	22,55	0,28	46,18
7	0	43	0,17	-0,01	-1,73
9	0	1687	6,62	-0,09	-14,6

Indicazioni (IN 12)

1. **Obiettivi IN** - Ob5-33 Determinare l'area di rettangoli e triangoli e di altre figure per scomposizione o utilizzando le più comuni formule.
2. **Traguardi IN** - TP-VIII Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.

erva la figura.

1 cm

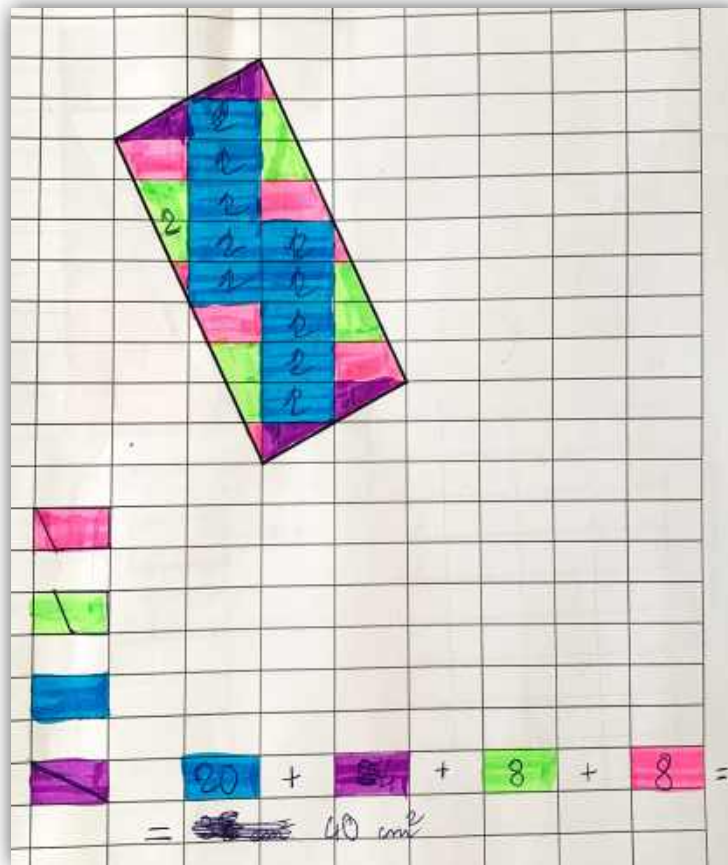
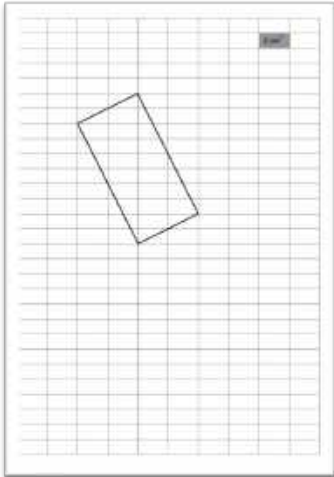


Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

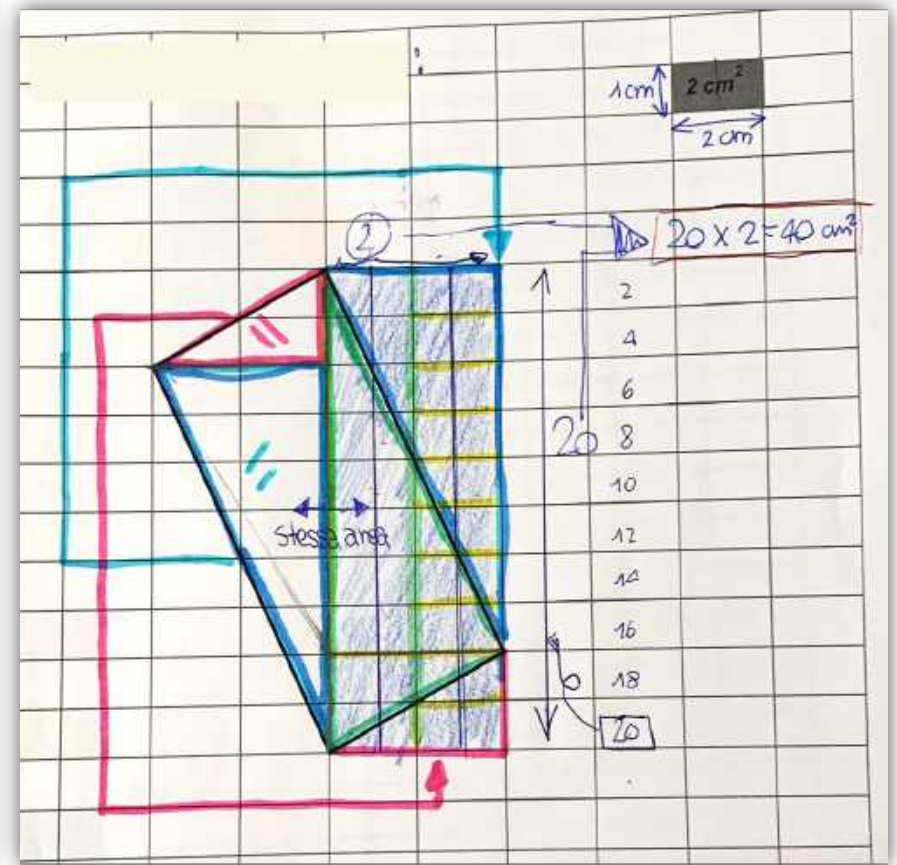
Risposta: cm²

Determinare l'area del rettangolo

GRADO 5



ASIA

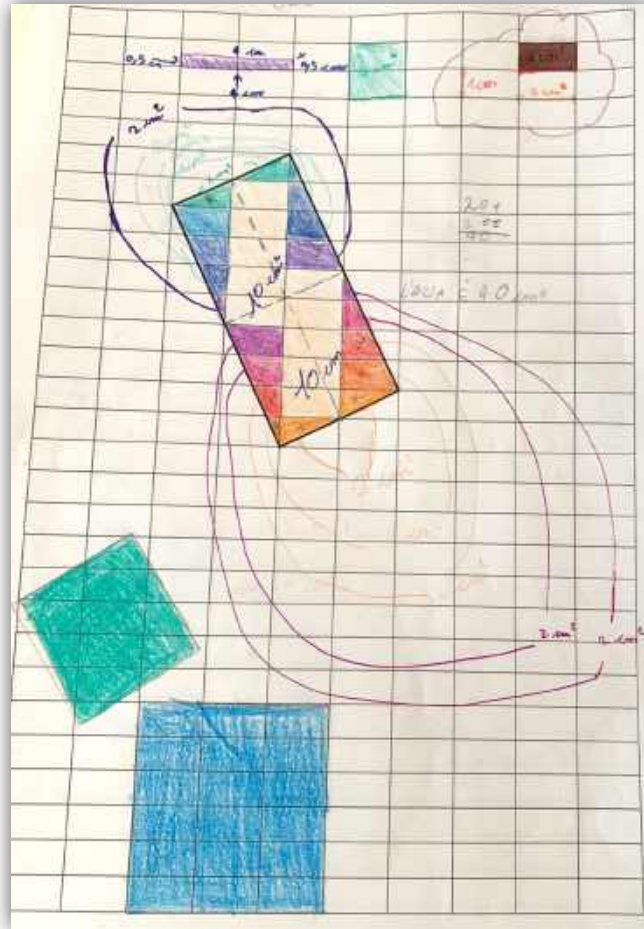
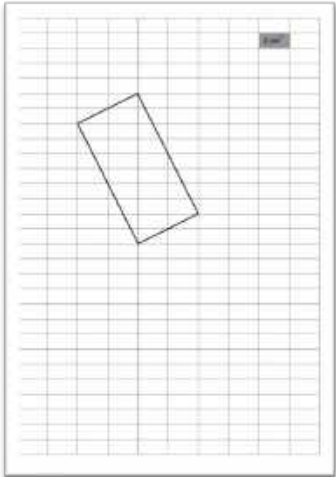


IRENE

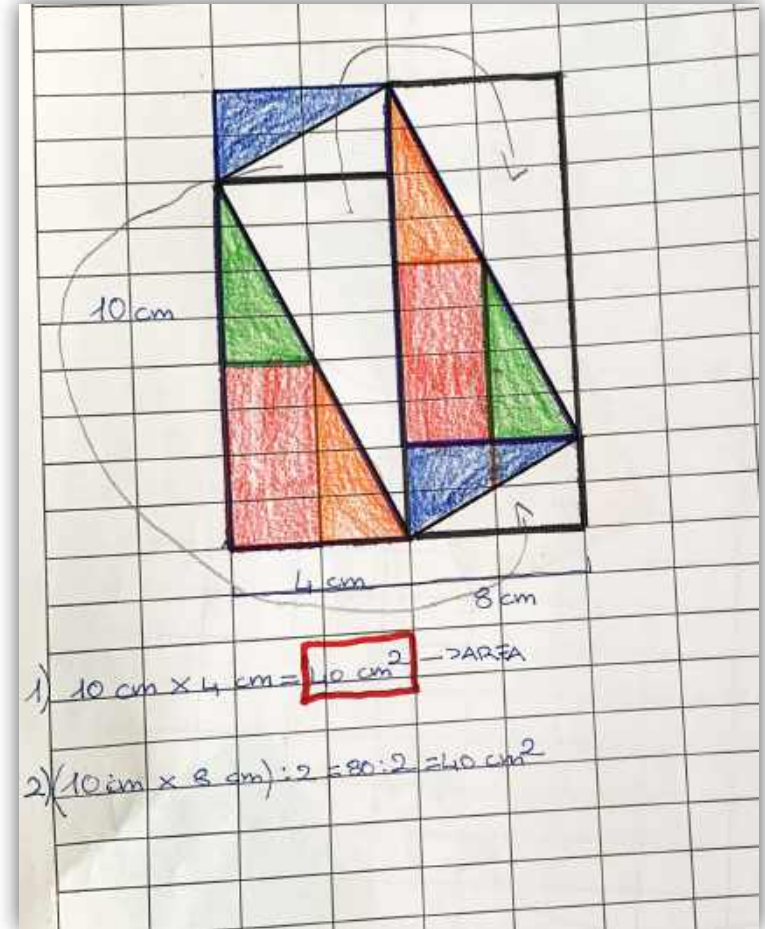
La Thuile – 28.08.2024

Determinare l'area del rettangolo

GRADO 5



ALISIA



MATILDE

La Thuile – 28.08.2024

GRADO 5



Osserva la figura. **LARA**

1 cm

12 : 2 = 6
 $4 \times 3 = 12$
 $4 \times 3 = 12$
 $(12 + 2 = 14) \quad 14 + 6 = 20$

Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

Risposta: 20 cm²

ANITA NOVELLI

Osserva la figura.

1 cm

$12 \text{ cm}^2 + 4 \text{ cm}^2 = 16 \text{ cm}^2$
 $16 \text{ cm}^2 : 2 = 8 \text{ cm}^2$
 $8 \text{ cm}^2 + 12 \text{ cm}^2 = 20 \text{ cm}^2$

Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

Risposta: 20 cm²

MASSIMILIANO

Osserva la figura.

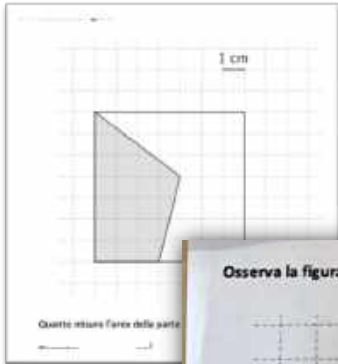
1 cm

$12 : 2 = 6$
 $4 : 2 = 2$
 12
 4
 3
 12
 3
 20

Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

Risposta: 20 cm²

GRADO 5



Osserva la figura.

1 cm

Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

Risposta: 20 cm²

Osserva la figura.

area =
 $(4 \times 3) : 2 = 6 \text{ cm}^2$
 $12 : 2 = 6 \text{ cm}^2$

area =
 $4 \times 3 = 12 \text{ cm}^2$

area =
 $(1 \times 4) : 2 = 2 \text{ cm}^2$

$2 + 12 + 6 = 20 \text{ cm}^2$

Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

Risposta: 20 cm²

Osserva la figura.

1 cm

$(3 \times 4) : 2 = 6$

$3 \times 4 = 12$

$(1 \times 4) : 2 = 2$

$12 + 6 + 2 = 20$

Quanto misura l'area della parte del quadrato colorata in grigio?

Risposta: 20 cm²

Prova SNV 2024, grado 5

Anita ha messo i suoi 70 libri in tre scatole: una PICCOLA, una MEDIA e una GRANDE.



I libri nella scatola GRANDE sono il doppio dei libri nella scatola MEDIA.

I libri nella scatola PICCOLA sono la metà dei libri nella scatola MEDIA.

Quanti sono i libri nella scatola MEDIA?

- A. 40
- B. 35
- C. 20
- D. 10

GRADO 5

Ti ricordi?
Riscrivi il testo come lo ricordi.
Risolvi e argomenta.

Ti ricordi?

to come lo ricordi.
solvi e argomenta.

Quanti libri ci sono nella scatola media? 70 libri

Nella scatola piccola ci sono la metà dei libri della scatola media.

Nella scatola grande ci sono il doppio di libri della scatola media.

$70 : 2 = 35$
 $35 : 2 = 17,5$

~~$17,5$ piccola
 $17,5$ media
 35 grande~~

10 piccola
 20 media
 40 grande

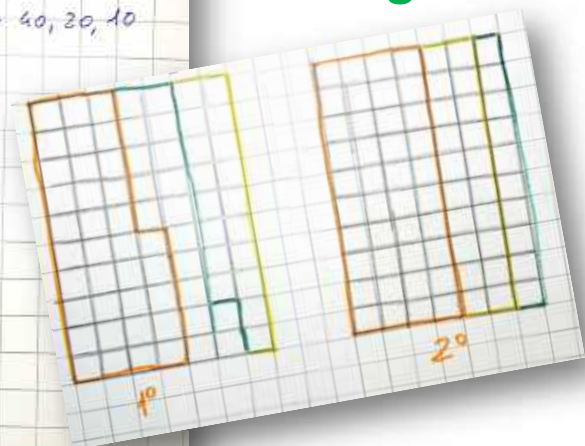
$10 \times 2 = 20$
 $20 : 2 = 10$
 $40 : 2 = 20$
 $20 \times 2 = 40$

$40 + 20 + 10 = 70$

$70 : 2 = 35$
 $35 - 5 = 30$
 $35 + 5 = 40$ grande
 $30 : 3 = 10$ piccola
 $10 + 10 = 20$ media

Sono partito da $70 : 2 = 35$ lo tengo
 $35 : 2 = 17,5$ però così la scatola media e quella piccola avrebbero gli stessi libri quindi non va bene.

Poi ho deciso che da 35 ho tolto 5 e l'ho aggiunto all'altra 35 così ho ottenuto 40 e 30. Il 30 l'ho diviso in 20 e 10 perché 10 è $\frac{1}{2}$ di 20 e 20 è $\frac{1}{2}$ di 40, 40 è il doppio di 20 che è il doppio di 10.



Quanti libri sono in media?

Nella scatola piccola ci sono la metà dei libri della scatola media.

$M = 2 \times P$
 $G = 2 \times M$
 $P + M + G = 84$

P	
M	
G	

$P = ? 12$
 $M = ? 24$
 $G = ? 48$

$84 : 2 = 42$
 $42 : 2 = 21$
 $21 : 2 = 10,5$

$70 : 2$
 $35 : 2$

~~17,5~~ pi
~~17,5~~ me
 35 gr

* metà
 $10 \times 2 = 20$
 $20 : 2 = 10$
 doppio
 $40 : 2 = 20$

~~44~~ 40 $\rightarrow 15 + 30 = 45$
 $44 : 2 = 22$
 $22 : 2 = 11$
 $11 + 22 = 33$ $33 + 44 = 77$

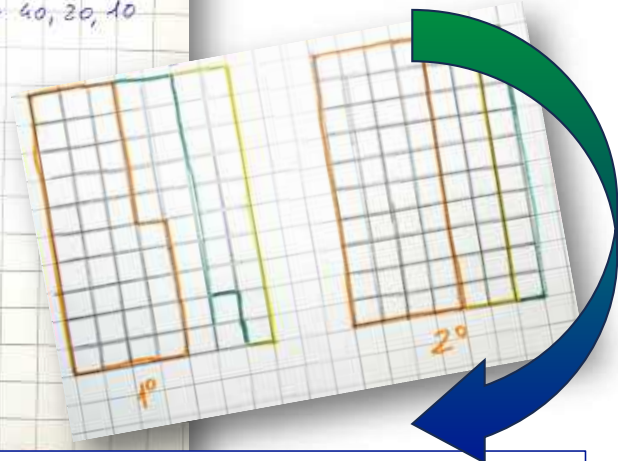
$P \times 2 = M$
 $15 \times 2 = 30$
 $M + M = G$
 $30 + 30 = 60$
 $45 + 60 = 105$

$(-5) (+5) : 3 + (10+10) =$
 $30 \quad 40 \quad \frac{10 \quad 10 \quad 10}{20 \quad 10} = 40, 20, 10$

$2 = 35$
 $5 = 30$
 $= 40$ grande
 $3 = 10$ piccola
 $= 20$ media

pa
 e
 si trova quindi non va bene.
 deciso che da 35 ho tolto 5
 giunto all'altra 35 così ho
 0 e 30. Il 30 l'ho diviso in
 perché $10 \frac{1}{2}$ di 20 e $20 \frac{1}{2}$ di 40,
 doppio di 20 che è il doppio di 10

Ti ricordi?
 to come lo ricordi.
 solvi e argomenta.



Ora i libri sono 84.
 Come sono distribuiti nelle tre scatole
 in modo che si mantenga la relazione?

Ti ricordi?

to come lo ricordi.
solvi e argomenta.

Quanti
media?
Nella scatola
piccola ci
sono
dei
scatole
me

P
M
G

P
M
G

$M = 2 \times P$
 $G = 2 \times M$
 $P + M + G = 84$

SIME

doppio
* 40 : 2 =
20 x 2

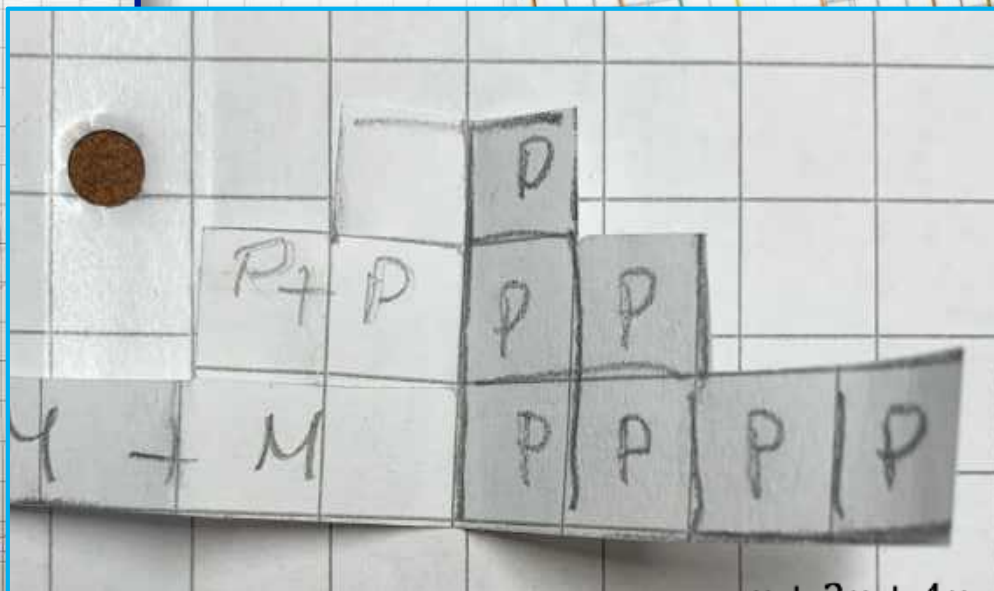
22 : 2 = 11
11 + 22 = 33
33 + 44 = 77

45 + 60 = 105



$2 \cdot (-5) \cdot (+5) : 3 + (10 + 10) =$
30 - 40
 $\frac{10 \cdot 10 - 10}{20 \cdot 10} = 40, 20, 10$

2 = 35



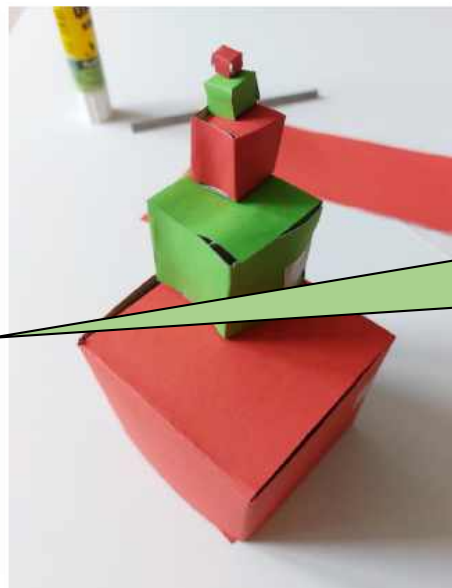
84.
ole
ne?

caso che da 35 ho tolto 5
giunto all'altra 35 così ho
0 e 30. Il 30 l'ho diviso in
perché 10 è $\frac{1}{2}$ di 20 e 20 $\frac{1}{2}$ di 40,
doppio di 20 che è il doppio di 10

$$x + 2x + 4x = 84$$

$$7x = 84$$

$$x = 12$$

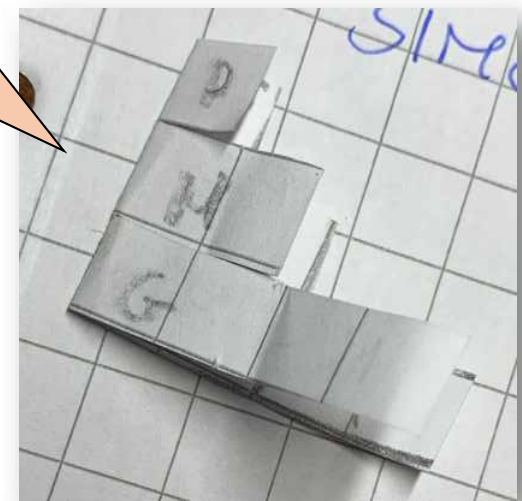


Accesso equo:
coinvolgimento
attivo da parte
di tutti

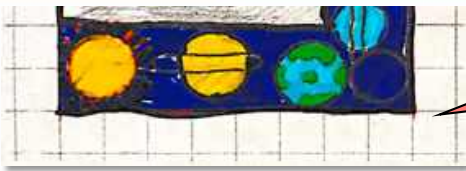
Impegno cognitivo:
compiti sfidanti
che inducono a
sforzi produttivi



*Responsabilità e
identità: sviluppo
di una volontà di
impegnarsi*

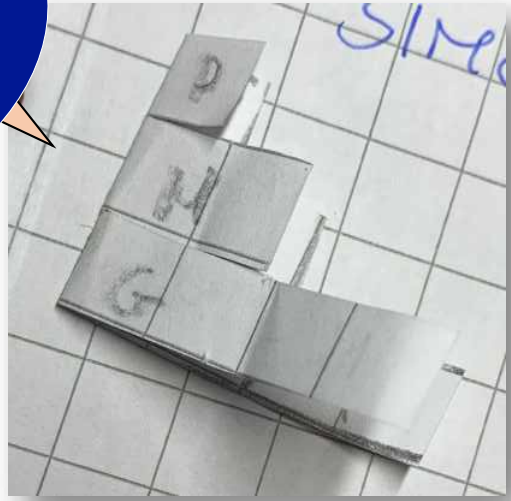
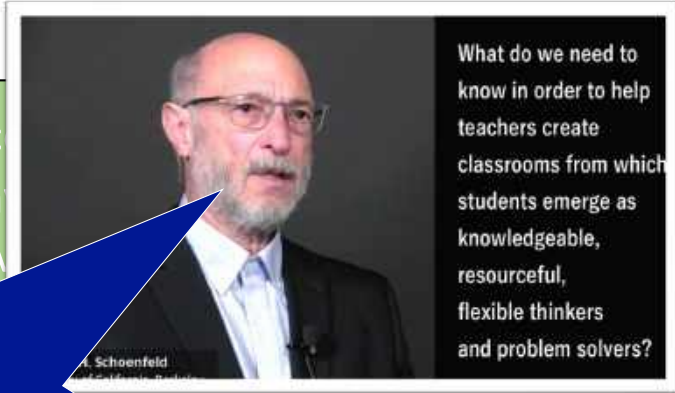


Cognitive Demand	Equitable Access to Content	Agency, Ownership, and Identity
<p>The extent to which students have opportunities to grapple with and make sense of important disciplinary ideas and their use. Students learn best when they are challenged in ways that provide room and support for growth, with task difficulty ranging from moderate to demanding. The level of challenge should be conducive to what has been called a “productive struggle”.</p>	<p>The extent to which classroom activity structures invite and support the active engagement of all of the students in the classroom with the core disciplinary content being addressed by the class. Classrooms in which a small number of students get most of the “air time” are not equitable, no matter how rich the content. All students need to be involved in meaningful ways.</p>	<p>The extent to which students are provided opportunities to “walk the walk and talk the talk” – to contribute to conversations, develop ownership of content, and the development of positive identities as thinkers and learners.</p>



*Di che cosa abbiamo bisogno per aiutare gli/le insegnanti a creare classi da cui gli studenti emergano come risolutori di problemi e pensatori **flessibili**, che possiedono conoscenze e risorse?*

Responsabilità e identità: sviluppo di una volontà di impegnarsi



Storie di diagrammi

Storie di relazioni

Relazioni matematiche e affettive, estetiche, corporee, ...

Qual è la nostra storia?

Diagrammi con cui pensare

UNA PEDAGOGIA DEL DIAGRAMMA

**Il diagramma come
metodologia & strumento
dell'insegnamento della matematica**

Una Matematica

- ✓ anche **In(ter)ferenza**

 - valorizzazione dell'errore, punti di vista diversi e strade diversificate

- ✓ anche **(Dis)uguaglianza**

 - riconoscimento (non superamento) delle disparità/differenze,
dis-abilità → abilità *diversa* (cambio di prospettiva)

- ✓ insieme di relazioni, «democratica» ...

- ✓ anche **In(ter)ferenza**
valorizzazione de

«La matematica non è la scienza degli oggetti ma della **relazione tra gli oggetti** così come la grammatica è la scienza delle relazioni tra le parole. Perciò è importante conoscere la grammatica: senza grammatica non si costruiscono frasi con un senso comune tra chi parla e chi ascolta, non si minimizza un fraintendimento, connesso, ineludibile (così come l'errore nei calcoli) alla comunicazione tra esseri umani. **E non si costruiscono storie.**»

- ✓ anche **(Dis)uguaglianza**
riconoscimento (non superamento) delle disparità/differenze,
dis-abilità → abilità *diversa* (cambio di prospettiva)
- ✓ insieme di relazioni, «democratica» ...

«Ho capito, in quel momento, che conoscere la matematica significava pure capire quando le cose non si potevano risolvere e che, nonostante fossi certa di averlo fatto, non avevo ancora studiato abbastanza. **Che le lavagne vanno cancellate anche quando sopra ci hai scritto grandi verità, perché gli altri possano scriverci le loro.**»

(Chiara Valerio, *La matematica è politica*, 2020)



in collaborazione
con il Comune di La Thuile

GRAZIE!

Francesca Ferrara
francesca.ferrara@unito.it

La Thuile – 28.08.2024