



Unione  
Matematica  
Italiana



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica



## XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022

**La Matematica come valore essenziale della crescita personale e sociale:  
La sfida educativa per l'inclusione**

Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica:  
un approccio inclusivo

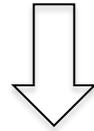
Rosetta Zan

rosetta.zan@unipi.it

Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica:  
un approccio inclusivo

# Nella realtà...

- Molti allievi sembrano non cogliere alcuna 'libertà' nella matematica
- La matematica per lo più viene percepita come una disciplina
  - che ti *obbliga* a fare  
e non
  - che ti *permette* di fare, vedere, capire, interpretare, prendere decisioni...



è una percezione che l'allievo costruisce attraverso l'esperienza scolastica  
con la matematica...

...ma come nasce?

## Il tema autobiografico (Di Martino & Zan)

‘Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica  
(dalle elementari a oggi).’

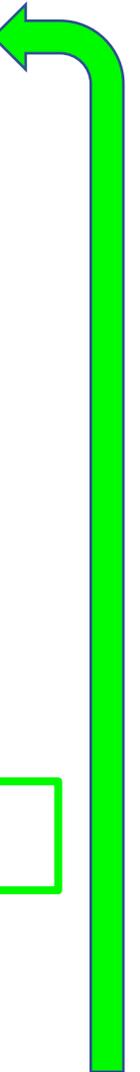
*non* assegnati dall’insegnante di  
matematica...

...anonimi

più di 1800 temi

dalla 1<sup>a</sup> primaria alla 5<sup>a</sup> secondaria di 2° grado

...ma come nasce?



## Il tema autobiografico (Di Martino & Zan)

‘Io e la matematica: il mio rapporto con la matematica  
(dalle elementari a oggi).’

...è una ricerca evolutiva: permette anche di capire come nasce ed evolve il rapporto con la matematica



dalla 1<sup>a</sup> primaria alla 5<sup>a</sup> secondaria di 2° grado

...ma come nasce?

Parole che scompaiono...  
...parole che compaiono

POTERE

VOLERE



DOVERE

parole associate  
alla libertà

Alice, 1<sup>a</sup> primaria

IO E LA MATEMATICA PERME SONO I NUMERI E COLA  
MATEMATEMATICA PERME E INPARARE PER CONTARE VINO A 99 MA  
CON LA MATEMATICA SI PUO ANCHE CONTARE DI PIU DI 99 PERO ME  
LA MATEMATICA E IN PARARE I NUMERI PERME LA MATEMATICA E  
CONTARE FIN QUANTO VOI TU E PERCASO VOGLIO CONTARE FINO A  
20 SI PUO E PERCASO VOI CONTARE FINO A 30 COLA MATEMATICA SI  
PUO CONTARE QUANTO VOI TU.

Silvia, 2<sup>a</sup> primaria

“ La matematica appare difficile ma è come un gioco, bisogna imparare 4 operazioni: l’addizione, la sottrazione, la moltiplicazione e la divisione. Bisogna imparare anche i numeri e se vuoi anche quelli dell’infinito. Si devono imparare i problemi e se vuoi li puoi anche inventare, puoi imparare a contare i quadretti per fare i disegni simmetrici ma mai dimenticare l’asse di simmetria.”

“Devi imparare anche tre segni (  $>$   $<$   $=$  ) minore, maggiore e uguale; puoi imparare i disegni matematici e a raggruppare, dividere, distribuire, aggiungere e sottrarre; devi imparare l’operazione, la moltiplicazione la sottrazione in colonna.” “La matematica aiuta a sviluppare il cervello!”

Eleonora, 1<sup>a</sup> secondaria di 1° grado

Non mi piace perché ci sono un mare di regole che per fare un'operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai! Non solo sbagli tutto ma ti prendi pure una predica dalla professoressa.

Alessandro, 2<sup>a</sup> secondaria di 1° grado

Il mio rapporto con la matematica è molto peggiorato perché bisogna ricordarci le regole e come si svolgono gli esercizi.

Davide, 1<sup>a</sup> secondaria di 2° grado

La matematica per me è sempre stata una materia piuttosto scura, non mi è mai piaciuta, primaditutto perché per fare un'operazione ti devi ricordare perlomeno una decina di regole.

Eleonora, 1<sup>a</sup> secondaria di 1° grado

Non mi piace perché ci sono un mare di **regole** che per fare un'operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una **regola** sono guai! Non solo sbagli tutto ma ti prendi pure una predica dalla professoressa.

Alessandro, 2<sup>a</sup> secondaria di 1° grado

Il mio rapporto con la matematica è molto peggiorato perché bisogna ricordarci le **regole** e come si svolgono gli esercizi.

Davide, 1<sup>a</sup> secondaria di 2° grado

La matematica per me è sempre stata una materia piuttosto scura, non mi è mai piaciuta, primaditutto perché per fare un'operazione ti devi ricordare perlomeno una decina di **regole**

# Regola (dizionario Hoepli)

Norma dell'**agire** che **prescrive** il modo in cui comportarsi in determinate circostanze

REGOLE



dover fare

comportamento che si *deve* seguire

quindi una limitazione della libertà

non necessariamente percepita come negativa...

...purché se ne colga il senso

# MATEMATICA PROCEDURALE

- regole
- ricordare
- esercizi
- risultati (prodotti)



Questa visione della  
matematica emerge  
dalla maggior parte dei  
temi.

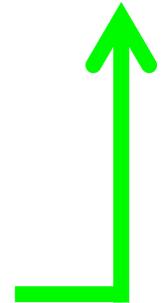
Ma in alcuni (pochi) temi si riconosce una percezione diversa della matematica...

Danilo, 3<sup>a</sup> secondaria di 2<sup>o</sup> grado

Imparare le cose a memoria (a parte qualche formula) non mi é mai piaciuto e questa materia, insieme alla Fisica, mi offrono motivo di ragionamento e di discussione. Essa mi piace perché è una materia dove bisogna ragionare, e se non lo fai diventa difficile e molto faticosa, per non dire impossibile.

## MATEMATICA CONCETTUALE

- concetti •
- ragionare •
- problemi •
- processi •



## MATEMATICA PROCEDURALE

- regole
- ricordare
- esercizi
- risultati (prodotti)



## MATEMATICA CONCETTUALE

- concetti
- ragionare
- problemi
- processi



MATEMATICA  
PROCEDURALE

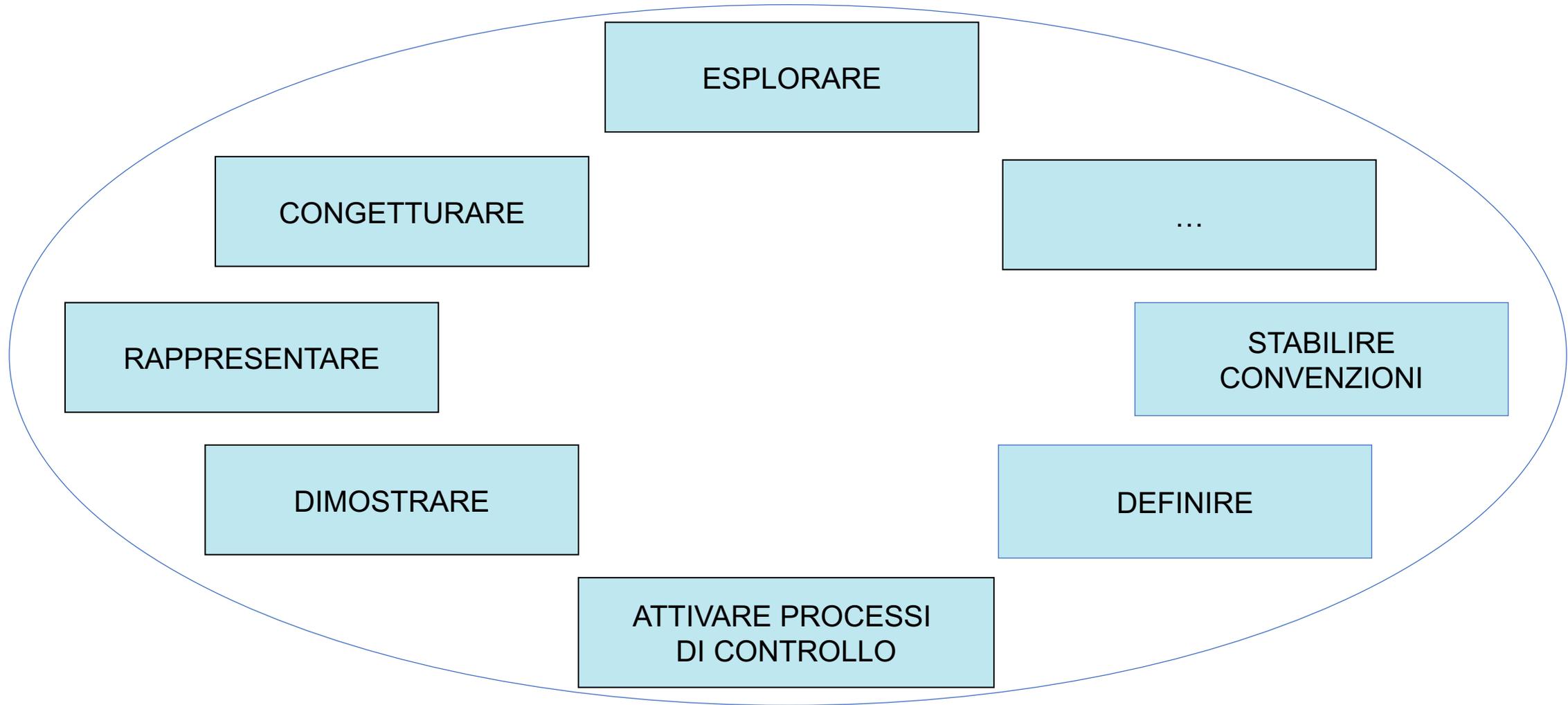


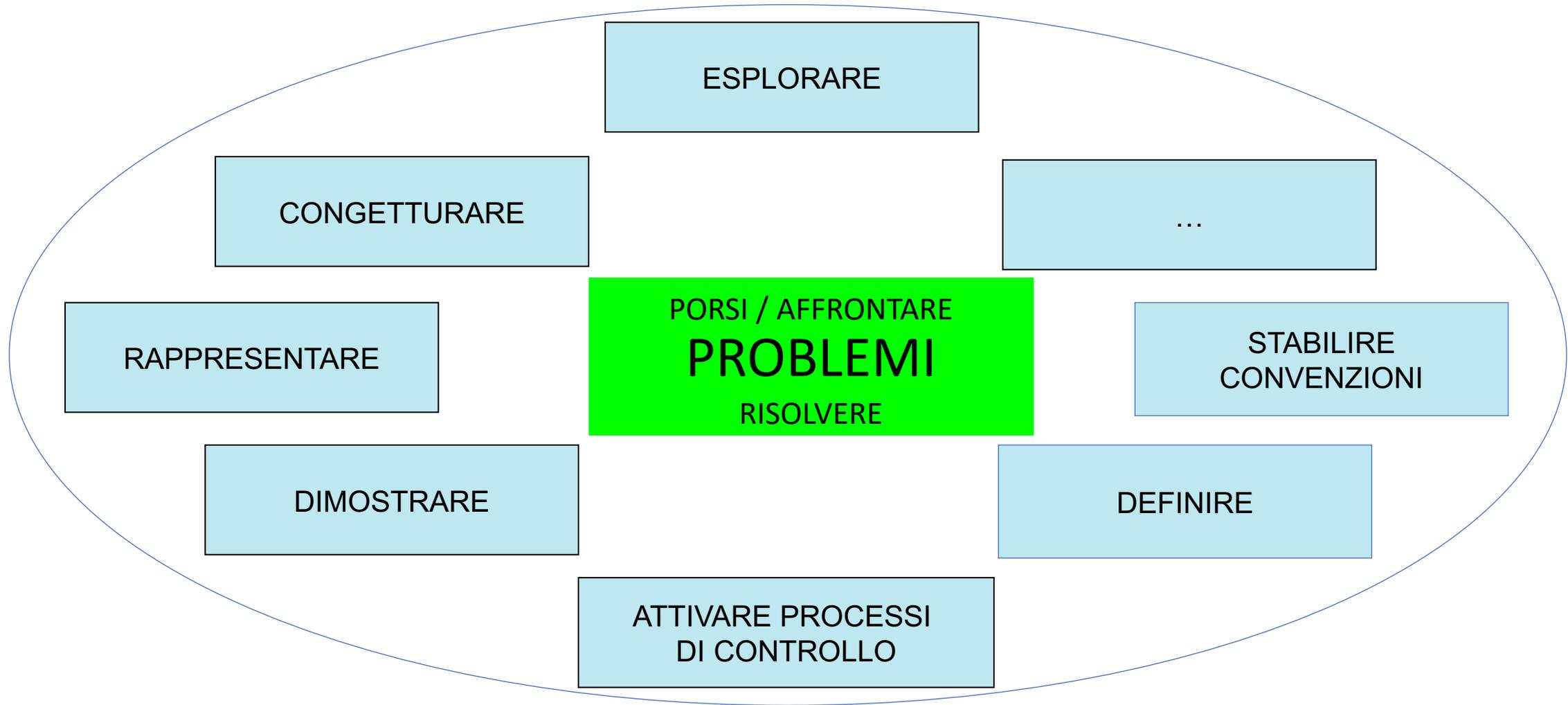
centrata sui  
PRODOTTI

MATEMATICA  
CONCETTUALE



centrata sui  
PROCESSI





ESPLORARE

CONGETTURARE

RAPPRESENTARE

DIMOSTRARE

ATTIVARE PROCESSI  
DI CONTROLLO

DEFINIRE

STABILIRE  
CONVENZIONI

...

PORSI / AFFRONTARE  
**PROBLEMI**  
RISOLVERE

Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi (...).

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare (...).

**MATEMATICA  
CONCETTUALE**

centrata sui  
**PROCESSI**

condivisa dai matematici  
...e dalle Indicazioni Nazionali

nella Premessa

MATEMATICA  
PROCEDURALE

La matematica è  
fatta di *regole*

→ è una *visione distorta* della matematica

MATEMATICA  
CONCETTUALE

centrata sui  
PROCESSI

condivisa dai matematici  
...e dalle Indicazioni Nazionali

# responsabilità dell'insegnamento

APPROCCIO  
PROCEDURALE

APPROCCIO  
CONCETTUALE

APPROCCIO  
PROCEDURALE

APPROCCIO  
CONCETTUALE

REGOLE

I 'FATTI'  
MATEMATICI

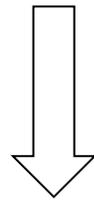
definizioni, teoremi, convenzioni,  
algoritmi, assiomi...

attraverso un meccanismo linguistico  
tanto semplice quanto insidioso...



Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

“FATTO”  
MATEMATICO



diventa



Per vedere se un numero è divisibile per 3  
bisogna sommare le sue cifre: se questa  
somma è divisibile per 3, lo è anche il  
numero di partenza.

REGOLA

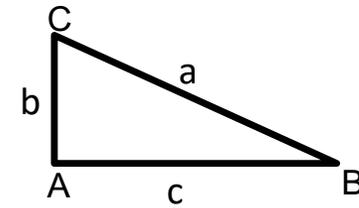


comportamento che si *deve* seguire

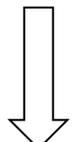


In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

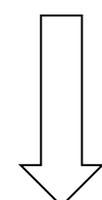
In formula:  $a^2 = b^2 + c^2$



“FATTO”  
MATEMATICO



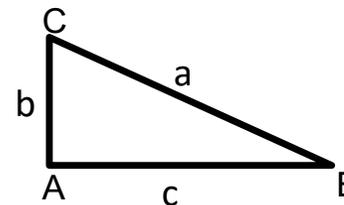
Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC **bisogna...**  $a = \sqrt{b^2 + c^2}$



REGOLA

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

In formula:  $a^2 = b^2 + c^2$



“FATTO”  
MATEMATICO

Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC **bisogna...**  $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

REGOL E

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB **bisogna...**

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC **bisogna...**

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

$$\text{PESO LORDO} = \text{PESO NETTO} + \text{TARA}$$

“FATTO”  
MATEMATICO

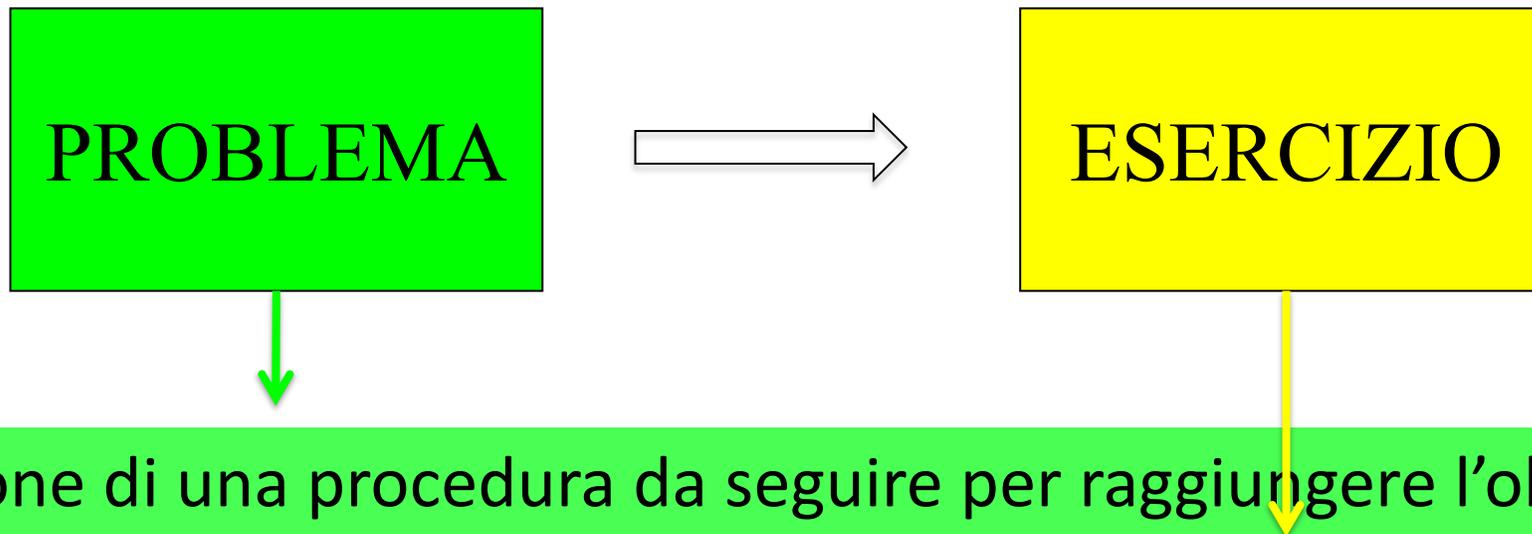
Per trovare il peso lordo si deve  
fare: PESO NETTO + TARA

REGOLE

Per trovare il peso netto si deve  
fare: PESO LORDO - TARA

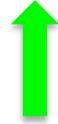
Per trovare la tara si deve fare:  
PESO LORDO – PESO NETTO

- attraverso un semplice meccanismo linguistico si trasforma un 'fatto matematico' di per sé neutrale in un comportamento da seguire: una REGOLA
- per ogni situazione si dice all'allievo cosa deve fare
- quindi si trasformano i potenziali ***problemi*** in ***esercizi***



- non dispone di una procedura da seguire per raggiungere l'obiettivo
- dispone di una procedura da seguire per raggiungere l'obiettivo

...nel problema si devono prendere DECISIONI



comportamento strategico

pensiero produttivo

creativo

PROBLEMA



- non dispone di una procedura da seguire per raggiungere l'obiettivo

- dispone di una procedura da seguire per raggiungere l'obiettivo

comportamento automatico

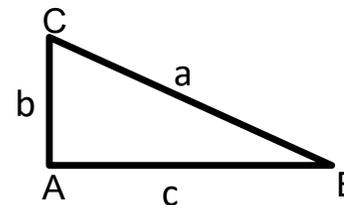
pensiero ri-produttivo

ESERCIZIO



In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

In formula:  $a^2 = b^2 + c^2$



“FATTO”  
MATEMATICO

Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC **bisogna...**  $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

REGOL E

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB **bisogna...**

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

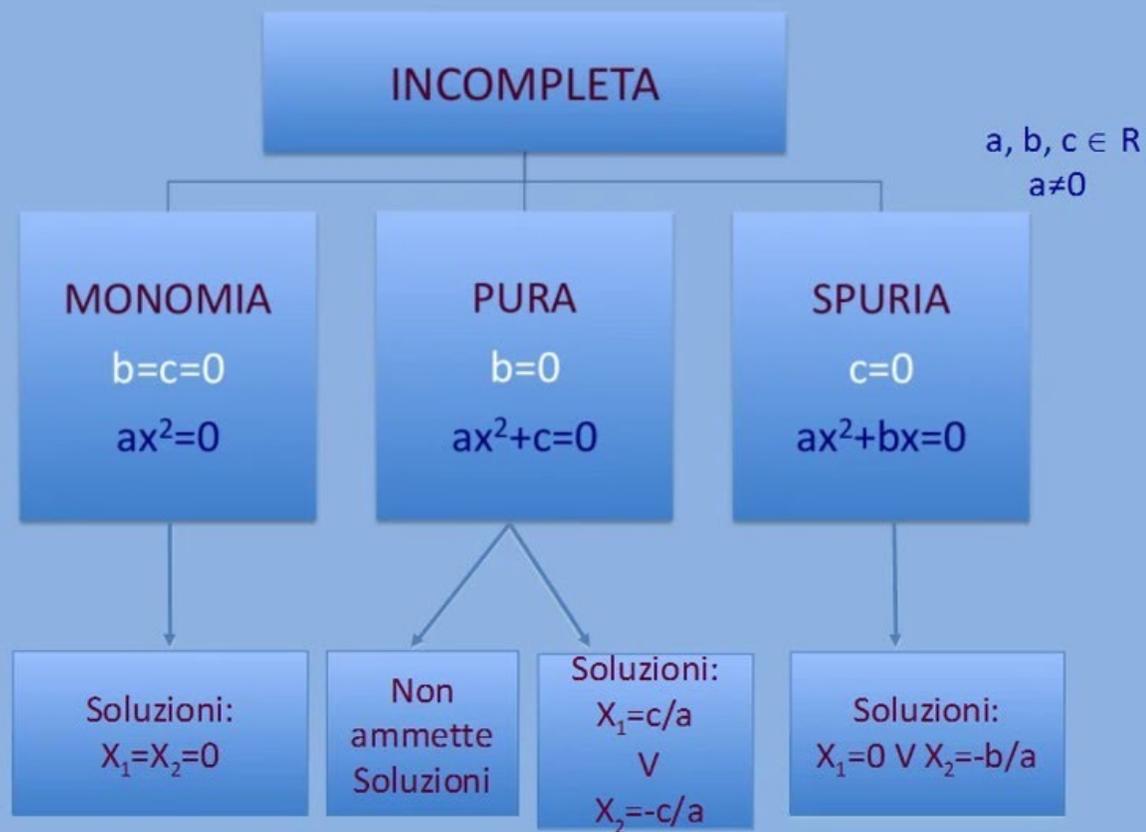
Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC **bisogna...**

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$

...tante e diverse, a seconda della situazione

# SECONDARIA DI 2° GRADO: Le equazioni di 2° grado

## EQUAZIONI DI SECONDO GRADO



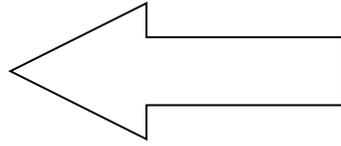
# Insegnare regole

è una tentazione insidiosa:

- apparentemente riduce le difficoltà  
(in realtà aumenta solo la probabilità di avere una risposta corretta)
- e 'costa' poco...  
(basta utilizzare un semplice meccanismo linguistico)

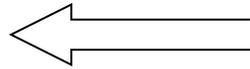
...ma ha conseguenze negative importanti

**REGOLE**



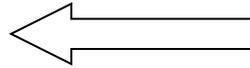
**I FATTI**  
Definizioni, teoremi, convenzioni...

**ESERCIZI**



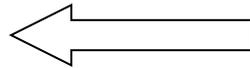
**PROBLEMI**

**RICORDARE**



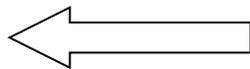
**RAGIONARE**

**AGIRE**



**RIFLETTERE**

**DOVERE**



**POTERE**



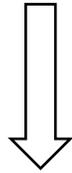
...la percezione della perdita della libertà



Con il tempo questa percezione inibisce i comportamenti dell'allievo, che tenderà ad auto-limitarsi...

...cioè a non utilizzare la libertà di cui dispone

PROBLEMI



A volte questo è proprio il motivo per cui non riesce a risolvere un problema!

...la percezione della perdita della libertà

# Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è  $\frac{3}{4}$  della base.



...e non conclude.

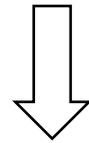
“A questo punto non so...  
Non mi ricordo più la regola.”

Alessandro si rinchiude nella ricerca di una regola che non trova.

Non utilizza la libertà di pensare, esplorare...

Nell'affrontare un problema non solo *possiamo* essere liberi...

*...dobbiamo* utilizzare la libertà che abbiamo.



è una specie di ossimoro

Alessandro si rinchiude nella ricerca di una regola che non trova.

Non utilizza la libertà di pensare, esplorare...

Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica:  
un approccio inclusivo

Si può essere responsabili solo delle proprie decisioni, non di quelle di altri...

...quindi l'assunzione di responsabilità presuppone una progettualità, la libertà di decidere

la parola **responsabilità**

spesso in contesto scolastico viene usata come sinonimo di

**senso del  
dovere**

'Quello studente non è *responsabile*'



secondo me

'Quello studente non fa quello che **✓**dovrebbe fare'



Per favorire l'assunzione di responsabilità...

...è necessario dare agli allievi occasioni di prendere decisioni, e di valutarne le conseguenze.

Nel contesto familiare l'allievo ha sempre meno occasioni di prendere decisioni:

- i genitori tendono a 'risparmiare' problemi e fallimenti ai figli

Per favorire l'assunzione di responsabilità...

...è necessario dare agli allievi occasioni di prendere decisioni, e di valutarne le conseguenze.

Nel contesto familiare l'allievo ha sempre meno occasioni di prendere decisioni:

- i genitori tendono a 'risparmiare' problemi e fallimenti ai figli

Ma anche in contesto scolastico l'allievo ha poche occasioni di prendere decisioni:

- In genere gli viene chiesto un pensiero e un comportamento di tipo riproduttivo (tipico degli esercizi)
- e non produttivo (tipico dei problemi)

*Per me un problema è una cosa che si deve risultare uguale a quello che la maestra ha già fatto.*

[Giulia, 3<sup>a</sup> primaria]

Ma anche in contesto scolastico l'allievo ha poche occasioni di prendere decisioni:

- in genere gli viene chiesto un pensiero e un comportamento di tipo riproduttivo (tipico degli esercizi)
- e non produttivo (tipico dei problemi)

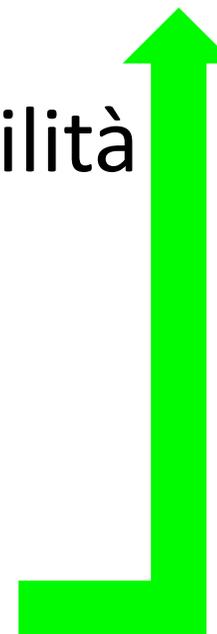
Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica:  
un approccio inclusivo

~~INSEGNAMENTO  
PROCEDURALE~~

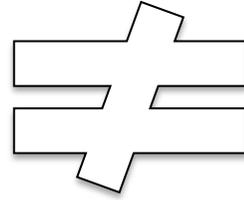
INSEGNAMENTO  
CONCETTUALE

Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica

COME?



**INSEGNAMENTO  
PROCEDURALE**



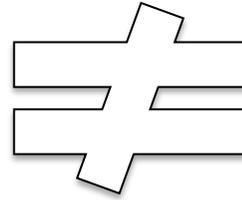
**INSEGNAMENTO  
CONCETTUALE**

Indicatore di fallimento.

**ERRORE**

Una risorsa.  
Momento inevitabile nella  
costruzione della  
conoscenza.

# INSEGNAMENTO PROCEDURALE



# INSEGNAMENTO CONCETTUALE

Si dà poco tempo.  
Del resto il completamento di  
una procedura richiede un  
tempo limitato.

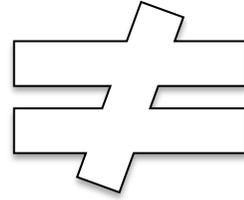
ERRORE

TEMPO

Ci vuole tempo per i processi di pensiero significativi, come quelli coinvolti nell'affrontare un problema:

- Comprendere
- Esplorare
- Congetturare
- Argomentare
- Controllare
- ...

# INSEGNAMENTO PROCEDURALE



# INSEGNAMENTO CONCETTUALE

ERRORE

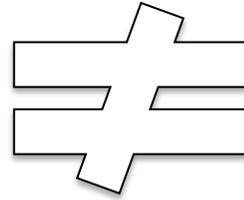
TEMPO

VALUTAZIONE

Utilizza per lo più una valutazione sommativa, in cui la risposta corretta viene presa come indicatore di successo.

Ha come riferimento una valutazione formativa, che prevede il monitoraggio della qualità dei processi.

**INSEGNAMENTO  
PROCEDURALE**



**INSEGNAMENTO  
CONCETTUALE**

ERRORE

TEMPO

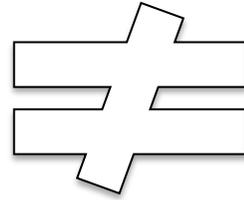
VALUTAZIONE

COMPLESSITÀ

Viene vista come ostacolo alla  
produzione di risposte corrette...  
...e quindi evitata

Un'adeguata complessità è  
indispensabile per attivare  
processi di pensiero significativi

**INSEGNAMENTO  
PROCEDURALE**



**INSEGNAMENTO  
CONCETTUALE**

ERRORE

TEMPO

VALUTAZIONE

COMPLESSITÀ

PROBLEMI

Per lo più sono 'addomesticati',  
...più esercizi che problemi.

Hanno un ruolo cruciale per  
l'attivazione di processi.

Ma anche per sviluppare il senso di responsabilità

# INSEGNAMENTO CONCETTUALE

ERRORE

TEMPO

VALUTAZIONE

COMPLESSITÀ

PROBLEMI

Hanno un ruolo cruciale per  
l'attivazione di processi.

Ma anche per sviluppare il senso di responsabilità

L'attività con i problemi è un  
contesto 'protetto' in cui:

- prendere decisioni
- diventare consapevoli  
dei propri processi  
decisionali
- e delle loro conseguenze



# INSEGNAMENTO CONCETTUALE

- Libertà:
  - ✓ di esplorare
  - ✓ di sbagliare
  - ✓ di scegliere un approccio o un altro
  - ✓ un processo risolutivo o un altro...
  - ✓ ...o addirittura soluzioni diverse
- Responsabilità:
  - ✓ Consapevolezza delle conseguenze delle decisioni prese

ERRORE

TEMPO

VALUTAZIONE

COMPLESSITÀ

PROBLEMI

Hanno un ruolo cruciale per l'attivazione di processi.

Ma anche per sviluppare il senso di responsabilità

# INSEGNAMENTO CONCETTUALE

- Libertà:
  - ✓ di esplorare
  - ✓ di sbagliare
  - ✓ di scegliere un approccio o un altro
  - ✓ un processo risolutivo o un altro...
  - ✓ ...o addirittura soluzioni diverse
- Responsabilità:
  - ✓ Consapevolezza delle conseguenze delle decisioni prese

ERRORE

TEMPO

VALUTAZIONE

COMPLESSITÀ

PROBLEMI

Un'adeguata complessità è indispensabile per attivare processi di pensiero significativi

Hanno un ruolo cruciale per l'attivazione di processi.

Ma anche per sviluppare il senso di responsabilità

# PROBLEMI E ADEGUATA COMPLESSITÀ

Cosa s'intende per problema *adeguatamente* complesso?

rispetto all'allievo

- risolvibile con una procedura nota
- simile ad altri problemi già visti

non comprensibile o non affrontabile  
con le risorse disponibili

COMPLESSITÀ





David Hilbert  
1862-1943

«Un problema matematico deve essere difficile, perché così ci stimola, ma non inaccessibile, altrimenti si farà beffe dei nostri sforzi; deve essere un punto di riferimento che ci serva da guida nei sentieri tortuosi verso le verità nascoste, e poi ci premi con la gioia che segue la scoperta della soluzione».

«Quindi un insegnante di matematica ha una grande possibilità. Ovviamente, se egli impiegherà le sue ore di lezione a far eseguire dei calcoli ai suoi studenti, finirà per soffocare il loro interesse, arrestare il loro sviluppo mentale e sciupare l'opportunità che gli si presenta. Invece, se risveglierà la curiosità degli alunni proponendo problemi di difficoltà proporzionate alle conoscenze della scolaresca e li aiuterà a risolvere le questioni proposte con domande opportune, egli saprà ispirare in loro il gusto di un ragionamento originale.»



George Polya  
1887-1985

# PROBLEMI E ADEGUATA COMPLESSITÀ

Cosa s'intende per problema **adeguatamente** complesso?



rispetto all'allievo

- risolvibile con una procedura nota
- simile ad altri problemi già visti

non comprensibile o non affrontabile  
con le risorse disponibili



COMPLESSITÀ

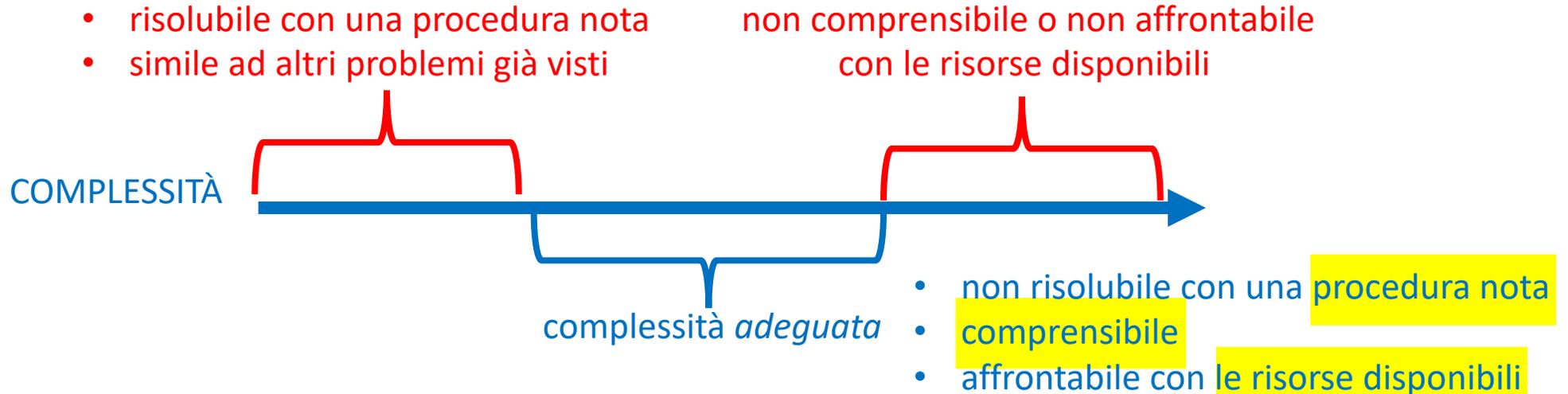


complessità *adeguata*

- non risolvibile con una procedura nota
- comprensibile
- affrontabile con le risorse disponibili

# PROBLEMI E ADEGUATA COMPLESSITÀ

il ruolo dell'insegnante è cruciale



va riferita alla classe, o addirittura all'allievo

## Due esempi

di problemi di 'adeguata complessità'

- Scuola primaria
- Scuola secondaria (di 1° e 2° grado)



## UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI. PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE A ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?



NOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

## Dal Progetto *Problemi al centro*



- CLASSE 1<sup>a</sup> primaria: Percorso introduttivo all'idea di problema
- Attività di passaggio: problema reale → problema matematico

## UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI. PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE A ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?"

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?



## UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?"

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

Il problema richiede:  
il confronto fra due numeri...  
...ma prima un'addizione.  
(‘domanda ‘nascosta’)



In prima è *troppo difficile*?  
Soprattutto se presentato  
addirittura come ‘primo’  
problema di matematica?

### **UN REGALO PER LA NONNA**

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA “GELSOMINO”.

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

“MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?”.

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

# La tentazione di 'spezzare' il problema ...perché?

Anna ha 9 euro.  
Marco ha 5 euro.  
Quanti euro hanno insieme?

Marco vuole comprare un regalo per la nonna, e può spendere 14 euro.  
Vede in una vetrina un profumo che costa 12 euro.  
Secondo te lo può comprare?

Problemi di calcolo 4/5

### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHAMA "GELSOMINO".  
SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.  
ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.  
MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E PÙ NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI. PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.  
ALLORA CHIEDE A ANNA:  
"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?"  
SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?



NOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

- per 'aiutare' i bambini, cioè
- per aumentare la probabilità che riescano a dare la risposta corretta



# La tentazione di 'spezzare' il problema

Anna ha 9 euro.  
Marco ha 5 euro.  
Quanti euro hanno insieme?



Marco vuole comprare un regalo per la nonna, e può spendere 14 euro. Vede in una vetrina un profumo che costa 12 euro. Secondo te lo può comprare?



Problemi di centro difficoltà 4/5

### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".  
SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.  
ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.  
MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E PÙ NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI. PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.  
ALLORA CHIEDE A ANNA:  
"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?"  
SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?"

NOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_



- I processi messi in atto dai bambini sono diversi
- Inoltre non necessariamente i due problemi più 'semplici' sono anche più 'comprensibili'

Anna ha 9 euro.

Marco ha 5 euro.

Quanti euro hanno insieme?

- Inoltre non necessariamente i due problemi più 'semplici' sono anche più 'comprensibili

Questo emerge ad esempio se si chiede all'allievo di *ripetere* il testo del problema...

Anna ha 9 euro.

Marco ha 5 euro.

Quanti euro hanno insieme?

De Corte e Verschaffel (1985):

Gli errori commessi dai bambini non necessariamente sono dovuti alla loro incapacità di cogliere e gestire la struttura matematica delle situazioni proposte: spesso il motivo dell'errore sta nella *mancata comprensione* del problema.

Questo emerge ad esempio se si chiede all'allievo di *ripetere* il testo del problema...

Anna ha 9 euro.  
Marco ha 5 euro.  
Quanti euro hanno insieme?

← lo stesso problema ↓

“Pete ha 3 mele. Ann ha 7 mele. Quante mele hanno Pete e Ann insieme?”

Lo sperimentatore legge il problema e chiede alla bambina di ripeterlo.

B: *Pete e Ann; Pete ha 3 mele; Ann ha 7 mele.*

S: Qual è la domanda?

B: *Quante mele ha Pete? 3. E Ann? 7.*

Un altro esempio:

“Pete ha 3 mele. Ann ha alcune mele.

Pete e Ann hanno 9 mele insieme.

Quante mele ha Ann?”

Lo sperimentatore legge il problema e chiede al bambino di risolverlo.

B: 9

S: Perché?

B: *Perché lo hai appena detto.*

S: Puoi ripetermi la storia?

B: *Pete ha 3 mele, Ann ha alcune mele. Ann ha 9 mele. Anche Pete ha 9 mele.*

Anna ha 9 euro.  
Marco ha 5 euro.  
Quanti euro hanno **insieme**?

È una parola che i bambini non comprendono, usata in questo contesto.

D'altra parte è una parola che non evoca il vissuto dell'allievo...

...quando mai nella realtà ci si pone quella domanda?

Quando è collegata a uno scopo...

Anna ha 9 euro.

Marco ha 5 euro.

Quanti euro hanno **insieme**?

Quando è collegata a uno  
scopo...

### **UN REGALO PER LA NONNA**

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

Anna ha 9 euro.

Marco ha 5 euro.

Quanti euro hanno insieme?

In due hanno 12  
euro?



### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

Questo problema:

è più realistico



evoca il vissuto del bambino



è più comprensibile

richiama conoscenze utili anche per affrontarlo e risolverlo

### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

Questo problema:

è più realistico



evoca il vissuto del bambino



è più comprensibile

richiama conoscenze utili anche per  
affrontarlo e risolverlo

→ è più complesso!

Anna ha 9 euro.  
Marco ha 5 euro.  
Quanti euro hanno insieme?

Semplice...  
...ma artificioso



poco comprensibile

Problemi al centro LIVELLO 4/5

### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI. PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE A ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?"

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?



NOME \_\_\_\_\_ CLASSE \_\_\_\_\_ DATA \_\_\_\_\_

Complesso...  
...ma realistico



comprensibile

# La comprensione di un problema

semplice



facile

complesso



difficile

Fin qui compreso: 34'

TAGLIATO: 28' 13'

## In generale

I problemi realistici sono più facili da comprendere e da affrontare rispetto a quelli artificiali, in quanto richiamano il vissuto e la conoscenza del mondo del bambino...

...ma i problemi reali sono in genere complessi, quindi proporre problemi realistici comporta proporre problemi con una certa complessità.

### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

# Due esempi

di problemi di 'adeguata complessità'

- Scuola primaria
- Scuola secondaria (di 1° e 2° grado)

Adattato da:

# Quante persone in piazza del Popolo per il concerto di capodanno?

Attività m@tabel

<http://www.scuolavalore.indire.it/>

## QUANTE PERSONE IN PIAZZA DEL POPOLO PER IL CONCERTO DI CAPODANNO?

**Autori:** Cotoneschi Stefania, Crivelli Giuseppina, Ghelardini Simonetta, Piccinini Patrizia  
**Grado scolastico:** Secondaria di I grado

**Tipologia:** Percorso didattico  
**Anno di pubblicazione:** 2010



### MATEMATICA E LINGUA (6 Risorse)

Il nucleo Matematica e Lingua, pensato per la Scuola Primaria, si caratterizza come nucleo "interdisciplinare". Nell'intreccio tra comprensione del linguaggio narrativo ed esplorazione di concetti matematici, le attività di questo nucleo si propongono di aiutare l'alunno a comprendere



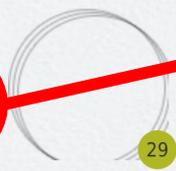
### RELAZIONI, DATI E PREVISIONI (6 Risorse)

Partendo dall'osservazione della quotidianità dello studente, questo nucleo propone attività che aiutano l'insegnante a introdurre l'esplorazione di concetti legati alle relazioni, alla statistica e ai primissimi elementi dell'incertezza. Gli alunni,



### NUMERI (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività sulla capacità di calcolo, alla base di gran parte della matematica. L'obiettivo è far sì che tale capacità sia acquisita in modo corretto, sedimentandosi stabilmente nelle competenze degli alunni. Oggi la sicurezza nel calcolo non si ottiene più tanto con l'addestramento



### GEOMETRIA (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività che consentiranno agli allievi di raggiungere un equilibrio tra le fasi operative dei problemi geometrici legati alla "realtà" e le graduali sistemazioni teoriche che ne conseguono. Si presenteranno strade alternative all'approccio tradizionale basato su calcoli di



### DATI E PREVISIONI (23 Risorse)

Questo nucleo propone attività dedicate alla statistica e alla probabilità e offre l'opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana, creando curiosità verso la raccolta e l'analisi di informazioni quantitative che stimolano lo studente a pervenire a dati che aiutano a



### RELAZIONI E FUNZIONI (23 Risorse)

Questo nucleo propone attività per l'acquisizione di un pensiero funzionale e per imparare ad analizzare qualitativamente l'andamento di un fenomeno. L'obiettivo è quello di evitare inutili addestramenti di manipolazione sintattica di formule inefficaci per la comprensione dei concetti, introducendo attività

# Dall'attività m@tabel

Il problema proposto da m@tabel:

***La notte di Capodanno a Roma, in Piazza del Popolo, per consuetudine si tiene un grande concerto che richiama persone in grande quantità. Ci chiediamo quante persone possono realisticamente entrare nella piazza.***



Come fare per ottenere una stima affidabile del numero di persone che effettivamente possono stare in un luogo delimitato di una città?

# Dall'attività m@tabel

## **Variazione suggerita:**

Il problema iniziale potrebbe partire da un evento recente che può coinvolgere gli studenti:

- concerto
- manifestazione pubblica
- ...

Si confrontano due articoli che danno numeri molto diversi relativi al numero dei partecipanti.

Il problema diventa:

**Come fare per riconoscere l'attendibilità di queste informazioni?**



Come fare per ottenere una stima affidabile del numero di persone che effettivamente possono stare in un luogo delimitato di una città?

# Dall'attività m@tabel

## Decisioni da prendere:

- Individuazione dei dati necessari
- Individuazione di fonti per tali dati
- Ricerca dei dati
  - Forma della piazza, misure, parti della piazza che non possono essere occupate
- Come approssimare la piazza
- Come stimare la quantità di persone che stanno in un  $m^2$

Come fare per ottenere una stima affidabile del numero di persone che effettivamente possono stare in un luogo delimitato di una città?

# Dall'attività m@tabel

## **Stima della densità di persone per m<sup>2</sup> in una situazione di affollamento.**

→ attività in classe

(disegnando sul pavimento quadrati e rettangoli di varia misura e ogni volta facendo sistemare all'interno gruppi di alunni).

- Opportunità di calcolare la media aritmetica dei valori ottenuti
- Scelta se approssimare per difetto o per eccesso.
- Effetti dell'errore sul calcolo quando verrà esteso a tutta la superficie della piazza.
- ...

Come fare per ottenere una stima affidabile del numero di persone che effettivamente possono stare in un luogo delimitato di una città?

# Due esempi

di problemi di 'adeguata complessità'  
inclusivi

- Scuola primaria
- Scuola secondaria (di 1° e 2° grado)

Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica:  
un approccio inclusivo

In genere si persegue riducendo la complessità

Nel caso di allievi con difficoltà:

- si spezza la domanda in tante sotto-domande...
- ...l'ultima risposta è quella 'corretta'

un approccio inclusivo

'Se è troppo difficile, non riescono'

...proprio agli allievi che avrebbero più bisogno di sviluppare competenze non viene offerta alcuna occasione per farlo

La scelta di ridurre la complessità viene fatta anche per le scuole superiori frequentate in genere da studenti più 'deboli':

- esercizi ripetitivi invece che problemi
- regole da applicare, formule da memorizzare

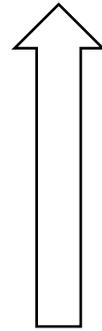
'Se è troppo difficile, non riescono'

...proprio agli allievi che avrebbero più bisogno di sviluppare competenze non viene offerta alcuna occasione per farlo

L'abbandono scolastico (dati *Censis*):

- riguarda solo il 2,9% dei figli dei laureati
- sale al 7,8% tra i figli dei diplomati
- al 27,7% se i genitori hanno frequentato solo la scuola dell'obbligo.

fallimento della scuola come *ascensore sociale*



...proprio agli allievi che avrebbero più bisogno di sviluppare competenze non viene offerta alcuna occasione per farlo

# Non significa ridurre la complessità, ma...

- cambiare l'idea di successo:

- dai prodotti corretti....
- ...ai processi di pensiero significativi

realmente  
un approccio inclusivo

- cambiare l'obiettivo delle nostre domande:

- da controllare se l'allievo sa rispondere...
- ...ad attivare processi di pensiero significativi

è necessaria un'adeguata complessità



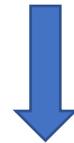
## La scelta di un'adeguata complessità...

...comporta:

- centrare l'attenzione sui processi
- accettare l'errore e utilizzarlo come risorsa
- cogliere le occasioni per problematizzare
- dedicare tempo al processo di comprensione

...ma anche resistere alla tentazione:

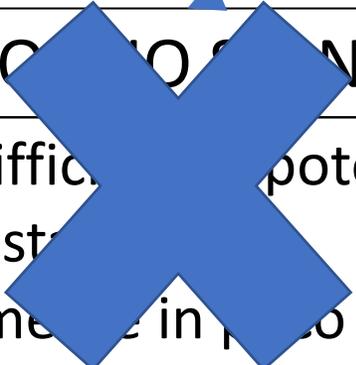
- di semplificare
- di 'spezzettare'
- di suggerire agli allievi strategie risolutive, rappresentazioni



un ripensamento di cosa vuol dire 'aiutare' l'allievo in tempi lunghi

# Un problema *troppo* difficile...

Cosa vuol dire?



APPROCCIO STANDARD
Troppo difficile per poter avere una risposta (possibilmente in poco tempo).

APPROCCIO INCLUSIVO
Troppo difficile perché l'allievo possa <b>comprendere</b> la situazione e cosa gli viene richiesto, e quindi possa <b>cercare</b> possibili soluzioni.

**XXXVI Convegno UMI CIIM**

**L'Aquila, 6-7-8 ottobre 2022**

La matematica come valore essenziale della crescita personale e sociale:  
la sfida educativa per l'inclusione

**Educare alla libertà e alla responsabilità  
insegnando matematica:  
un approccio inclusivo**

# L'educazione matematica...

La matematica come valore essenziale della crescita personale e sociale:  
la sfida educativa per l'inclusione

...fin dalla scuola primaria può insegnare (fra l'altro):

- a esercitare la libertà di pensiero
- ad affrontare un problema
- a essere determinati nel perseguire un obiettivo
- a prendere decisioni
- ad assumersi la responsabilità di tali decisioni



competenze cruciali  
per una **cittadinanza attiva e consapevole**

## Questo *valore formativo* dell'educazione matematica

- dev'essere realizzato nella pratica, fatto percepire agli studenti, ...non solo dichiarato
- non può essere riservato a un'élite (licei, licei scientifici, ragazzi 'bravi'...)
- non può ignorare proprio quelli che più ne hanno bisogno

competenze cruciali  
per una **cittadinanza attiva e consapevole**

Grazie!

Anna ha 9 euro.

Marco ha 5 euro.

Quanti euro hanno insieme?

#### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

...e la lunghezza del testo?

Aumenteranno le difficoltà di comprensione?

informazioni LOGICAMENTE RILEVANTI

informazioni rilevanti per la soluzione

≠

informazioni NARRATIVAMENTE RILEVANTI

informazioni rilevanti per la comprensione

Aumenteranno le difficoltà di comprensione?

Anna ha 9 euro.

Marco ha 5 euro.

Quanti euro hanno insieme?

...e la lunghezza del testo?

#### UN REGALO PER LA NONNA

ANNA E MARCO VORREBBERO COMPRARE PER IL COMPLEANNO DELLA NONNA UN PROFUMO CHE SI CHIAMA "GELSOMINO".

SI SONO INFORMATI IN UNA PROFUMERIA E HANNO VISTO CHE LA CONFEZIONE PIÙ PICCOLA COSTA 12 EURO.

ANNA HA 9 EURO E MARCO HA 5 EURO.

MARCO PERÒ È TIMIDO E SI VERGOGNA SE ENTRANO IN PROFUMERIA E POI NON POSSONO COMPRARE IL PROFUMO PERCHÉ NON HANNO ABBASTANZA SOLDI.

PRIMA DI ENTRARE VUOLE ESSERE SICURO CHE I SOLDI CHE HANNO BASTERANNO.

ALLORA CHIEDE AD ANNA:

"MA CI BASTERANNO I SOLDI CHE ABBIAMO?".

SECONDO TE, BASTANO O NON BASTANO I SOLDI CHE HANNO ANNA E MARCO PER COMPRARE IL PROFUMO?

In un problema standard l'autore si preoccupa solo delle informazioni rilevanti per la soluzione.

Il testo di questo problema contiene informazioni per renderlo 'autentico', quindi rilevanti per la comprensione, anche se irrilevanti per la soluzione.

# Esempio: I tre operai

informazioni NARRATIVAMENTE RILEVANTI

sono importanti per la comprensione del problema...  
...che è la fase che precede il processo di soluzione

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.  
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

Da una ricerca di D' Amore et al. (1995)

Ad allievi della scuola primaria e secondaria di 1° grado viene proposto il testo di un problema standard.

Si richiede agli allievi – senza risolverlo! – di riformularlo per proporlo ad altri allievi...

...nel modo che ritengono migliore perché altri lo possano capire

Tre operai impiegano 6 ore a fare un certo lavoro.  
Quanto tempo impiegheranno 2 operai a fare lo stesso lavoro?

↓ gli allievi riformulano così

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.  
Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.  
Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.  
Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?  
Perché?  
Calcola quanto tempo impiegheranno.

- non è un dato essenziale per risolvere il problema
- ...ma è essenziale per ***comprenderlo!***

Tre operai fanno tutti i giorni un certo lavoro, tutti insieme, e ogni volta impiegano 6 ore.

Ma uno di loro si ammala e non va a lavorare.

Quel giorno, quindi, gli operai sono solo in 2, ma devono fare lo stesso lavoro.

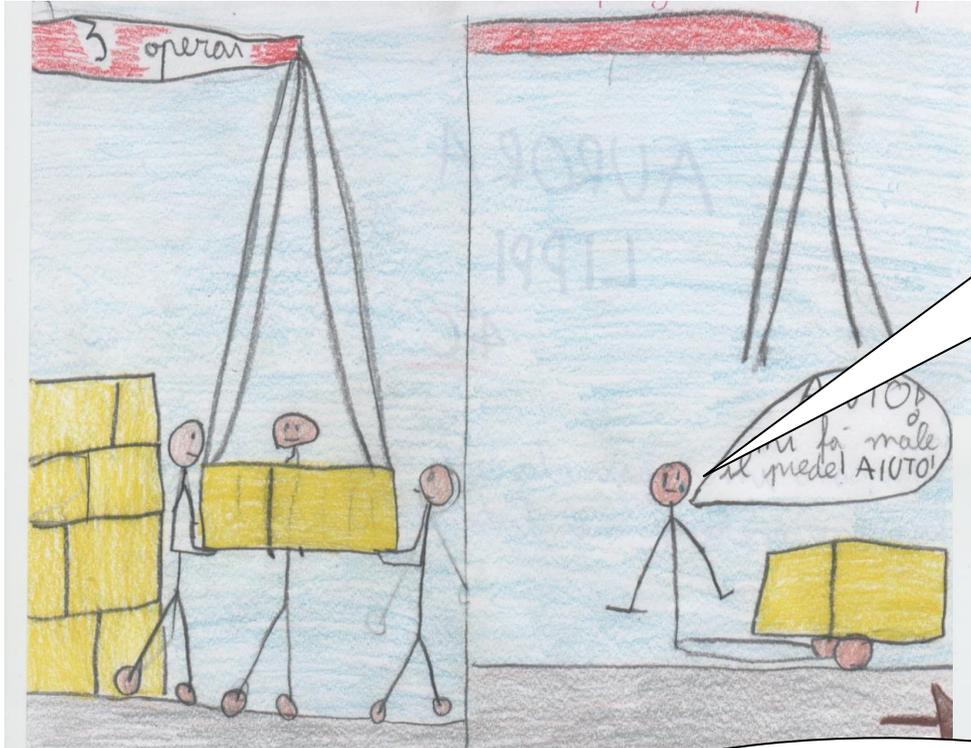
Secondo te, impiegheranno più tempo o meno tempo?  
Perché?

Calcola quanto tempo impiegheranno

Tre operai...



Due operai allo *stesso lavoro*



AIUTO!  
Mi fa male il  
piede!  
AIUTO!

POVERINO!  
SI DEV'ESSERE  
FATTO TANTO  
MALE!

POVERO  
GIACOMO



## Sulla lunghezza del testo...

*Non riesco a immaginare la scena perchè non so che lavoro fanno.*

*Non capisco come rispondere alla domanda perchè all'inizio gli operai sono tre, e poi sono due, non è spiegato molto bene.*

*Questo problema è troppo corto e non si riesce a capire bene quello che succede.*