# XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022

**La Matematica come valore essenziale della crescita personale e sociale:**
**La sfida educativa per l'inclusione**

# L'uso della storia nell'insegnamento della matematica


Riccardo Bellé

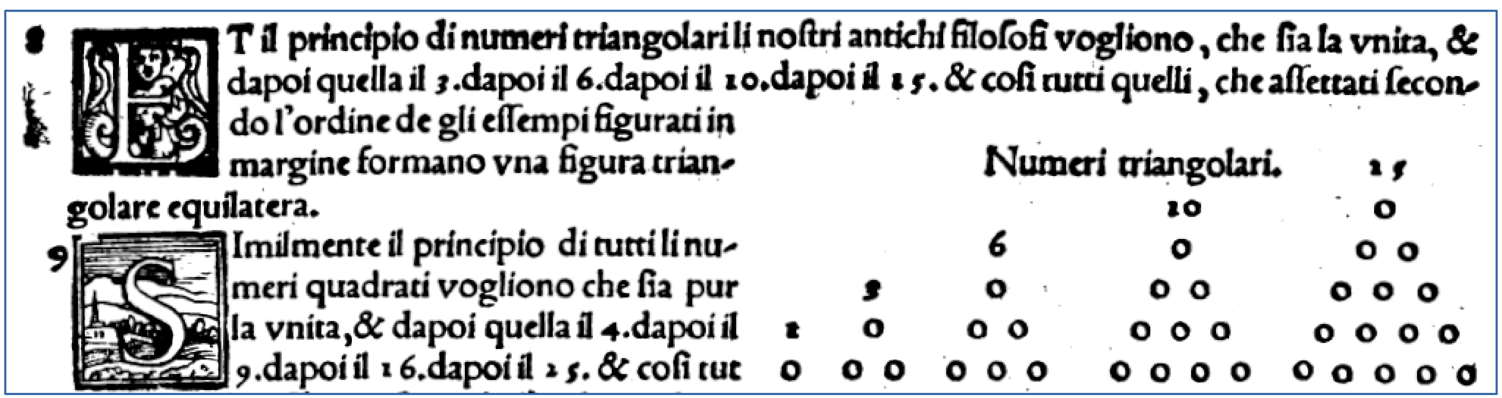
Liceo Scientifico E. Fermi – Massa
Dipartimento di matematica – Università di Pisa

# La storia della matematica come storia di un *testo*

- Lettura in classe di fonti originali
- Possibilmente in lingua orginale
- La scelta del testo è dirimente e va fatta in base agli obiettivi didattici prefissati
- Necessità di ricostruire il contesto storico-scientifico entro cui collocare il testo

# Obiettivi della nostra attività

- fare in modo che si sviluppi una maggiore attenzione al testo scritto, esercitandosi nella lettura approfondita di un testo antico
- rendere la classe attiva e partecipe della nuova sfida: gli studenti, affrontando un testo di un’epoca passata, diventano dei ricercatori, sotto la guida dell’insegnante.


8 ET il principio di numeri triangolari li noſtri antichi filoſofi vogliono, che ſia la vnita, & dapoi quella il 3. dapoi il 6. dapoi il 10. dapoi il 15. & coſi tutti quelli, che aſſettati ſecondo l’ordine de gli eſſempi figurati in margine formano vna figura triangolare equilatera.

Numeri triangolari.

9 SImilmente il principio di tutti li numeri quadrati vogliono che ſia pur la vnita, & dapoi quella il 4. dapoi il 9. dapoi il 16. dapoi il 25. & coſi tut

# Testo originale scelto

Niccolò Tartaglia, *General Trattato di numeri et misure*
Venezia, 1556


LA SECONDA PARTE
DEL GENERAL TRATTATO DI
NVMERI, ET MISVRE DI NICOLO TARTAGLIA,
NELLAQVALE IN VNDICI LIBRI SI NOTIFICA LA
PIV ELLEVATA, ET SPECVLATIVA PARTE DELLA PRATICA
Arithmetica, laqual è tutte le regole, & operationi praticali
delle progressioni, radici, proportioni,
& quantita irrationali.

- Opera legata all’attività di insegnante di Tartaglia
- Scritto in volgare, vicino alla lingua odierna
- Disponibile in rete: https://books.google.it/books?id=ck9ZAAAAcAAJ

# Scheda 1: le progressioni aritmetiche

### *Che coſa ſia progreßione.*

PRogreſſione nõ è altro in queſto luogo, che vn certo ordine di piu numeri, che l'uno va eccedendo il ſuo antecedente egualmente di mano in mano talmente, che l'ultimo vien a eſſer maggiore di qual ſi voglia delli intermedi, & il primo vien a eſſer il minimo di tal ordine.

### *Delle ſpecie delle progreßioni arithmetici principianti dalle vnita dette continoue.*

LE ſpecie delle progreſſioni ſono molte, ma quelle che in queſto libro trattar intendo ſono due, cioe progreſſioni Arithmetici, & progreſſioni Geometrici, ma prima diremo delle Arithmetici, lequali principiano dalla vnita, & ſi vanno augumentando, & dilatando continuamente in egual differentie, cioe ſe il ſecondo termine eccede il primo in vna vnita medeſimamente il terzo eccede il ſecondo pur per vna vnita, & coſi il quarto eccede il terzo, & il quinto il quarto, & il ſeſto il quinto, & coſi procedendo di mano in mano, & ſimilmente ſe il ſecondo eccede il primo per due vnita medeſimamente il terzo eccede il ſecondo per due vnita, &

c. 2v

Definizione

# Scheda 1: la somma delle progressioni aritmetiche

*Della regola generale di ſaper raccogliere, ouer ſummar tutte le ſpecie di progreſſioni Arithmetici non principiante dalla vnita.* Cap. VIII.

c. 3r

VOlendo raccogliere, ouer ſummare queſti 12 termini 2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24. poſti in margine, liquali (come tu vedi) principiano dal numero binario (cioe dal 2) & vanno aſcendendo, ouer augumentando per il detto binario, dico che lui ſi debba pur aggiongere il primo termine (cioe 2) ſopra l'ultimo (cioe ſopra 24) fa 26. la mita di queſto 26. qual è 13. ſi debbe multiplicar fia il numero di termini, cioe fia 12 fara 156. & tanto ſara la ſumma di tutti li detti 12 termini, il medeſimo ſeguira ſe multiplicarai la mita di 12 (cioe del numero di termini) che ſara 6 fia 26. cioe fia la ſumma del primo, & de l'ultimo termine.

Come si sommano le progressioni aritmetiche

# Scheda 2: come determinare gli altri elementi delle progressioni

*Regola generale di ſaper trouar il numero di termini di qual ſi uoglia*
progreſſion Arithmetica, mediante la notitia del numero aſcendente, & del
primo, & del vltimo termine. Cap. IX.

1 VOlendo trouar per regola generale il numero di tutti li termini di qual ſi voglia ſpecie di progreſſione arithmetica mediante la notitia del primo, & dell'ultimo termine, & del numero aſcendente, ſempre caua il primo termine da l'ultimo, & il rimanente diuiderai per il numero aſcendente, & lo auenimento ſara il numero delli termini di tal progreſſione manco vno, cioe manco il primo, che fu cauato da l'ultimo, eſſempi gratia volendo ſaper il numero di tutti li termini di vna progreſſione (aſcendente per 2) che principia da 7. & finiſſe in 21.
Caua 7. di 21. reſta 14. & queſto 14 parti per 2 (cioe per il numero aſcendente) ne vien 7. & perche queſto 7 è il numero di detti termini, manco il primo, che fu ſottrato, & pero per regola generale aggiongi 1 al detto 7 fara 8. & per tanto tu concluderai che li detti termini ſono 8. & ſe ne vorrai far proua

c. 3v

Come trovare il numero di termini di una progressione

# Domande di ricerca: un lavoro da storici della matematica

- Come si può trovare il “numero ascendente” o l’ultimo termine di una progressione artimetica, utilizzando le tecniche esposte da Tartaglia?
- Come si sarebbe espresso Tartaglia?

Consegna: scrivere quanto trovato nel linguaggio di Tartaglia e confrontare con il testo

(scheda 2: pagine 4r e 4v).

# Argomenti successivi

- Progressioni geometriche (scheda 3)

*Delle progreßioni Geometrice.* Cap. XIII.

DApoi le progreſſioni arithmetici in ordine ſeguita le progreſſioni geometrice, lequali ſo-
no differenti dalle arithmetice in queſto, che li termini delle progreſſioni arithmetici ſi
vāno eccedendo, & aſcēdendo con egual differentie, come che nelli cinque precedenti ca
pi ſi è viſto. & li termini delle geometrice, ſe ne vanno aſcendendo, & augumentando in
egual multiplicita, come ſi vede in queſti ſei termini 1.2.4.8.16.32. il ſecōdo delliquali è doppio al pri

- Problemi risolubili con le progressioni (schede 4-5)

*Di certi caßi, che ſono ſolubili per le regole delle pro-*
greſſioni. Cap. XV.

# Semplici problemi di inseguimento (scheda 4)

- A percorre 24 miglia al giorno; B in progressione 1 miglio il primo giorno, 2 il secondo, 3 il terzo ecc… dopo quanto B raggiungerà A?
- A percorre 24 miglia al giorno; B in progressione: 2 miglia il primo giorno, 6 miglia poi 10 miglia ecc…

**NOTAZIONE MODERNA**

$$24n = n \cdot \frac{1+n}{2} \qquad 48 = n+1$$

$$24n = n \cdot \frac{2+a_n}{2} \qquad a_n = 2 + (n-1) \cdot 4 \qquad n = \frac{46-2}{4} + 1$$

## Casi più complessi: risultati frazionari (scheda 5)

Se però applicando questo metodo: “il restante non si potesse partire per il numero ascendente nettamente (cioè senza rotto) tal questione non si potria risolvere per le semplici regole date fin a questo luogo …”

Discussione in classe sulla proposta di Tartaglia: considerare solo la parte intera dei giorni e ripartire poi il restante in maniera proporzionale.

## Casi più complessi: risultati irrazionali (scheda 5)

"perché in questa ressolutione non debbe venir alcuna quantità irrationale ragionevolmente ... Il modo di risolvere questa soprascritta in altro luogo si darà perché in questo luogo ... non si può risolvere per regola, ma solamente a tastoni come fanno li ciechi et però non t'incresca a proseguir il studio per fin che arrivi alla nostra algebra"

Nel caso irrazionale (non affrontato in classe) Tartaglia rimanda a una trattazione algebrica, di cui si occupa nella parte sesta del *Trattato*, dove il numero di giorni incognito verrà indicato con *la cosa* e si risolverà la corrispondente equazione di secondo grado (ma questa è un'altra storia...).

# Conclusioni degli studenti

1) il tipo di insegnamento proposto è di tipo mnemonico-analogico: vengono fornite regole da imparare a memoria, applicate in più casi simili (limite imposto dal contesto)

2) è assente la scrittura simbolica che caratterizza la matematica di oggi: la matematica è presentata in forma retorica (potenza della formulazione simbolica)

3) l'autore presenta talvolta, con riferimento ad altri autori, delle formule diverse per la stesso problema.

4) manca la dimostrazione delle regole proposte: la giustificazione del procedimento è data dalla correttezza della soluzione trovata

# Conclusioni dell’insegnante

La discussione è stata utile sia dal lato studenti, divenuti più consapevoli della loro visione della matematica, sia dal lato dell’insegnante perché ha rivelato molte convinzioni radicate in alcuni.

È sorta quasi subito la necessità di passare a una rappresentazione simbolica e ci si è resi conto, ad esempio, della potenza di questo approccio rispetto a quello retorico.

Utile anche la traduzione che ciascuno ha fatto del testo di Tartaglia in linguaggio simbolico. Ha dato l’opportunità di riflettere sul significato di ***traduzione***, e sul fatto che ***come*** si esprime qualcosa è fondamentale: dietro il linguaggio emerge cioè una differente idea di matematica.

Il confronto con formule diverse ha posto la classe di fronte al problema aperto se davvero le due proposte fossero equivalenti; è stata questa la fase di scoperta.