



Unione  
Matematica  
Italiana



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica



## XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022

**La Matematica come valore essenziale della crescita personale e sociale:  
La sfida educativa per l'inclusione**

**Ricerca didattica, insegnamento e  
formazione insegnanti: progetti di  
riferimento in didattica della matematica**

**Ferdinando Arzarello: il progetto  $m@t.abel$**



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

Scopo del mio intervento  
è di riferirmi alle esperienze dei progetti  
*Matematica per il cittadino* e *M@t.abel*  
per avviare una discussione su  
alcuni importanti cambiamenti della didattica della  
matematica negli ultimi 20 anni.  
I colleghi introdurranno altre esperienze importanti.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# Sommario

- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici
- M@t.abel 2.0
- Per la discussione



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



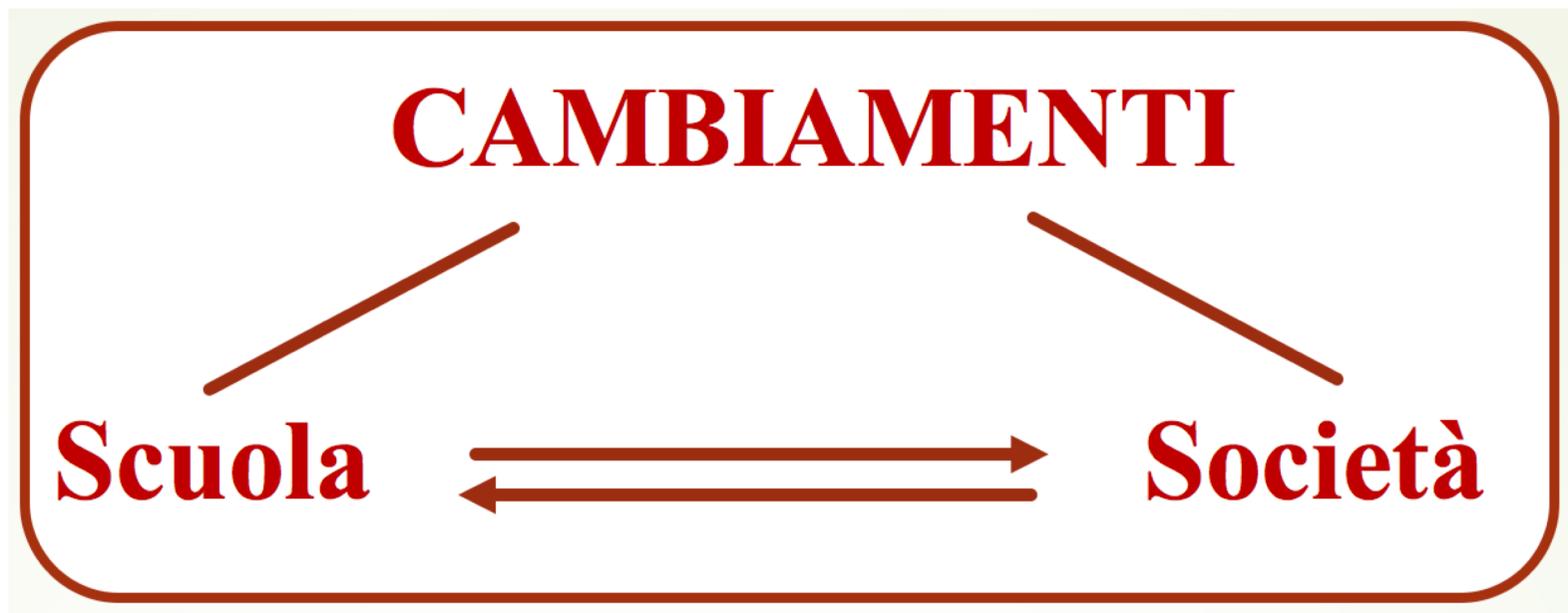
DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# CAMBIAMENTI

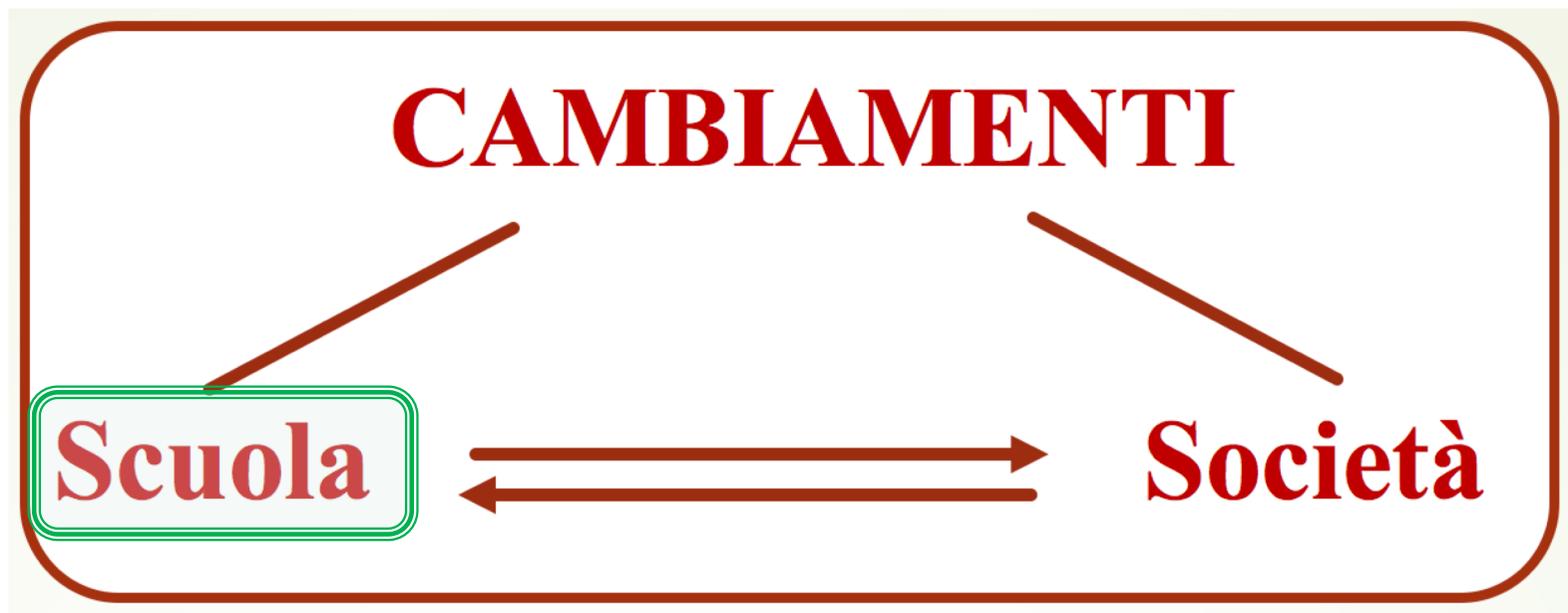
**Scuola**



**Società**



Quali riflessioni si possono fare relativamente a questo diagramma alla luce dei progetti che presentiamo?



Quali riflessioni si possono fare relativamente a questo diagramma alla luce dei progetti che presentiamo?



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

L' internazionalizzazione e la globalizzazione dell'economia, l'universalità dello sviluppo tecnologico e I bisogni relativi per nuove competenze portano a parlare delle nuove **competenze del 21° secolo**.

In particolare, molti richiedono riforme curriculari che portino a standard unificati per la matematica nella scuola.



Conseguentemente, per la matematica, l'accento è posto soprattutto sulla promozione di modi di pensare specifici e più sofisticati:

- **IBME**: educazione matematica basata sulla ricerca (**inquiry**: Rocard et al., 2007; Dorier & Maaß, 2014).
- **Pensare criticamente** (Paul & Elder, 2008);
- Pensiero di ordine elevato (**HOT**: High Order Thinking, Thompson, 2014);
- Alfabetizzazione quantitativa (**quantitative literacy**: Steen, NCED, 2001).



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

# **Cambiamenti nella definizione di “alfabetizzazione matematica”: da PISA 2015 a PISA 2021-22**



Unione  
Matematica  
Italiana

XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022



UMI - CIIM  
UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
COMMISSIONE ITALIANA  
CONSIGLIO ALLIATO

## Ragionare: categorie aggiunte in PISA 2021

sfide dal mondo reale

Spazio e forme

Cambiamento e relazioni

Incertezza e dati

Quantità

Formulare

Sviluppare

25%

Ragionare  
25%

25%

25%

Interpretare  
e Valutare

Contesti

Personali

Occupazionali

Sociali

Scientifici

Aritmetica e Algebra

Astrazione e rappresentazione simbolica

Strutture e regolarità matematiche

Relazioni funzionali tra grandezze

Modellizzazione matematica come lente sul mondo reale

Varianza, cuore della statistica



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# CAMBIAMENTI

**Scuola**



**Società**



Unione  
Matematica  
Italiana

XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022



UMI - CIIM  
UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
CONVEGNO TRIENNALE  
DEDICATO ALLO STUDENTE



Z. Bauman:  
la società liquida  
postmoderna

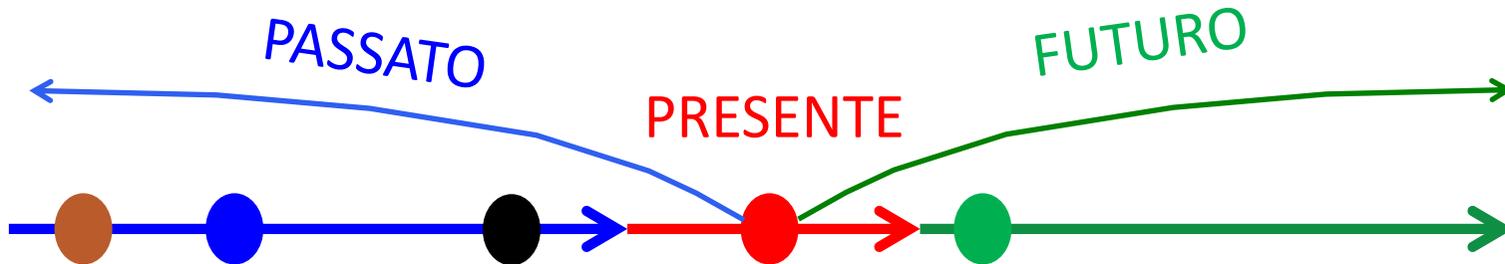


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# Puntillizzazione del tempo (*pointillist time*)



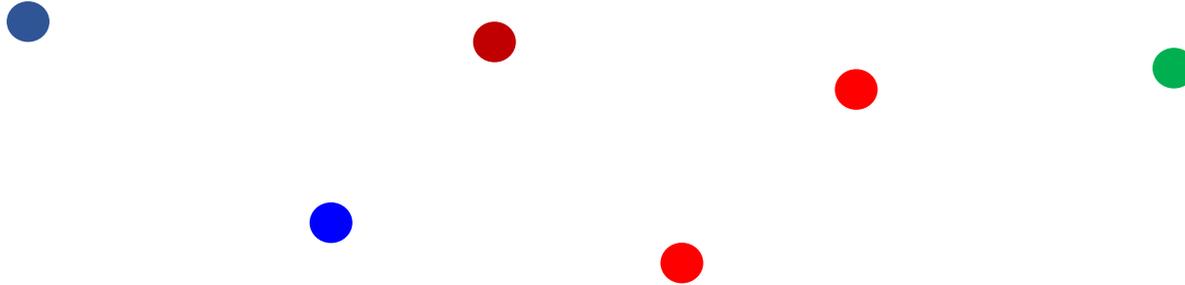


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

# Puntillizzazione del tempo (*pointillist time*)



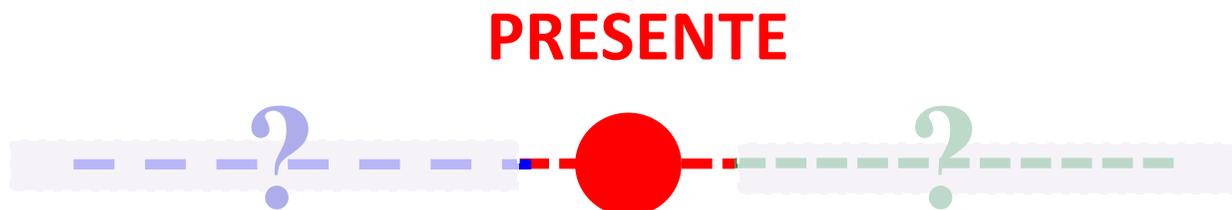
Unione  
Matematica  
Italiana

XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022



UMI - CIIM  
UNIONE MATEMATICA ITALIANA  
CONVEGNO TEMATICO  
DEDICATO ALLE ATTIVITÀ

# Puntillizzazione del tempo (*pointillist time*)



- **Dissoluzione della trama**  
che collega il momento presente al  
passato e al futuro (*nowist culture*)

- **Mancanza di  
narrativi**

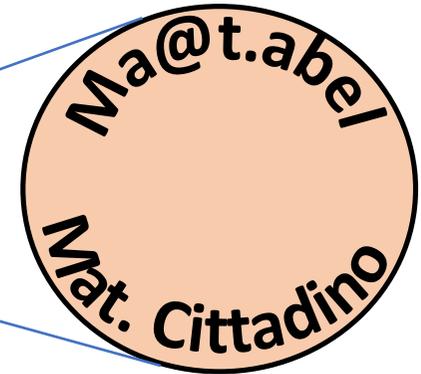
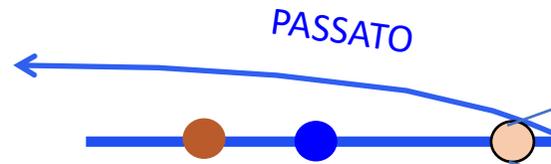


UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA

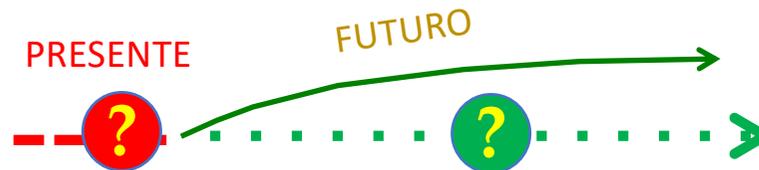


DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# Alla ricerca delle nostre radici...



# ...per riflettere sul nostro futuro





UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# Sommario



- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici
- M@t.abel 2.0
- Per la discussione



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

Il Piano *M@t.abel* (Matematica di base con e-learning) è stato un progetto di sperimentazione e aggiornamento per il miglioramento dell'insegnamento della matematica nella scuola promosso dal MIUR e dall'UMI dal 2006 al 2013 in collaborazione con l'INDIRE.

Dal 2008 a esso si affiancò il progetto PON Matematica-*m@t.abel*, sostenuto dal MIUR con fondi europei, che riguardava le cosiddette quattro "regioni convergenza": Calabria, Campania, Puglia e Sicilia.



M@t.abel è figlio di un altro progetto, **La Matematica per il Cittadino**, attuato dal 2000 al 2006 in collaborazione fra il MIUR, l'UMI e la SIS (Società Italiana di Statistica), mirato alla produzione di un curriculum verticale per la matematica dai 6 ai 19 anni, illustrato da circa 200 attività didattiche che dessero agli insegnanti interessati il senso della proposta e del materiale concreto per renderla effettiva.

I curricula attuali per la matematica sono stati influenzati dalle proposte dei due progetti, La Matematica per il cittadino e M@t.abel.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
& Scienze dell'Innovazione  
& Matematica

Partendo da un quadro teorico costruttivista e puntando all'apprendimento collaborativo, forti anche di esperienze nella formazione degli insegnanti con la tecnologia, il team di ricercatori INDIRE e il Comitato Tecnico Scientifico (CTS) di PON Matematica-m@t.abel misero a punto un percorso di formazione 'a cascata':  
Esperti → Tutor → Insegnanti.

A tale scopo INDIRE costruì la **piattaforma PuntoEdu**.



### MATEMATICA E LINGUA (6 Risorse)

Il nucleo Matematica e Lingua, pensato per la Scuola Primaria, si caratterizza come nucleo "interdisciplinare". Nell'intreccio tra comprensione del linguaggio narrativo ed esplorazione di concetti matematici, le attività di questo nucleo si propongono di aiutare l'alunno a comprendere



### RELAZIONI, DATI E PREVISIONI (6 Risorse)

Partendo dall'osservazione della realtà e dalla quotidianità dello studente, il nucleo Relazioni, Dati e Previsioni propone attività per la Scuola primaria che aiutano l'insegnante a introdurre l'esplorazione di concetti legati alle relazioni, alla statistica e ai primissimi elementi dell'incertezza. Gli alunni,



### NUMERI (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività sulla capacità di calcolo, alla base di gran parte della matematica. L'obiettivo è far sì che tale capacità sia acquisita in modo corretto, sedimentandosi stabilmente nelle competenze degli alunni. Oggi la sicurezza nel calcolo non si ottiene più tanto con l'addestramento



### GEOMETRIA (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività che consentiranno agli allievi di raggiungere un equilibrio tra le fasi operative dei problemi geometrici legati alla "realtà" e le graduali sistemazioni teoriche che ne conseguono. Si presenteranno strade alternative all'approccio tradizionale basato su calcoli di



### DATI E PREVISIONI (23 Risorse)

Questo nucleo propone attività dedicate alla statistica e alla probabilità e offre l'opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana, creando curiosità verso la raccolta e l'analisi di informazioni quantitative che stimolano lo studente a pervenire a dati che aiutano a



### RELAZIONI E FUNZIONI (23 Risorse)

Questo nucleo propone attività per l'acquisizione di un pensiero funzionale e per imparare ad analizzare qualitativamente l'andamento di un fenomeno. L'obiettivo è quello di evitare inutili addestramenti di manipolazione sintattica di formule inefficaci per la comprensione dei concetti, introducendo attività

<http://www.scuolavalore.indire.it/superguida/matabel/>



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

Nei corsi per gli insegnanti momenti di formazione in presenza con i tutor si alternavano ad un costante accompagnamento online dei docenti in un percorso **blended** seguito dai tutor stessi per un totale di almeno 100 ore complessive.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

I due piani di formazione, M@t.abel nazionale e PON Matematica (dal 2006/07 al 2012/13 ) hanno raggiunto 6132 docenti (2674 con il PON) in servizio nell'area matematico-scientifica e formato complessivamente 561 docenti di matematica di scuola secondaria quali tutor. Inoltre almeno 56 docenti hanno lavorato come autori all'elaborazione delle attività M@t.abel.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
& Scienze dell'Ingegneria  
& Matematica

Il MIUR ha anche supportato la realizzazione di tre Master dal 2013 al 2015, nelle tre sedi universitarie di Bologna, Pisa e Torino, tutti basati sul *background* teorico delineato dai progetto La Matematica per il Cittadino e M@t.abel.

Gli insegnanti che hanno completato il Master si presenta(va)no come nuove figure professionali nel panorama educativo, dando contributi alla formazione insegnanti, ai gruppi di ricerca didattica nelle Università come insegnanti-ricercatori, anche con ricadute internazionali.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
& Scienze dell'Innovazione  
& Matematica

M@t.abel, in consonanza con altri progetti internazionali, affrontò in forma nuova e con particolare attenzione i seguenti tre temi specifici:

- Le competenze degli insegnanti e il loro ruolo nell'attività professionale;
- La costruzione sociale del sapere;
- La funzione delle ICT nell'apprendimento/ insegnamento della matematica.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
& Scienze dell'Innovazione  
& Matematica

M@t.abel proponeva una forma di aggiornamento tramite la **piattaforma PuntoEdu** che evitava i “due tempi” classici dell’aggiornamento: prima ti aggiorni, poi provi in classe.

Il **tutor-facilitatore** guidava i corsisti di M@t.abel all’acquisizione effettiva delle competenze proprie della MKT. Si trattava di una forma di ***apprendistato cognitivo***, discussa già nel progetto La Matematica per il Cittadino come metodo di insegnamento in classe, e ora trasposta alla classe virtuale di M@t.abel, intesa come **laboratorio** per l’apprendimento di quella che alcuni ricercatori chiamano la MKT (Thames, Sleep, Bass, & Ball, ICME 11, 2008).



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

La classe virtuale di M@t.abel si configurava come una forma specifica di quelle che i ricercatori chiamano **comunità di pratica** e talvolta addirittura diventava una **comunità di indagine** (B. Jaworski, *Enc. Math. Ed.*, pp 76–78).

Infatti la forma di attività prevalente in queste classi virtuali non era una lezione standard ma una continua **riflessione critica** su quanto si stava facendo e su quanto succedeva nella propria classe reale, confrontandosi continuamente con le esperienze corrispondenti.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

La ***componente istituzionale*** ebbe una forte influenza sul modo con cui si svilupparono tali processi: i vari progetti/proposte/lavori assumevano un significato per l'insegnante in quanto si situavano all'interno di un contesto istituzionale ben preciso, promosso dal Ministero, in occasione ad esempio delle attività legate alle nuove *Indicazioni o Traguardi*.

Penso che sarebbe stata altra cosa se l'attività si fosse svolta 'in proprio', senza alcun legame con la componente istituzionale.



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

Si è accennato a come La Matematica per il cittadino e M@t.abel si inseriscano a pieno titolo nel filone della ricerca didattica internazionale, anche apportandovi dei contributi significativi, ad es. l'idea di insegnante-ricercatore.

Ma è anche vero che i due affondano le loro radici nella tradizione didattica sviluppatasi dagli anni '60 in Italia (oltre che internazionalmente).



**Riforme:**  
**Berlinguer,**  
**De Mauro,**  
**Moratti,**  
**Fioroni,**  
**Gelmini,**  
**Profumo**  
...



**Sc. Media Unica (1962)**

**Programmi di Frascati (1966)**

**Decreti Delegati (1974)**

**CEDE (1974)**

**Progr. Media (1979)**

**Progr. Elementari (1985)**

**PNI (1985-1993)**

**Progr. PNI (1985-2010)**

**INVALSI (1999)**

**Indicazioni Nazionali II ciclo (2010)**

**Indicazioni Nazionali I ciclo (2012)**

**Sperimentazioni  
NRD (1975-...)**

**Protocollo d'intesa  
UMI-MPI (1993): corsi Viareggio**

**Mat. Cittadino 2000-2006**

**PLS (2006)**

**Mat@bel (2006)**

**Liceo Matematico (2016)**

1960

1970

1980

1990

2000

2010

2020



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

M@t.abel si inserisce anche nell'evoluzione subita dalle tecnologie nell'insegnamento della matematica.

Come è noto, esse hanno registrato cambiamenti rilevanti, tanto che si parla di varie 'ere' successive:

1. I *linguaggi di programmazione* negli anni '80-'90.
2. I software dedicati (es. i DGS): le ICT come *infrastrutture rappresentazionali* dagli anni '90.
3. Le ICT come *infrastrutture rappresentazionali e di comunicazione* dal 2000.
4. L'evoluzione di Internet negli ultimi anni: nel 2007 nasce l'iphone, la *comunicazione* diventa *bidirezionale* e si individualizza attraverso *dispositivi personali*.

M@t.abel si inserisce anche nell'evoluzione subita dalle tecnologie nell'insegnamento della matematica.

Come è noto, esse hanno registrato cambiamenti rilevanti, tanto che si parla di varie 'ere' successive:

1. I *linguaggi di programmazione* negli anni '80-'90.
2. I software dedicati (es. i DGS): le ICT come *infrastrutture rappresentazionali* dagli anni '90.
3. Le ICT come *infrastrutture rappresentazionali e di comunicazione* dal 2000.
4. L'evoluzione di Internet negli ultimi anni: nel 2007 nasce l'iphone, la *comunicazione* diventa *bidirezionale* e si individualizza attraverso *dispositivi personali*.



M@t.abel si inserisce anche nell'evoluzione subita dalle tecnologie nell'insegnamento della matematica.

Come è noto, esse hanno registrato cambiamenti rilevanti, tanto che si parla di varie 'ere' successive:

1. I *linguaggi di programmazione* negli anni '80-'90.
2. I software dedicati (es. i DGS): le ICT come *infrastrutture rappresentazionali* dagli anni '90.
3. Le ICT come *infrastrutture rappresentazionali e di comunicazione* dal 2000.
4. L'evoluzione di Internet negli ultimi anni: nel 2007 nasce l'iphone, la *comunicazione* diventa *bidirezionale* e si individualizza attraverso *dispositivi personali*.

M@t.abel 2.0



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# Sommario

- 
- Il presente: cambiamenti
  - Alla ricerca delle nostre radici
  - M@t.abel 2.0
  - Per la discussione



## M@t.abel 2.0

Il progetto, implementato tramite il centro Future Education ha coinvolto oltre 1200 docenti ed è stato concepito per sviluppare materiali e metodologie per uno scenario di didattica ibrida (on-site/DL) durante la pandemia, con un modello multilivello pensato per favorire l'interazione tra classi e docenti differenti.



FUTURE  
EDUCATION  
MODENA

<https://www.youtube.com/watch?v=OQKtOEwD3EA>



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
& Scienze dell'Ingegneria  
& Matematica

M@t.abel 2.0 si basa ampiamente sui materiali di m@t.abel, opportunamente trasposti per una didattica ibrida.

Uno dei suoi aspetti chiave era in particolare di adattare la **Discussione Matematica** all'ambiente ibrido usando i **padlet**, con un'attenzione particolare alla partecipazione di tutti gli studenti al discorso (**inclusività**).

Giberti, C., Arzarello, F., Bolondi, G., & Demo, H., ZDM (2022).

The screenshot shows a Padlet board with a green background. The title is "La foto - classe A - Elisa" and the subtitle is "Questa che vedi è la foto di Luca da bambino. Come potete fare per aiutare Luca a determinare la sua statura quando aveva cinque anni?". The board contains several posts with text and images, including a photo of a child and a diagram of a child's head and shoulders. The posts are organized into columns and rows, with some posts having comments and replies.



XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informazione  
e Matematica

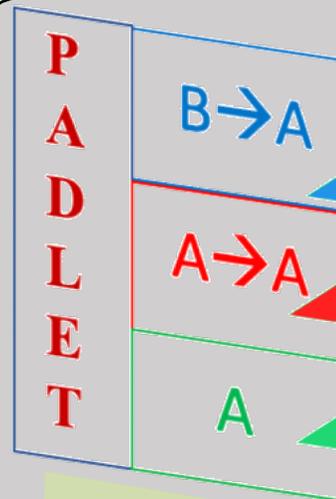
L'analisi delle discussioni secondo questo modello mostra che l'ambiente di apprendimento misto a più livelli supporta una forte differenza qualitativa rispetto alle normali discussioni in classe.

In una discussione usuale in una classe ci sono l'insegnante, gli allievi, la lavagna (eventualmente un computer).

Qui la situazione è più complessa: intanto ci sono due (o più) classi, A, B che interagiscono. Il padlet funge da **agente catalizzatore e promotore** nel processo di discussione.

Si ha un'esplosione della quantità dei commenti e spesso anche un incremento della loro qualità.

**I diversi livelli della discussione**



Classe





UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

# Sommario

- Il presente: cambiamenti
- Alla ricerca delle nostre radici
- M@t.abel 2.0
- Per la discussione





UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA

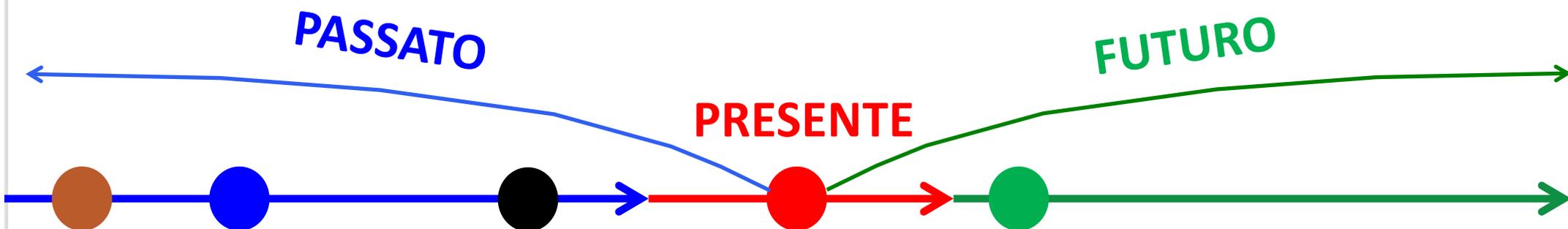


DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

Nel mio intervento ho cercato di lanciare una discussione su alcuni cambiamenti della didattica della matematica negli ultimi 20 anni, illustrando i legami con alcuni eventi nella storia dell'insegnamento della matematica in Italia, con cenni alla ricerca internazionale.

Ho fatto questo per esplicitare un ragionamento che colleghi il nostro passato recente e lontano al nostro presente e al nostro futuro.

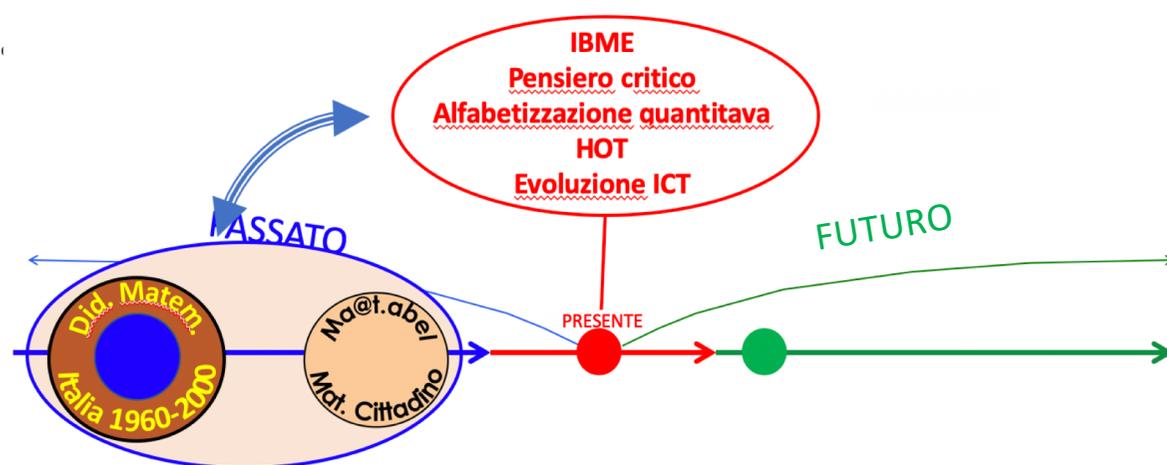
Il tempo non è infatti un insieme scollegato di attimi,  
con un presente punto isolato,  
ma una curva evolutiva che solo la nostra volontà può  
inclinare verso l'alto o verso il basso.



## Punti importanti:

la didattica in Italia (e nel mondo) sta cambiando:

- per l'evoluzione della società, in particolare per l'evoluzione delle ICT;
- anche con salti dovuti a cause inaspettate come la pandemia.





## Evoluzione delle ICT → cambiamenti strutturali:

- l'aula, come la conosciamo, può cambiare completamente: la tecnologia digitale sta "decostruendo" la nozione di classe.
- Lo sviluppo delle tecnologie digitali mobili (forum, wiki, Twitter, Instagram, Facebook, ...) sta consentendo alla nuova generazione diversi tipi di opportunità di apprendimento, supportate in nuovi spazi di interazione sociale. Si va verso un' educazione matematica blended in cui cambiano le modalità dell' interazione e conseguentemente la costruzione sociale della conoscenza;
- Significati diversi associati all'idea di risorse ('humans with media'); nuove modalità di formazione degli insegnanti (es.: i MOOCS, massive online courses).

(Engelbrecht, J., Llinares, S., & Borba, M. C., ZDM, 2020)



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Innovazione  
e Matematica

Possiamo governare in qualche modo questi cambiamenti solo se abbiamo ben presente sia gli obiettivi futuri sia la nostra storia passata.

Per questo riflettere criticamente su *Mat.abel*, *La Matematica per il Cittadino* e sui progetti di cui parleranno P.Boero e N. Malara è importante.

Anche per non pensare che si parta ogni volta da zero.



1288

PASSATO



2010

m@t.abel

PRESENTE

FUTURO





1288

PASSATO



2010

m@t.abel

PRESENTE

FUTURO



Grazie!



UNIVERSITÀ  
DEGLI STUDI  
DELL'AQUILA



DISIM  
Dipartimento di Ingegneria  
e Scienze dell'Informatizzazione  
e Matematica



Unione  
Matematica  
Italiana

**XXXVI CONVEGNO UMI-CIIM AQ2022**

