

**IL PROGETTO “BAMBINI, MAESTRI, REALTÀ”:
DARE SENSO ALLA MATEMATICA,
SVILUPPARE LA RAZIONALITÀ,
PORRE PREMESSE PER LA LIBERTÀ DI SCELTA**

Paolo Boero, Università di Genova

boero@dima.unige.it

Riferisco qui, come persona che ha vissuto tre crisi utili per la nascita e lo sviluppo del Progetto e come manager del Progetto, su un lavoro collettivo che ha coinvolto e coinvolge molti protagonisti

Alle origini del progetto (1969/1980):

- **lo shock personale in Francia con la “matematica moderna”(1969/1971),**
docente all’Università di Nizza, curioso sull’avvio nella scuola elementare francese della riforma della Matematica Moderna (che mi affascinava: tesi e ricerca in Teoria delle categorie e Algebra omologica ... lettura di Piaget...)
- **Ma...** gli insegnanti dei quartieri poveri di Nizza, e Dieudonné (uno dei padri della riforma) professore a Nizza, con i “formatori” degli insegnanti allineati con lui:
- *“i nostri bambini sono in difficoltà con gli insiemi, le corrispondenze... ma **conoscono già i numeri e li sanno usare...sanno pagare...**”*
- *“non è vera aritmetica, è **aritmetica pourrie** (corrotta, avariata), voi dovete insegnare la **vera aritmetica!**”*
- **Crisi personale**...e decisione di impegno politico-culturale con la scuola, grazie alla mia conoscenza della matematica, **superando la scissione** tra l’essere un **ricercatore in matematica** e l’**impegno politico** (responsabile a Genova dal 1967 di un circolo di “nuova sinistra” che organizzava formazione politica ed eventi come la marcia per il Vietnam)

**La formazione degli insegnanti per i corsi delle “150 ore” per la licenza media degli operai metalmeccanici di Genova (1973-1976),
e il progetto per la scuola media (dal 1975)**

(Boero, con Belcastro, Dapueto, Guala, Repetto, Rogantin, e una trentina di insegnanti, tra cui all’inizio soprattutto Annamaria Artiacco Rossi, in una scuola di un quartiere operaio e di immigrati di Genova)

per dare senso alla matematica ed evitare le degenerazioni alienanti del suo insegnamento,

allora un rischio anche in Italia.

Progetto inizialmente ispirato (in alcune unità didattiche, come “Ombre del sole e misura del tempo”) dal lavoro di Emma Castelnuovo, e più in generale dall’opposizione costruttiva di Freudenthal e di De Finetti alla Matematica Moderna.

Preparazione del Progetto “Bambini, maestri, realtà” a Piossasco (TO)(1977-1980)

Grazie alle capacità manageriali e alla visione a lungo termine della Direttrice Didattica (Angela Fiorini) della scuola elementare di Piossasco, costituzione di una equipe pluridisciplinare e, per oltre due anni, lavoro di confronto e formazione degli insegnanti, a settembre, a giugno, e un pomeriggio al mese (come parte dell'orario di insegnamento degli insegnanti, con l'accordo del Consiglio di Istituto)

Equipe: Paolo Boero, Claudio Costantini (storia e geografia), Gregorio Rampa (economia/ufficio studi Fiat), con la partecipazione a diversi incontri di Maria Luisa Altieri Biagi (educazione linguistica), Mario Fierli (educazione tecnologica), Riccardo Luccio (psicologia e storia della psicologia →” leggete Vygotskij”!)

Avvio della costruzione delle unità didattiche e della sperimentazione del progetto in tutta la scuola (nel 1980) con l'intesa e con l'impegno della nuova direttrice della scuola elementare di Piossasco (Maria Bufano)

Formazione graduale alla ricerca-azione per una equipe di insegnanti che poi diventerà la componente insegnanti del “gruppo di ricerca” di Piossasco (tra gli altri, autori di pubblicazioni e presenti nei convegni nazionali, gli “insegnanti-ricercatori” Maria Grazia Bondesan, Anna Ferrara, Enrica Ferrero, Ezio Scali).

Le caratteristiche del Progetto “Bambini, maestri, realtà” documentato in rete (2002) nel sito didmat.dima.unige.it: le discipline scolastiche coinvolte

Insegnamento pluridisciplinare (lingua, matematica, storia, geografia, economia e tecnologia) organizzato attorno a temi della realtà extrascolastica (*ad esempio, nel filone economico-tecnologico: monete e acquisti in I, produzioni in classe in II e III, attività produttive nel territorio in IV e V*), con graduale emergere di aree disciplinari specifiche (aritmetica, geometria, grammatica...), con il **contratto didattico** reso esplicito dalla metafora delle **partite** (le situazioni problematiche delle unità didattiche tematiche, a cui sono dedicati i **quadernoni**) e degli **allenamenti** (gli esercizi su tecniche e procedure: esempio in I, copiatura di frasi e scrittura di numeri sotto dettatura) sui **quadernini**.

Motivazioni:

- * Trarre occasioni dall'esperienza extrascolastica reale o potenziale degli allievi per **sviluppare competenze disciplinari e dare senso** (*“situazioni di riferimento” di Vergnaud*) a ciò che si apprende a scuola.
- * E inoltre: evitare (come a volte, anzi: spesso, accade) che la polarizzazione dell'impegno degli insegnanti su **una** disciplina soltanto influenzi i risultati della sperimentazione (quasi tutte le sperimentazioni in **una** disciplina hanno successo!).
- * E infine: rispettare le esigenze formative degli allievi in un **insieme di discipline cruciali** per l'imprinting culturale e l'avvio alla “formazione del cittadino”, **equilibrando l'impegno formativo** degli insegnanti.

La sperimentazione su larga scala del Progetto a Piossasco, a Genova-ponente e nella Riviera ligure di levante

Creazione di tre poli di progettazione didattica e di sperimentazione (dal 1980 a Piossasco, dal 1981 a Genova-Voltri, Chiavari/Lavagna/Recco/Camogli)

con colleghi (*Carlo Dapuetto, Pierluigi Ferrari, Enrica Lemut*) che condividevano la responsabilità e il carico di lavoro, gravoso soprattutto nei primi anni,

e **con oltre 150 insegnanti complessivamente coinvolti** dal 1982 al 1997 (una trentina per ogni classe)

e sviluppo di competenze di coordinamento e di ricerca (“**insegnanti-ricercatori**”) anche tra gli insegnanti non di Piossasco (*Giuseppina Caviglia, Teresa Gazzolo, Aurora Rondini, Carmen Rubini* hanno pubblicato e presentato lavori a convegni nazionali e hanno collaborato in modo incisivo al Piano di aggiornamento per la Liguria sui programmi del 1985; *Teresa Gazzolo* ha anche collaborato con una equipe di Barcellona; *Aurora Rondini* ha avuto, tra il 2000 e il 2003, anche un ruolo sia tecnico, sia (fondamentale) di selezione e di organizzazione didattica dei materiali di documentazione sulla sperimentazione, per la digitalizzazione del Progetto e per alcune unità di lavoro dei progetti SeT, MIUR-DIMA e CNR: tutto ciò si trova nel sito **didmat.dima.unige.it**).

L'evoluzione del Progetto (dal 1985 fino alla digitalizzazione, 2000/2002)

Evoluzione vuol dire:

* da un lato, **evoluzione dei materiali didattici e delle unità didattiche in base agli esiti della sperimentazione** (documentati ogni anno relativamente ad almeno una decina di classi dalla I alla V, con produzioni degli allievi e loro quadernoni sulle unità di lavoro, e prove di verifica quadrimestrali e finali) e alle discussioni nelle riunioni mensili e a settembre di programmazione per classi parallele.

* e, dall'altro, **evoluzione dell'impianto didattico** (con attenzione ai processi di insegnamento-apprendimento) **in relazione a nuove pratiche didattiche e alle ricerche collegate al progetto (vedi nel seguito)**, con **protagonisti gli insegnanti-ricercatori** per le sperimentazioni-pilota e la collaborazione allo sviluppo delle idee di ricerca.

Lo sviluppo di pratiche didattiche innovative connesse con il progetto e per il suo sviluppo (1985-1990):

Il “presta-mano” (*Anna Ferrara, Enrica Ferrero*): si trattava di realizzare quanto ipotizzato da Vygotskij in *Pensiero e linguaggio* a proposito del passaggio dal linguaggio interno alla lingua orale, alla lingua scritta, e del ruolo di mediazione dell’insegnante. Con il presta-mano l’insegnante aiuta l’allievo:

- **a strutturare in parole il suo pensiero** (ciò è particolarmente rilevante nelle attività matematiche), anche offrendo parole-chiave (come i connettivi) ed espressioni che l’allievo non possiede,
- e poi **a rendere le espressioni orali adatte alla scrittura**, offrendosi come **scrivano** sotto dettatura dell’allievo. Ruolo che in momenti difficili dell’argomentazione e del problem solving viene richiesto dagli allievi stessi anche in classi successive alla I (in IV, ipotesi complessa sulle ombre del sole: se... se invece...) *“maestra, mi aiuti? Da solo non ci riesco... Io penso e ti dico, tu mi aiuti e poi scrivi quello che ti dico”*

Il lavoro «in situazione» e di riflessione sui connettivi logici e temporali (invece, mentre, se, quindi, perché,...) come strumenti-chiave per la costruzione e il confronto delle argomentazioni e delle procedure (ricerche pubblicate da Enrica Ferrero e Enrica Lemut)

... nuova crisi personale: non si poteva andare avanti così, costruendo e ottimizzando percorsi didattici affidati alle capacità artigianali degli insegnanti e, al più, sviluppando pratiche didattiche innovative... era necessario svolgere ricerche per organizzare in modo economico la progettazione, per dare un quadro di riferimento agli insegnanti, e per interpretare le ragioni di successi e difficoltà incontrate in classe

Quindi, in parallelo con la ricerca sul progetto per la scuola media (*con i contributi di insegnanti-ricercatori come Alfonsina Sibilla, Chicca Martinelli, Giorgio Maini, e soprattutto Rossella Garuti – con lei si sono prodotte alcune delle idee più importanti elaborate negli anni '90: unità cognitiva dei teoremi, metodo del dialogo “voci-eco”*),

- **il costruito dei “campi di esperienza” (1989-2008)**
- **la didattica delle ipotesi (1990-1996),**
- **l’argomentazione e la concettualizzazione nei c. di esp. (1990-2022)**

con l’inserimento nella ricerca internazionale di punta dell’epoca (PME e conferenze specializzate), per ricevere idee e per confrontare in quei contesti le idee elaborate da noi

Il costrutto dei “campi di esperienza” (1989-2008)

... per dare **organicità culturale**, e **non solo matematica**, al lavoro sulla “realtà”,

superando la frammentarietà culturale di “realistic mathematics education”, interpretazione discutibile delle idee di Freudenthal da parte del team del Freudenthal Institute in Olanda),

e per **inquadrare teoricamente** il lavoro dell’insegnante che agisce in classe con attenzione allo sviluppo della conoscenza del “reale” **E** allo sviluppo delle competenze disciplinari

(un coordinamento di obiettivi che è stato per anni al centro dello sforzo di progettazione didattica e che mi sembra raggiunto ad alto livello in alcune unità didattiche, come “calendario” e “monete e acquisti” in I, “tempo della natura e delle attività umane” in II, “produzioni in classe” in II e III, e “ombre del sole” tra la III e la V) ...

... insegnante che agisce in classe, in base alle sue conoscenze e ai suoi obiettivi, sul «contesto interno» dell’allievo (i suoi modi di pensare e di agire) attraverso i segni, i vincoli, le convenzioni oggettive del campo di esperienza.

La didattica delle ipotesi (1990-1996),

attraverso il costrutto originale di “ipotesi” elaborato da Enrica Ferrero si fissa l’attenzione dell’insegnante e degli allievi sulle caratteristiche del processo di produzione di una ipotesi, che – lungi da essere un atto creativo immediato – include/dovrebbe includere **una scelta argomentata in relazione alle possibili ragioni di validità dell’ipotesi** → aprendo la strada verso quella che sarà l’unità cognitiva dei teoremi

L’argomentazione e la concettualizzazione nei campi di esperienza (1985-2022),

con il contributo determinante di Nadia Douek in collaborazione con Ezio Scali (1999; 2000) per quanto riguarda la **relazione dialettica tra concetti spontanei e concetti scientifici e il suo sviluppo,**

grazie alla ”**didattica dei campi di esperienza**” (2008) basata su cicli di **produzione individuale** delle risposte alle consegne (nella maggior parte dei casi, sulle **schede di lavoro**, eventualmente adattate, che sono i materiali didattici di base del Progetto), di **confronto e discussione** “orchestrata” dall’insegnante (che svolge un ruolo di mediazione) di produzioni individuali scelte dall’insegnante come rappresentative, di **sintesi provvisoria** costruita sotto la guida dell’insegnante, che può costituire il punto di partenza (in ragione dei problemi emersi) per un nuovo ciclo.

La «forza» del progetto per quanto riguarda l'efficacia formativa sul terreno disciplinare

L'efficacia formativa, in particolare in Matematica e in Italiano, emerge dall'uso di vari strumenti di valutazione del progetto che sono stati messi a punto a partire dagli anni '80 e comprendono:

- Prove aperte di risoluzione di problemi, a fine classe V, anche derivate da prove di ingresso nella scuola secondaria di I grado negli stessi contesti sociali
- Uso di alcuni test INVALSI (II e V primaria) di matematica e di lingua italiana
- Analisi a campione sulla prosecuzione degli studi al di là della V primaria (interviste agli insegnanti di scuola secondaria di I grado che hanno in classe allievi del Progetto, quindi nello stesso ambiente socio-culturale; interviste a ex alunni del Progetto e alle loro famiglie, sulle difficoltà incontrate nella prosecuzione degli studi)

Rinvio alle prove di verifica quadrimestrali e finali nelle cinque classi, disponibili in rete, per una idea, attraverso quanto richiesto agli allievi, sul livello da loro raggiunto.

Per quanto riguarda lo sviluppo della professionalità degli insegnanti,

occorre distinguere

- **tra quanti accettano di mettersi in gioco** (eventualmente dopo una iniziale adozione parziale di unità didattiche), con tutto l'impegno che ciò comporta, aderendo alle linee-guida del progetto (didattica dei campi di esperienza, ruolo di mediazione dell'insegnante, equilibrio funzionale tra conoscenza del reale e costruzione di competenze disciplinari, **scelta dei contenuti essenziali su cui lavorare, eliminando gli altri contenuti e attività**- che spesso occupano in classe la maggior parte del tempo!),
- e quanti, anche perché nell'impossibilità di coinvolgere il team di appartenenza, **adottano solo qualche scheda di lavoro o spezzone di attività** cercando di inserirli in un insegnamento di impostazione diversa (*tradizionale-trasmissiva, oppure innovativa, secondo varie tendenze che si sono succedute nella scuola primaria – ad esempio, “metodo della ricerca” negli anni '80, insegnamento per problemi, inquiry based teaching and learning*).

L'esperienza è **decisamente positiva nel primo caso** (con approccio progressivo degli insegnanti a una prospettiva di ricerca personale anche lavorando da soli o in piccoli gruppi autonomi: contatti via posta elettronica con molti insegnanti che hanno a suo tempo ottenuto i volumi cartacei del Progetto, o accedono al Progetto attraverso il sito), mentre **nel secondo caso** succede che alcuni insegnanti “ci provano” e adottano le attività scelte inserendole (bene o male) stabilmente nella loro didattica, e parecchi altri “ci provano” e abbandonano.

La debolezza pedagogica e culturale del progetto in relazione alle nuove sfide (classi multiculturali, crisi della “razionalità”)

Alla fine degli anni '90 il Progetto era adatto per fare fronte a modi di pensare diversi da quelli che erano gli obiettivi formativi (riguardanti la conoscenza della realtà e la disciplina scolastica): **si trattava di fare maturare le “concezioni” e i modi di pensare degli allievi in dialogo con gli strumenti culturali e le idee proposte dall'insegnante**, attraverso la dialettica concetti comuni/concetti scientifici teorizzata da Vygotskij in Pensiero e linguaggio.

La terza crisi personale è derivata dall'impatto diretto, attorno al 2000, con una cultura diversa dalla nostra: il modo di pensare le ombre del sole da parte di allievi di 11-12 anni di Asmara (Eritrea)(*scuola italiana, insegnante Claudia Costa*) **non era un modo “spontaneo”, “infantile” di pensare alle ombre, ma era legato in profondità a una visione di equilibrio dinamico** che si ritrovava anche (sulla base di letture fatte subito dopo sulle culture millenarie del Corno d'Africa; ma ho trovato cose simili in letture sulle culture antiche dell'Asia orientale) nei modi adulti di pensare ad altri fenomeni, come le stagioni delle piogge e della siccità, e come la presenza più o meno numerosa di certi animali carnivori in relazione alle loro prede; e aveva in sé una **potenzialità di strategie di pensiero “difficili” (pensare all' equilibrio dinamico)** per la cultura occidentale attuale, ma importanti, ad esempio, in una prospettiva ecologica.

Non si trattava, quindi, di fare maturare dei concetti verso una **concettualizzazione “scientifica” universale**, ma di stabilire un **rapporto con un sistema culturale diverso** (rapporto che non doveva essere di **sradicamento** e quindi di **impoverimento**, ma... **quale alternativa?**)

Le **discussioni con Balacheff** in alcuni incontri nel 2000 hanno voluto dire molto per me: partiti dall'idea di concetto e di concettualizzazione elaborata da lui, abbiamo convenuto sul fatto che non era una risposta soddisfacente; Balacheff mi suggerì allora di **leggere il capitolo di “Verità e giustificazione” di Habermas relativo alla razionalità.**

==> adattamento a fini didattici ed educativi del costrutto di Habermas della razionalità e implementazione dell'”educazione alla razionalità” (2002-2022).

Attraverso seminari (il primo, a Torino, nel 2003), partecipazione a congressi e confronti con ricercatori (importante, per un anno, quello a Torino, nel 2012-13, poi confluito in un Research Forum PME nel 2014) e anche con insegnanti – *prezioso è stato, negli ultimi 15 anni, il lavoro con alcuni insegnanti della scuola primaria di Carcare (SV) e con alcuni insegnanti di scuola primaria e di scuola secondaria di I grado di Carrara -*

è maturata l'idea di un adattamento del costrutto di Habermas per confrontare (senza pregiudizi di “superiorità”) “razionalità” diverse

Razionalità che, in sintesi, concerne:

- il **conoscere perché** (una affermazione è vera, un ragionamento è valido) sulla base di criteri di verità e di validità che dipendono dal contesto culturale nella sua evoluzione storica (**razionalità epistemica**)
- **l'agire al fine di** (lo scopo dell'attività), con la **valutazione consapevole delle strategie** in relazione al loro successo e alla loro trasferibilità (**razionalità teleologica**)
- **il comunicare, con la scelta consapevole degli strumenti** per raggiungere l'interlocutore (anche il soggetto stesso, nel dialogo interno) e partecipare costruttivamente allo sviluppo di uno "spazio di comunicazione razionale" (**razionalità comunicativa**)

Razionalità che può essere usata per **analizzare e confrontare** (*senza pregiudizi di "superiorità"*)

- i **modi di pensare** fenomeni naturali e fenomeni sociali e i **modi di decidere**
- le **diverse discipline** (in particolare, matematica, italiano e scienze – con l'individuazione di una connessione privilegiata possibile tra matematica e grammatica, che mi sembra risulti più forte di quella tra matematica e scienze!)
- i **modi diversi di "fare matematica"** (il modo formale, del trattamento sintattico, e il modo che fa riferimento alla semantica, al significato degli oggetti matematici in situazione)

Le conseguenze del focalizzare l'attenzione sui processi di pensiero e sulle forme di comunicazione in termini di razionalità sono molto promettenti a vari livelli scolastici: in particolare

- nella scuola primaria tre insegnanti (*Elisabetta Galliani, Annamaria Pesce e Luisella Pollero*) hanno realizzato una prima versione del progetto “Bambini, maestri, realtà” nella prospettiva dell'educazione alla razionalità, documentata, per quanto riguarda **alcune attività** svolte nelle classi III, IV, V, nel libro “**Oltre noi e il sole**” (ed. Conoscenza). Anche grazie alle particolari competenze di *Anna Maria Pesce*, l'educazione all'immagine è diventata una occasione importante per confrontare razionalità diverse nel considerare fenomeni come le ombre del sole (razionalità geometrica, razionalità dei miti, razionalità dell'espressione artistica...), o la guerra (razionalità delle statistiche, razionalità delle rappresentazioni visive...)
- stiamo lavorando nel Biennio del Liceo con *Fiorenza Turiano* per impostare secondo criteri di razionalità specifici del dimostrare (in particolare) la didattica della dimostrazione in geometria euclidea, con un confronto da sviluppare con la razionalità del dimostrare in algebra.

Ma oggi **un'altra sfida** a cui sono (e siamo, gli insegnanti che lavorano con me) particolarmente sensibile proviene dal **diffondersi di forme di pensiero che sbrigativamente dichiariamo "irrazionali" (movimenti no-vax, movimento QAnon negli USA, sette religiose estremistiche)**, ma che in realtà corrispondono a **razionalità diverse** da quelle sviluppate dalla cultura occidentale nei ceti colti negli ultimi tre millenni: i **criteri di verità** consapevolmente assunti sono quelli della cosiddetta "post-verità", centrati quindi sul soggetto come soggetto che decide cosa è vero e cosa è falso in armonia con il pensiero collettivo del gruppo di appartenenza (che lo autorizza a pensare così secondo la logica del "siamo in tanti" e proprie fonti **esclusive** di informazione), la **validità dei ragionamenti** dipende dal fatto che sono condivisi, con **forme di comunicazione elementari** (nello stile della comunicazione attraverso i social) che **privilegiano l'affermare sul dimostrare**, e con **strategie efficaci e consapevoli** di coinvolgimento di nuovi adepti, sfruttando le loro pulsioni e le loro frustrazioni o bisogni.

C'è spazio nella scuola per degli antidoti a tali razionalità? Io penso di sì, se ci mettiamo nella **prospettiva dell'analisi e del confronto di razionalità** e, in particolare, del confronto tra i criteri di verità delle affermazioni e di validità dei ragionamenti, **non per mettere in secondo piano gli obiettivi della matematica e delle altre discipline, ma per integrarli** (e dare loro un forte senso!) **in una prospettiva di conoscenza critica.**

... in I, dopo un pagamento in negozio della somma necessario per acquistare due beni

< 30 cent e 15 cent fanno 45 cent perché 30 e 15 fa 45 >

<30 cent e 15 cent fanno 45 cent perché il negoziante ha accettato il pagamento >

E via via, fino in V, ... sul confronto tra la razionalità nella situazione di un supermercato che vende a prezzo più basso un prodotto alimentare vicino alla scadenza, e la razionalità per una situazione di vendita di un prodotto necessario e non sostituibile, il cui prezzo viene aumentato in presenza di una offerta (o disponibilità) di esso più ridotta e inferiore alla domanda. Oltre a tutto, tematica oggi di grande attualità nel mondo reale!

Nota: intrecciato con le questioni etiche e politiche in gioco nell'analisi e nel confronto di razionalità in V, c'è tanto lavoro aritmetico e linguistico-argomentativo **necessario** per discutere la convenienza di tali scelte per chi le fa e le conseguenze per chi le subisce (e quindi per capire la situazione), lavoro alla portata di bambini di 10-11 anni abituati a “mettersi in gioco”, **ma** – temo, anche in base ad alcuni riscontri - non più alla portata di studenti liceali «alienati» (nel senso di Radford) da un insegnamento finalizzato per anni all'apprendimento di tecniche e procedure spesso inutili (oltre che fuorvianti).

Questa “didattica dell'analisi e del confronto di razionalità” nella scuola primaria dovrebbe offrire **una sorta di imprinting, di atteggiamento mentale** in vista di **future** analisi di razionalità diverse e del confronto e della libera scelta tra esse (quando possibile), evitando **la facile ma inutile critica** di razionalità che confliggono con i canoni di razionalità consolidati nella cultura “illuministica” delle élites culturali dell'Occidente.

la razionalità del supermercato che vende a prezzo più basso un prodotto alimentare vicino alla scadenza: l'aspetto matematico, le varie espressioni matematiche con diversi «sensi», e la loro genesi discorsiva

<in rosso le variabili>

n = numero totale confezioni in scadenza n_V = numero confezioni in scadenza vendute n_{INV} = num. conf. in scadenza invendute

C_A = costo acquisto per il supermercato di una confezione di yogurt.

X_V = prezzo di vendita di una confezione in scadenza R_{INV} = ricavo da cessione di una confezione invenduta per recupero materie prime

$GUADAGNO = n_V X_V + n_{INV} R_{INV} - n C_A > 0$ l'espressione comunica gli addendi da cui dipende il possibile guadagno relativo alle confezioni in scadenza vendute. Da essa si ricava:

$$GUADAGNO = n_V (X_V - C_A) + n_{INV} R_{INV} - n_{INV} C_A = n_V (X_V - C_A) - n_{INV} (C_A - R_{INV}) > 0$$

da cui

$$\frac{n_V (X_V - C_A)}{n_{INV} (C_A - R_{INV})} > 1 \quad \text{<NOTA: se } a, b > 0 \quad a - b > 0 ? \quad a/b > 1 : \text{equivalenza ostica per il 40\% dei candidati a un test di ingresso a SFP}>$$

L'ultima espressione evidenzia il ruolo-chiave della relazione tra X_V e n_V/n_{INV} per le scelte da fare da parte del supermercato.

GENESI DISCORSIVA DELLE VARIABILI E DELLE ESPRESSIONI MATEMATICHE

Se **al Liceo** il problema viene posto come problema aperto (story problem: *un supermercato ha molte confezioni di yogurt che scadono dopo tre giorni, e decide di fare una «offerta speciali» di tali confezioni, abbassandone il prezzo. Come può fissare il prezzo in modo da avere ancora un ricavo?*) e **se gli studenti non si impegnano** (di solito non lo fanno spontaneamente!) **nel lavoro ipotetico sulla situazione reale, da cui dipende l'individuazione delle variabili e delle relazioni tra esse, le espressioni sono difficili da costruire per oltre metà di loro.**

Lavorio già accessibile in V primaria con alunni abituati ad affrontare problemi aperti complessi:

«se vuole vendere le confezioni deve abbassare il prezzo, basta che sia... che sia minore di prima, ma...» «lo yogurt lo ha pagato, il supermercato, e allora ha speso» «basta che il prezzo sia maggiore di quello che ha pagato» «ma se non le vende tutte?» «sì, se non abbassa molto il prezzo, non le vende tutte. Mia mamma non le compra!»(silenzio lungo) «è un problema...dobbiamo considerare solo il guadagno di quelle vendute» «e il costo per Conad di quelle non vendute?» «e quelle non vendute, le butta nella spazzatura?» «forse cambia il giorno che scade» «forse le regala per i poveri» «maestra, cosa fa il supermercato con lo yogurt non venduto?» (M) «A quanto so, lo vende a delle imprese che fanno il riciclo» «allora dobbiamo togliere questi soldi che guadagna dalla spesa di Conad per una confezione non venduta» «sì, ma mia mamma se l'offerta speciale non è buona preferisce comprare lo yogurt che non va a male per molti giorni» «se il supermercato abbassa troppo il prezzo, guadagna poco» «ma se non lo abbassa abbastanza, gli resta molto yogurt non venduto» (ecc.).

Dopo la discussione, il lavoro si è concluso con alcuni problemi aritmetici con dati numerici «realistici» forniti dall'insegnante, per dare **ai bambini** la soddisfazione di calcolare il guadagno in vari casi, e all'**insegnante** l'occasione di verificare la padronanza delle variabili economiche emerse dalla discussione (senza tale padronanza non è possibile per i bambini la scelta delle operazioni!).

GENESI DISCORSIVA DELLE ESPRESSIONI MATEMATICHE

Come è possibile rendere accessibile in V primaria la problematica economica dello yogurt in scadenza, da cui dipende la scelta e la gestione delle variabili economiche?

Nel progetto «Bambini, maestri, realtà» ci si riesce con le attività documentate in rete nelle unità didattiche del filone «Economia» della classe V, in particolare dopo attività di «Rivoluzione Industriale» in cui si alternano lo studio storico dei cambiamenti del modo di produrre, e la valutazione quantitativa di tali cambiamenti, con schede di lavoro tecnico in cui gli allievi ***imparano a gestire variabili economiche in modo guidato***, e devono però anche trarre dal lavoro storico-economico idee per **rispondere a domande «aperte» come l'ultima** della scheda riportata nella slide seguente (che si colloca a metà dell'unità didattica sulla Rivoluzione Industriale), che richiede di **individuare** (sulla base delle letture storiche fatte in classe) **una nuova variabile economica**

Nelle prime due attività della scheda i calcoli da effettuare sono molto semplici, **ma gli allievi devono aver chiaro il significato dei numeri in gioco (in termini di variabili economiche) per essere in grado di scegliere le operazioni da compiere, e su quali numeri, per rispondere.**

Come nel problema dello yogurt, quello che conta è il passaggio dalla realtà economica all'individuazione e alla gestione delle variabili economiche in gioco.

Si noti anche che nel Progetto digitalizzato (che risale al 2002) non è ancora prevista l'analisi delle situazioni problematiche in termini **espliciti** di «razionalità», anche se sarebbero già disponibili tutti gli elementi per tale analisi: **il tema della razionalità non era maturo!**

ATTIVITÀ

ESEMPIO PRATICO A: FABBRICA CON FILATOI A MANO

Prova a fare il calcolo di quanto resta in tasca ogni giorno al signor Brown, che, nel 1750, possiede 120 macchine per filare a mano, azionate ognuna da un operaio, che costa 0,8 ghinee al giorno; ogni macchina produce una bobina di filo al giorno, venduta a 2 ghinee, con un costo di materia prima di 0,8 ghinee.

ESEMPIO PRATICO B: FABBRICA CON FILATOI MECCANICI

Nel 1780 il signor Brown sostituisce tutte le sue macchine con un unico filatoio, azionato da una "presa di forza" ad acqua, e seguito da un solo operaio che costa 0,8 ghinee al giorno. Il filatoio produce 120 bobine al giorno, vendute a 1,5 ghinee l'una, con un costo di materia prima di 0,8 ghinee a bobina. Calcola quanto resta in tasca ogni giorno al signor Brown, detratte le spese di manodopera e di materie prime.

Domanda: Nonostante le bobine vengano vendute ad un prezzo minore di quello di prima, il signor Brown, nel 1780, "mette da parte" molto più denaro di prima! La sostituzione delle macchine per filare a mano con il filatoio meccanico ha portato grandi vantaggi per lui... **In realtà, il signor Brown deve ora tener conto anche di altri costi (oltre a quelli per la manodopera e le materie prime). Quali?**

Torniamo al problema dello yogurt di prossima scadenza.

La correttezza epistemica della trattazione matematica (espressioni «ben formate» e trasformate correttamente secondo le regole sintattiche, corrispondenza tra espressioni e situazione modellizzata) **non basta per analizzare la razionalità del processo decisionale del supermercato dal punto di vista epistemico e teleologico:**

l'espressione: $\text{GUADAGNO} = n_V X_V + n_{\text{INV}} R_{\text{INV}} - n C_A > 0$ sembra, a prima vista, suggerire l'opportunità di aumentare molto X_V per aumentare il guadagno... cosa che succederebbe se n_V fosse fisso.

Ma nel mondo reale non è così.

Per analizzare il processo decisionale del supermercato in termini di razionalità occorre tener conto di una **componente non matematica**, in cui sono in gioco le scelte di due agenti (*come hanno capito i bambini di quella classe V che discute sul problema*): il supermercato, e i clienti, con un criterio di **razionalità epistemica** che riguarda **l'equilibrio dei loro interessi**: la soluzione scelta per il prezzo è **valida** quando consente di realizzare tale equilibrio. E il processo decisionale del supermercato è efficace (razionalità teleologica) quando riesce a determinare tale prezzo «di equilibrio».

Consideriamo ora la situazione ***del prezzo di un prodotto necessario e non sostituibile, che viene aumentato in presenza di una offerta (o disponibilità) di esso più ridotta e sotto la domanda***, ad esempio a causa di un produttore importante che riduce la sua produzione o di un evento meteorologico o politico avverso.

Nel caso della precedente grande disponibilità del prodotto sul mercato, si può ipotizzare che i prezzi di vendita (del produttore al venditore, e del venditore ai clienti) fossero in precedenza frenati dalla concorrenza possibile tra i produttori e soprattutto dalle decisioni dei venditori e dei consumatori, che potevano rivolgersi a produttori e venditori diversi. Quindi, decisione razionale in situazione di equilibrio tra venditori e acquirenti.

La nuova situazione di penuria del prodotto dal punto di vista matematico può essere trattata in modo simile a quella dello yogurt, con una semplificazione dovuta al fatto che non ci sono resti invenduti.

Consideriamo una possibile rappresentazione matematica della nuova situazione:

n_V e n_V^* ; C_A e C_A^* ; X_V e X_V^* sono, rispettivamente, l'offerta, il costo per il venditore, e il prezzo di vendita prima e dopo la riduzione dell'offerta.

Il rapporto tra i guadagni del venditore prima e dopo la riduzione dell'offerta è :
$$\frac{n_V^*(X_V^* - C_A^*)}{n_V(X_V - C_A)}$$

Per mantenere il rapporto uguale 1, cioè il guadagno del venditore uguale a quello di prima della penuria del prodotto che consideriamo, basterebbe aumentare X_V^* in modo da compensare la variazione di n_V^* e di C_A^*

Nella realtà quello che succede è che **l'acquirente non è più un agente diretto del processo** (come nel caso dello yogurt in scadenza al supermercato). Gli agenti sono ora chi fornisce il prodotto, e chi lo vende, ed entrambi sono arbitri del guadagno da realizzare da parte loro (*a meno che non intervengano decisioni politiche per bloccare C_A e/o X_v*)

Quindi la razionalità del processo di decisione del venditore è molto diversa dal caso del supermercato: il prezzo fissato non ha conseguenze sulle vendite di tutti i prodotti disponibili (nV^* resta costante), salvo la contrazione parziale dovuta a eventuali scelte di **di auto-riduzione del consumo**, possibili entro certi limiti per certi prodotti (come benzina e gasolio e frutta), ma molto meno per altri, come il gas e la farina. In mancanza di **decisioni politiche** sul blocco di C_A e/o X_v il venditore (e il produttore) sono liberi di alzare i loro prezzi. All'acquirente resta solo la possibilità (solo teorica? Domanda di attualità) di **agire collettivamente** per ottenere tali decisioni politiche di blocco.

E' possibile portare la discussione di questi temi in una classe V abituata a trattare questioni economiche e a mettersi in gioco, al fine di realizzare la genesi delle variabili economiche e la discussione della razionalità dei processi decisionali? Io penso di sì, sulla base delle esperienze fatte con il caso del supermercato (più complesso dal punto di vista del numero di variabili in gioco), con la motivazione in più, per gli allievi, di discutere argomenti di grande attualità.

Con questi esempi di genesi discorsiva delle variabili economiche e di soluzione di problemi aritmetici che ne derivano spero di essere riuscito a **chiarire il senso del progetto «Bambini, maestri, realtà»** per quanto riguarda la sua impostazione originaria e la sua implementazione didattica (via via migliorata fino alla versione in rete del 2002).

Per quanto riguarda gli **ambiti della matematica**, le considerazioni fatte riguardano l'**aritmetica**; per la **geometria** considerazioni analoghe riguardano le unità didattiche «Percorsi» (nella classe II), «Ombre del sole» (dalla III alla V) e «Carte geografiche» (in V). Per **la probabilità e la statistica** è stato aggiunto un percorso (sviluppato in classe per la prima volta da Teresa Gazzolo) documentato nel Progetto MIUR-DIMA (sempre nel sito didmat), che contiene anche un aggiornamento all'euro delle unità didattiche iniziali del filone economico.

Spero anche di essere riuscito ad evidenziare come **il costruito teorico della razionalità secondo Habermas, adattato a scopi educativi, possa arricchire le potenzialità educative del Progetto** in relazione ai bisogni formativi di oggi.

In vista di ricerche future...

Gli ultimi scritti di Vygotskij (pubblicati insieme a molti altri nel volume “Imagination: textes choisis”, dell’editore Peter Lang) offrono un’altra, suggestiva prospettiva che mi sembra si integri bene con l’ipotesi di lavoro didattico sull’analisi e sul confronto di razionalità fin dalla scuola primaria ai fini dello sviluppo di un atteggiamento utile, parecchi anni dopo, per la scelta libera e informata (il “**libero arbitrio**” consentito dalla **piena padronanza della razionalità**, secondo Habermas).

Vygotskij muove da sue precedenti elaborazioni sui concetti come “complessi” per suggerire una visione:

- del **concetto** come **totalità delle relazioni conoscitive e affettive** che il soggetto sviluppa con un dato oggetto/argomento attraverso **l’immaginazione e il pensiero consapevole**,
- e della **libertà di scelta** come **possibilità insita nella padronanza di tale totalità**.

Si tratta di una possibile integrazione di due prospettive teoriche da approfondire e (possibilmente) implementare in classe, in relazione ai bisogni formativi di oggi a proposito di “educazione alla razionalità”.

----- *Ringrazio per l’attenzione, sperando che qualcuno abbia trovato spunti per una riflessione sulla propria didattica in relazione ai bisogni formativi di oggi*-----