

DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA

SAPIENZA
UNIVERSITÀ DI ROMA

L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA TRA RICERCA DIDATTICA E PRASSI SCOLASTICA: LA "DIFFICILE" SCELTA DEI CONTENUTI

18 Dicembre 2020

Annalisa Cusi,
Sapienza Università di Roma
annalisa.cusi@uniroma1.it

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive
Demand

Equitable Access
to Content

Agency,
Ownership, and
Identity

Formative
Assessment

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

*"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste **cinque dimensioni**."*

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive Demand

Equitable Access to Content

Agency, Ownership, and Identity

Formative Assessment

Per dare agli studenti l'opportunità di **sperimentare che la matematica NON è un insieme di fatti da memorizzare e procedure da applicare** è necessario **coinvolgerli, in modo attivo, nei processi che caratterizzano l'attività matematica** (congettura, generalizzazione, argomentazione, modellizzazione, problem-solving...), affinché **possano mettere in relazione concetti ed idee, costruendo una visione coerente della disciplina.**

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive Demand

Equitable Access to Content

Agency, Ownership, and Identity

Formative Assessment

Per dare agli studenti l'opportunità di **sperimentare che la matematica NON è un insieme di fatti da memorizzare e procedure da applicare** è necessario **coinvolgerli, in modo attivo, nei processi che caratterizzano l'attività matematica** (congettura, generalizzazione, argomentazione, modellizzazione, problem-solving...), affinché **possano mettere in relazione concetti ed idee, costruendo una visione coerente della disciplina.**

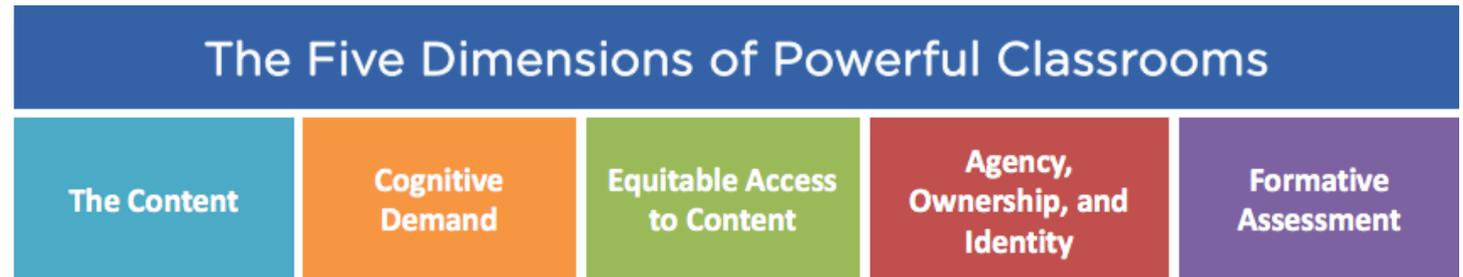
Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione:

"In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è attivo, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive."

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."



Per dare agli studenti l'opportunità di **sperimentare attività autentiche** attraverso le quali costruire conoscenze profonde, **è necessario fare in modo che affrontino problemi realmente sfidanti.**

Questo richiede, da un lato, **di supportarli affinché non perdano la motivazione ad affrontare le sfide** che si trovano davanti, e, dall'altro, **di lasciare loro lo spazio necessario** affinché abbiano modo di **interpretare le attività in cui sono coinvolti** e di **costruire autonomamente i significati connessi a tali attività.**

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive Demand

Equitable Access to Content

Agency, Ownership, and Identity

Formative Assessment

Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione:

"Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche ..."

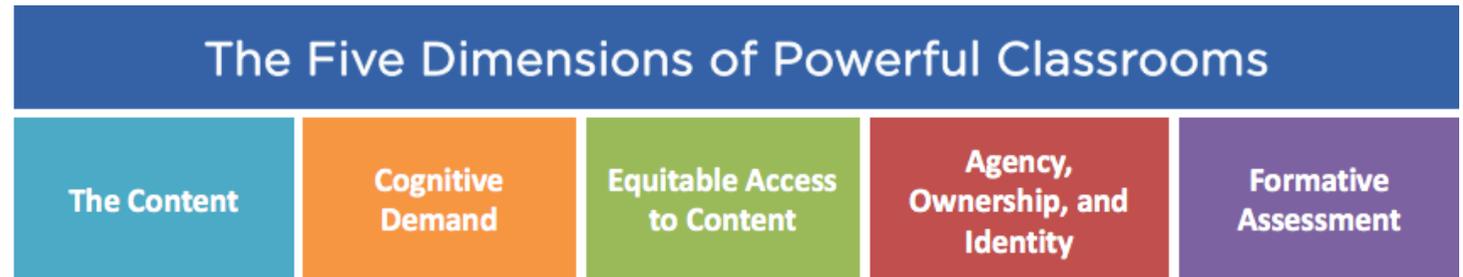
Per dare agli studenti l'opportunità di **sperimentare attività autentiche** attraverso le quali costruire conoscenze profonde, **è necessario fare in modo che affrontino problemi realmente sfidanti.**

Questo richiede, da un lato, **di supportarli affinché non perdano la motivazione ad affrontare le sfide** che si trovano davanti, e, dall'altro, di **lasciare loro lo spazio necessario** affinché abbiano modo di **interpretare le attività in cui sono coinvolti** e di **costruire autonomamente i significati connessi a tali attività.**

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."



Ogni studente deve avere l'opportunità di partecipare ad attività matematiche ricche. **Questo richiede di progettare le attività in modo da favorire il coinvolgimento attivo di tutti** nelle discussioni che vengono attivate, nella costruzione di rappresentazioni, nell'uso di strumenti specifici ...

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive Demand

Equitable Access to Content

Agency, Ownership, and Identity

Formative Assessment

EDUCAZIONE INCLUSIVA

- **NON È** limitare la ricchezza dei contenuti matematici proposti agli allievi;
- **NON È** guidare gli studenti in modo rigido, rischiando di rafforzare la convinzione che non siano in grado di costruire e sviluppare autonomamente le idee matematiche.

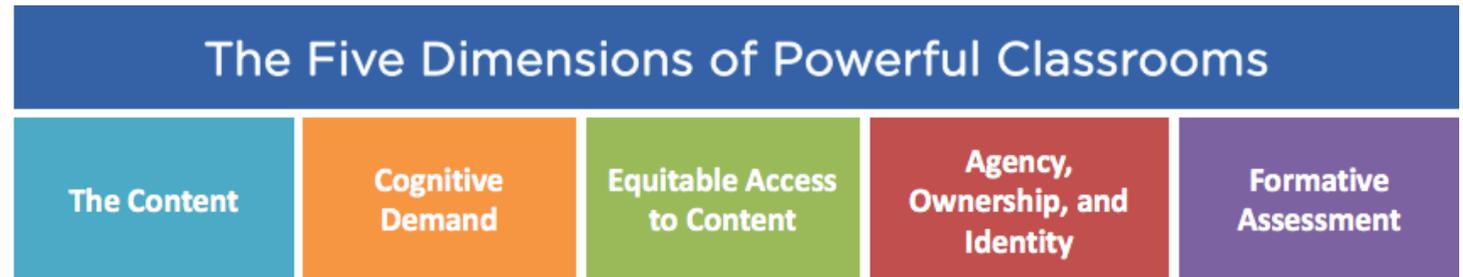
(Scherer et al, 2016)

Ogni studente deve avere l'opportunità di partecipare ad attività matematiche ricche. Questo richiede di progettare le attività in modo da favorire il coinvolgimento attivo di tutti nelle discussioni che vengono attivate, nella costruzione di rappresentazioni, nell'uso di strumenti specifici ...

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."



Per dare agli studenti l'opportunità di **rafforzare la propria identità in relazione alla matematica**, è importante coinvolgerli in attività in cui siano essi stessi i **costruttori dei significati** che vengono condivisi in modo che imparino a sentirsi **matematicamente competenti ed assumano la responsabilità del proprio apprendimento**.

Questo richiede di **attivare discussioni, stimolando gli studenti a spiegare le proprie idee, a condividere le strategie ed i processi di ragionamento e ad ascoltare e comprendere i punti di vista altrui**.

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive Demand

Equitable Access to Content

Agency, Ownership, and Identity

Formative Assessment

IL RUOLO CHIAVE DELL'ARGOMENTAZIONE

Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione:

"In particolare, la matematica ... contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri ..."

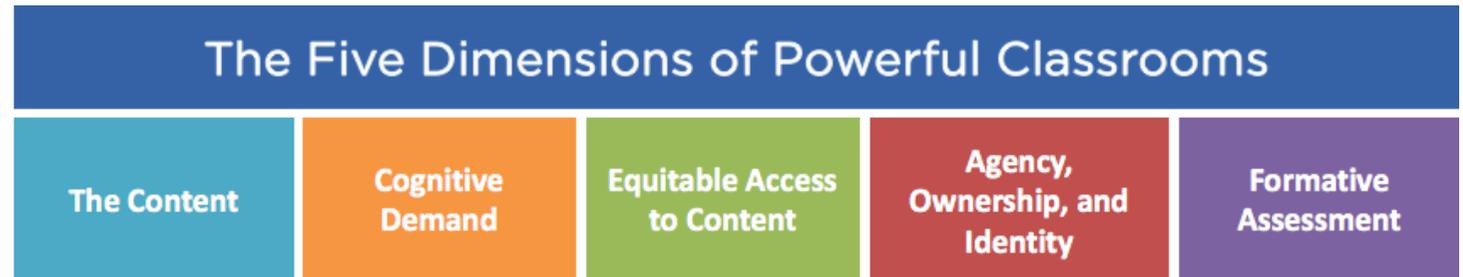
Per dare agli studenti l'opportunità di **rafforzare la propria identità in relazione alla matematica**, è importante coinvolgerli in attività in cui siano essi stessi i **costruttori dei significati** che vengono condivisi in modo che imparino a sentirsi **matematicamente competenti ed assumano la responsabilità del proprio apprendimento**.

Questo richiede di **attivare discussioni, stimolando gli studenti a spiegare le proprie idee, a condividere le strategie ed i processi di ragionamento e ad ascoltare e comprendere i punti di vista altrui**.

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."



E' importante **creare contesti** che consentano di far emergere cosa effettivamente gli studenti **abbiano compreso** e di mettere in luce eventuali difficoltà da superare. In questo modo, i passi successivi saranno pianificati per **rispondere alle reali esigenze degli studenti**.

Quale matematica? E come insegnarla?

Teaching for Robust Understanding (Schoenfeld 2015, 2016)

"La qualità degli ambienti di apprendimento dipende dalle opportunità che tali ambienti offrono agli studenti in relazione a queste cinque dimensioni."

The Five Dimensions of Powerful Classrooms

The Content

Cognitive Demand

Equitable Access to Content

Agency, Ownership, and Identity

Formative Assessment

"La pratica in classe diventa formativa nel momento in cui consente ad insegnanti e studenti di evidenziare i risultati degli studenti, dividerli, interpretarli e servirsi di essi per prendere decisioni sui passi successivi da fare nell'istruzione."
(Black e William, 2009)

E' importante creare contesti che consentano di far emergere cosa effettivamente gli studenti abbiano compreso e di mettere in luce eventuali difficoltà da superare. In questo modo, i passi successivi saranno pianificati per rispondere alle reali esigenze degli studenti.

Dove sta andando lo studente?

Dove si trova?

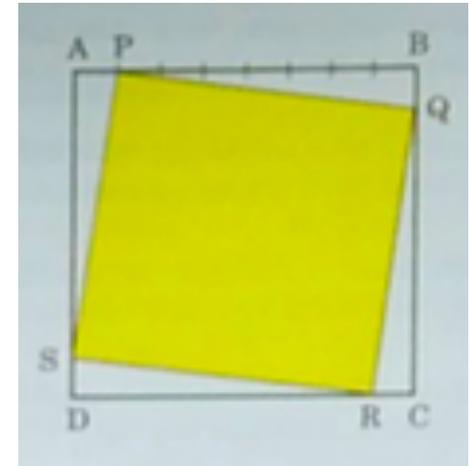
Cosa può fare per riuscire a raggiungere la meta?

Un primo esempio

Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "La Matematica (figure piane A)", di Emma Castelnuovo

- 1 In un quadrato $ABCD$ di lato 8cm inscrivi un altro quadrato $PQRS$.
Come varia l'area di questo quadrato al variare della posizione del punto P sul lato AB ? Costruisci il grafico corrispondente.

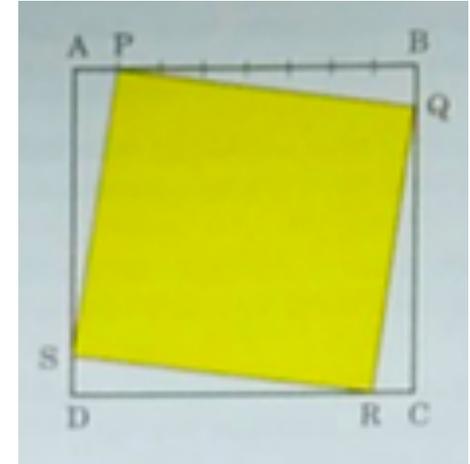


Un primo esempio

Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "La Matematica (figure piane A)", di Emma Castelnuovo

- 1** In un quadrato $ABCD$ di lato 8cm inscrivi un altro quadrato $PQRS$.
Come varia l'area di questo quadrato al variare della posizione del punto P sul lato AB ? Costruisci il grafico corrispondente.
- 2** Ora puoi costruire un dispositivo che, grazie alla tensione dell'elastico, ti farà "vedere e toccare" che il quadrato inscritto in un altro quadrato cambia sia il perimetro sia l'area.



Un primo esempio

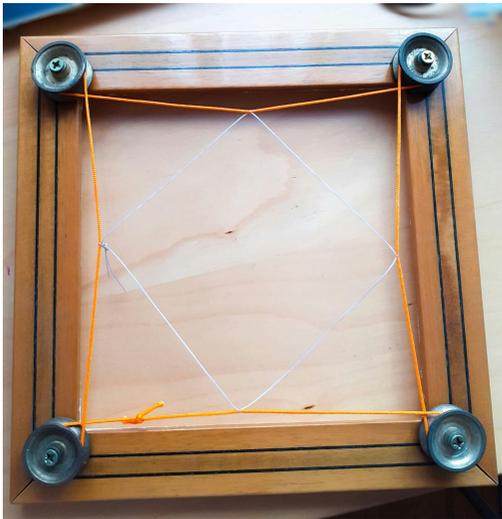
Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "La Matematica (figure piane A)", di Emma Castelnuovo

Materiale

- 4 strisce rettangolari di compensato
- Colla da legno
- Filo elastico sottile
- Penna, matita, righello
- 4 rondelle con scanalatura sul bordo
- Filo di cotone intrecciato molto robusto
- Carta millimetrata

2



Ora puoi costruire un dispositivo che, grazie alla tensione dell'elastico, ti farà "vedere e toccare" che il quadrato inscritto in un altro quadrato cambia sia il perimetro sia l'area.

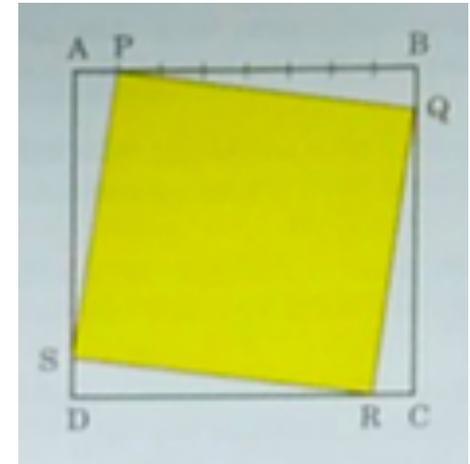
- Incolla le strisce di legno in modo da avere un telaio quadrato ed inserisci le basi delle rondelle scanalate;
- Ora passa il filo di cotone dentro le scanalature delle 4 rondelle e, tenendolo ben teso, lega le due estremità;
- Prendi il filo elastico e bloccalo sul filo di cotone a una distanza uguale dalle estremità;
- Il modellino è pronto...

Un primo esempio

Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "La Matematica (figure piane A)", di Emma Castelnuovo

- 1** In un quadrato $ABCD$ di lato 8cm inscrivi un altro quadrato $PQRS$.
Come varia l'area di questo quadrato al variare della posizione del punto P sul lato AB ? Costruisci il grafico corrispondente.
- 2** Ora puoi costruire un dispositivo che, grazie alla tensione dell'elastico, ti farà "vedere e toccare" che il quadrato inscritto in un altro quadrato cambia sia il perimetro sia l'area.
- 3** Quale/i fra i quadrati ha il perimetro minimo? Quale/i ha il perimetro massimo? Sono gli stessi quadrati che hanno anche area minima/massima?



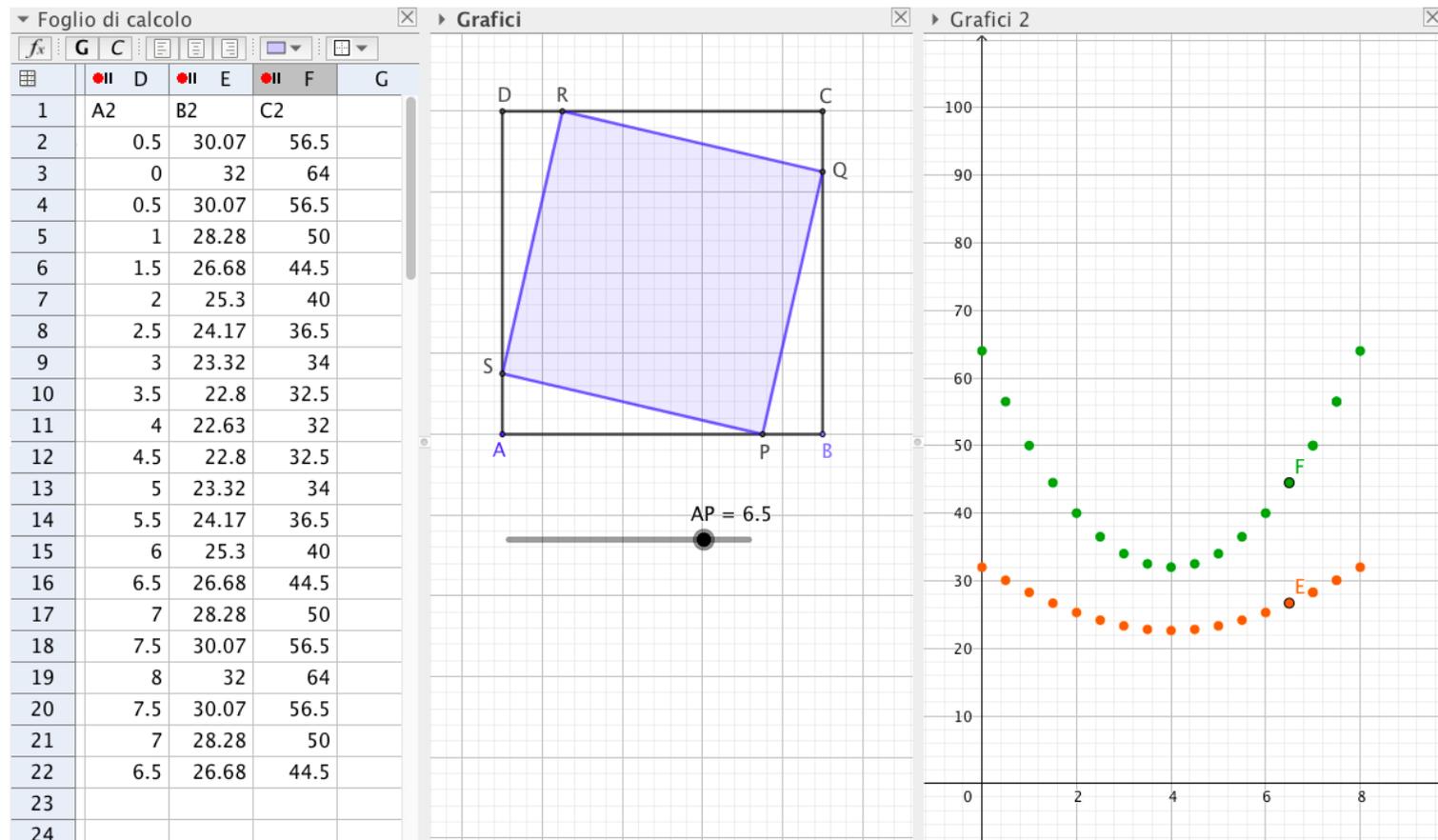
Un primo esempio

Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "*La Matematica (figure piane A)*", di Emma Castelnuovo

Costruzione di un applet
GeoGebra per supportare
ulteriormente l'esplorazione

Introduzione di rappresentazioni
matematiche (la figura dinamica,
la tabella, il grafico cartesiano) per
osservare la variazione simultanea
di posizione del punto P, area del
quadrato inscritto e perimetro di
tale quadrato.



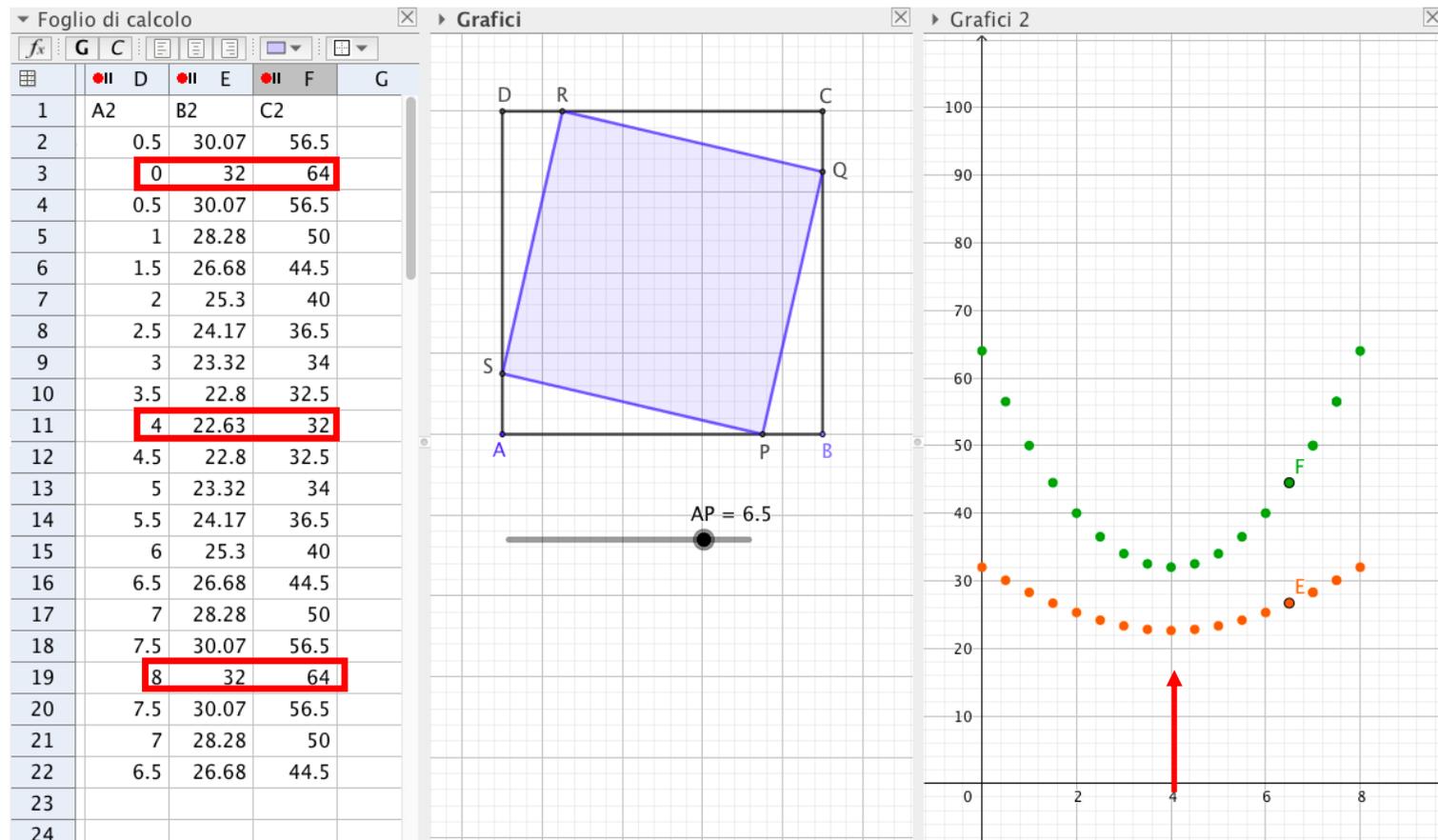
Un primo esempio

Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "*La Matematica (figure piane A)*", di Emma Castelnuovo

Costruzione di un applet
GeoGebra per supportare
ulteriormente l'esplorazione

Introduzione di rappresentazioni
matematiche (la figura dinamica,
la tabella, il grafico cartesiano) per
osservare la variazione simultanea
di posizione del punto P, area del
quadrato inscritto e perimetro di
tale quadrato.



Un primo esempio

The Content

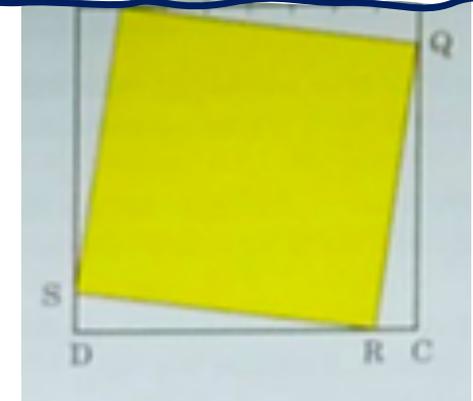
Cognitive Demand

Come costruire un quadrato nel quadrato?
Una volta costruito, chi ci assicura che otteniamo sicuramente un quadrato?

adrato inscritto in un quadrato"
tica (figure piane A)", di Emn

La giustificazione della costruzione richiede di riflettere sulle conoscenze in ambito geometrico: proprietà delle figure, criteri di congruenza ...

- 1** In un quadrato ABCD di lato 8cm **inscrivi un altro quadrato PQRS**. Come varia l'area di questo quadrato al variare della posizione del punto P sul lato AB? Costruisci il grafico corrispondente.
- 2** Ora puoi costruire un dispositivo che, grazie alla tensione dell'elastico, ti farà "vedere e toccare" che il quadrato inscritto in un altro quadrato cambia sia il perimetro sia l'area.
- 3** Quale/i fra i quadrati ha il perimetro minimo? Quale/i ha il perimetro massimo? Sono gli stessi quadrati che hanno anche area minima/massima?



Un primo esempio

The Content

Cognitive Demand

Come costruire un quadrato nel quadrato?
Una volta costruito, chi ci assicura che otteniamo sicuramente un quadrato?

quadrato inscritto in un quadrato"
"Geometria (figure piane A)", di Emme

La giustificazione della costruzione richiede di riflettere sulle conoscenze in ambito geometrico: proprietà delle figure, criteri di congruenza ...

1 In un quadrato ABCD di lato 8cm **inscrivi un altro quadrato PQRS**.
Come varia l'area di questo quadrato al variare della posizione del punto P sul lato AB? Costruisci il grafico corrispondente.

Gli studenti vengono condotti in una vera e propria attività di ricerca, esplorando la variazione simultanea di tre diverse variabili (la lunghezza del segmento AP, l'area di PQRS, il perimetro di PQRS), **studiando e mettendo a confronto due funzioni**.

2 Ora puoi costruire un dispositivo che, grazie alla tensione dell'elastico, farà "vedere e toccare" che il quadrato inscritto in un altro quadrato cambia sia il perimetro sia l'area.

3 **Quale/i fra i quadrati ha il perimetro minimo? Quale/i ha il perimetro massimo?** Sono gli stessi quadrati che hanno anche l'area minima/massima?

Si tratta di un'attività che consente agli studenti di **porsi domande, costruire rappresentazioni diverse, evidenziare connessioni tra rappresentazioni, collegare e costruire concetti**.

Un primo esempio

The Content

Cognitive Demand

Come costruire un quadrato nel quadrato?
Una volta costruito, chi ci assicura che otteniamo sicuramente un quadrato?

"Quadrato inscritto in un quadrato"
"Geometria (figure piane A)", di Emme

La giustificazione della costruzione richiede di riflettere sulle conoscenze in ambito geometrico: proprietà delle figure, criteri di congruenza ...

1 In un quadrato ABCD di lato 8cm **inscrivi un altro quadrato PQRS.**
Come varia l'area di questo quadrato al variare della posizione del pu

Focus su processi fondamentali:

- ESPLORARE E CONGETTURARE
- ARGOMENTARE E DIMOSTRARE
- RISOLVERE E PORSI PROBLEMI
- MODELLIZZARE

Gli studenti vengono condotti in una vera e propria attività di ricerca, esplorando la **variazione simultanea di tre diverse variabili** (la lunghezza del segmento AP, l'area di PQRS, il perimetro di PQRS), **studiando e mettendo a confronto due funzioni.**

2 **Quale/i fra i quadrati ha il perimetro minimo? Quale/i ha il perimetro massimo?** Sono gli stessi quadrati che hanno anche a minima/massima?

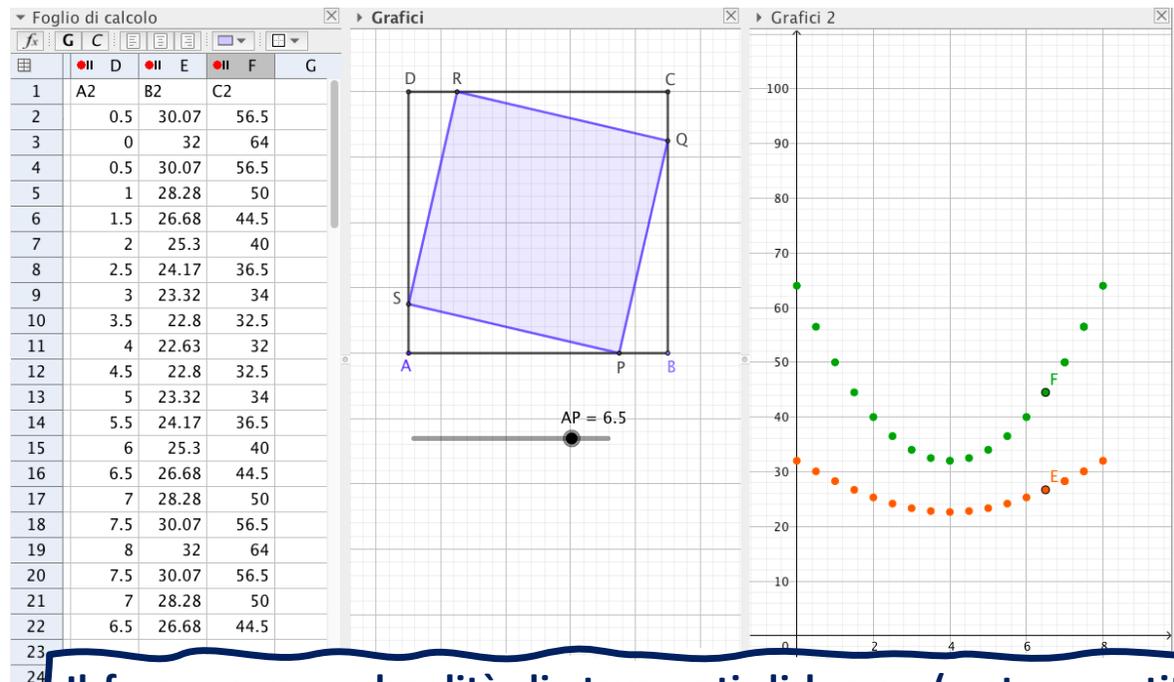
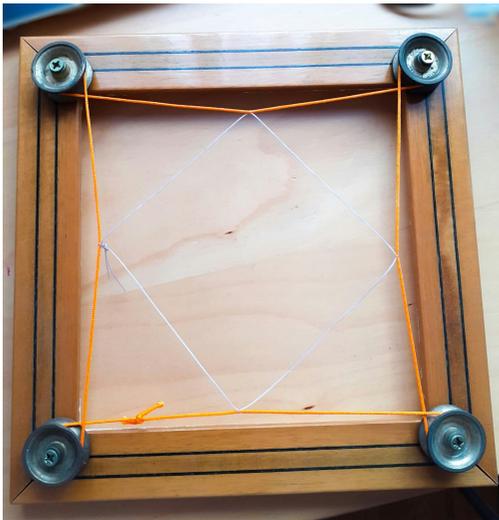
Si tratta di un'attività che consente agli studenti di **porsi domande, costruire rappresentazioni diverse, evidenziare connessioni tra rappresentazioni, collegare e costruire concetti.**

Un primo esempio

Spunto: "*Un quadrato inscritto in un quadrato*"

Dal libro di testo "La Matematica (figure piane A)", di Emma Castelnuovo

Ora puoi costruire un dispositivo che, grazie alla tensione dell'elastico, ti farà "vedere e toccare" ...



Equitable Access
to Content

Il focus su una pluralità di strumenti di lavoro (carta e matita, tabelle per raccogliere dati, il dispositivo concreto, l'applet GeoGebra...) e su un uso di diversi registri di rappresentazione favorisce un maggior coinvolgimento di tutti gli studenti.