

TRA MATEMATICA E FISICA UNA PROSPETTIVA INTERDISCIPLINARE

1 Aprile 2022

Laura Branchetti, Paola Fantini

Il difficile intreccio tra fisica e matematica

Nella scienza moderna la matematica è scesa dai cieli con un ruolo strutturale ...

*Lo studio del moto è protagonista nella nascita della Fisica
come disciplina*

*Nel complesso passaggio da un mondo di qualità, a un mondo di
quantità.....*

*Nel difficile cambiamento del concetto di movimento che ha portato
alla "rivoluzionaria" prima legge: da movimento-processo a
movimento-stato/relazione.....*

“DAL MONDO DEL PRESSAPPOCO ALL’UNIVERSO DELLA PRECISIONE” (Koyré, 1961)

“Fare della fisica nel *nostro* senso del termine – non nel senso che Aristotele dava a questo vocabolo – vuol dire applicare al reale le nozioni rigide, esatte e precise della matematica e, in primo luogo della geometria. Impresa paradossale, se mai ve ne furono, poiché la realtà, quella della vita quotidiana in mezzo alla quale viviamo e stiamo, non è matematica. E neppure matematizzabile. Essa è il dominio del movente, dell’impreciso, del ‘più o meno’, del ‘pressappoco’.

[...] il cavallo è senza dubbio più grande del cane e più piccolo dell’elefante, ma né il cane, né il cavallo, né l’elefante hanno dimensioni strettamente e rigidamente determinate: c’è dovunque un margine di imprecisione, di ‘giuoco’, di ‘più o meno’, di ‘pressappoco’.[...]

Ora è attraverso lo strumento di misura che l’idea dell’esattezza prende possesso di questo mondo e che il mondo della precisione arriva a sostituirsi al mondo del ‘pressappoco’.

[...] E’ curioso: duemila anni prima Pitagora aveva proclamato che il numero è l’essenza stessa delle cose, e la Bibbia aveva insegnato che Dio aveva fondato il mondo sopra ‘il numero, il peso, la misura’. Tutti l’hanno ripetuto, nessuno l’ha creduto. Per lo meno, nessuno fino a Galileo l’ha preso sul serio. [...] O, più esattamente, nessuno ha mai cercato di superare l’uso pratico del numero, del peso, della misura nell’imprecisione della vita quotidiana – contare i mesi e le bestie, misurare le distanze e i campi, pesare l’oro e il grano, per farne un elemento del sapere preciso.”

La Fisica si è caratterizzata per:

- il *linguaggio matematico*
- il rigoroso *metodo sperimentale*

Nella scienza moderna si ha un particolare intreccio tra teoria e tecnica e perché questo sia possibile non basta un semplice rispetto dei fatti osservati, non è possibile una interrogazione passiva della natura.

E' necessario "fare una sceneggiatura", preparare il fenomeno, *purificarlo*, ***isolarlo***, farlo assomigliare ad una situazione ideale che *non è il fenomeno stesso* ma ciò che lo rende intelligibile.

(Prigogine e Stengers in "La nuova alleanza")

Il dialogo avviene con:

- domande che si basano su ***ipotesi teoriche***
- risposte che vanno decodificate alla luce delle risposte attese dalla teoria.

la fisica come una esplorazione di “forme di pensiero sul mondo”

“Il pensiero scientifico esplora e ridisegna il mondo, ce ne offre immagini via via migliori: ci insegna a pensarlo in modo più efficace. La scienza è un’esplorazione continua di forme di pensiero.”

(Rovelli, *La realtà non è come ci appare*, Raffaello Cortina Editore, 2014)

Quale "immagine di fisica" costruire in un percorso lungo e delicato che si sviluppa lungo i 5 anni delle superiori?

?



5. CALCOLO DELLA DISTANZA E DEL TEMPO

6. IL GRAFICO SPAZIO-TEMPO



Con una videocamera si può analizzare il moto di una libellula, che si muove in linea retta da una foglia a un'altra, si ferma un po' su quest'ultima e poi ritorna indietro.

Alcuni dei dati raccolti sulle posizioni della libellula nei diversi istanti sono riportati nella **tabella**.

Nella **figura** è disegnata la traiettoria rettilinea nello spazio *reale* dal punto A a D e infine a G (per chiarezza il tragitto di ritorno è spostato rispetto a quello di andata ma, in realtà, i due percorsi si sovrappongono).

Rappresentiamo questi e altri dati del moto in uno spazio *astratto*, lo **spazio-tempo** (**figura**), costituito da:

- un asse orizzontale dei tempi;
- un asse verticale delle posizioni.

Un punto del **grafico spazio-tempo** dà informazione sulla *posizione* di un corpo che si muove su una retta (*dove si trova?*) in un determinato *istante* (*quando?*).

Per esempio, la libellula all'istante $t = 3$ s si trova a 5,0 m dalla foglia di partenza.

Il grafico spazio-tempo *non* è la traiettoria, che, nel caso del moto rettilineo, è un segmento.

La lettura del grafico spazio-tempo

Osservando il grafico spazio-tempo, balzano agli occhi alcune caratteristiche qualitative del moto.

- I tratti più ripidi della curva sono quelli in cui la velocità media è maggiore. Per esempio, nell'intervallo di due secondi tra $t = 1$ s e $t = 3$ s la libellula percorre 4,5 m, cioè una distanza maggiore di quella (pari a 3 m) che percorre, in un intervallo di tempo uguale, tra $t = 3$ s e $t = 5$ s.
- Nei tratti orizzontali l'oggetto in esame è fermo. Per esempio, tra $t = 5$ s e $t = 6$ s la posizione della libellula non cambia: si trova sempre a 8,0 m dal punto di partenza.
- Nei tratti inclinati verso il basso l'oggetto torna indietro (cioè si muove nel verso negativo). Per esempio, tra $t = 6$ s e $t = 10$ s la libellula si avvicina al punto di partenza.

Il calcolo della velocità media e la pendenza del grafico spazio-tempo

La **pendenza** o **coefficiente angolare** m di una retta è il rapporto tra il dislivello verticale Δy e lo spostamento orizzontale Δx :

$$m = \frac{\Delta y}{\Delta x}$$

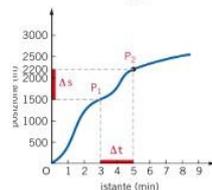
(6)

La pendenza m è un numero tanto più grande quanto più la retta è ripida.

Applichiamo questo concetto al grafico spazio-tempo considerando un ciclista che percorre una strada dritta in pianura. Nell'intervallo di tempo Δt tra 3 minuti e 5 minuti egli percorre la distanza Δs tra 1500 m e 2200 m (**figura**), che nel grafico corrisponde al tratto $P_1 P_2$.

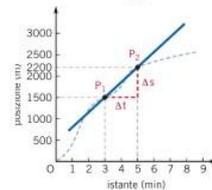
A Sappiamo che la velocità media v_m tra P_1 e P_2 è uguale al rapporto tra la distanza Δs (700 m) e il tempo Δt (2 minuti) impiegato a percorrerla:

$$v_m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



B Il coefficiente angolare m della retta che passa per P_1 e P_2 è uguale al rapporto tra il dislivello verticale Δs e lo spostamento orizzontale Δt :

$$m = \frac{\Delta s}{\Delta t}$$



Quindi:

la velocità media tra due punti P_1 e P_2 nel grafico spazio-tempo è uguale al coefficiente angolare della retta che passa per i due punti.

Per calcolare la velocità media dal grafico spazio-tempo:

- si scelgono due punti;
- si traccia la retta che passa per entrambi;
- si calcola la pendenza della retta individuata.

7. IL MOTO RETTILINEO UNIFORME

Tra tutti i grafici spazio-tempo, il più semplice è quello a forma di retta. Poiché una retta ha sempre la stessa pendenza, un grafico spazio-tempo rettilineo rappresenta un moto che ha sempre la stessa velocità media, qualunque sia l'intervallo in cui essa viene calcolata.

Questa velocità media che non cambia è detta, semplicemente, **velocità**.

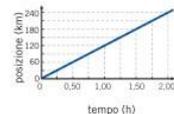
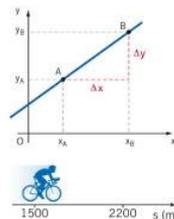
Il movimento di un punto materiale che si sposta lungo una retta con velocità costante è detto **moto rettilineo uniforme**.

Si dice *rettilineo*, perché la traiettoria è un segmento di retta, e *uniforme* perché il valore della velocità non cambia.

Un treno che viaggia su un binario rettilineo a 120 km/h si muove di moto rettilineo uniforme. Il grafico spazio-tempo della **figura** è una retta con pendenza, cioè coefficiente angolare, costante di 120 km/h.

Puoi controllare che:

- in ogni Δt di 0,25 ore (cioè ogni quarto d'ora) il treno percorre 30 km;



IDENTITIES

Enlightening
Interdisciplinarity
in STEM
for Teaching



UNIVERSITÀ DI PARMA



Universitat
de Barcelona



<https://identitiesproject.eu/>

Co-funded by the
Erasmus+ Programme
of the European Union



Grant Agreement n°2019-1-IT02-KA203-063184

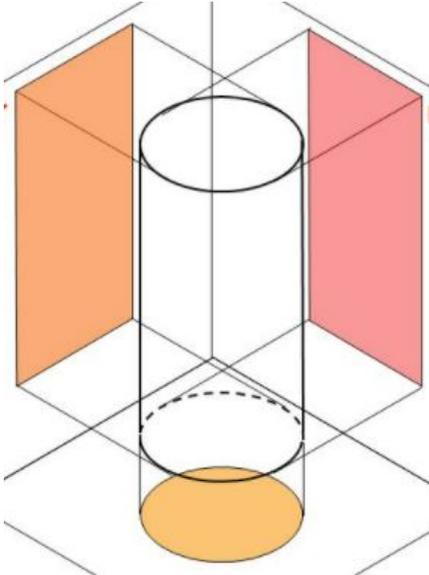
DISCIPLINE E SFIDE SOCIALI

Qual è il ruolo delle discipline tradizionali per preparare gli studenti ad affrontare le sfide complesse del futuro?

Né l'approccio disciplinare "tradizionale" alla conoscenza né un approccio a-disciplinare, basato su abilità trasversali, è produttivo per affrontare le sfide della società e i loro problemi autentici

Radice latina "*discere*", il cui significato è "imparare"

Forme di organizzazione della conoscenza al fine di trasmetterla alle nuove generazioni e fornire criteri per la validazione di risultati/teorie



DISCIPLINE = MATERIE SCOLASTICHE?

le materie talvolta, per varie ragioni, non riflettono né la natura dell'attività scientifica contemporanea né la storia della scienza

"l'autenticità disciplinare dovrebbe essere perseguita sviluppando abilità epistemiche enfatizzando le pratiche di fare scienza e generando conoscenza scientifica, mentre altri contesti più orientati alla storia filosofica possono enfatizzare la riflessione critica sui processi epistemologici e storici dello sviluppo della conoscenza scientifica".

(Kapon et al., 2018)

INTERDISCIPLINARITA'

Frodeman, Klein e Pacheco (2017, p. 16): parliamo di interdisciplinarietà quando le discipline si integrano, interagiscono e si fondono reciprocamente; consideriamo invece multidisciplinare un approccio in cui le discipline sono giustapposte, sequenziali e coordinate, mentre si definisce transdisciplinare un approccio che va “oltre alle discipline”, portando a nuove identità e nuove epistemologie in cui tendono a scomparire le identità disciplinari

“integrano, interagiscono e si fondono reciprocamente”

Branchetti L., Levrini O., 2019, Disciplines and interdisciplinarity in STEM education to foster scientific authenticity and develop epistemic skills, ESERA2019 conference, Bologna.

UN CIRCOLO VIRTUOSO?

Interdisciplinarietà  autenticità disciplinare

1. un **approccio interdisciplinare adeguatamente strutturato** potrebbe aiutare a **comprendere meglio le discipline**
2. la **conoscenza disciplinare potrebbe aiutare ad apprendere nuove discipline** o ad affrontare **nuovi problemi che non sono organizzati in una disciplina**

“Interdisciplinary mathematics education” handbook (Roth & Williams)

'metadisciplinarietà': consapevolezza della **natura della disciplina** o delle discipline coinvolte.

quando si diventa **consapevoli delle discipline di base**, inclusa la matematica, **nella loro relazione e differenza all'interno dell'indagine** [...] le qualità epistemiche delle discipline diventano più chiare, diventa possibile un controllo teorico consapevole delle discipline.

Questo tipo di **meta-conoscenza può emergere dalla riflessione sul rapporto della matematica o di altre discipline** con altre conoscenze in qualsiasi punto dello spettro sopra indicato [...]

un approccio interdisciplinare costringe/consente ad approfondire e ripensare tematiche a livello ontologico, epistemologico, metodologico ed esplicativo delle discipline

**Analisi interdisciplinare
del sapere**



Autenticità disciplinare

Sapere:

1. nella STORIA e nelle STEM è un nuovo prodotto culturale;
2. le discipline dipendono dal contesto istituzionale e culturale;
3. cos'è un'analisi disciplinare/interdisciplinare? A cosa serve per il nostro problema di ricerca e formazione?

Cultural Analysis of the Content to be taught (CAC) (Boero & Guala; 2017): comprensione di come la matematica può essere organizzata in modi diversi a seconda delle diverse esigenze e circostanze storiche o sociali e di come entra nella cultura umana nell'interazione con altri ambiti culturali.

Family Resemblance Approach to Nature of Science

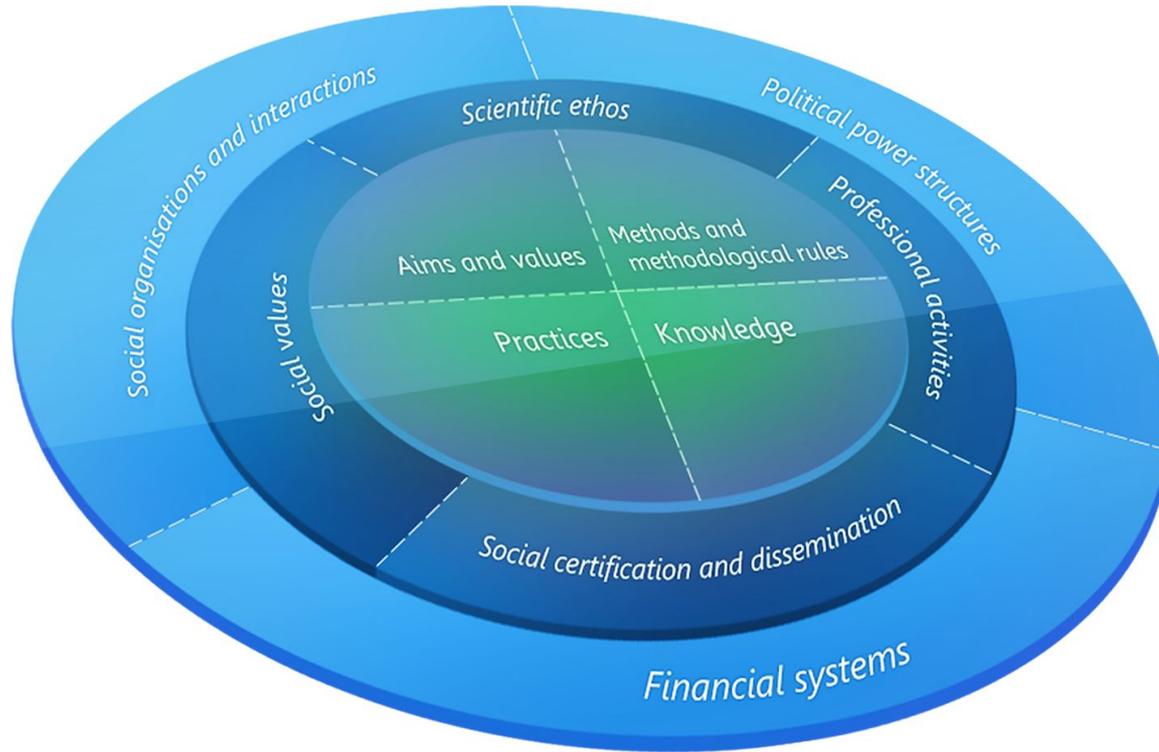


Figure 1. FRA wheel designed by Erduran and Dagher (2014, p. 28)

INTERDISCIPLINARITA'

“si integrano, interagiscono e si fondono reciprocamente”

Akkerman S.F., Bakker A. (2011)
**Boundary crossing and boundary
objects.**

Review of educational research, 81(2),
132-169

Thompson Klein J. (2010)
A taxonomy of interdisciplinarity.
The Oxford handbook of interdisciplinarity,
15, 15-30

Boundary Crossing mechanisms e Boundary Object

Boundary Objects -
An ambiguous nature

Both – and: Oggetti che determinano il confine, indirizzando e articolando significati e prospettive (a più voci) di vari mondi intersecanti.

Neither – nor: oggetti che si muovono oltre il confine in quanto hanno una qualità propria non specificata.



Questa ambiguità crea un bisogno di dialogo, in cui i significati devono essere negoziati e da cui può emergere qualcosa di nuovo → se esplicitato, il carattere ambiguo può fornire opportunità di apprendimento

Boundary people:
apprendere dall'incontro con persone in un confine "abitabile"



Capone, R. (2021). L'idea del confine e della liminalità: dai processi semiotici della mente ai processi educativi. *Quaderni di ricerca in Didattica della matematica*.

IDENTITIES

Enlightening
Interdisciplinarity
in STEM for Teaching

IDENTITIES

14th ESERA Conference (2021)

Finding a promising
sensitizing concept

Pointing out
operational markers
to describe
interdisciplinary
attitudes and skills

The sensitizing idea

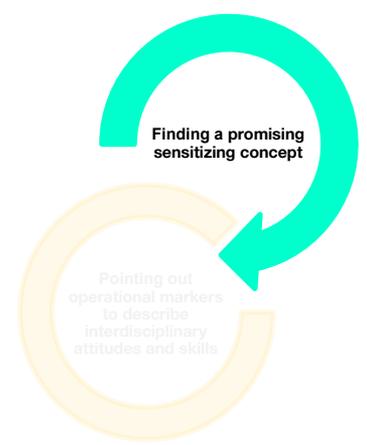
«Trading
Exchange»

«Transformative
Exchange»



IDENTITIES

Enlightening
Interdisciplinarity
in STEM for Teaching



«Trading
Exchange»

«Transformative
Exchange»



Akkerman-Bakker “learning mechanisms” per progettare attività interdisciplinari

Nell'attraversare i confini delle discipline, **non è dato per scontato che tali apprendimenti avranno luogo** ("**potenziali di apprendimento**" nel documento Akkerman-Bakker).

Ogni meccanismo di apprendimento ha i propri processi interdisciplinari che devono essere adeguatamente attivati.

Se consideriamo:

- un **argomento interdisciplinare come oggetto di confine tra le discipline**
- un'**attività su quell'argomento come attraversamento di confine**

potrebbe essere essenziale chiedersi **quali potenzialità di apprendimento** sono abilitate.

FINE PRIMA PARTE

Lo studio dei moti come occasione per riflettere su....

- Relazione *realtà-rappresentazione*
- Relazione *fisica-matematica*

LA RICERCA IN DIDATTICA DELLA FISICA SULLA CINEMATICA

Difficoltà molto note e molto studiate:

- Difficoltà nel connettere i grafici con i concetti fisici (McDermott et al., 1987)
 - Differenza e interpretazione di pendenza e altezza nel grafico;*
 - Relazionare un tipo di grafico con un altro;*
 - Combinare informazioni narrative con elementi importanti in un grafico*
- Difficoltà nel connettere grafici con il mondo reale (McDermott et al, 1987)
 - Separare la forma di un grafico con il percorso del moto;*
 - Rappresentare una velocità negativa su un grafico $v(t)$;*
 - Rappresentare un moto continuo con una linea continua*

LA RICERCA IN DIDATTICA DELLA FISICA SULLA CINEMATICA

Oggi la ricerca si è spostata sullo studio dei motivi che sono dietro a queste difficoltà. In particolare, uno dei filoni principali è quello che studia il **rapporto tra la matematica e la fisica**

(Woolnough, 2000; Planinic et al., 2012; Karam, 2015; Ceuppens et al, 2019).

Ci sono difficoltà nella cinematica che sono indipendenti dal livello scolastico e non sono interpretabili in termini di competenze matematiche possedute dagli studenti, e che riguardano invece il problema di **dare un significato fisico a relazioni matematiche, e quindi di riconoscere il legame tra la realtà e la sua rappresentazione matematica.**

Problema realtà-rappresentazione

La descrizione di un moto “reale” da parte di studenti di scuola media (11 anni)

La passeggiata di un compagno di classe

Da Bonelli Majorino P., Gagliardi M., Giordano E.,
Metacognizione ed educazione scientifica, 1995, in Albanese
et al. (a cura di), *Metacognizione ed educazione*, Franco
Angeli

Passeggiatina di XXX

XXX ha camminato **in modo normale**. Ha camminato dal calorifero alla porta. Per non cadere ha camminato mettendo un piede (sinistro-destro) davanti ad un altro con **movimenti veloci**. Poi ha **cambiato il modo di camminare**. Ha fatto **passi piccoli** e portava quasi il ginocchio al petto in modo da fare **passi piccoli e alti**. Ha tenuto sempre la **stessa direzione**. E esso camminava in punta di piedi in **modo lento**.

La passeggiata di XXX

XXX è partito con le spalle alla lavagna a righe, le sue spalle **distavano circa 20 cm** dalla lavagna. XXX stava sorridendo ed era emozionato. E' partito ed è arrivato al calorifero. Il suo **percorso è stato curvo** ed è durato quasi... XXX ha percorso la sua camminata **correndo piuttosto velocemente** e alternando gambe e braccia sincronicamente. Mentre XXX correva aveva un sorriso smagliante ed era tutto eccitato e contento come quando è arrivato.

La difficoltà di passare

dal movimento allo studio del moto.....

da un mondo di qualità ad un mondo di quantità....

da fatti che accadono a fenomeni fisici....

fatti che accadono	«traduzione» in fenomeni fisici
Di un bambino, di un serpente, del sole, di una palla, del fiume, della bandiera, delle foglie, del treno, del sangue...	Di un punto materiale, di un corpo rigido, di un sistema di punti materiali, di un fluido...
Camminare, volare, rotolare, strisciare, cadere, rimbalzare, dondolare, nuotare, saltare, sventolare...	Traslazione, rotazione, moti composti, moto stazionario...
Avanti/indietro, a destra, a sinistra, in su/in giù, dritto storto,	In un riferimento cartesiano (a una/due/tre dimensioni), in un riferimento polare, lungo una traiettoria nota, $x(t)$, $r(t)$, $s(t)$, $\varphi(t)$,...
Piano, veloce, normale, fortissimo, sempre più veloce, come una lumaca...	$v(t)$, $\mathbf{v}(t)$, $v(s)$, $\mathbf{v}(s)$, $a(t)$, $\mathbf{a}(t)$, ds/dt , d^2s/dt^2 ...
Per terra, in acqua, con la cera, sulle rotaie...	In presenza/assenza di attrito, nel vuoto, in un mezzo...
Da solo, col motore, con la corrente elettrica, con una spinta, con il peso, in salita/in piano/in discesa...	In assenza di forze, in un campo di forze, in presenza di momenti, con trasformazioni di energia meccanica, con dissipazione di energia meccanica, con variazioni di quantità di moto...

Da Gagliardi M., Grimellini T. N., Pecori B. (1999), *L'educazione scientifica: un percorso che parte da lontano*, *La Fisica nella Scuola*, XXXII, 3, 121-134

Ostacoli da superare anche.....

all'inizio della scienza moderna quando la matematizzazione del mondo e il rigoroso metodo sperimentali erano in "costruzione"

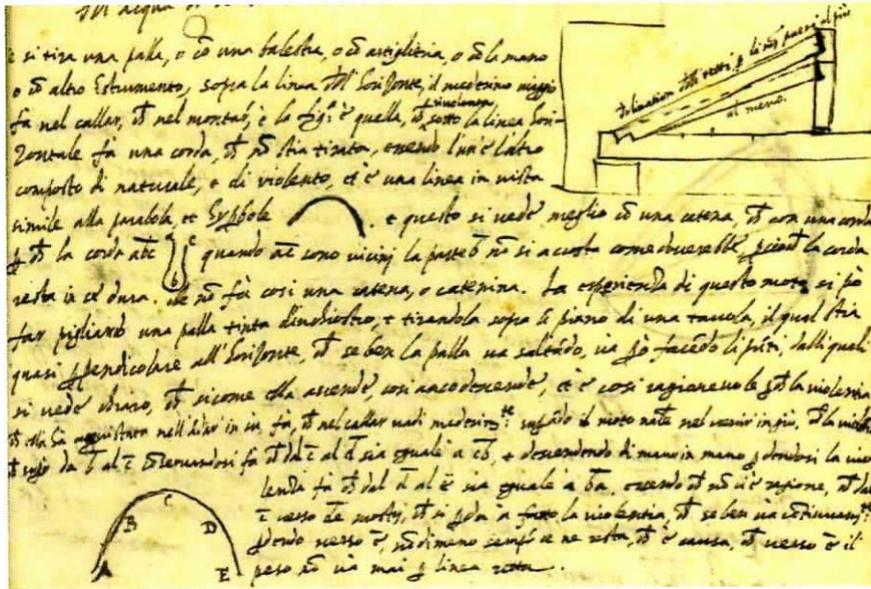


Figura tratta da L'ora di fisica, P. Cerreta, Giornale di Fisica, 2019

dagli appunti di Guidobaldo

1592 L'esperimento di Guidobaldo e Galileo

Se si tira una palla o con una balestra o con artiglieria, o con la mano, o con altro strumento, sopra la linea dell'horizonte, il medesimo viaggio fa nel callar che nel montare e la figura è quella che rivoltata sotto la linea horizontale fa una corda che non stia tirata, essendo l'un e l'altro composto di naturale e di violento et è una linea in vista simile alla parabola et hyperbole e questo si vide meglio con una catena che con una corda, poiché la corda abc, quando ac sono vicini la parte b non si accosta come dovrebbe perché la corda resta in sé dura. Che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si po' far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro che sicome ella ascende così anco scende ... la violentia che ella ha acquistato nell'andar sù, fà che nel callar vada medesimamente: superando il moto naturale nel venir giù ... essendo che non ci è ragione che dal C verso DE mostri che si perda a fatto la violentia”

I parte
la descrizione...

una esperienza concreta, che non è ancora un esperimento....

*Se si tira una palla o con una balestra o con artiglieria, o con la mano,
o con altro strumento, sopra la linea dell'horizonte,*

osservazione “ad occhio” apparentemente “neutra”, ma che mette in evidenza la **simmetria** tra ascesa e discesa della pallina....

il medesimo viaggio fa nel callar che nel montare

si dà concretezza alla osservazione.....

*e la figura è quella che rivoltata sotto la linea horizontale fa una corda
che non stia tirata,*

Alla ricerca di un criterio di “plausibilità”

Una **descrizione** del processo *apparentemente semplice e molto concreta*.

La descrizione avviene sui tre piani di ragionamento:

- quello dell’esperienza diretta (colore marrone),
- quello della ricerca di regolarità dall’osservazione (colore blu)
- quello della ricerca di una risposta alla domanda: quale forma ha la traiettoria?
Ma ancora senza supporre ipotesi interpretative (colore violetto)

Si sta delineando **il metodo** per produrre conoscenza

- come visualizzare il fenomeno
- come e cosa osservare
- come “dare ragione” dell’osservazione

Ostacolo epistemologico: una prospettiva assolutamente nuova, la traiettoria è una **curva simmetrica**.

Il parte
dalla descrizione alla interpretazione.....

Per procedere nella conoscenza i piani di ragionamento devono “cambiare registro”

- l’esperienza diventa esperimento (colore marrone)
- l’osservazione diventa interpretazione (colore blu)
- ricerca della risposta alla domanda qual è la forma della traiettoria? (colore violetto)

..... ma adesso questi tre piani sono sviluppati seguendo un diverso ordine

essendo l'un e l'altro composto di naturale e di violento et è una linea in vista simile alla parabola et hyperbole e questo si vide meglio con una catena che con una corda, poiché la corda abc, quando ac sono vicini la parte b non si accosta come dovrebbe perché la corda resta in sé dura. Che non fa così una catena, o catenina. La esperienza di questo moto si po' far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti, dalli quali si vede chiaro che sicome ella ascende così anco descende ... la violentia che ella ha acquistato nell'andar sù, fà che nel callar vada medesimamente: superando il moto naturale nel venir giù ... essendo che non ci è ragione che dal C verso DE mostri che si perda a fatto la violentia”

si passa all'interpretazione fisica della descrizione dell'osservazione precedente: *il medesimo viaggio fa nel callar che nel montare*"

Infatti scrive

essendo l'un e l'altro composto di naturale e di violento

i due moti naturale e violento non sono separati ma coesistono e ***non si ostacolano*** (indifferenza di un movimento rispetto ad un altro).

un importante passaggio epistemologico, un cambiamento di paradigma rispetto a quello medioevale....

et è una linea in vista simile alla parabola et hyperbole

si osa una **descrizione/interpretazione matematica** della traiettoria

questo si vede meglio con una catena che con una corda, poiché la corda abc, quando ac sono vicini la parte b non si accosta come dovrebbe perché la corda resta in sé dura. Che non fa così una catena, o catenina

la catena non presenta le stesse difficoltà tecniche della corda.

La domanda: qual è la forma della traiettoria può trovare una risposta.

La traiettoria è ***simmetrica e curvilinea descrivibile, diremmo oggi in termini moderni, con un arco di catenaria***

E adesso infine si è pronti per fare “delle misure” a sostegno delle congetture precedenti

La esperienza di questo moto si po' far pigliando una palla tinta d'inchiostro, e tirandola sopra un piano di una tavola, il qual stia quasi perpendicolare all'horizonte, che se ben la palla va saltando, va però facendo li punti,

l'esperienza del lancio diventa esperimento!

E l'esperimento conferma le osservazioni iniziali
dalli quali si vede chiaro che sicome ella ascende così anco descende ...

ma anche l'interpretazione ipotizzata
la violentia che ella ha acquistato nell'andar sù, fà che nel callar vada medesimamente: superando il moto naturale nel venir giù ... essendo che non ci è ragione che dal C verso DE mostri che si perda a fatto la violentia”

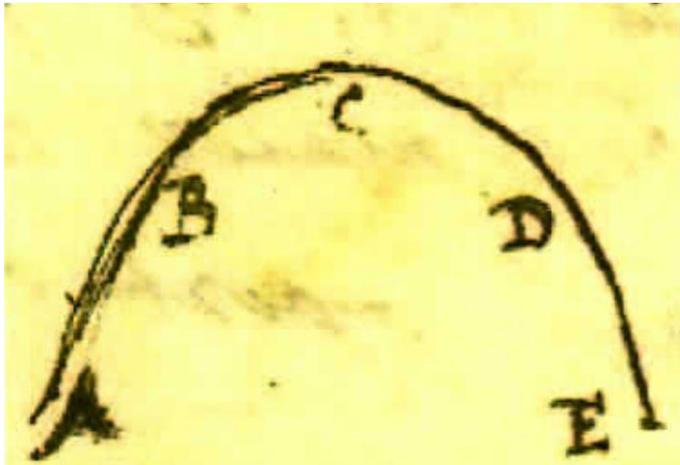


Figura tratta da *L'ora di fisica*, P. Cerreta, *Giornale di Fisica*, 2019

Si passa dalla **descrizione** alla **interpretazione** delle osservazioni.

A **livello metodologico**: l'esperimento è alla fine delle *congetture interpretative* a sostegno delle stesse.

Comincia a farsi strada l'idea che occorre interrogare la natura nel linguaggio matematico e che la teoria matematica precede l'esperienza

A **livello epistemologico** si ha

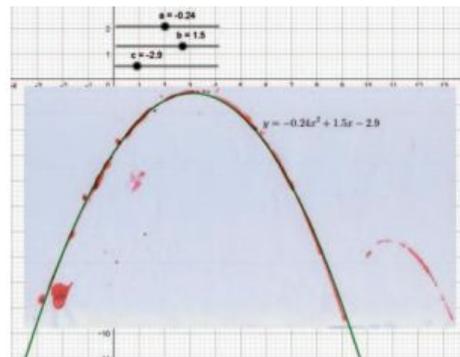
- il superamento del paradigma che distingue tra moti naturali e violenti; il concetto di movimento sta cambiando
- L'inizio della geometrizzazione della qualità e della forma

Disegnare curve paraboliche con una biglia tinta d'inchiostro e lanciata su una tettoia inclinata, come fecero Guidobaldo e Galileo nel 1592, può costituire un'esperienza divertente, da usarsi in classe come approccio iniziale al moto dei proiettili, ma anche essere il punto di partenza per risalire ai primordi della scienza del moto.....

Guidobaldo, Galileo e l'esperimento del lancio della biglia tinta d'inchiostro P. Cerreta
GIORNALE DI FISICA VOL. LX, N. 2 Aprile-Giugno 2019 L'ORA DI FISICA



- Lancio della biglia inchiostrata.



- Adattamento con GeoGebra di una parabola sulla traiettoria della pallina inchiostrata.



Tracce di diversi lanci.

Guidobaldo, Galileo e l'esperimento del lancio della biglia tinta d'inchiostro

P. Cerreta

Anche nella trattazione del moto più "semplice",
il moto rettilineo quali i nodi concettuali,
cognitivi,epistemologici?

Esperienza di classe

Dal fenomeno alla sua schematizzazione: costruzione di una rappresentazione spazio-temporale in classe (Tesi SSIS, Marilisa Giordano)

Un uomo esce di casa, cammina lungo un viale, si ferma al bar, poi corre fino in fondo al viale per imbucare una lettera e torna indietro. Per fare tutto questo impiega circa 15 minuti

Obiettivo: costruire una rappresentazione semplice e chiara che metta in evidenza le informazioni importanti

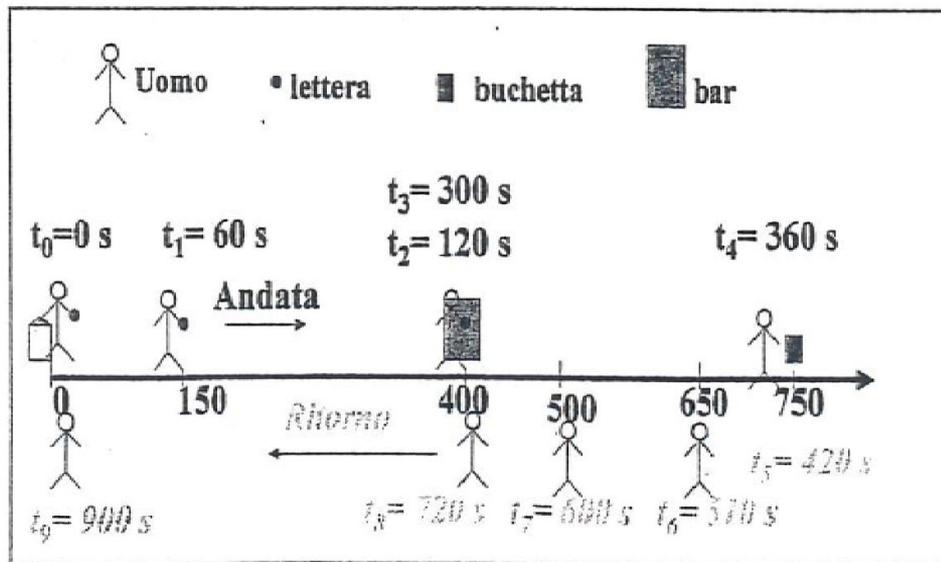


Figura 2.1

Dalla rappresentazione schematizzata alla costruzione di una tabella...

E se aggiungessimo dati, arricchendo la storia di informazioni e di «fatti», tipo 'e se l'uomo si fosse dimenticato la lettera al bar'?

Ovvero

Il problema di trasformare una storia in una serie di informazioni, in dati, in tabelle e, quindi, in un grafico...

<p>POSIZIONE</p>	<p>POSIZIONE</p>	<p>POSIZIONE</p>	<p>POSIZIONE</p>
<p>S: L'uomo va da casa al bar. <i>Rappresentiamo però anche la lettera!</i></p>	<p>S: La lettera sta dove sta l'uomo.</p>	<p>S: L'uomo va avanti e la lettera rimane al bar.</p>	<p>S: L'uomo torna indietro. <i>Ma così passa da $t=4$ min a $t=2$ min, torna indietro nel tempo?</i> S: Allora non può riprenderla!</p>

<p>POSIZIONE</p>	<p>POSIZIONE</p>	<p>POSIZIONE</p>	<p>POSIZIONE</p>
<p>C: La lettera dopo 4 min sta ancora al bar. <i>Vi ricordate il grafico della lettera ferma nella buchetta?</i></p>	<p>C: Quando l'uomo torna al bar prende la lettera.</p>	<p>S: Poi l'uomo va alla buchetta con la lettera, la lascia e torna a casa. <i>Ma dove si trova la lettera quando l'uomo è a casa?</i> S: Nella buchetta [indicando A]</p>	<p>C: Anche dopo 15 minuti la lettera sta nella buchetta. Quando un corpo è fermo il tempo passa ma la posizione non cambia.</p>

MOTO LUNGO UNA LINEA RETTA

Dal fenomeno (di movimento) alla sua **rappresentazione spaziotemporale**

Nodi concettuali

- La concettualizzazione dello **spazio e tempo** come grandezze fisiche (definizioni operative e costruzione del SdR, distinzione tra posizioni e intervalli, la **rappresentazione delle relazioni tra spazio** (posizione o intervalli) **e tempo** (istante o intervallo) in diversi registri, dalle tabelle, ai grafici al... concetto di funzione)
- I concetti di **velocità** media, **accelerazione** media, velocità istantanea, accelerazione istantanea;
- La formalizzazione e le diverse **matematizzazioni** (dalle proporzioni, ai grafici alle... funzioni) e le abilità per leggere le informazioni dai grafici
- La **legge oraria** nel caso di due moti particolari: **moto a velocità costante**, **moto ad accelerazione costante**

Processo di concettualizzazione e **nodi cognitivi** (punti controintuitivi sui quali può essere opportuno soffermarsi perché possono essere ostacoli all'apprendimento):

- Come decidere quali sono le informazioni importanti?
- Come misurare e rappresentare il tempo? Come rappresentare lo spazio?
- Come definire operativamente cosa significa misurare spazio, ovvero come trasformare «spazio e tempo» in concetti (posizioni e/o intervalli? Rispetto a cosa?)
- Costruire una forma di rappresentazione condivisa (cosa rappresenta cosa) e il passaggio da una rappresentazione spaziale ad una spaziotemporale

MOTO LUNGO UNA LINEA RETTA

- **Values:** semplicità, «sensatezza» e adeguatezza con la realtà (come costruire informazioni intermedie che siano coerenti con i vincoli dati?);
- **Practices:** schematizzazione, estrapolazione di dati da un fenomeno; rappresentazione in grafici spazio-temporali (strutture formali); **matematizzazione**; problem solving
- **Methods:** osservazione, misura, trattamento dati e loro compattazione, ricerca di regolarità, dal particolare al generale e viceversa
- **Knowledge:** distinzione tra modelli e leggi (ancora in una situazione pre-teorica), contestualizzazione di questa conoscenza nel quadro generale della fisica (problema della relazione con la dinamica)

Per l'**insegnante** è importante che lo studente

- Collochi le proprie conoscenze negli "schemi" della disciplina
- Dia alle conoscenze e agli elementi teorici simbolici una consequenzialità logica

Per lo **studente** è importante

- Collocare le proprie conoscenze nel proprio contesto e nei propri schemi mentali
- Capire le cose della vita di tutti i giorni

Quali relazioni tra matematica e fisica?

Karam R. (ed.) (2015). Introduction to the thematic issue on the interplay of physics and mathematics. Special Issue Science & Education.

IL PROBLEMA:

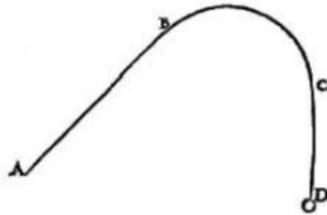
Insegnamento della fisica Matematica un mero strumento per descrivere e calcolare

Insegnamento della matematica Fisica un possibile contesto per l'applicazione di concetti astratti

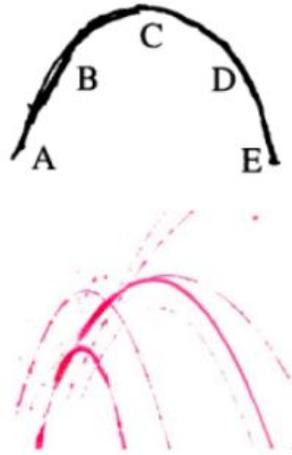
C'è molto di più... ad esempio:

- la matematica innesca rivoluzioni scientifiche (Brush, 2015)
- fornisce le strutture formali del pensiero (es. Il potere creativo delle analogie formali) (Kragh, 2015)
 - si costruisce contestualmente alla fisica (es. calcolo differenziale, le geometrie...)

Le “voci” della matematica in fisica nei tre casi e i temi di confine in Tartaglia, Guidobaldo e Galileo



Tartaglia



Guidobaldo

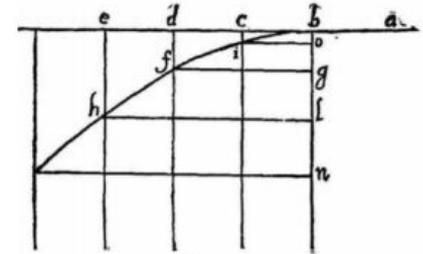


Fig. 108

Galileo



Diamo avvio a una nuovissima scienza intorno a un soggetto antichissimo. Nulla v'è, forse, in natura, di più antico del moto, e su di esso ci sono non pochi volumi, né di piccola mole, scritti dai filosofi; tuttavia tra le sue proprietà ne trova molte che, pur degne di essere conosciute, non sono mai state finora osservate, nonché dimostrate. Se ne rilevano alcune più immediate, come quella, ad esempio, che il moto naturale dei gravi discendenti accelera continuamente; però, secondo quale proporzione tale accelerazione avvenga, non è stato sin qui mostrato: nessuno, che io sappia, infatti, ha dimostrato che un mobile discendente a partire dalla quiete percorre, in tempi eguali, spazi che ritengono tra di loro la medesima proporzione che hanno i numeri impari successivi *ab unitate*. È stato osservato che i corpi lanciati, ovvero sia i proietti, descrivono una linea curva di un qualche tipo; però, che essa sia una parabola, nessuno l'ha mostrato. Che sia così, lo dimostrerò insieme ad altre non poche cose, né meno degne di essere conosciute, e, ciò che ritengo ancor più importante, si apriranno le porte a una vastissima e importantissima scienza, della quale queste nostre ricerche costituiranno gli elementi; altri ingegni più acuti del mio ne penetreranno poi più ascosi recessi.

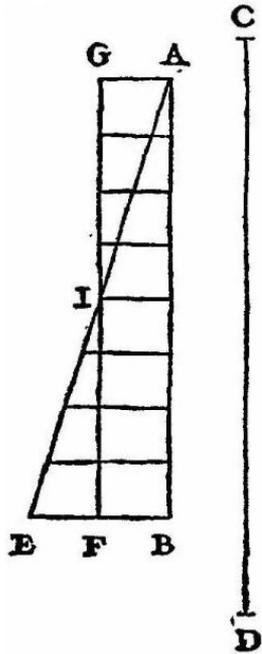
Dividiamo in tre parti la trattazione: nella prima parte consideriamo ciò che concerne il moto equabile o uniforme; nella seconda trattiamo del moto naturalmente accelerato; nella terza, del moto violento, ossia dei proietti.

DEL MOTO EQUABILE

Circa il moto equabile o uniforme, ci occorre una sola definizione, che formulo così:

DEFINIZIONE

Moto eguale o uniforme intendo quello in cui gli spazi percorsi da un mobile in tempi eguali, comunque presi, risultano tra di loro eguali.



AVVERTENZA

Ci è parso opportuno aggiungere alla vecchia definizione (che semplicemente parla di moto equabile, allorché in tempi eguali vengono percorsi spazi eguali) l'espressione *comunque presi*, cioè per tutti i tempi che siano eguali: infatti, può accadere che in determinati tempi eguali un mobile percorra spazi eguali, mentre spazi, percorsi in frazioni di tempo minori, sebbene eguali, non siano eguali. Dalla precedente definizione dipendono quattro assiomi, cioè:

ASSIOMA 1

In uno stesso moto equabile, lo spazio percorso in un tempo più lungo è maggiore dello spazio percorso in un tempo più breve.

ASSIOMA 2

In uno stesso moto equabile, il tempo in cui è percorso uno spazio maggiore è più lungo del tempo impiegato a percorrere uno spazio minore.

ASSIOMA 3

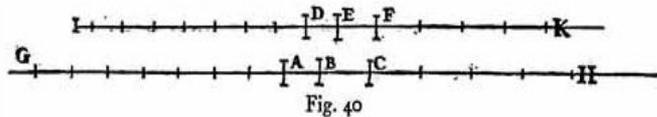
Lo spazio, percorso in un dato tempo a velocità maggiore, è maggiore di quello percorso, nello stesso tempo, a velocità minore.

ASSIOMA 4

La velocità, con cui in un dato tempo viene percorso uno spazio maggiore, è maggiore di quella con cui, nello stesso tempo, viene percorso uno spazio minore.

TEOREMA 1. PROPOSIZIONE 1

Se un mobile, dotato di moto equabile, percorre due spazi con una stessa velocità, i tempi dei moti staranno tra di loro come gli spazi percorsi.



DEL MOTO DEI PROIETTI

Le proprietà che si presentano nel moto equabile, come pure nel moto naturalmente accelerato su piani di qualsiasi inclinazione, le abbiamo considerate sopra. Nella trattazione, che ora comincio, cercherò di presentare, e di stabilire sulla base di salde dimostrazioni, alcuni fenomeni notevoli e degni di essere conosciuti, che sono propri di un mobile, mentre si muove con moto composto di un duplice movimento, cioè di un movimento equabile e di uno naturalmente accelerato: tale appunto sembra essere quello che chiamiamo moto dei proietti; la generazione del quale così stabilisco.

Immagino di avere un mobile lanciato su un piano orizzontale, rimosso ogni impedimento: già sappiamo, per quello che abbiamo detto più diffusamente altrove, che il suo moto si svolgerà equabile e perpetuo sul medesimo piano, qualora questo si estenda all'infinito; se invece intendiamo [questo piano] limitato e posto in alto, il mobile, che immagino dotato di gravità, giunto all'estremo del piano e continuando la sua corsa, aggiungerà al precedente movimento equabile e indelebile quella propensione all'ingiù dovuta alla propria gravità: ne nasce un moto composto di un moto orizzontale equabile e di un moto *deorsum* naturalmente accelerato, il quale [moto composto] chiamo proiezione. Ne dimostreremo parecchie proprietà: la prima delle quali sia [la seguente].

TEOREMA 1. PROPOSIZIONE 1

Un proietto, mentre si muove di moto composto di un moto orizzontale equabile e di un moto *deorsum* naturalmente accelerato, descrive nel suo movimento una linea semiparabolica.

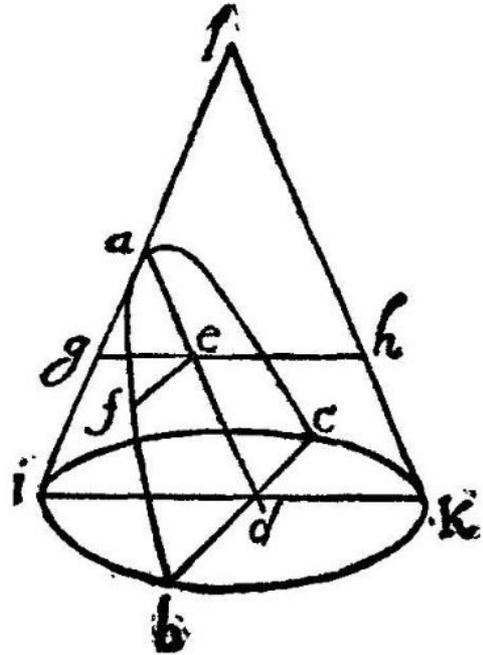


Fig. 106

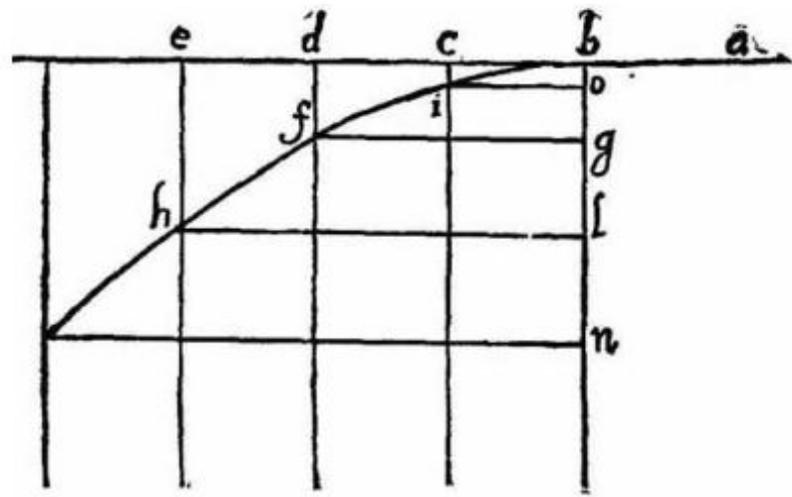


Fig. 108

Quale caratterizzazione/definizione di parabola?

Coniche, proposizione I.11

Dato il cono ABC di vertice A e base BC si consideri un piano secante che generi una sezione il cui diametro PM sia parallelo a uno dei lati del triangolo per l'asse. Sia QV un'ordinata relativa al diametro PM .

Se si traccia una retta PL perpendicolare a PM nel piano della sezione, tale che

$$PL : PA = BC^2 : BA \times AC$$

allora

$$QV^2 = PL \times PV \quad (3)$$

La sezione così ottenuta si chiama parabola e la retta fissa PL (rispetto alla quale si realizza l'uguaglianza fra il quadrato di una qualsiasi ordinata e il rettangolo costruito sull'ascissa e tale retta fissa) è detta lato retto della parabola.

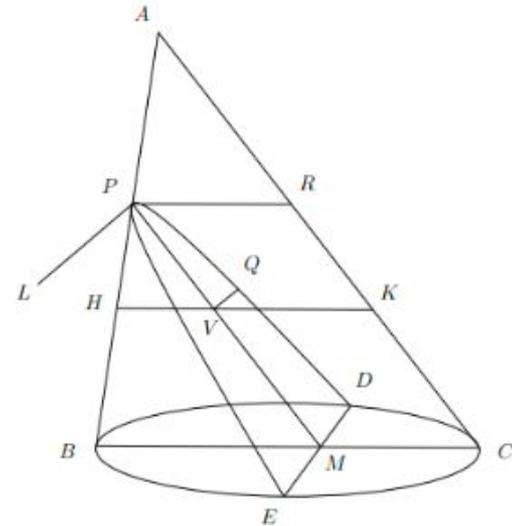


Figura 6: Il sintomo della parabola

La dimostrazione

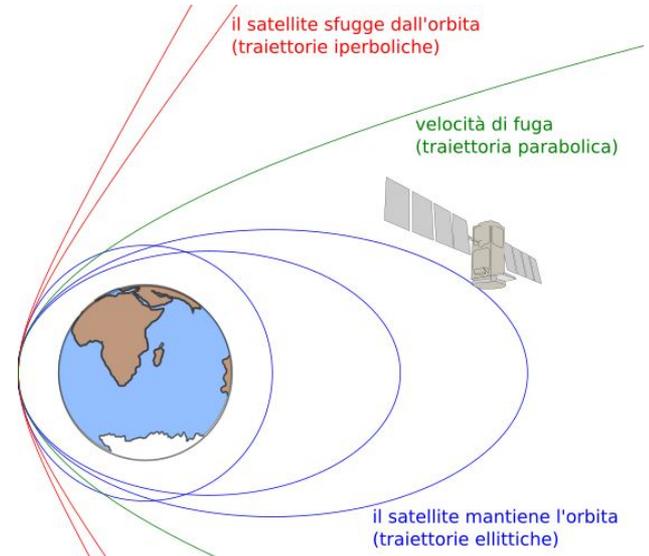
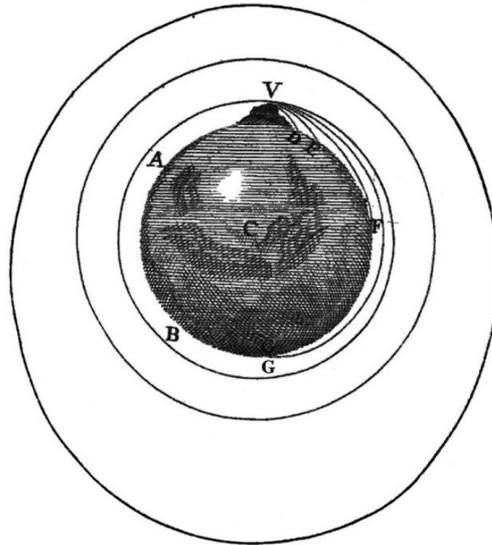
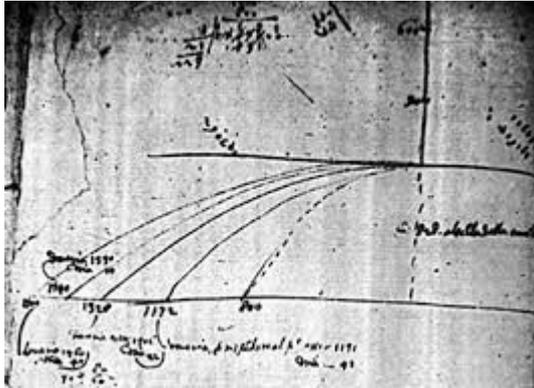
«Si intenda inoltre che la linea be , la quale prosegue il piano ab per diritto, **rappresenti lo scorrere del tempo, ossia [ne costituisca] la misura**, e su di essa si segnino ad arbitrio un numero qualsiasi di porzioni di tempo eguali, bc , cd , de ; inoltre dai punti b , c , d , e si intendano condotte linee equidistanti dalla perpendicolare bn : **sulla prima di esse si prenda una parte qualsiasi ci ; sulla [linea] successiva se ne prenda una quattro volte maggiore, df ; [sulla terza,] una nove volte maggiore, eh ; e così di séguito sulle altre linee secondo la proporzione dei quadrati delle [porzioni di tempo] cb , db , eb , o vogliam dire in duplicata proporzione delle medesime».**

Se poi intendiamo che al mobile, il quale si muove oltre b verso c con moto equabile, si aggiunga un movimento di discesa perpendicolare secondo la quantità ci, nel tempo bc [esso mobile] si troverà situato nell'estremo i. **Ma continuando a muoversi, nel tempo db, cioè [in un tempo] doppio di bc, sarà disceso per uno spazio quattro volte maggiore del primo spazio ci; abbiamo infatti dimostrato nel primo trattato,** che **gli spazi percorsi da un grave, con moto naturalmente accelerato, sono in duplicata proporzione dei tempi:** e **parimenti, il successivo spazio eh, percorso nel tempo be, sarà nove [volte maggiore del primo spazio]:** sì che **risulterà manifesto che gli spazi eh, df, ci stanno tra di loro come i quadrati delle linee eb, db, cb.** Si conducano ora dai punti i, f, h le rette io, fg, hl, equidistanti dalla medesima eb: le linee hl, fg, io saranno eguali, ad una ad una, alle linee eb, db, cb; e così pure le linee bo, bg, bl saranno eguali alle linee ci, df, eh; **inoltre il quadrato di hl starà al quadrato di fg come la linea lb sta alla bg, e il quadrato di fg starà al quadrato di io come gb sta a bo; dunque, i punti i, f, h si trovano su un'unica e medesima linea parabolica.** Similmente si dimostrerà che, **preso un numero qualsiasi di particole di tempo eguali di qualunque grandezza, i punti, che il mobile mosso di un simile moto composto occuperà in quei tempi, si troveranno su una medesima linea parabolica.**

Attività/riflessioni rilevanti per la matematica

- La **matematizzazione era necessaria a diversi livelli**: per definire il moto lineare uniforme utilizzando rapporti (la velocità era ancora una qualità di un movimento) che coinvolgevano la rappresentazione geometrica dello spazio e del tempo (Galileo, III giornata) e per dimostrare che la traiettoria era una parabola (IV)
- La **matematizzazione era profondamente intrecciata con i principi**, questi venivano mantenuti coerenti e le decisioni sulla corretta matematizzazione venivano prese di conseguenza.
- La **struttura assiomatica e dimostrativa ricalca gli Elementi** di Geometria di Euclide e il fondamento è dato dalla **teoria della proporzionalità di Eudosso**

Modellizzazione, assunzioni e dimostrazioni



Modellizzazione, assunzioni e dimostrazioni

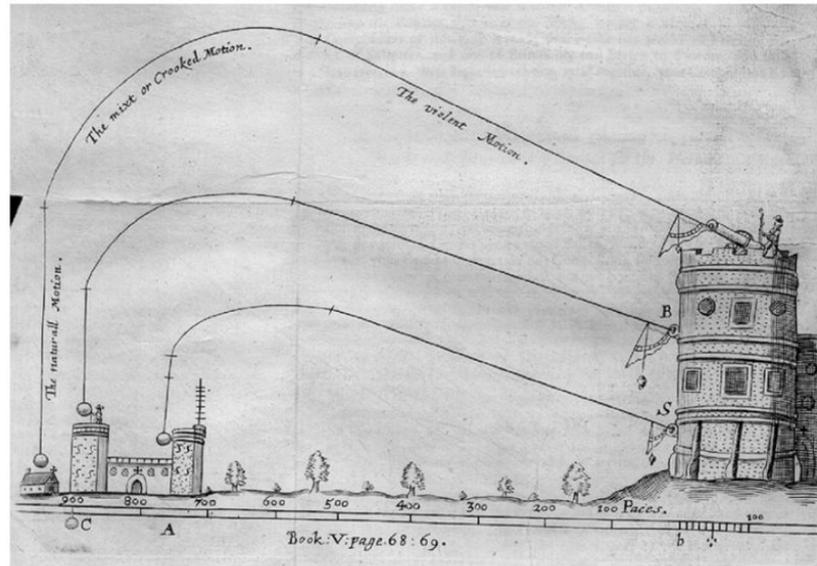


Figure 5. Diagram of projectile motion in Samuel Sturmy's 'The Mariners Magazine. 5: Mathematical and Practical Arts' published in 1669. [18]. This image was recently discussed by Stewart [19].

Quali grafici?



Parabola

parabola		
	La parabola è il luogo geometrico dei punti del piano equidistanti da un punto fisso F detto fuoco e da una retta data d detta direttrice: $PF = Pd$	
parabola con asse di simmetria parallelo all'asse y	parabola con asse di simmetria parallelo all'asse x	
$y = ax^2 + bx + c$	equazione completa	$x = ay^2 + by + c$
$V\left(-\frac{b}{2a}; -\frac{\Delta}{4a}\right)$	$\Delta = b^2 - 4ac$	coordinate del vertice
$F\left(-\frac{b}{2a}; \frac{1-\Delta}{4a}\right)$		coordinate del fuoco
$x = -\frac{b}{2a}$		equazione dell' asse
$y = \frac{-1-\Delta}{4a}$		equazione della direttrice



Confronto tra libri di testo e fonti storiche

Si parla di provare/dimostrare che la traiettoria di un proiettile è un arco di parabola, ma.... i significati del termine “dimostrare” sembrano mutare, così come il modo in cui le prove vengono presentate e intrecciate con altri aspetti dell'argomentazione scientifica.

Parabolic Path

RWP Just what is the shape of the curved path followed by a projectile launched horizontally? This can be found by combining $x = v_0 t$ and $y = h - \frac{1}{2} g t^2$, which allows us to express y in terms of x . First, solve for time using the x equation. This gives

$$t = \frac{x}{v_0}$$

Next, substitute this result into the y equation to eliminate t :

$$y = h - \frac{1}{2} g \left(\frac{x}{v_0} \right)^2 = h - \left(\frac{g}{2v_0^2} \right) x^2 \quad 4-8$$

It follows that y has the form

$$y = a + bx^2$$

Theorem I, Proposition I

A projectile which is carried by a uniform horizontal motion compounded with a naturally accelerated vertical motion describes a path which is a semi-parabola.

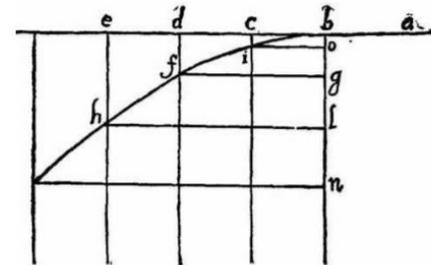


Fig. 108

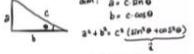
Unità cognitiva (Pedemonte, 2005)

<p>Big Idea 1 Two-dimensional motion is a combination of horizontal and vertical motions. The key concept behind two-dimensional motion is that the horizontal and vertical motions are completely independent of one another; each can be considered separately as one-dimensional motion.</p>	<p>The combination and independence of horizontal and vertical motions are initially introduced in a lateral box as Big Idea. The status of the statement in terms of elements of A&P (axiom, theorem) is not expressed.</p>
<p>Projectile Motion: Basic Equations We now apply the independence of horizontal and vertical motions to projectiles. Just what do we mean by a projectile? Well, a projectile is an object that is thrown, kicked, batted, or otherwise launched into motion and then allowed to follow a path determined solely by the influence of gravity.</p>	<p>The Big Idea is applied to projectile motion to obtain its equations and a phenomenological description of the projectile is presented.</p>
<p>Demonstrating Independence of Motion A simple demonstration illustrates the independence of horizontal and vertical motions in projectile motion. [...] Notice that the ball goes straight down, lands near your feet, and returns almost to the level of your hand in about a second. [...] To you, its motion looks the same as before.[...]The fact that you were moving in the horizontal direction the whole time had no effect on the ball's vertical motion — the motions are independent..</p>  <p>... but a stationary observer sees the ball follow a curved path.</p>	<p>A figure represents a moving person with a roller skate and a falling ball; the two combined motions are represented with a reference to real life. The motion is seen also by an external observer and the trajectory is linear and vertical in the system of person and curved in the external system, that is represented through cartesian axes put onto the real life figure. The relativity of motion in different systems is used to demonstrate independence of motions.</p>

In Matematica non succederebbe mai.... ?

Teorema di Pitagora

Teorema di Pitagora



Teo: $a^2 + b^2 = c^2$
dim: $a \perp c \sin \theta$
 $b \perp c \cos \theta$
 $a^2 + b^2 = c^2 (\sin^2 \theta + \cos^2 \theta)$
 $a^2 + b^2 = c^2$

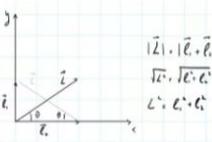


$a^2 + b^2 = c^2$

Teorema di Pitagora

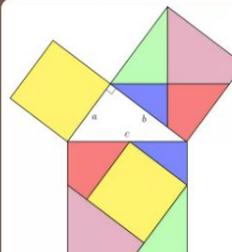


Dim. del teorema di Pitagora

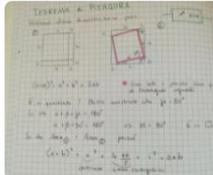
$$A^2 = B^2 + C^2$$


$|\vec{z}| \cdot |\vec{e}_1 + \vec{e}_2|$
 $|\vec{z}| \cdot \sqrt{2}$
 $\vec{e}_1 \cdot \vec{e}_2 = 0$

Il teorema si dimostra dopo aver definito prodotti interni e spazi di Hilbert: $\|x^2 + y^2\| = \|x^2\| + \|y^2\|$



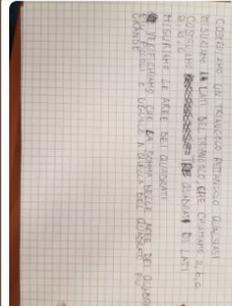
TEOREMA DI PITAGORA



TEOREMA DI PITAGORA

$$a^2 + b^2 = c^2$$

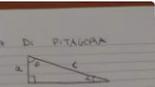
TEOREMA DI PITAGORA



TEOREMA DI PITAGORA

$$a^2 + b^2 = c^2$$

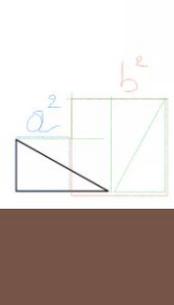
TEOREMA DI PITAGORA



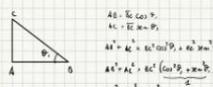
Teo: $a^2 + b^2 = c^2$

Dimostrazione

Consideriamo un rettangolo con lati a e b .
 $a = c \cos \theta$
 $b = c \sin \theta$
 $a^2 + b^2 = c^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = c^2$

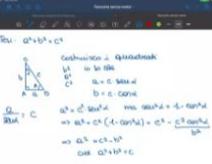


$a^2 + b^2 = c^2$



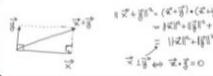
$A^2 = B^2 + C^2$
 $A^2 = B^2 + C^2$

Teo: $a^2 + b^2 = c^2$

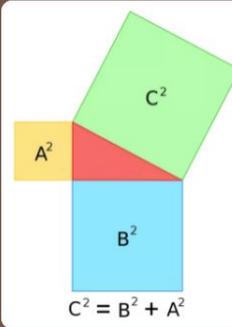
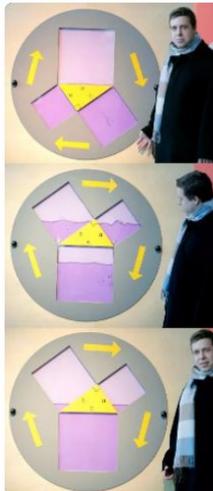


Dimostrazione

Consideriamo un rettangolo con lati a e b .
 $a = c \cos \theta$
 $b = c \sin \theta$
 $a^2 + b^2 = c^2 (\cos^2 \theta + \sin^2 \theta) = c^2$



$a^2 + b^2 = c^2$
 $a^2 + b^2 = c^2$



$A^2 + B^2 = C^2$

$C^2 = B^2 + A^2$

Dimostrazione come "boundary object"



Riflessioni su continuità e fratture... dal primo al secondo grado, dalla matematica alla fisica

1. **automatismo e uso acritico delle formule VS apprendimento radicato e basato sull'osservazione e sui casi poi generalizzato:**
è davvero una questione di matematica o fisica?
2. **riduzionismo** eccessivo che porta a far sparire il fenomeno e la disciplina (da entrambe le parti!)
3. **assolutismo della formula come regola VS natura di teorema di tutte le conoscenze formalizzate, anche nelle scienze**

E il punto di vista della Didattica della Matematica?

Indicazioni Nazionali per il primo ciclo

Nel passaggio alla scuola secondaria di secondo grado ci sono delle sfide importanti da affrontare:

Confronta **procedimenti diversi e produce formalizzazioni** che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.

Utilizza e interpreta il **linguaggio matematico** (piano cartesiano, formule, equazioni...) e ne coglie il rapporto col **linguaggio naturale**.

L'algebra come strumento di pensiero (Bazzini, Arzarello, Chiappini, 1994)

“Analogamente a quanto avvenuto nella storia, anche il processo di apprendimento cognitivo avviene in un delicato 'interplay' tra concezioni operative e strutturali della stessa nozione. Sford sottolinea in particolare:

- il momento della **interiorizzazione del processo** (che quindi diventa facilmente rappresentabile),
- il momento di **condensazione** (quando ci si può riferire al processo come a qualcosa che avviene in una scatola nera)
- il momento della **reificazione** in cui si trasformano le operazioni computazionali in entità permanenti (oggetti).”

Symbol sense (Arcavi, 1994)

Instruction does not always provide opportunities not only to *memorize*, but also to *forget* rules and details and to be able to see through them in order to think, abstract, generalize and plan solution strategies.

L'area del rettangolo

Si consideri un rettangolo qualunque.

Cosa succede alla sua area, se una delle sue dimensioni è diminuita del 10% e l'altra è aumentata del 10%?

Chiamando a e b sono le dimensioni iniziali,

$$A_1 = ab$$

$$A_2 = (a - 10\%a)(b + 10\%b)$$

la nuova area sarà $1.1a \times 0.9b$ oppure $0.9a \times 1.1b$, quindi **0.99 ab**



Rettangoli isoperimetrici

Individuale:

Disegna quattro rettangoli differenti aventi perimetro 20 cm

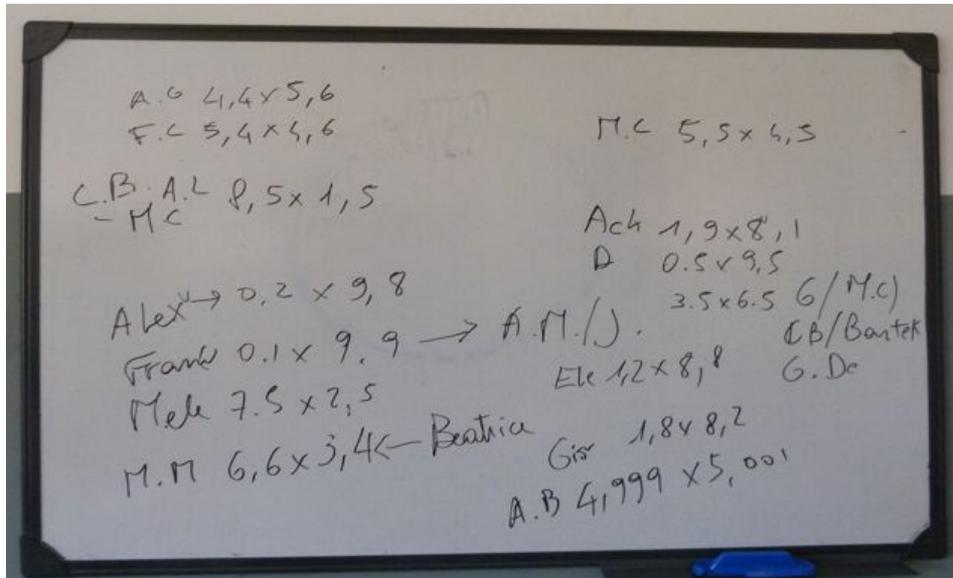
A gruppi:

Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate...

Compito a casa: trova dei rettangoli diversi da quelli dei compagni



Compito a casa: trova dei rettangoli diversi da quelli dei compagni





Approfondimento: il passaggio da un rettangolo a un altro ad esso isoperimetrico

Relazione tra le misure di due rettangoli isoperimetrici:

Se aggiungo e tolgo una stessa quantità rispettivamente a base e altezza ottengo un altro rettangolo avente lo stesso perimetro di quello di partenza

Prova a scrivere perché aggiungendo e togliendo uno stesso numero ai due lati il perimetro non cambia



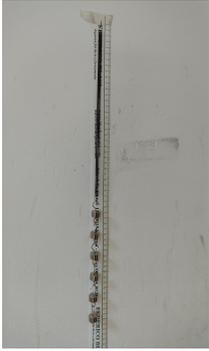
$$(3, 5-1) + (6, 5+1) = 10 \cdot 2 = 20$$
$$(X, Y-M) + (N, Y+M) = 10 \cdot 2 = 20$$
$$(X-M) + (N+M) = 2 \cdot 2 = 4$$

Ombre “proporzionali” (similitudine)



Nella foto sono coinvolti degli insegnanti: "Se aggiungi una lattina secondo te di quanto si allunga l'ombra? E con due, e con tre?"

Molle e Pesi



Stessa molla con pesi diversi: rapporto (omogeneo) fra pesi, taratura di una eventuale bilancia se i pesetti sono in grammi,...

Stessi numero di pesi su molle diverse: cosa è diverso nei due casi? Come possiamo chiamare questa diversità? E' esprimibile con un numero?

Rapporto (non omogeneo) per ottenere di quanti cm si allunga la molla **per ogni** peso che metto
- durezza della molla (costante elastica)

Raccogliere dati, costruire tabelle, fare grafici (a mano o con programmi dedicati), ragionare su tutte le cose che non sono "*ideali*" (prima tra tutte: la molla) e/o che introducono fonti di errore.

Si possono impostare i primi problemi di proporzionalità...

Pesi	Cm
2	5
7	?
?	12

Accorgersi della comodità di passare per l'informazione intermedia fondamentale: “Quanti cm per 1 peso?”

Oppure ragionare in termini di “**ingrandimenti**”: se da 2 ingrandisco fino a 7 moltiplicando per... allora allo stesso modo devo ingrandire 5 per arrivare a...

Senza entrare nella **gabbia** della proporzione

Contesto “reale”

Oggetti matematici



Oggetti fisici

“Non solo a vendere e a comprare si viene a Eufemia, ma anche perché la notte accanto ai fuochi tutt'intorno al mercato, seduti sui sacchi o sui barili, o sdraiati su mucchi di tappeti, a ogni parola che uno dice - come "lupo", "sorella", "tesoro nascosto", "battaglia", "scabbia", "amanti" - gli altri raccontano ognuno la sua storia di lupi, di sorelle, di tesori, di scabbia, di amanti, di battaglie. E tu sai che nel lungo viaggio che ti attende [...] il tuo lupo sarà diventato un altro lupo, tua sorella una sorella diversa, la tua battaglia altre battaglie, al ritorno da Eufemia, la città in cui ci si scambia la memoria a ogni solstizio e a ogni equinozio.” (Eufemia, *Le città invisibili*, I. Calvino)

Riflessioni: rappresentazioni e reificazioni in Fisica

Uso dei software e laboratorio per la covariazione (Bagossi, PhD; Arzarello):
“Second-order covariation: an analysis of students’ reasonings and teacher’s interventions when modelling real phenomena”, Tre sperimentazioni didattiche, liceo scientifico.

Obiettivo: la descrizione matematica di alcune situazioni reali quali, nello specifico, il moto di una pallina lungo un piano inclinato e la relazione tra temperatura e umidità.

Strumenti tecnologici, studenti guidati nel ricavare una formula matematica che descrivesse tali fenomeni e nel riconoscere il differente ruolo svolto da variabili e parametri nella scrittura e lettura di diversi registri di rappresentazione.