



L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA
TRA RICERCA DIDATTICA E PRASSI SCOLASTICA

LO SVILUPPO DEL PENSIERO RELAZIONALE: IL RUOLO DEI PROCESSI ARGOMENTATIVI

Elena Marangoni

Docente di scuola primaria IC LUGO1

Coordinatrice Sezione Romagna Rally Matematico Transalpino

Coordinatrice del gruppo ArAl Romagna



SEZIONE ROMAGNA



Progetti di riferimento

Ho sempre partecipato a corsi di formazione, convegni, seminari di studio.

Alcuni dei progetti che incontro li ho sentiti **vicini al mio modo di pensare la didattica della matematica** e ho scelto di seguirli. Sono progetti espressi da comunità di ricerca e di pratica nate attorno ad impianti teorici di riconosciuta qualità scientifica ai quali partecipano insegnanti di ordini scolastici diversi, disponibili a collaborare, a confrontarsi, a condividere con continuità studi e materiali assieme ad esperti.

Ne cito ad esempio due:

The logo for the 'Per Contare' project features the words 'Per Contare' in a playful, blocky font. Each letter is contained within a colored square: 'P' is red, 'e' is blue, 'r' is red, 'C' is blue, 'o' is blue, 'n' is blue, 't' is blue, 'a' is blue, and 'e' is blue.

Circa 15 anni fa è cominciata la mia collaborazione con l'Associazione RMT e da lì a poco ho iniziato a lavorare nell'ambito del Progetto ArAI, Percorsi nell'aritmetica per favorire il pensiero prealgebrico. **Entrambe le comunità hanno profondamente modificato il mio approccio all'insegnamento.**



RMT e ArAI sono progetti che mettono al centro della loro proposta l'aspetto **sociale dell'apprendimento**, **l'argomentazione del processo risolutivo**, il focus sulla **relazione tra gli enti in gioco** in una situazione problematica.

Entrambi i progetti offrono un archivio ragionato e in progress di problemi utilizzabili nella didattica d'aula.

Rally Matematico Transalpino

Ogni problema è dotato di un' **analisi a priori** messa a disposizione degli insegnanti che comprende:

- **ambito concettuale**: le conoscenze in gioco in relazione al livello scolastico degli alunni;
- **analisi del compito**: le possibili strategie risolutive;
- **griglia di valutazione** dei risultati e raccolta dei ragionamenti esplicitati.

I problemi sono costruiti secondo uno **schema che ne definisce la struttura** e la loro forma viene raffinata attraverso un articolato sistema di passaggi che coinvolge docenti ed esperti.

Entrambi i progetti offrono un archivio ragionato e in progress di problemi utilizzabili nella didattica d'aula.

Progetto ArAI

Le **situazioni problematiche** nascono, si modificano, si ampliano attraverso la **costante collaborazione fra insegnanti e ricercatori**.

Le **competenze** alle quali esse si riferiscono toccano diversi temi chiave del quadro teorico:

- Linguaggi (naturale \leftrightarrow matematico);
- Forma canonica e non canonica di un numero;
- Approccio all'incognita e equazioni tramite la metafora della bilancia a piatti;
- Rappresentare vs Risolvere;
- Dalle successioni modulari alle leggi di corrispondenza.

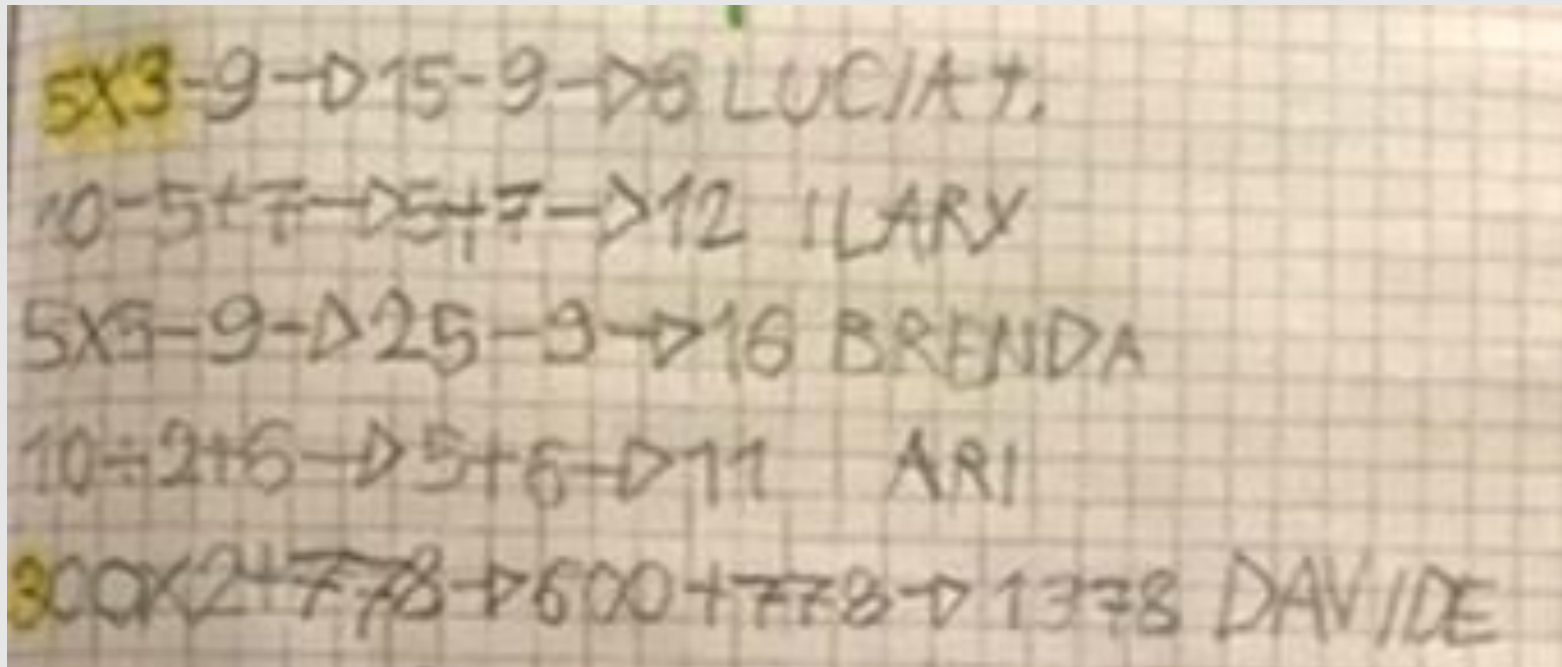
Rappresentare / Risolvere un problema

Per iniziare l'attività vengono ripresi i nodi fondamentali necessari per poter affrontare in modo consapevole il compito:

- **Significato relazionale dell'uguale** in contrapposizione al tradizionale significato procedurale attribuito al simbolo come indicatore di risultato;
- **Proprietà simmetrica dell'uguaglianza**;
- **Forma canonica e pluralità di forme non canoniche** di un numero;
- **Uso di un simbolo per rappresentare un numero che non si conosce o un numero qualsiasi: verso la conquista della lettera** .

Progetto ArAl

Viene chiesto di rappresentare un numero in forma non canonica; le rappresentazioni vengono socializzate e discusse (la grande varietà di rappresentazioni permette di rispolverare strategie di calcolo orale, proprietà delle singole operazioni)



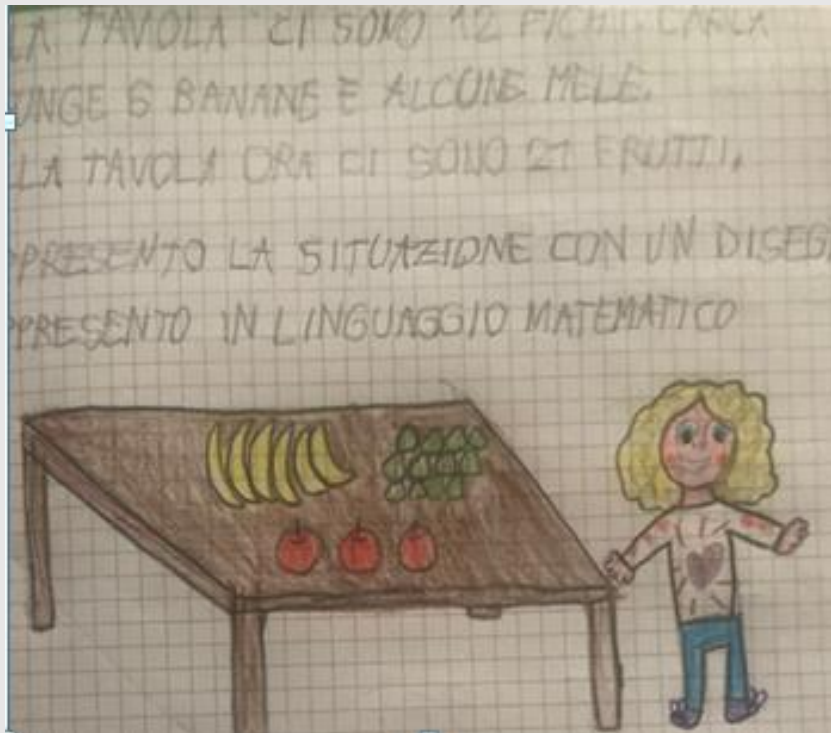
Progetto ArAl

Sulla tavola ci sono 12 fichi. Carla aggiunge 6 banane e alcune mele.

Sulla tavola ora ci sono 21 frutti.

Rappresenta la situazione con un disegno.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico.



Testo semplice e lineare

Situazione vissuta

Assenza di parole chiave o definibili tali

Assenza di domande esplicite o di tipo procedurale

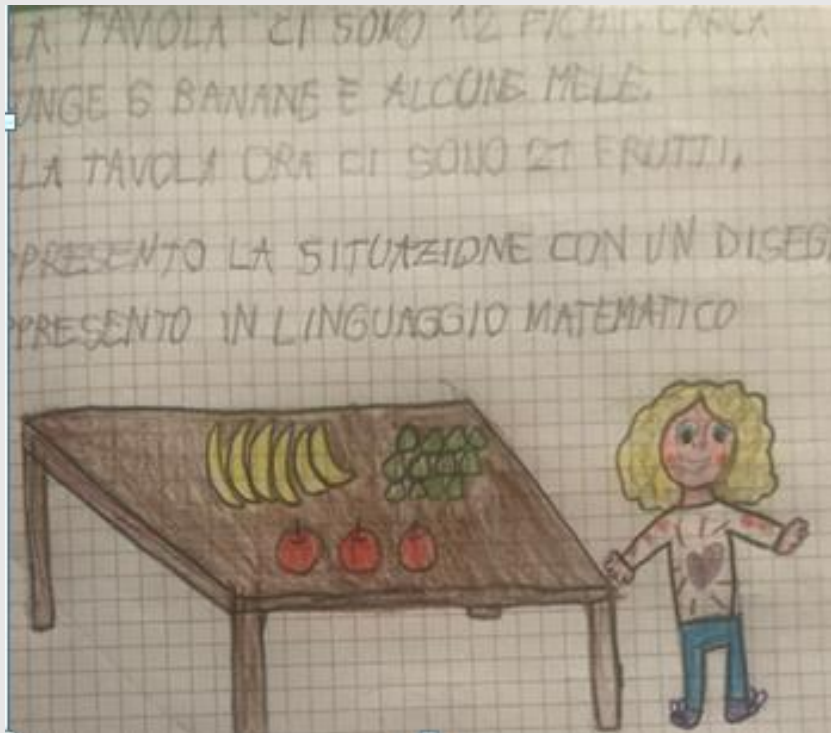
Progetto ArAI

Sulla tavola ci sono 12 fichi. Carla aggiunge 6 banane e alcune mele.

Sulla tavola ora ci sono 21 frutti.

Rappresenta la situazione con un disegno.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico.



Gli enti

12 → numero fichi

6 → numero banane

N → numero mele

21 → Numero frutti (numero fichi, numero banane e numero mele)

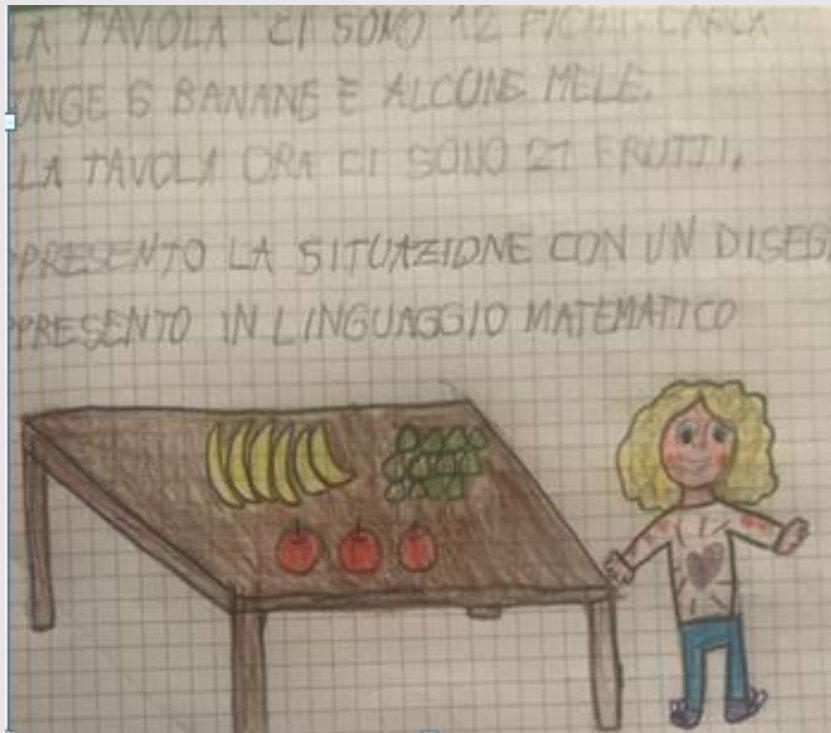
Progetto ArAl

Sulla tavola ci sono 12 fichi. Carla aggiunge 6 banane e alcune mele.

Sulla tavola ora ci sono 21 frutti.

Rappresenta la situazione con un disegno.

Rappresenta la situazione in linguaggio matematico.

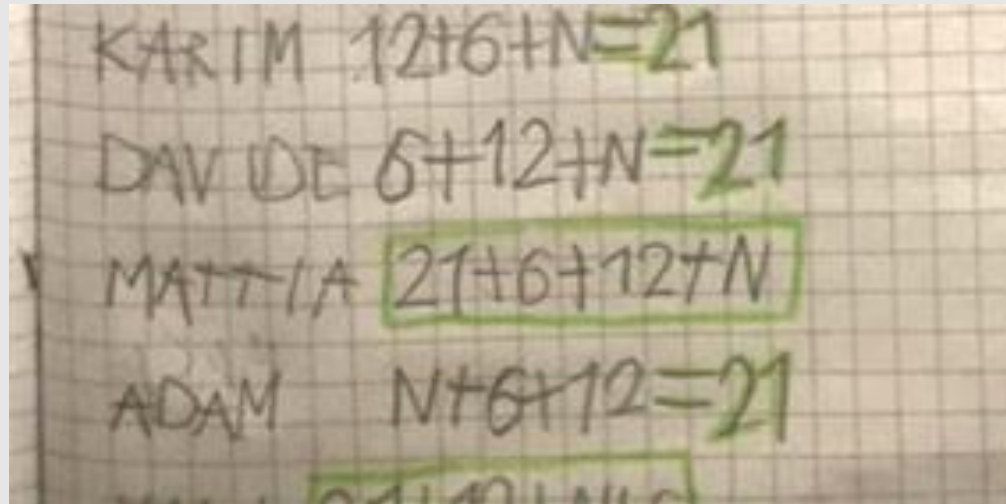


La **scelta di N** per rappresentare il numero di mele è stata **negoziata** con gli alunni.

Sono **abituati** a lavorare con un numero sconosciuto.

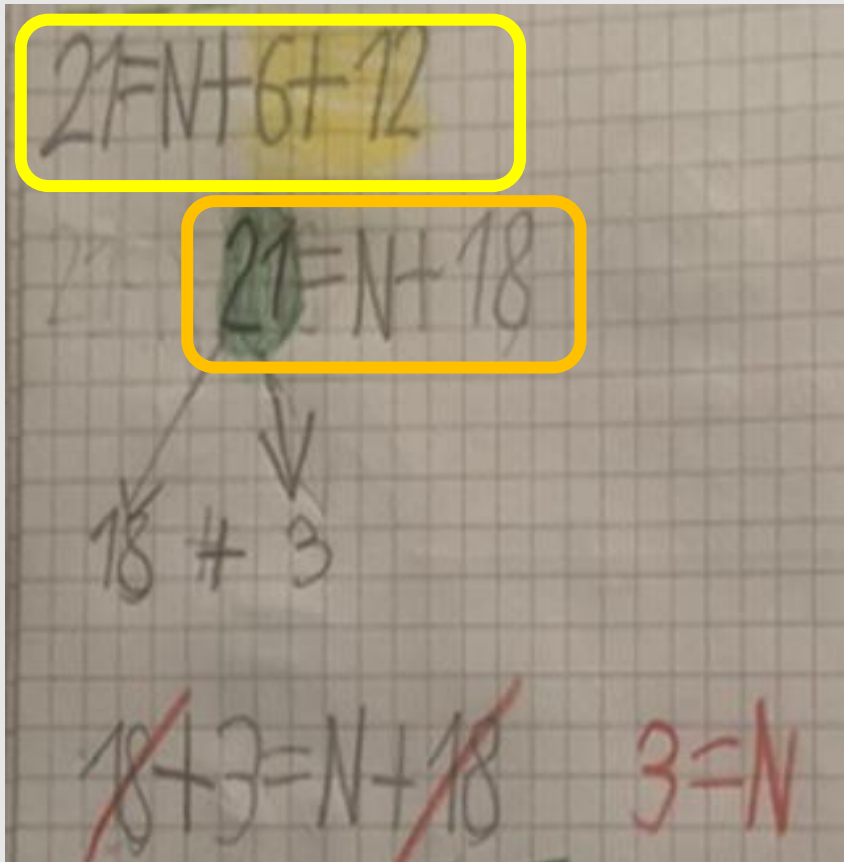
Dopo vari passaggi e discussioni si è **deciso** di rappresentarlo con una **lettera**.

Vengono riportate tutte le rappresentazioni, comprese quelle errate:



che diventano fonte di discussione:

- sul senso dell'uguale;
- sulla rappresentazione come fotografia **trasparente** della situazione che si sta analizzando;
- sul passaggio da una traduzione in linguaggio matematico a una in linguaggio naturale e viceversa.

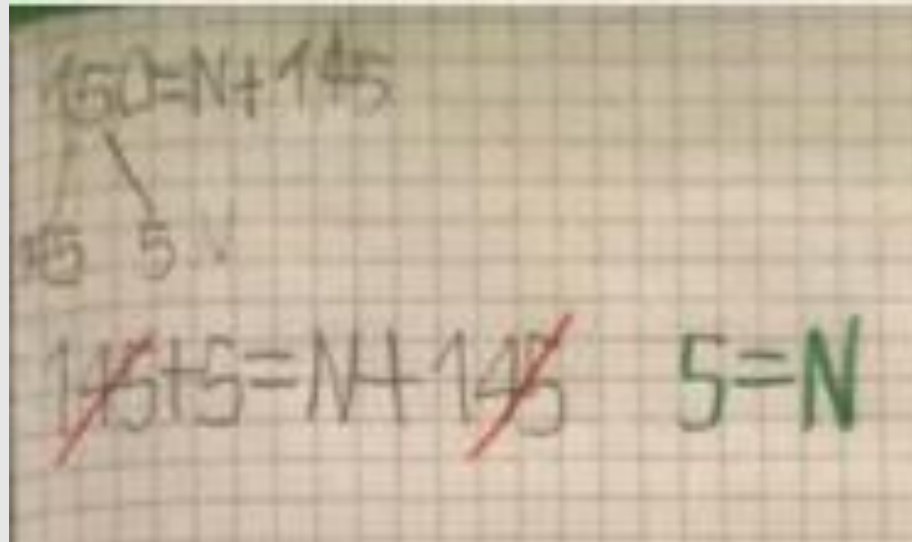


Scelta una rappresentazione, i Lughini cercano una forma non canonica di 21 che possa aiutare a trovare N e sommano 6 e 12.

Emerge il bisogno di **risolvere**.

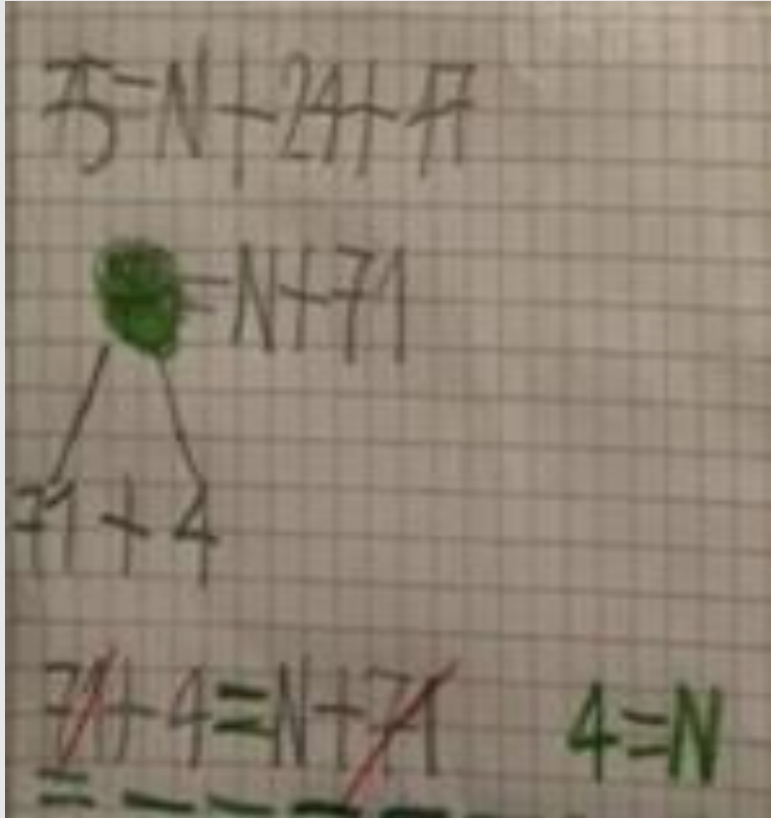
Mi sono ripromessa di lavorare su questo aspetto nel prossimo futuro, in modo da intervenire sull'**ansia da calcolo**.

Data la struttura di un problema.



si creano altre situazioni problematiche; ad esempio:

Mattia ha 145 figurine, Davide gliene regala alcune.
Ora Mattia ha 150 figurine.



Giulio conta i suoi risparmi, si accorge di avere 75 euro. 24 euro li ha avuti in regalo dalla nonna.

17 euro li ha guadagnati lavando i piatti per due settimane.

Gli altri euro li aveva avuti dalla mamma.

LO SVILUPPO DEL PENSIERO RELAZIONALE: IL RUOLO DEI PROCESSI ARGOMENTATIVI

Esperienze operative per la costruzione del pensiero relazionale attraverso l'argomentazione di situazioni iconiche: la metafora dei collezionisti di Scatole e Biglie per esplorare il concetto di uguaglianza

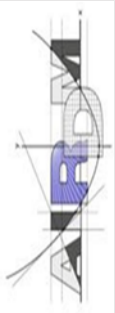
L'ambiente Scatole e Biglie

L'attività riguarda due amici, Marta e Bibo, che collezionano biglie che possono tenere sciolte, e quindi visibili, oppure dentro scatole chiuse.

Le regole del gioco sono due:

I due amici hanno sempre lo stesso numero di biglie (regola dell'uguaglianza)

Scatole dello stesso colore contengono lo stesso numero di biglie (regola del colore)



Promuovere il pensiero relazionale

S&B è stato presentato per la prima volta al secondo Seminario ArAl (Trieste, 2017) dopo che erano stati avviati un progetto ed una sperimentazione in una scuola dell'infanzia di Lugo.

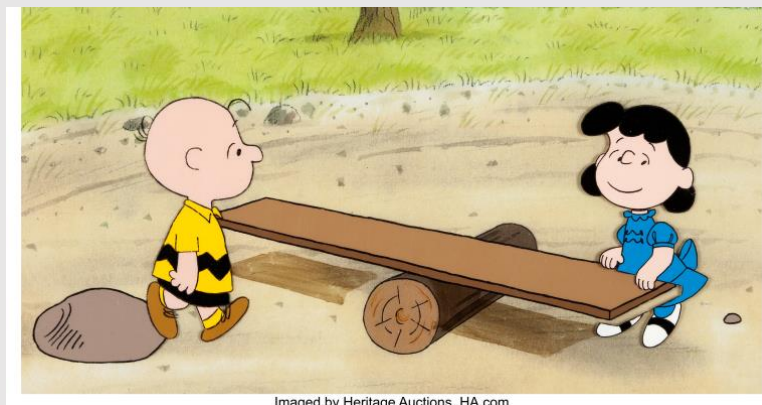
Le attività sono state raccolte in una **Unità del Progetto ArAl** e durante lo scorso lockdown sono state animate e rese utilizzabili in **DDI** sul sito.



<http://www.progettoaral.it/2020/04/13/piccoli-collezionisti-1-cosetta-vedana-sedico-bl-2/>

Promuovere il pensiero relazionale

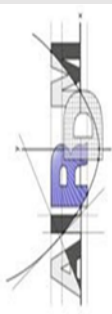
- Principio dello Zìtolo-Zòtolo (primo principio di equivalenza delle equazioni)
- Descrizione delle situazioni (argomentazione)
- Gradualità nella presentazione delle situazioni
- Verticalità delle proposte (Infanzia/Primaria/Secondaria di Primo Grado)



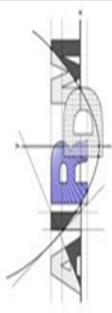
Imaged by Heritage Auctions, HA.com

Le prossime slide si riferiscono ad una sperimentazione condotta con un gruppo di alunni (4-5 anni) della scuola dell'infanzia e di seconda/terza primaria di Lugo (RA).

Le insegnanti hanno raccolto le argomentazioni dei bambini. Ne riporto alcune



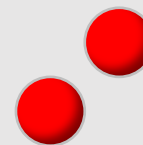
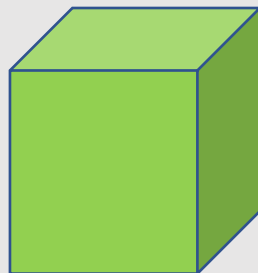
Promuovere il pensiero relazionale



progetto
ArAI

percorsi nell'aritmetica
per favorire il pensiero prealgebrico

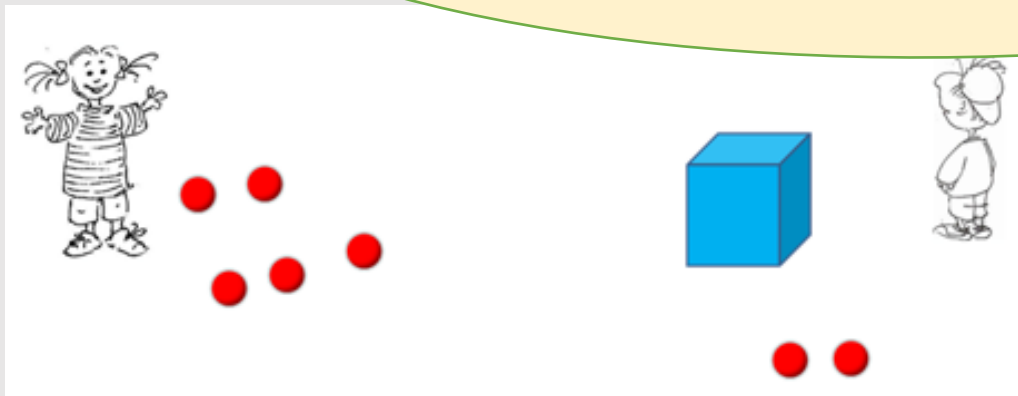
Se Bibo ha due biglie,
allora Marta ha due
biglie nella scatola
(Emma)



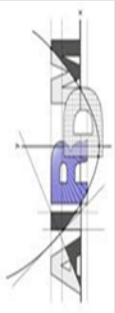
Marta ha una scatola verde, Bibo ha due biglie. Spiega quante biglie deve contenere la scatola di Marta affinché lei e Bibo abbiano lo stesso numero di biglie.

Promuovere il pensiero relazionale

Se Marta ha 5 biglie, allora Bibo ha 3 biglie nella scatola perché hanno sempre lo stesso numero di biglie. $5 = b + 2$ (Leonardo)

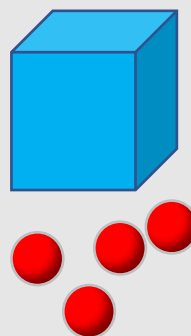
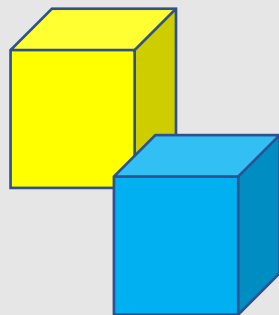


Marta ha cinque biglie, Bibo ha una scatola blu e due biglie. Ipotizza quante biglie deve contenere la scatola di Bibo affinché lui e Marta abbiano lo stesso numero di biglie.



Promuovere il pensiero relazionale

Nelle scatole blu c'è lo stesso numero di biglie...allora nella scatola gialla di Marta ci sono 4 biglie perché 4 sono le biglie che Bibo ha fuori dalla scatola. (Killian)



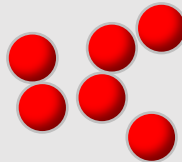
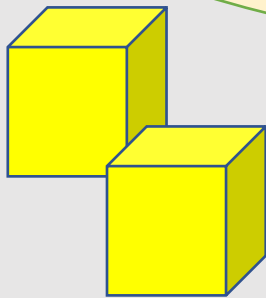
$$g+b=b+4$$

(Adam)

Marta ha una scatola blu e una scatola gialla. Bibo ha una scatola blu e 4 biglie. Marta e Bibo hanno lo stesso numero di biglie.

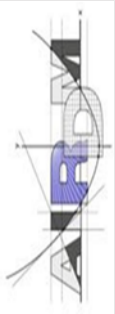
Promuovere il pensiero relazionale

Le scatole di Marta sono dello stesso colore e quindi contengono lo stesso numero di biglie. Bibo ha sei biglie, secondo me ci sono 3 biglie in ogni scatola gialla. (Karim)



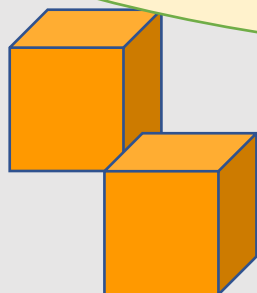
$$2xg=6$$

Marta ha due scatole gialle, Bibo ha sei biglie. Spiega quante biglie deve contenere ogni scatola di Marta sapendo che lei e Bibo hanno lo stesso numero di biglie.



Promuovere il pensiero relazionale

Il numero delle biglie contenute nella scatola blu di Bibbo è il doppio di quelle contenute in una scatola di arancione di Marta...in ogni scatola di Marta c'è la metà del numero di biglie contenute nella scatola di Bibbo. $2x = b$. (Naledi)



Marta ha due scatole arancioni, Bibbo ha una scatola blu. Spiega quante biglie deve contenere ogni scatola di Marta sapendo che lei e Bibbo hanno lo stesso numero di biglie.

elenamarangoni@gmail.com

e.marangoni@lugo1.istruzioneer.it

elena.marangoni@armtitalia.it