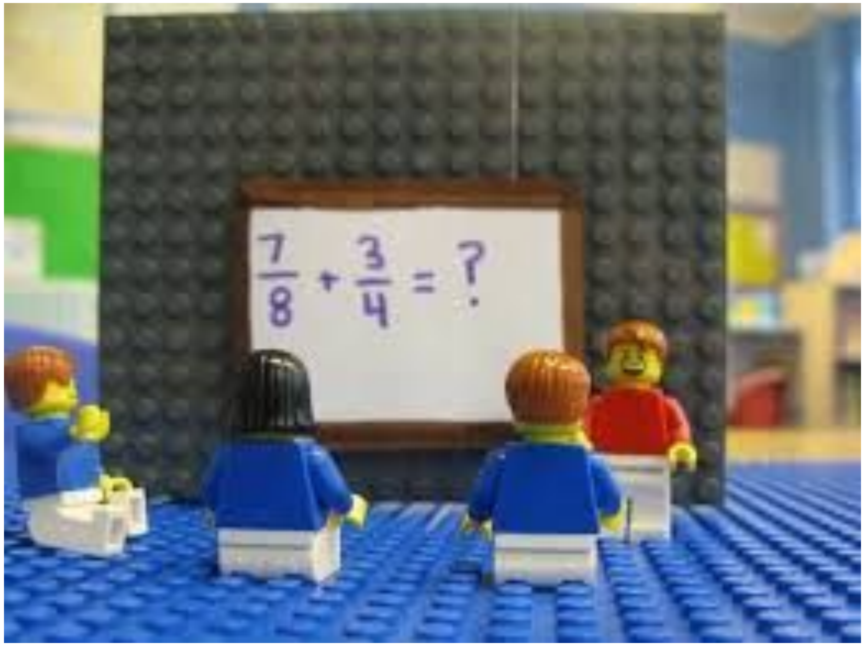
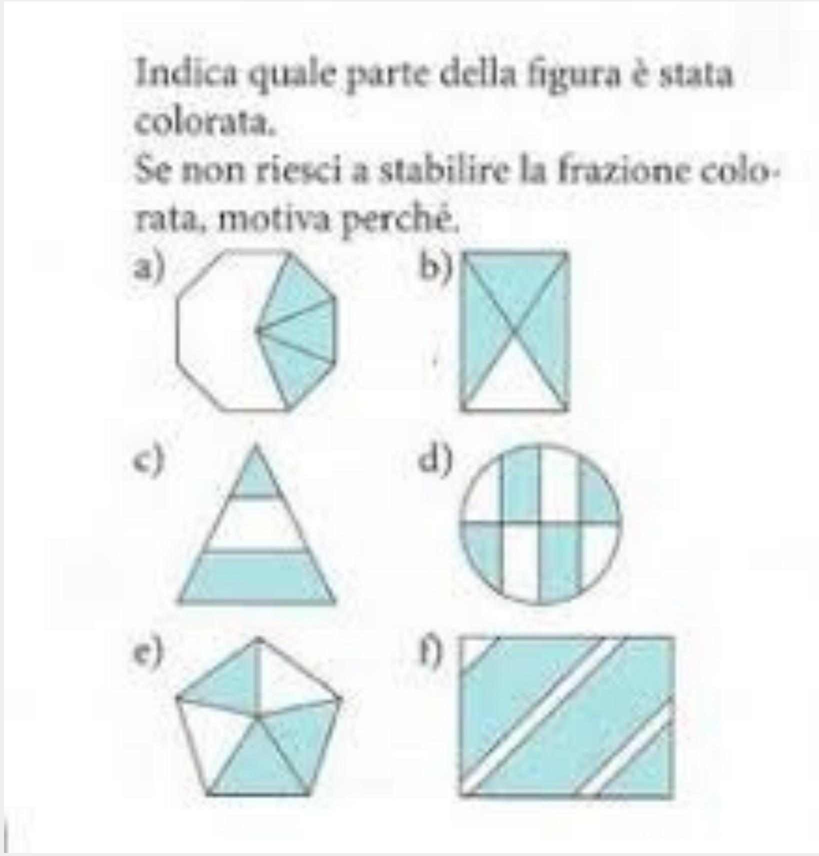
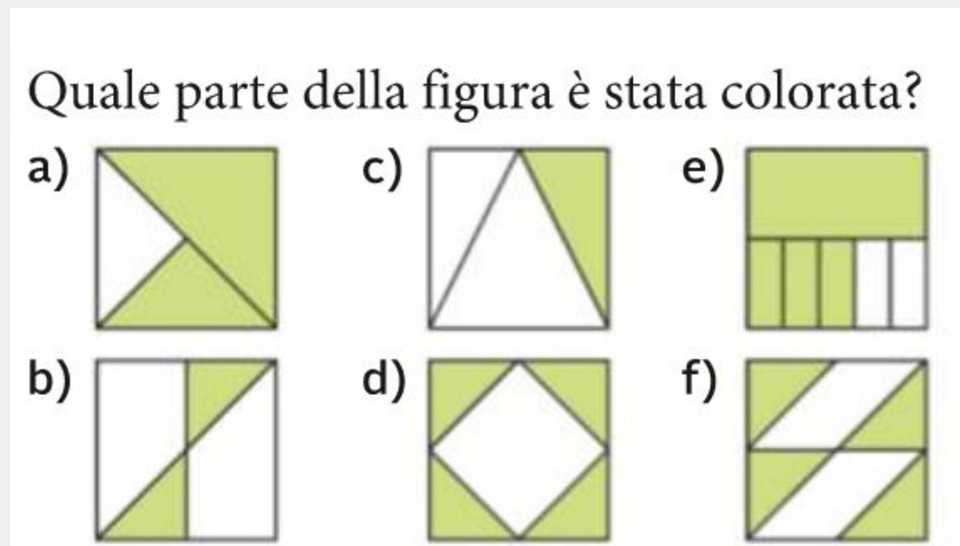
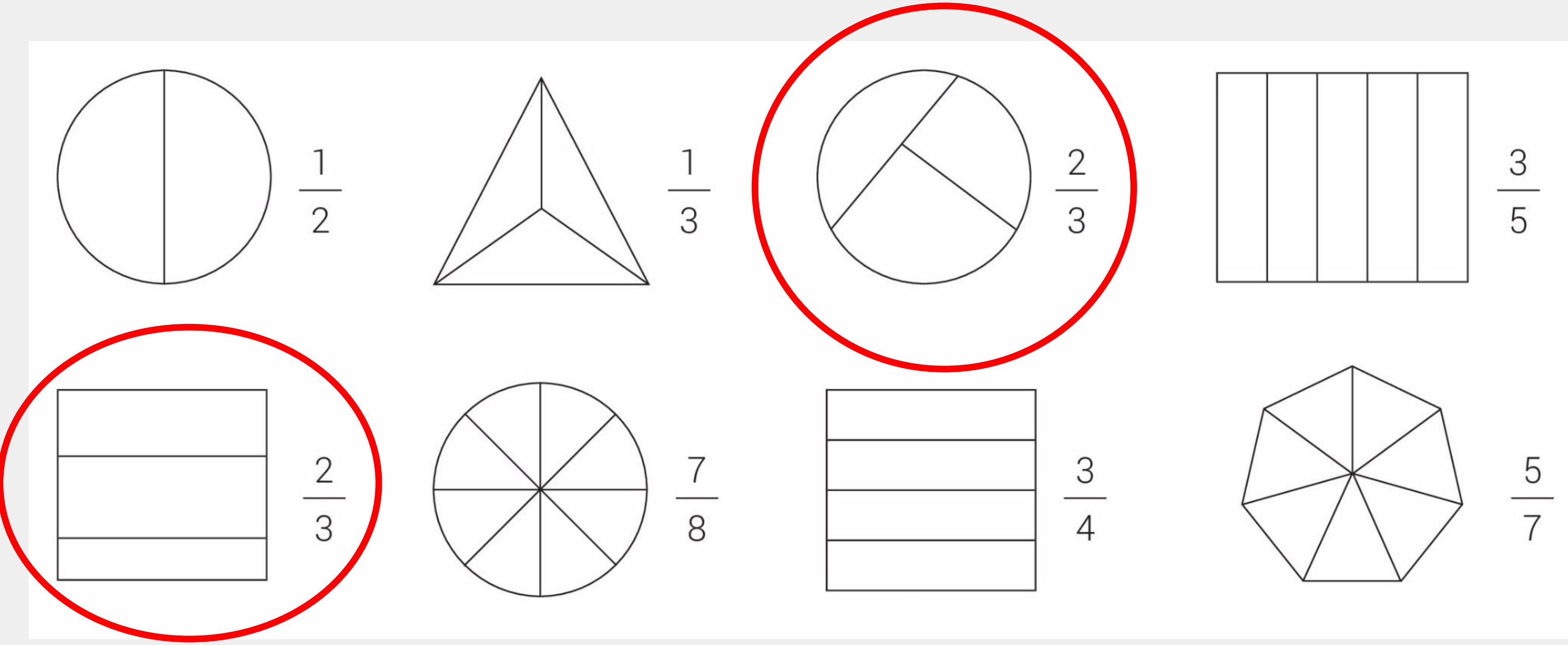
Come prosegue lo studio delle FRAZIONI alla scuola secondaria di 1° grado?



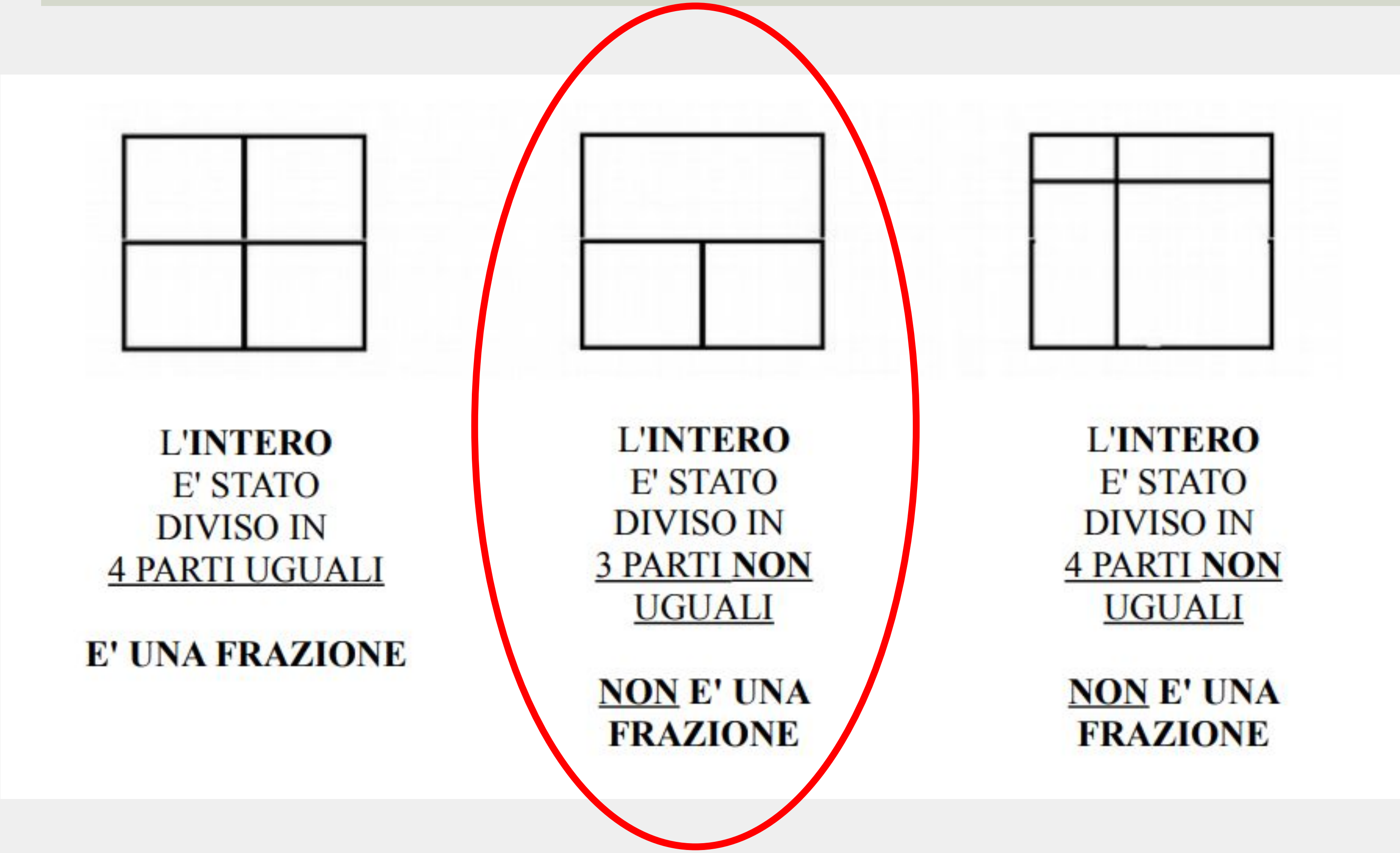


Concetto di FRAZIONARE: DIVIDERE in parti uguali, non necessariamente le parti sono sempre rappresentate





1/2
1/3
2/3
3/5
2/3
7/8
3/4
5/7

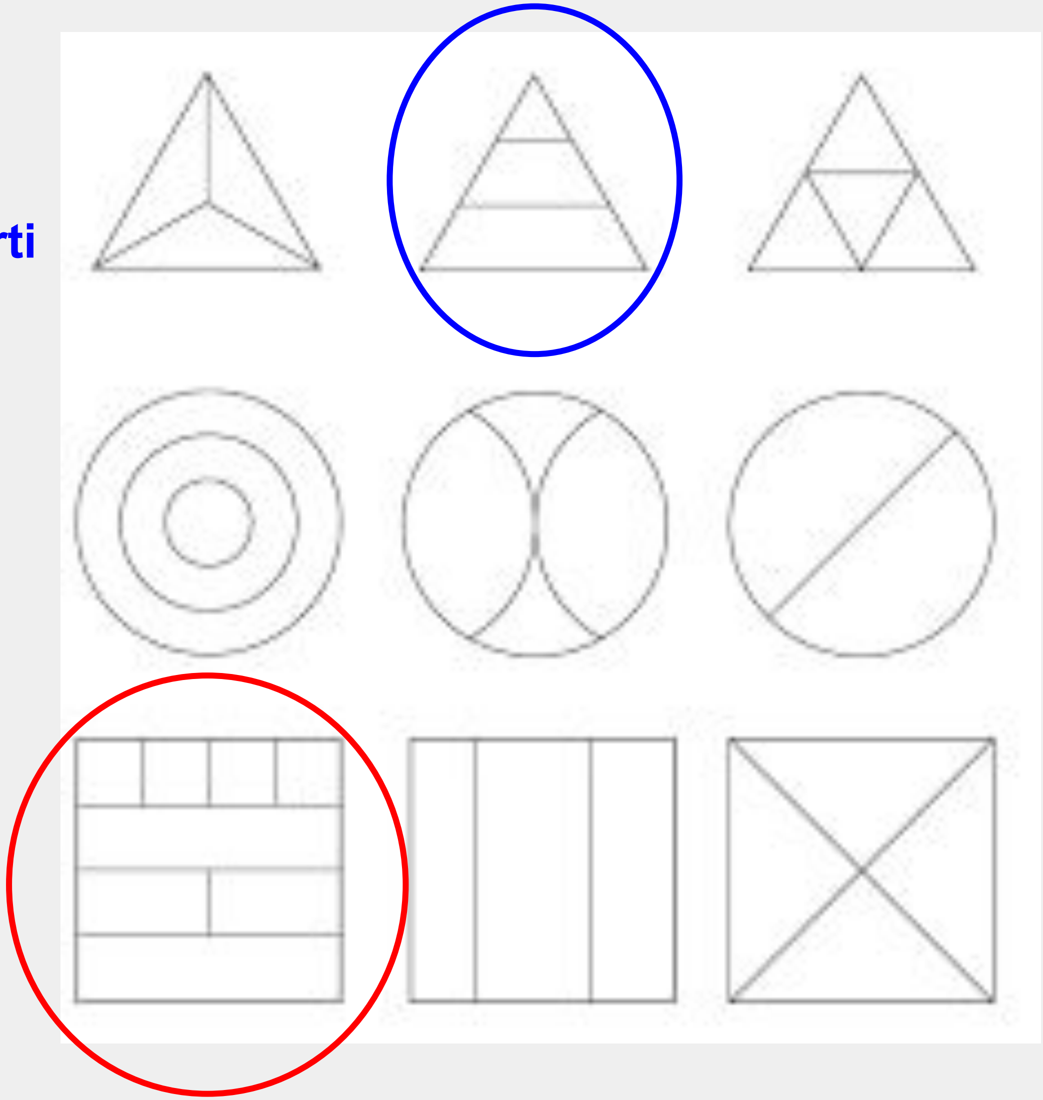


Porzione di una scheda proposta ad alunni in una classe precedente.

Conversazione in classe

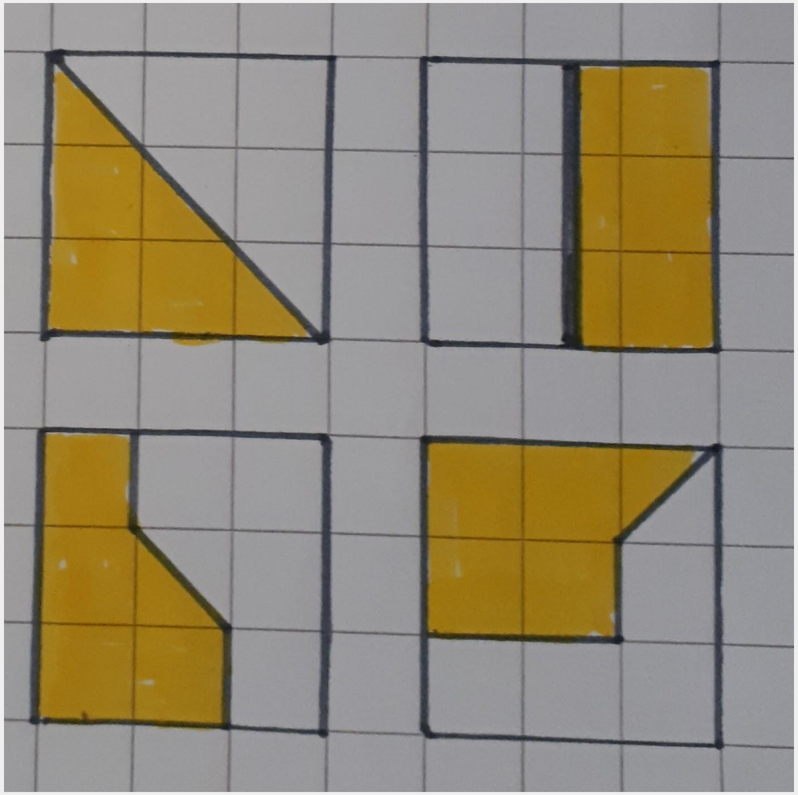
INSEGNANTE.: E’ frazionata in parti uguali?

ALUNNI: no, quindi NON si può descrivere con una frazione



INSEGNANTE.: e in questa rappresentazione?

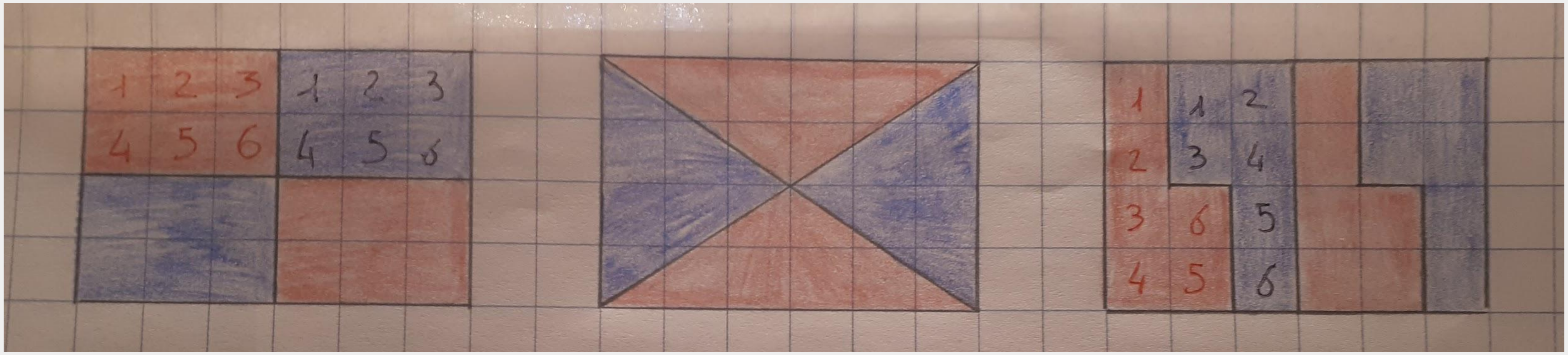
ALUNNI: alcuni dubbiosi, altri certi… ma spesso la risposta è NO.



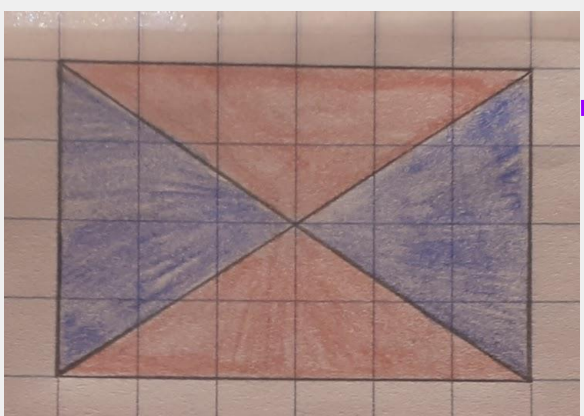
UF di “forma differente” e quindi NON congruenti ma EQUIVALENTI sono sempre UF che hanno lo stesso valore.

UF in relazione all’intero di riferimento.

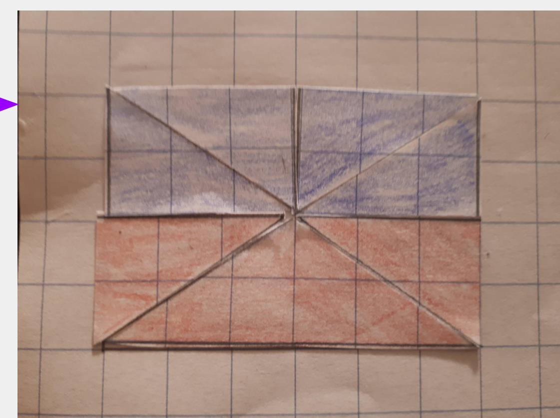
Tutto ha avuto inizio dalla "perplessità" di alcuni alunni sul confronto di QUARTI

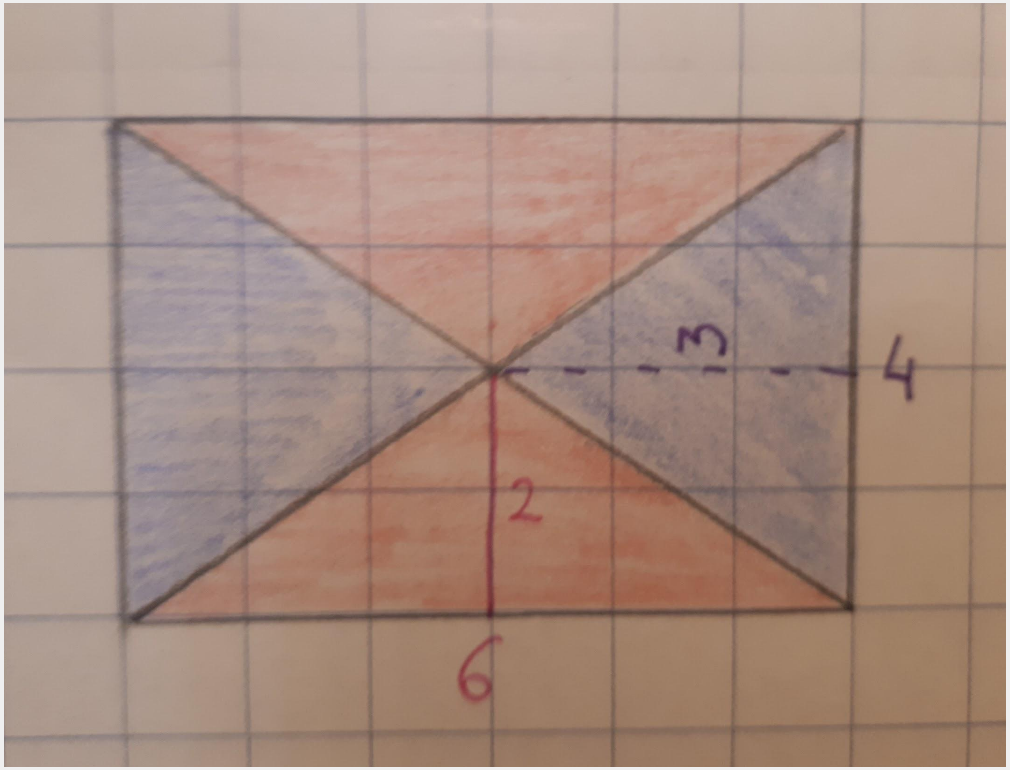


ed è proseguito con tentativi di "dimostrazione" e "argomentazione" utilizzando le rappresentazioni grafiche e le conoscenze di geometria piana.



Ritagliando e ricomponendo il rettangolo





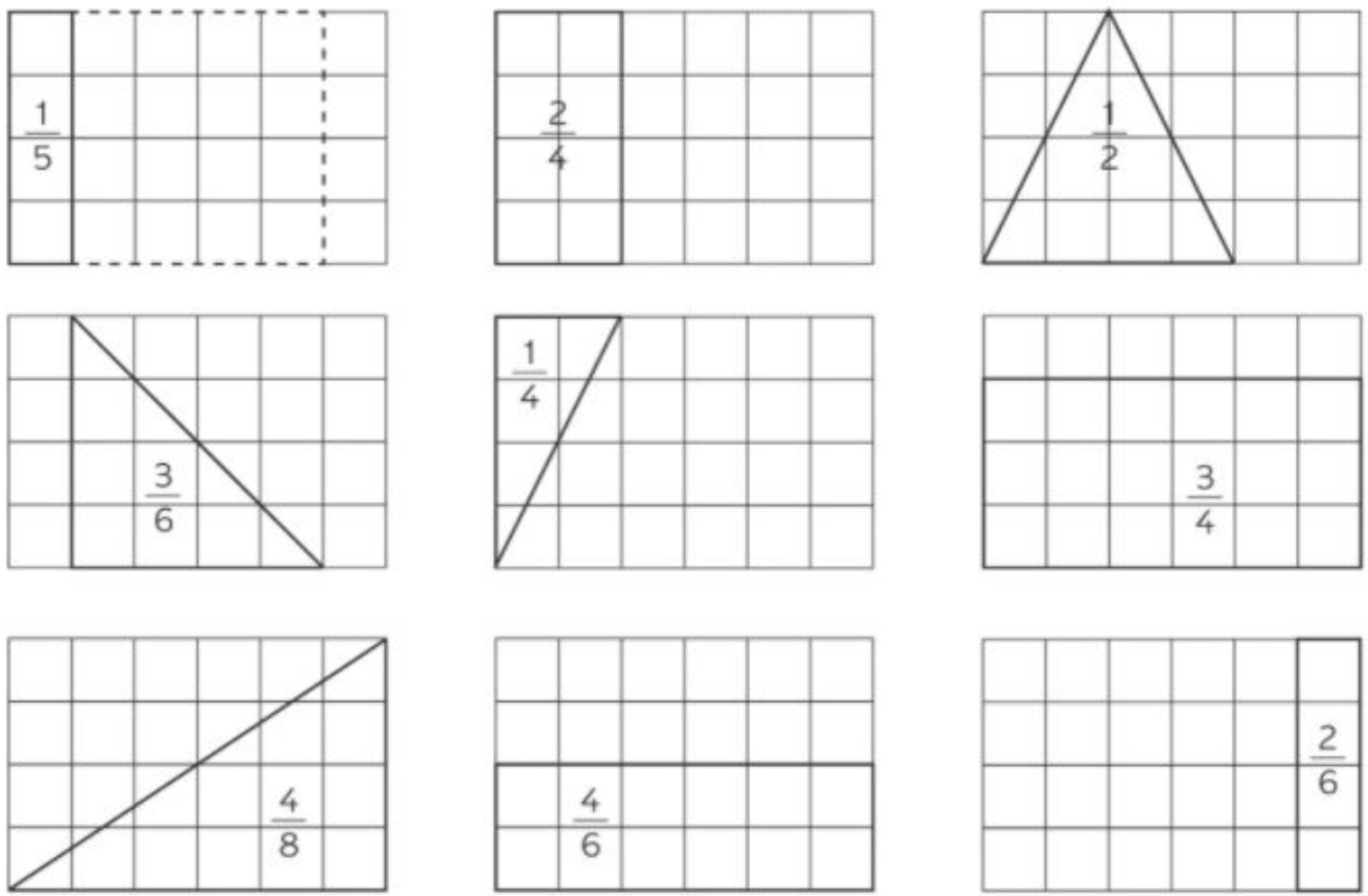
per via geometrica

$$A_{\square} = b \cdot h = 6 \cdot 4 = 24$$

$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{6 \cdot 2}{2} = \frac{12}{2} = 6 \qquad 6 \cdot 2 = 12$$

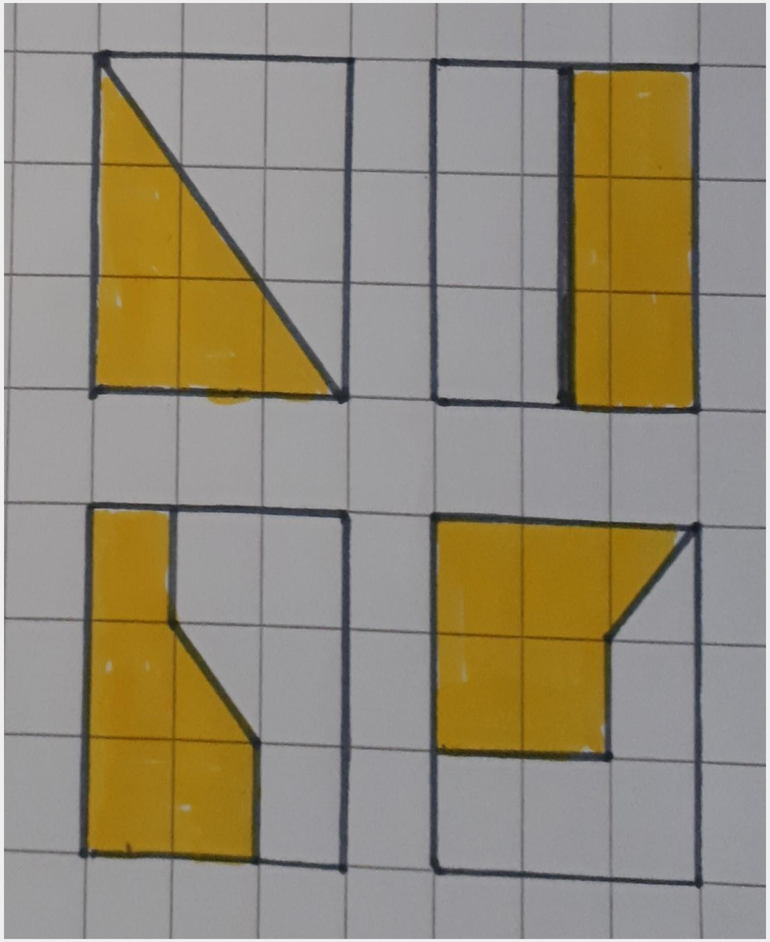
$$A = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6 \qquad 6 \cdot 2 = 12$$

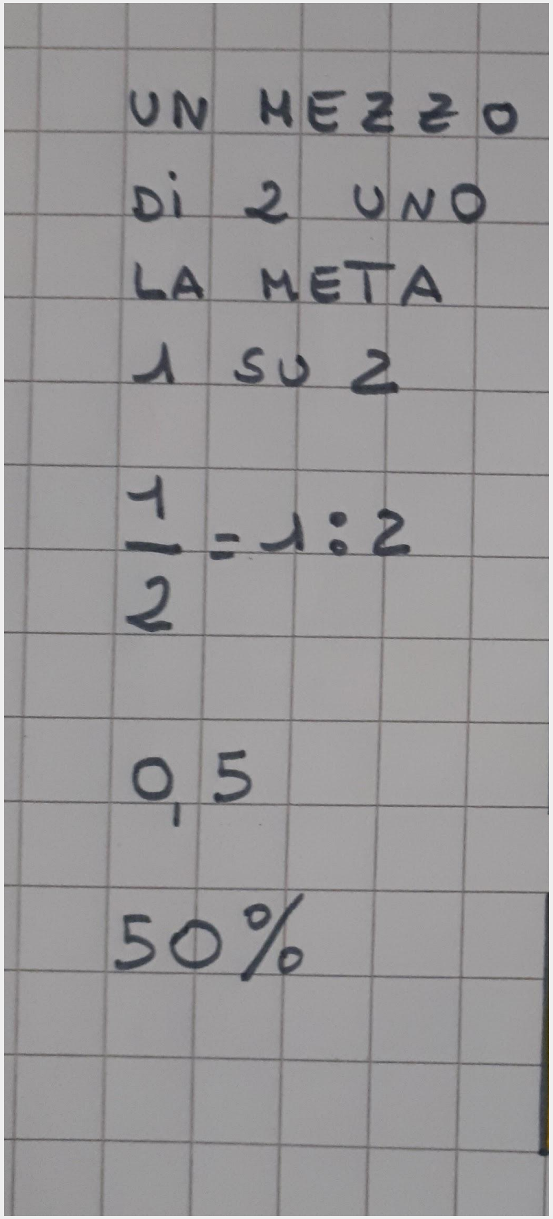
Completa il disegno in modo da avere la figura completa.



Dall'UF o da una porzione dell'intero alla ricostruzione dell'intero e operare con le FRAZIONI EQUIVALENTI

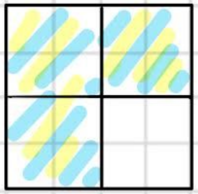
Dare un senso ai DIFFERENTI SIGNIFICATI di FRAZIONE

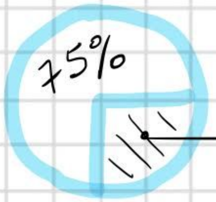




Dare un senso ai DIFFERENTI SIGNIFICATI di FRAZIONE

FRAZIONE	NUMERO DECIMALE	PERCENTUALE %
$\frac{3}{4}$ $(3:4) \rightarrow$	0,75	75%

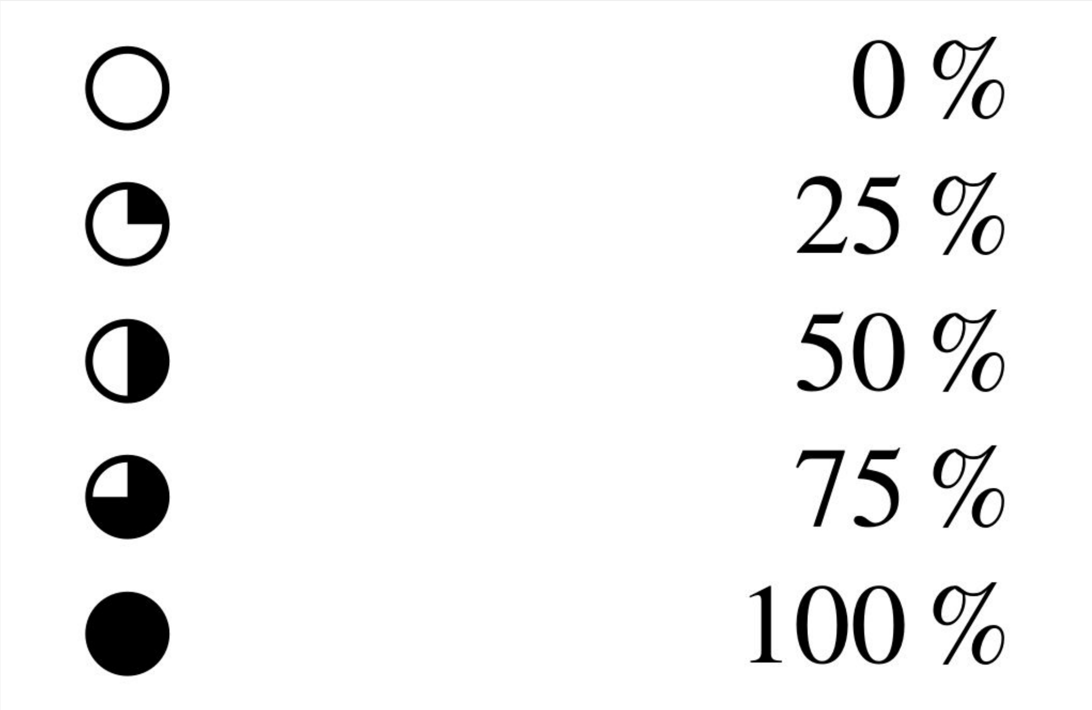




25% $(75 + 25 = 100)$

3 0 | 4
30 | 0,75
28
20

RAPPORTO



0 : 4 = 0

1 : 4 = 0,25

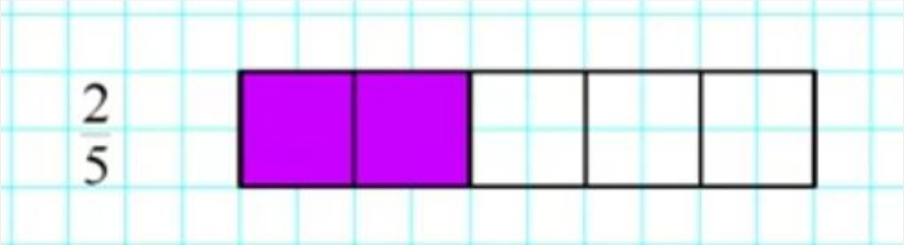
2 : 4 = 0,5

3 : 4 = 0,75

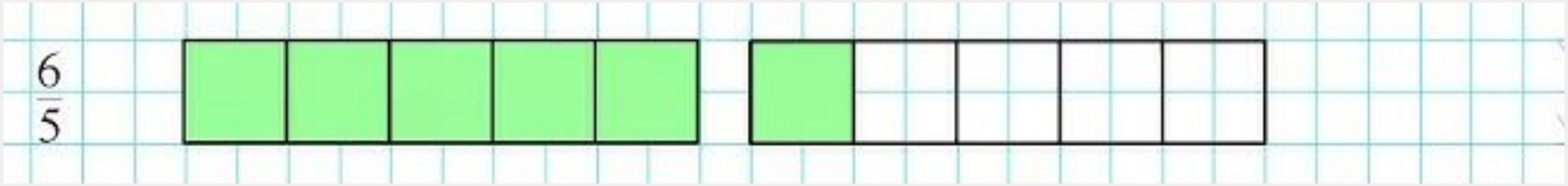
4 : 4 = 1

Frazione - percentuale - divisione - n° decimale

Le UNITA' FRAZIONARIE



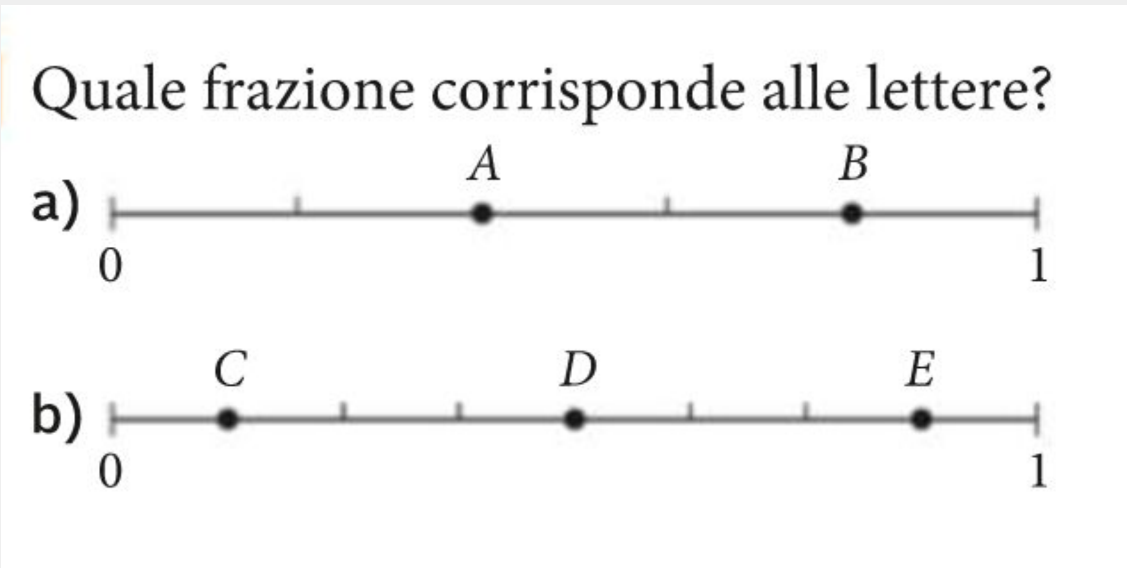
La frazione 2/5 è formata da 2 UF, da 1/5 + 1/5



La frazione 6/5 è formata da 6 UF, da 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5 + 1/5

1+1/5

Le UNITA' FRAZIONARIE



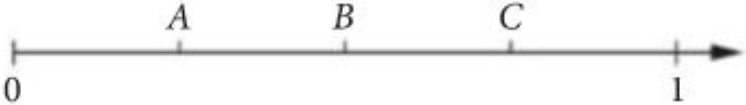
a) UF 1/5

b) UF 1/8

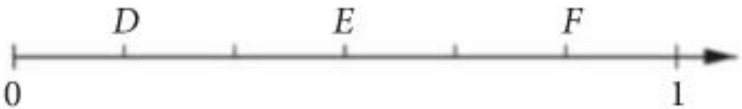
il POSIZIONAMENTO sulla retta orientata di FRAZIONI

Collega la frazione al punto sulla retta.

a) $\frac{2}{4}$ $\quad \frac{3}{4}$ $\quad \frac{1}{4}$



b) $\frac{5}{6}$ $\quad \frac{1}{6}$ $\quad \frac{3}{6}$



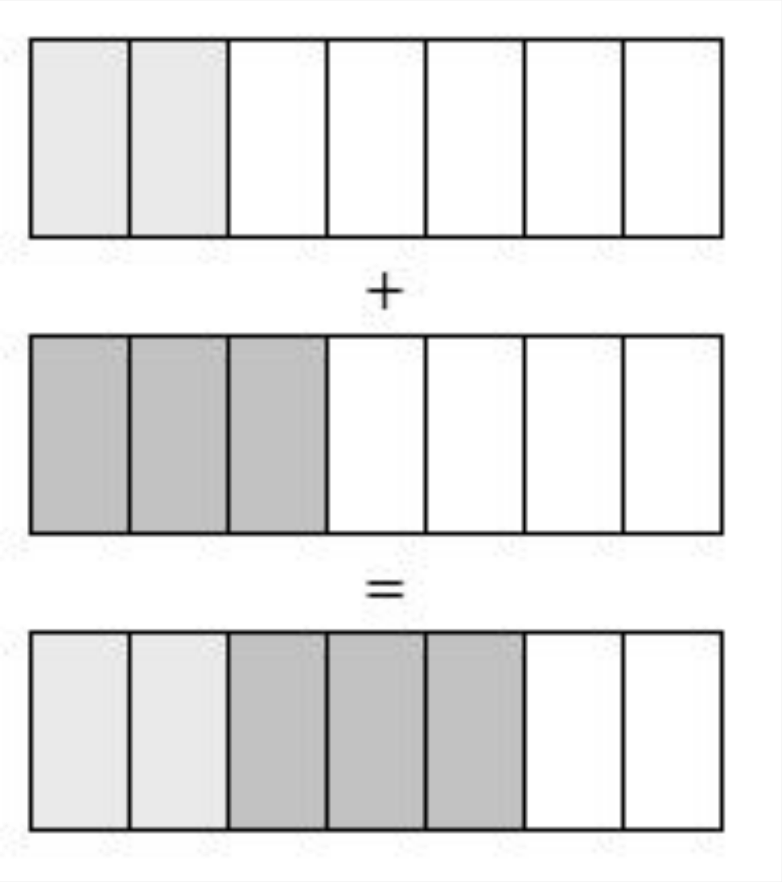
Posiziona le frazioni sulla retta.

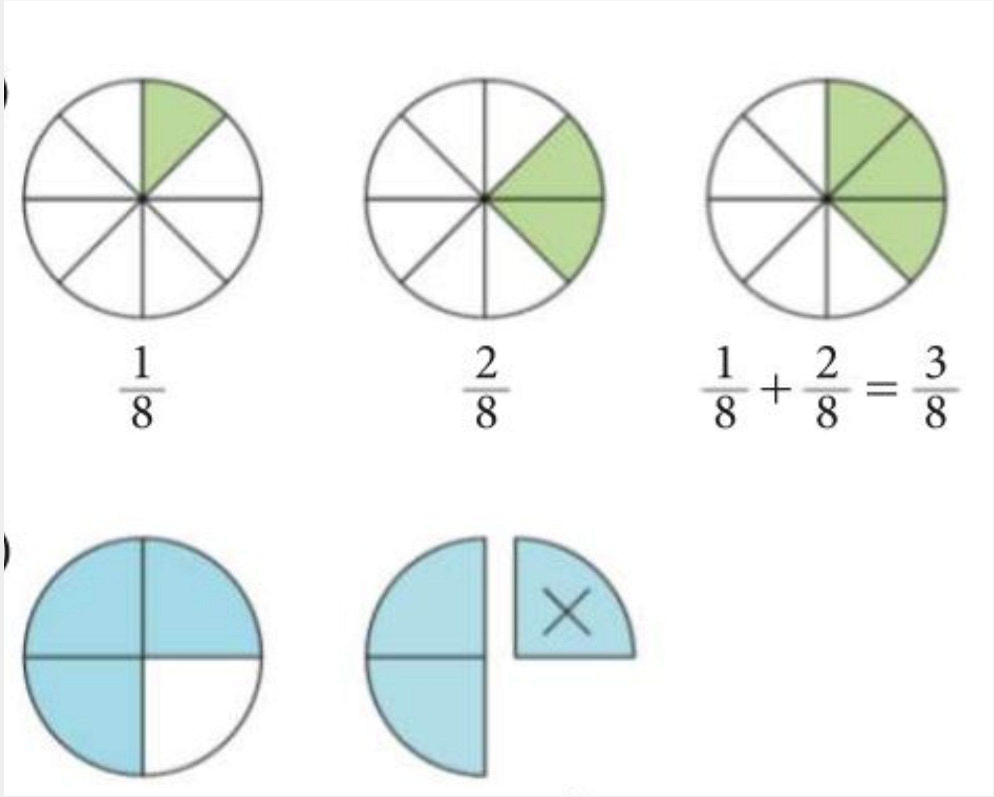
$\frac{1}{3}$ $\quad 1\frac{1}{3}$ $\quad \frac{6}{3}$ $\quad \frac{8}{3}$ $\quad 2\frac{1}{3}$

N° misto 1 + 1/3

2+ 1/3

SOMMA e SOTTRAZIONE tra frazioni a UGUAL DENOMINATORE





3/4 - 1/4 = 2/4

SOMMA tra frazioni a DIFFERENTE DENOMINATORE

I ragazzi dovrebbero **scoprire la necessità di cercare un nuovo denominatore,** con “determinate caratteristiche” e trasformare le frazioni in **frazioni equivalenti.**

Cosa c’entra il m.c.m. tra i denominatori?

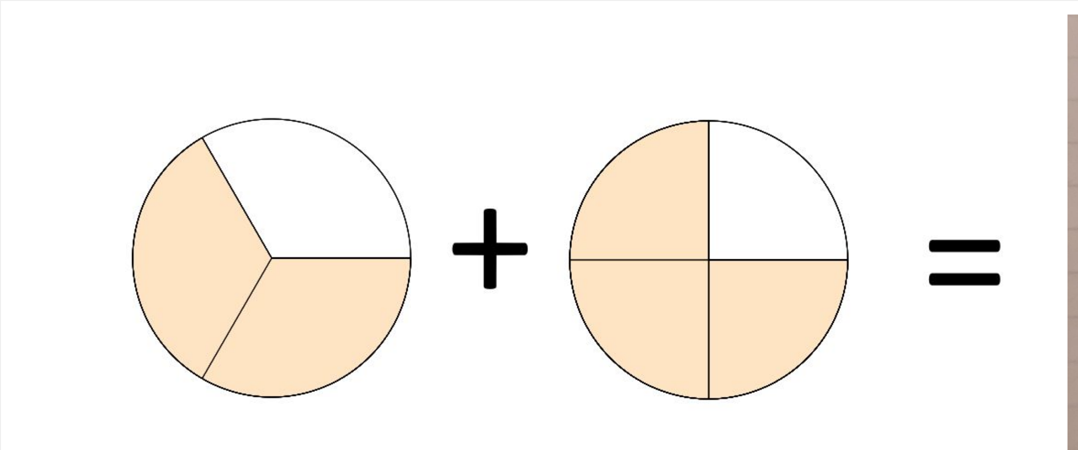
Può essere anche un multiplo comune?

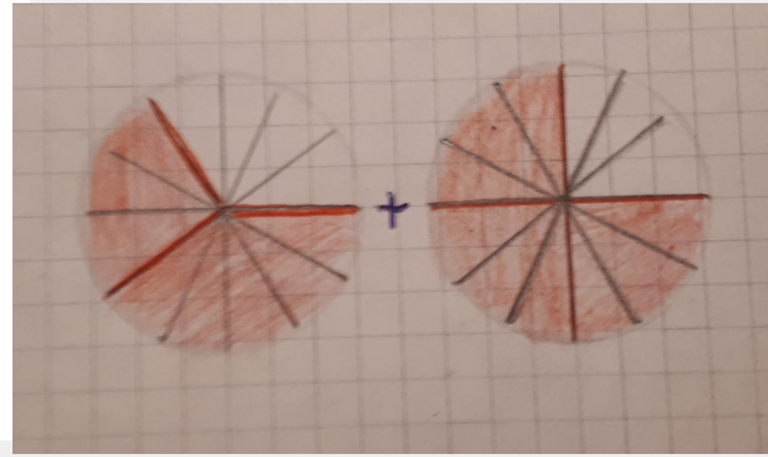
“CLASSI di EQUIVALENZA”

e proprietà INVARIANTIVA

$$\frac{4}{3}+\frac{7}{2}=\frac{}{6}\qquad\frac{}{6}$$

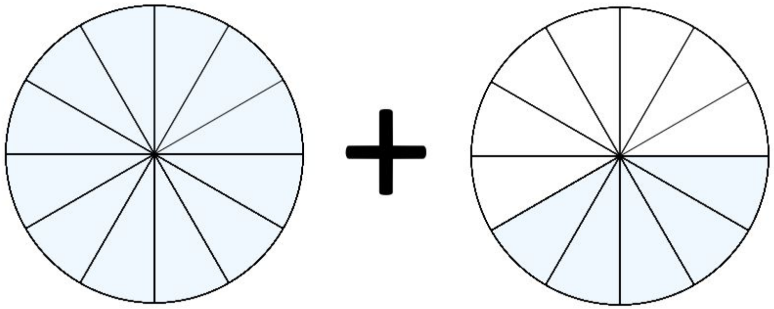
$$m.c.m.(2;3)=6$$





$$\frac{2}{3} + \frac{3}{4} = \frac{8}{12} + \frac{9}{12} = \frac{17}{12} = \frac{12}{12} + \frac{5}{12} = 1 + \frac{5}{12}$$

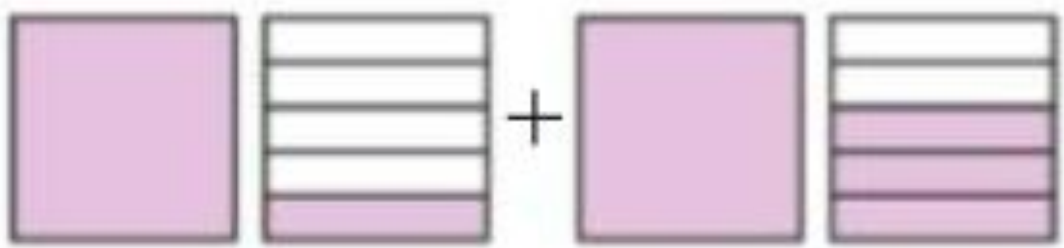
Necessità di un ***"nuovo denominatore"***



1 + 5/12 =
12/12 + 5/12 =
17/15

1+1/5 + 1+3/5 =

5/5 + 1/5 + 5/5 + 3/5 =



14/5 = 2 + 4/5

Attività pratica partendo da una situazione-problema per dare senso al m.c.m. e al “*nuovo denominatore comune*”

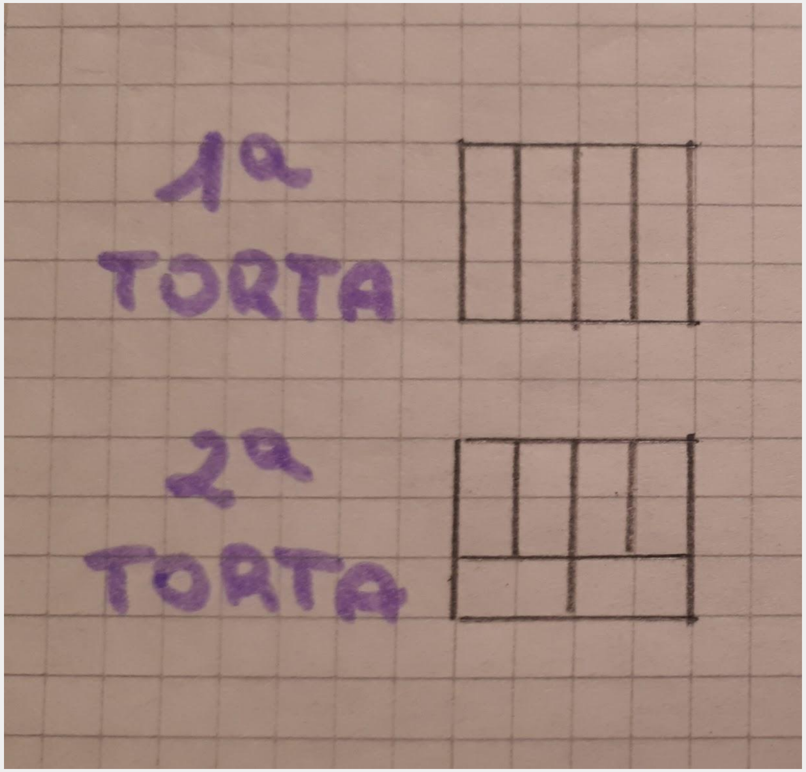
Ad una festa sono state tagliate, per errore, in maniera differente due torte.

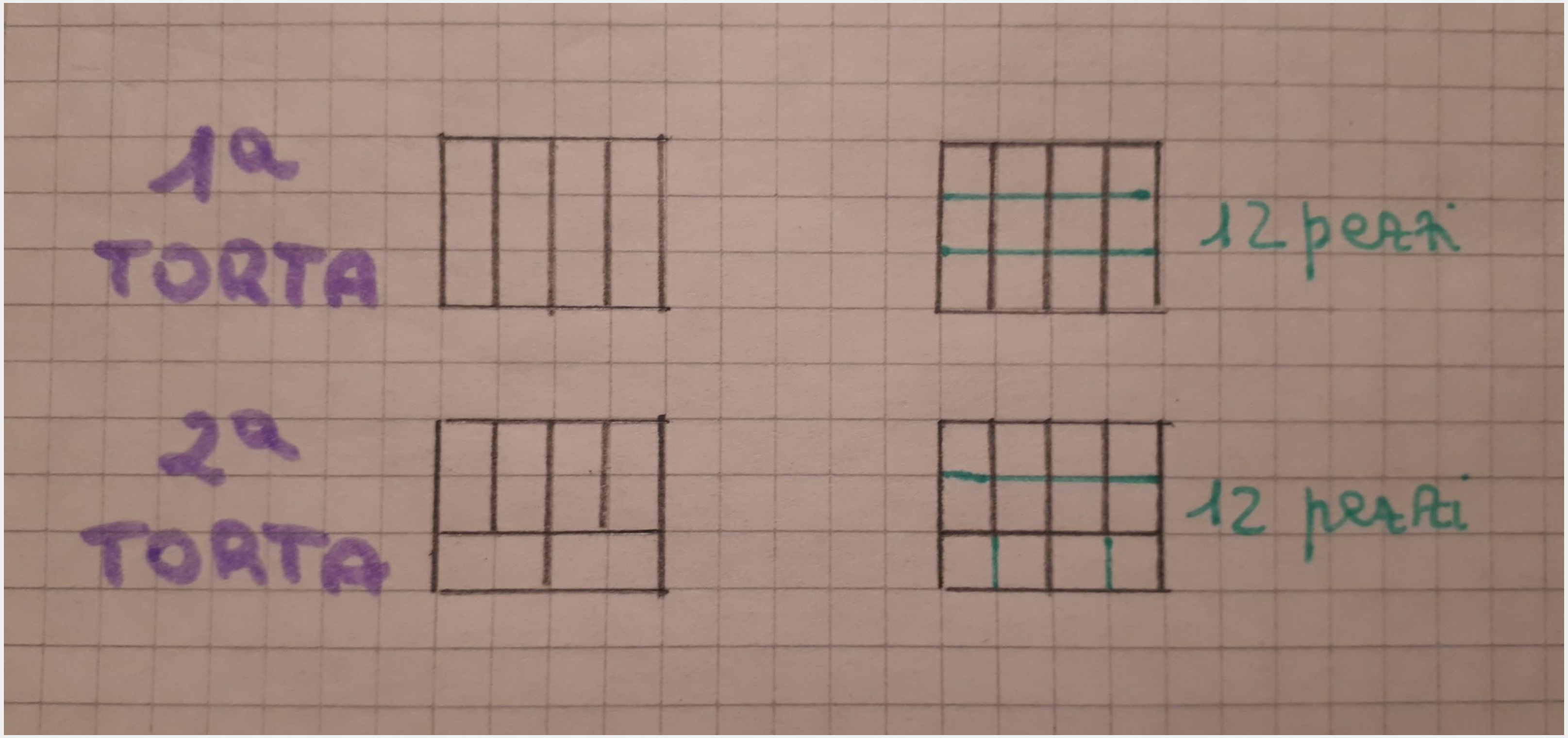
Vorrei che ogni bambino/ragazzo avesse una parte di torta della stessa dimensione.

Si può riparare all’errore? Come?

Quanti bambini ci sono alla festa?

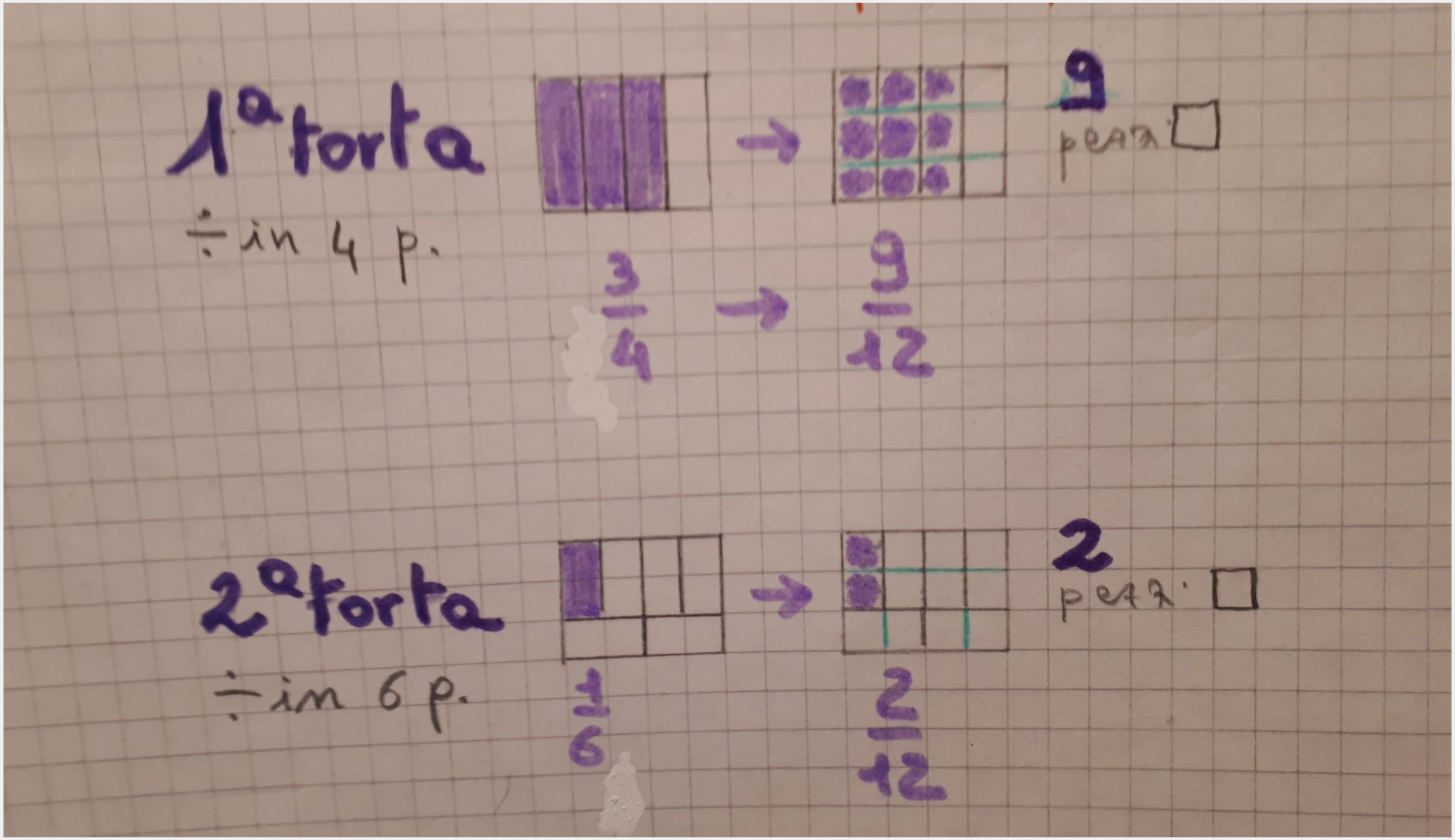
Quante fette di torta servono come minimo? 20





Dai quarti e i sesti scoprono la necessità dei dodicesimi

Se della prima torta ne fossero state mangiate 3 fette e della seconda torta una, quante fette ne avrebbero mangiate in tutto?



La formalizzazione in *“linguaggio matematico”* con il m.c.m tra i denominatori

$$\frac{3}{4} + \frac{1}{6} = \frac{9}{12} + \frac{2}{12} = \frac{11}{12}$$

4 8 12 16 20 . . .

6 12 18 24 . . .

< 1

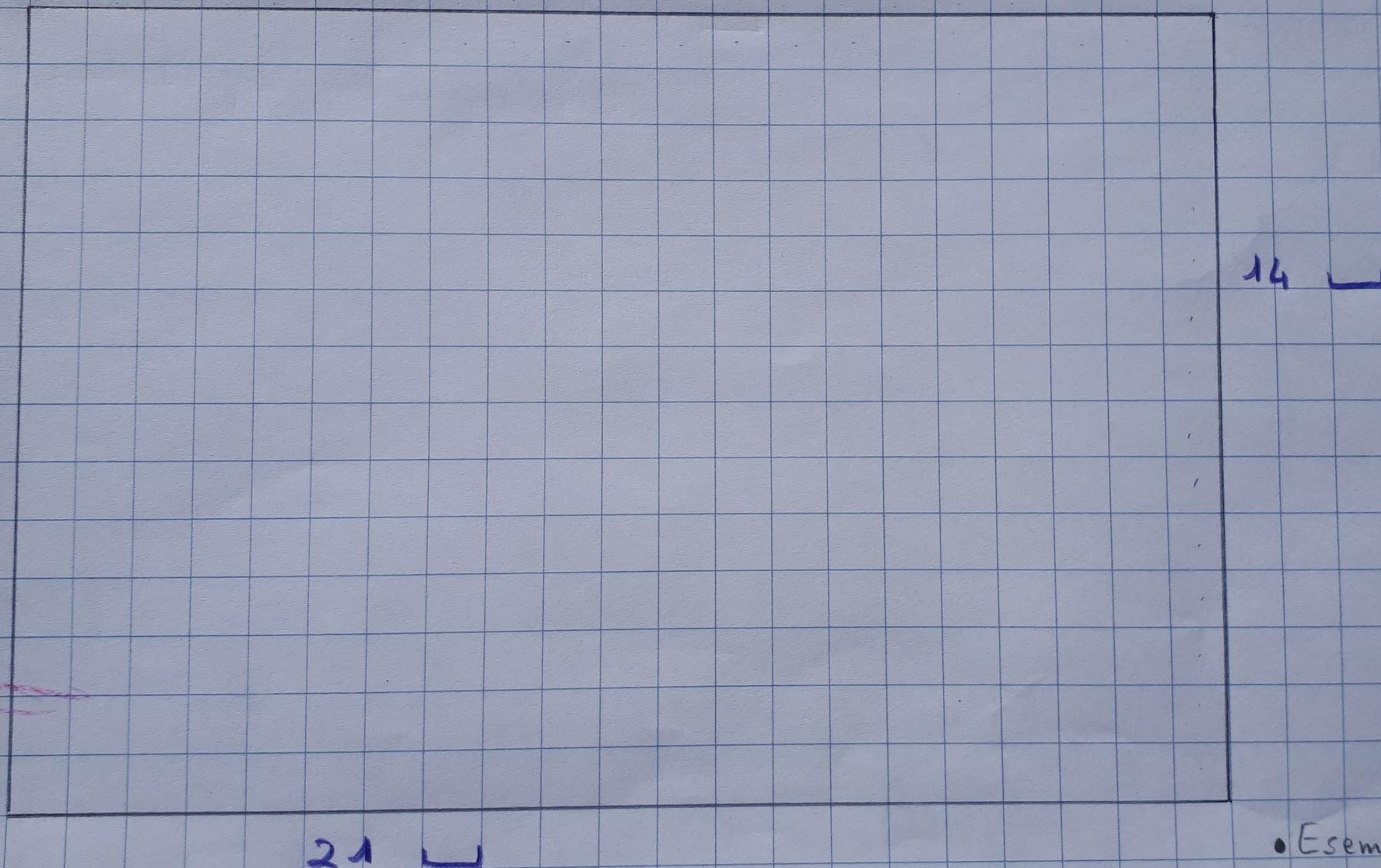
Altra attività pratica partendo da una situazione problema per dare senso al MCD

Ho un FOGLIO QUADRETTATO lungo 21 quadretti e alto 14 quadretti.

Lo voglio suddividere in QUADRATI tutti uguali, i più grandi possibili, in maniera da ricoprire completamente il foglio.

E’ possibile farlo? Come.

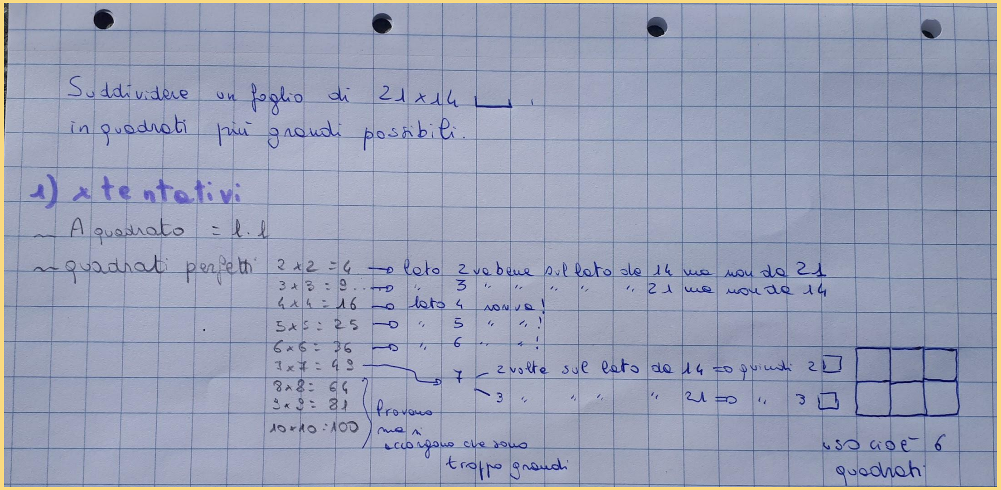
- **Lettura e comprensione di una consegna-problema complesso**
- **Argomentazione e confronto tra alunni**
- **Ricerca di strategie risolutive**
- **Procedendo per “TENTATIVI RAGIONATI”**
- **Manipolazione di materiale e realizzazione di soluzione con la carta**
- **FORMALIZZAZIONE del RISULTATO ottenuto e confronto di “eventuali” soluzioni differenti**



- Esempio

120 x 6

70 x 5


Suddividere un foglio di 21 x 14 in quadrati più grandi possibili.

1) x tentativi

- A quadrato = l · l
- quadrati perfetti
  - 2 x 2 = 4 → lato 2 va bene sul lato da 14 ma non da 21
  - 3 x 3 = 9 → " 3 " " " " " 21 ma non da 14
  - 4 x 4 = 16 → lato 4 non va!
  - 5 x 5 = 25 → " 5 " "!
  - 6 x 6 = 36 → " 6 " "!
  - 7 x 7 = 49 → 7 — 2 volte sul lato da 14 → quindi 2 □ — 3 " " " " 21 → " 3 □
  - 8 x 8 = 64
  - 9 x 9 = 81
  - 10 x 10 = 100

Proviamo ma ci accorgiamo che sono troppo grandi

6 quadrati

Per TENTATIVI RAGIONATI

- Area quadrato lato x lato

Quadrato 2x2 = 4 lato 2 va bene sul lato da 14 ma non su quello da 21

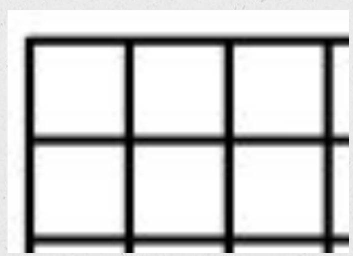
Quadrato 3x3 = 9 lato 3 va bene sul lato da 21 ma non su quello da 14

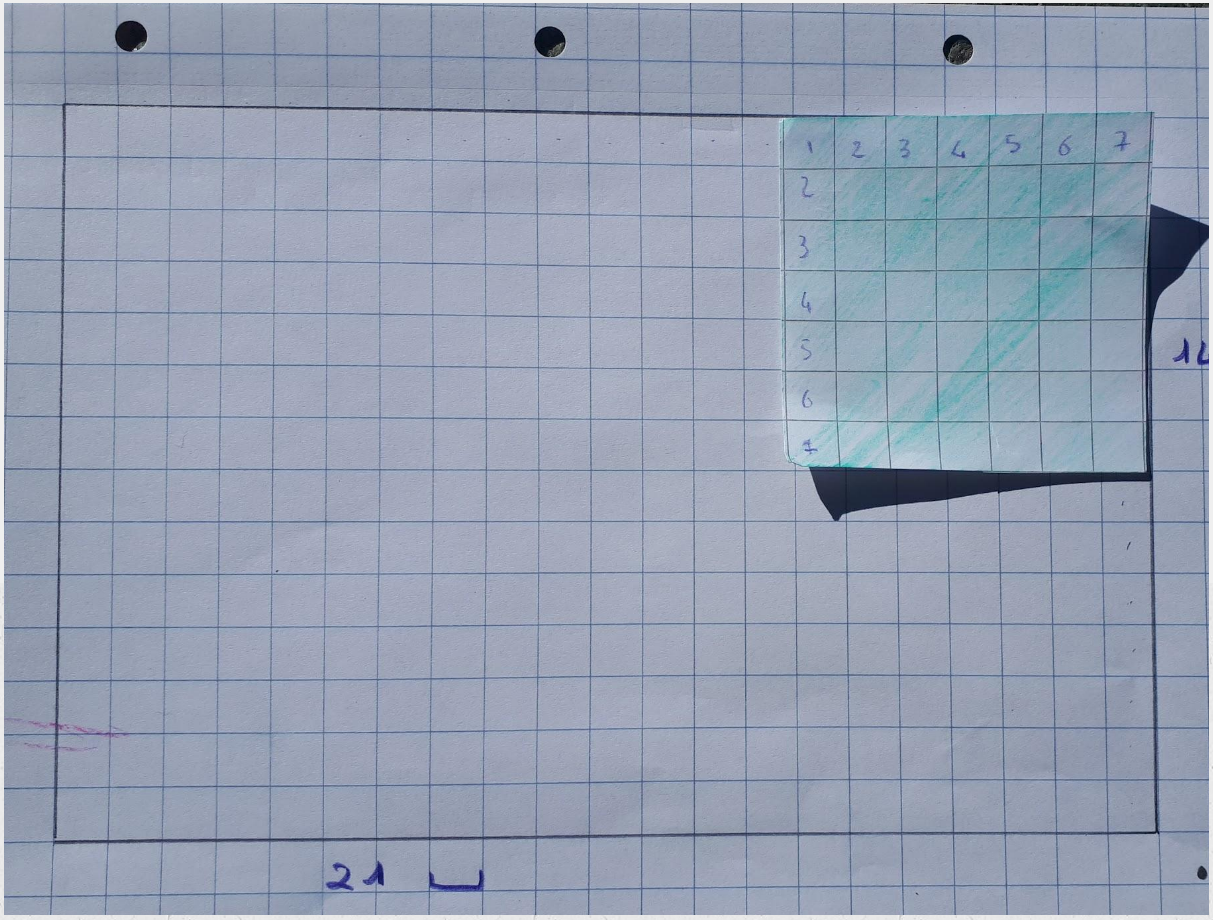
Quadrato 5x5 = 25 non va bene su nessuno dei due lati

Stessa cosa per il quadrato con lato 6

Quadrato 7x7=49 Va bene per entrambi.

Stanno 2 quadrati sul lato da 14 e 3 quadrati su quello da 21





Riflessione di CLASSE su alcune osservazioni emerse dalle discussioni

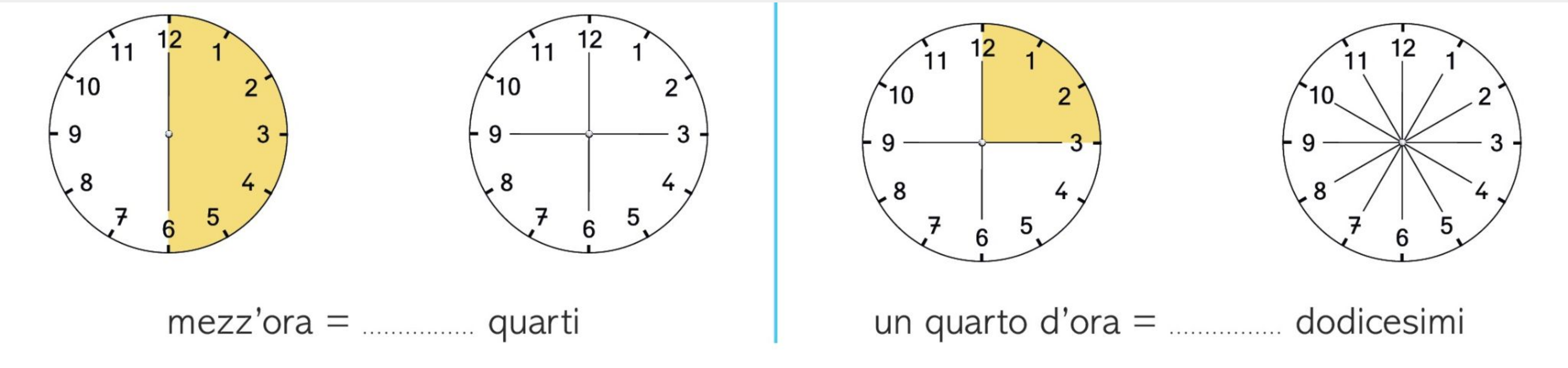
Qualcuno nota che

14 = 2 x 7
21 = 3 x 7

Emergono dalla discussione anche i QUADRATI PERFETTI - 49 = 7 x 7

Area = 21 x 14 = 294 anche 49 x 6 = 294

Frazioni e OROLOGI



Dividere il quadrante a metà - 30 minuti, mezz'ora

Dividere il quadrante in quarti - 15 minuti

Dividere il quadrante in sesti - settori da 10 minuti ciascuno

Dividere il quadrante in dodicesimi - settori da 5 minuti

Il cambio di UNITA' di misura

un quarto d'ora 1/4 di ora 1/4 x 60 minuti

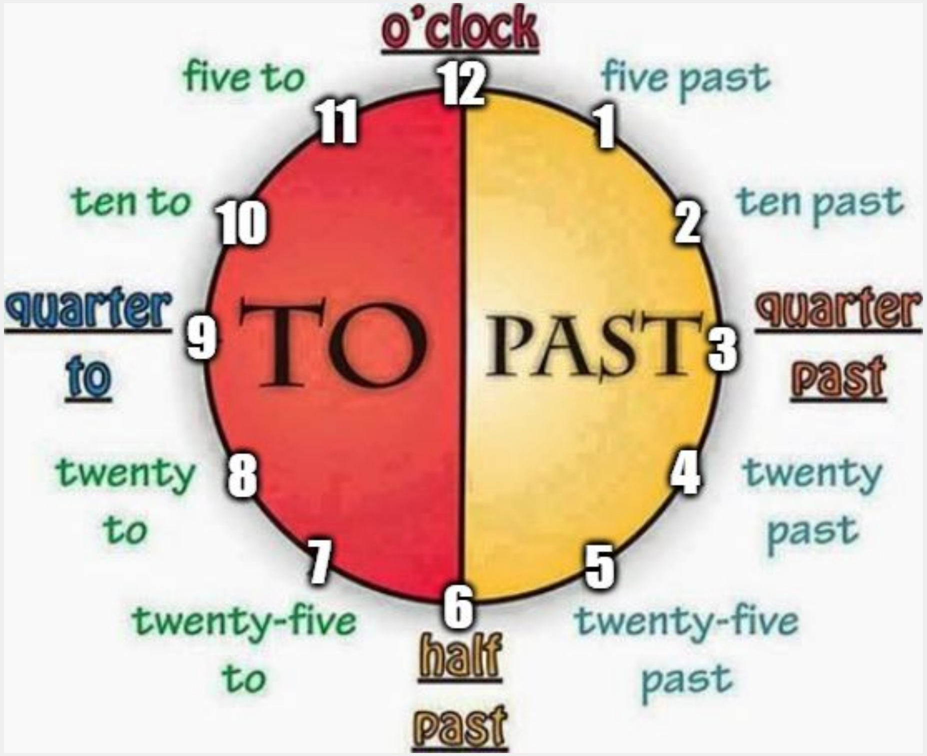
L'ORA (60 minuti) è l'unità di misura (INTERO)

Il segmento CD è i ¾ del segmento AB

Il cambio di UNITA’ di misura

tre quarti d’ora   3/4 di ora   3/4 x 60 minuti

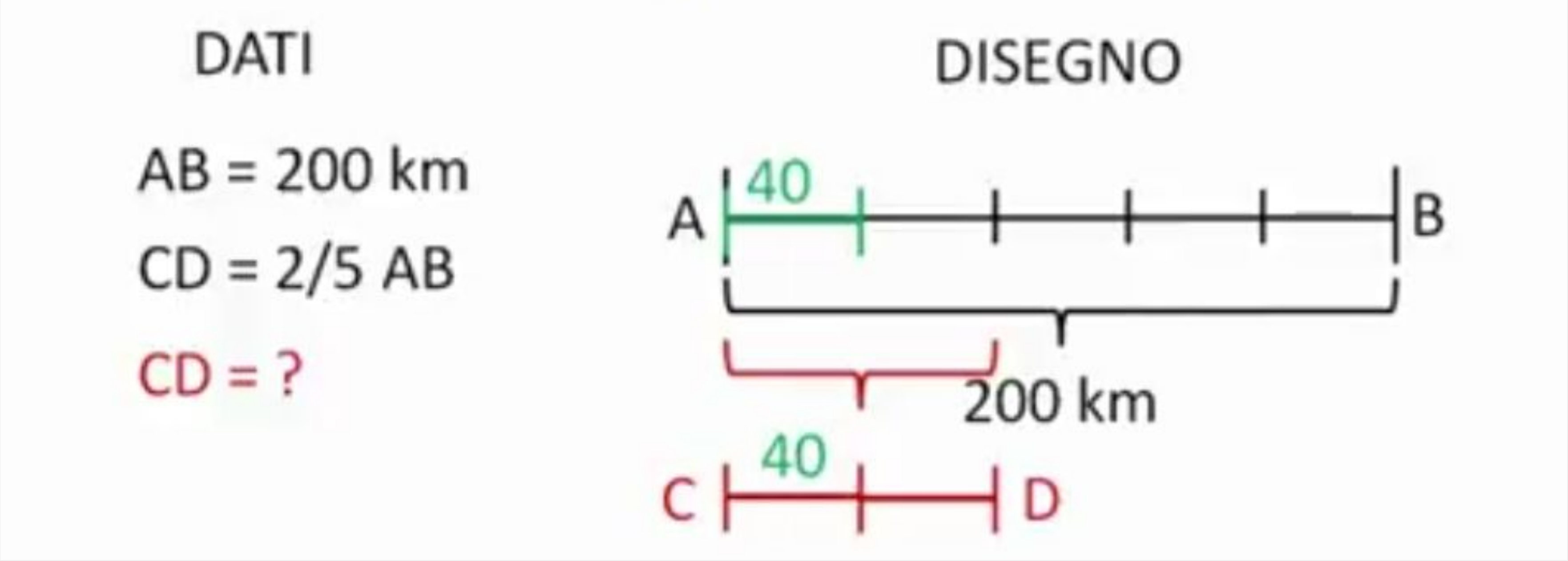
l’unità di misura, in questo caso, è il quarto d’ora



Ragazzi in difficoltà, diversi con un DSA, nell’apprendimento della lettura dell’ora nel formato anglosassone

Conosco l’intero, calcolarne una parte

Un automobilista ha percorso i 2/5 della distanza che separa Biella a Ginevra.
Se le due città distano 200 Km, quanti Km ha già percorso?
Quanti Km mancano?



Conosco una parte di un intero

Un automobilista ha percorso 30 Km.
I 30 Km corrispondono ai 3/8 dell’intero percorso.
Quanto è lungo l’intero percorso?

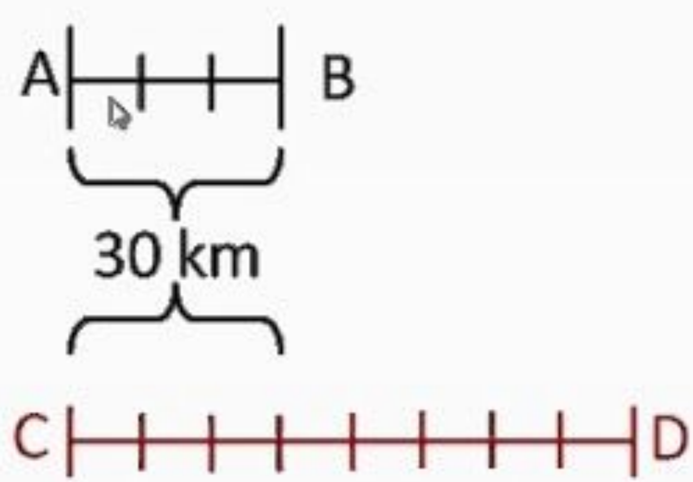
La rappresentazione GRAFICA è ancora fondamentale per TANTI!

DATI

AB = 30 km = 3/8 CD

CD = ?

DISEGNO



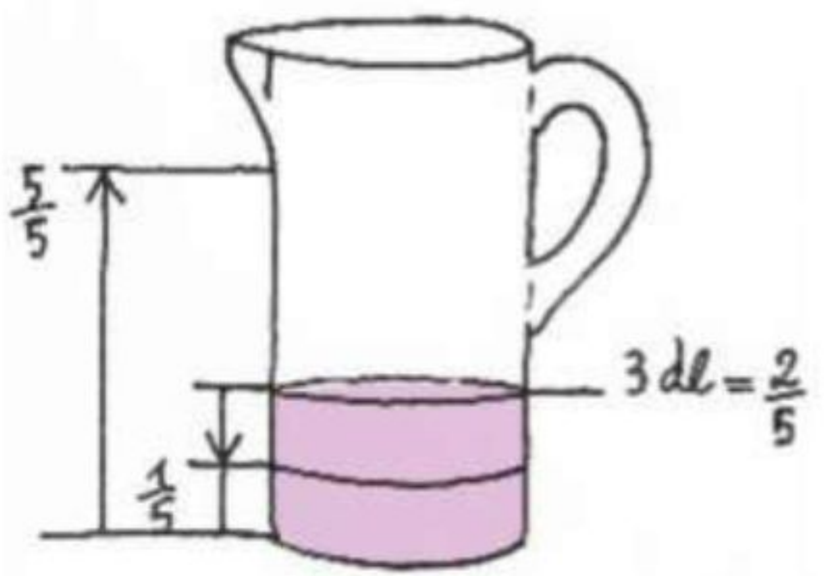
I problemi con le frazioni: problemi diretto e inverso

PROBLEMA DIRETTO. Ci sono 20 caramelle, ne mangio i $\frac{2}{5}$. Quante caramelle ho mangiato?

PROBLEMA INVERSO. Un treno ha percorso 135 km, cioè i $\frac{5}{9}$ della distanza totale. Quanto deve percorrere in totale?

	problema	PARTE	FRAZIONE	INTERO	operazione
DIRETTO	dato un numero calcolarne una frazione	?	$\frac{2}{5}$	20	$20 \cdot \frac{2}{5}$
INVERSO	calcolare un numero conoscendone una frazione	135	$\frac{5}{9}$	?	$135 : \frac{9}{5}$

Nella brocca sono rimasti 3 dl, che corrispondono a $\frac{2}{5}$ del contenuto iniziale.
Quanto conteneva la brocca inizialmente?



Nella figura

a) metà delle persone porta gli occhiali

b) $\frac{1}{4}$ delle persone porta il cappello

c) $\frac{2}{3}$ di quelli con gli occhiali sorridono.

Anna ha percorso tre quarti della corsa campestre e Matteo ne ha percorsi tre quinti.

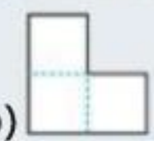
a) Anna è più avanti di Matteo.

b) Matteo è più avanti di Anna.

c) Entrambi sono oltre la metà.

Se questa è la figura intera, allora

a)  è metà della figura

b)  è un terzo della figura

c)  è un quarto della figura.

Posiziona sulla retta i seguenti numeri:

$2 \qquad 2{,}5 \qquad \frac{3}{2} \qquad \frac{5}{10}$

INVALSI Prima media 2011

In figura è rappresentato il gioco del Tangram con i pezzi che lo compongono.

A quale frazione dell'area del Tangram corrisponde il pezzo colorato in rosso?

A Un settimo

B Un ottavo

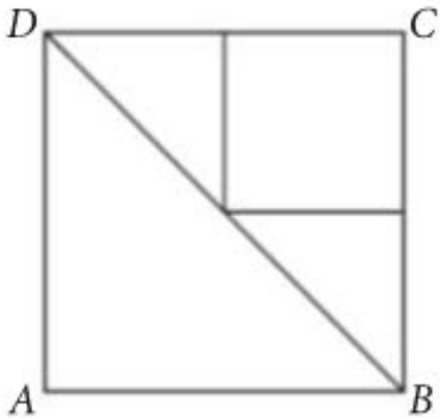
C Un quindicesimo

D Un sedicesimo

INVALSI Terza media 2013

Banca dati INVALSI

Il quadrato $ABCD$, di lato 1, è stato scomposto come mostrato in figura.



Quale tra le seguenti espressioni corrisponde alla scomposizione del quadrato $ABCD$?

A Area $ABCD = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$

B Area $ABCD = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4}$

C Area $ABCD = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3} + \frac{1}{3}$

D Area $ABCD = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{8}$

INVALSI Terza media 2017

Banca dati INVALSI

Manipolare oggetti - quantità e parti di esse

Imparare a schematizzare con modelli geometrici - grafici…

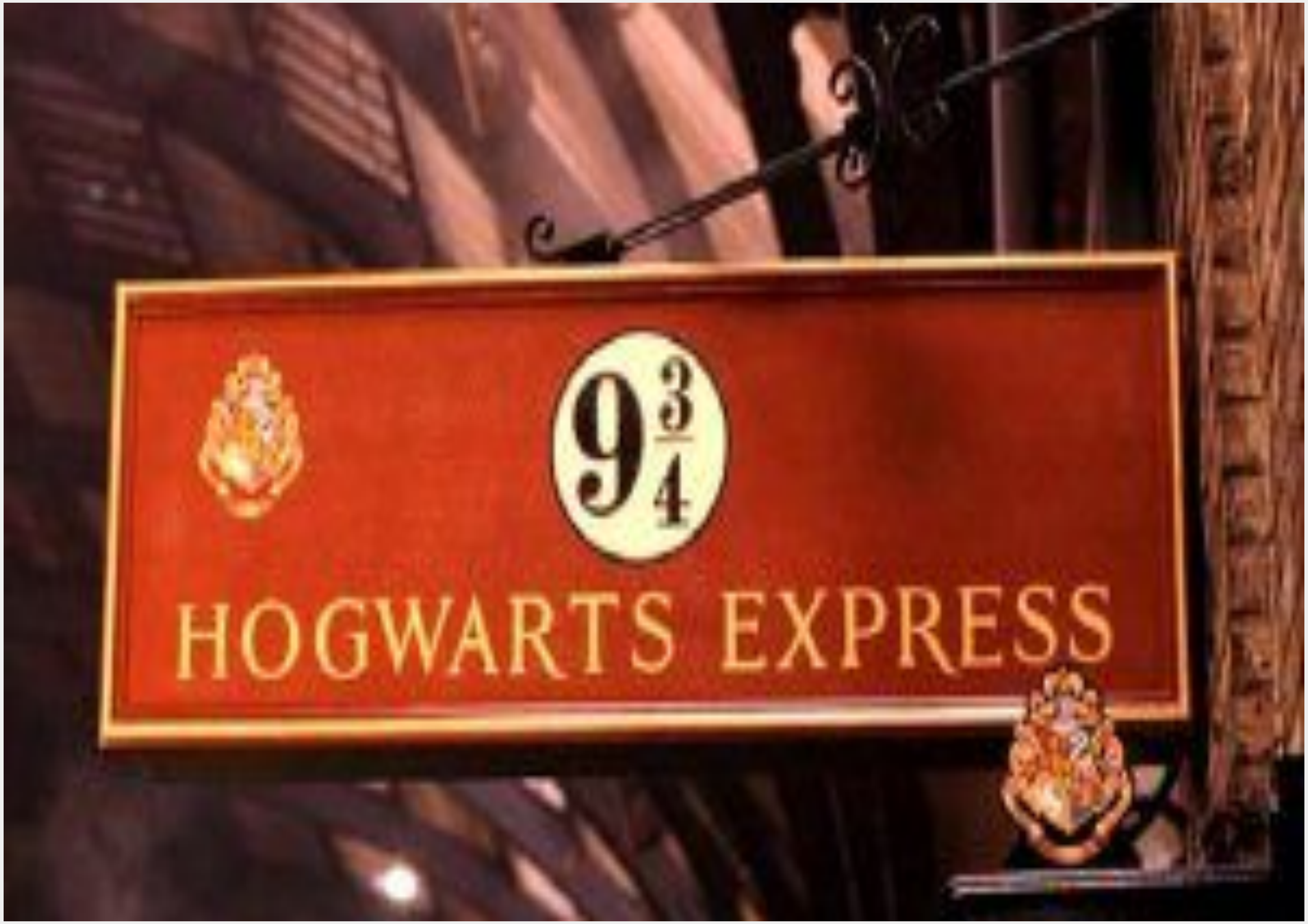
Utilizzare ARTEFATTI per la costruzione di significati autentici

Non ridurre a “procedure”

Proporre modalità di accesso all’apprendimento differenti

Dare senso al formalismo matematico

ARGOMENTARE a voce alta



Harry Potter: “dev’esserci un errore….qui dice binario 9 e 3/4, ma non esiste! Vero?”

Grazie