







### L'INSEGNAMENTO DELLA MATEMATICA TRA RICERCA DIDATTICA E PRASSI SCOLASTICA

# LO SVILUPPO DEL PENSIERO RELAZIONALE: IL RUOLO DEI PROCESSI ARGOMENTATIVI

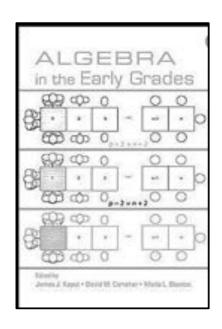
7 Dicembre 2021

Annalisa Cusi, Sapienza Università di Roma

annalisa.cusi@uniroma1.it

#### Che cosa significa Early algebra?

"Algebrizzare l'aritmetica" per favorire il superamento delle difficoltà associate allo studio del formalismo algebrico da parte degli studenti.



Kaput, Carraher & Blanton (2008)

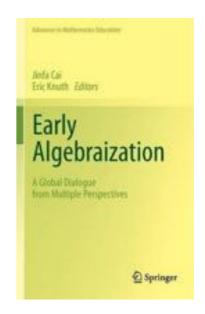
"Algebrizzare l'aritmetica significa trasformare ed estendere la matematica solitamente insegnata all'inizio del primo ciclo in modo da includere il pensiero algebrico, con le sue caratteristiche intrinseche di generalità."

#### Che cosa significa Early algebra?

"Algebrizzare l'aritmetica" per favorire il superamento delle difficoltà associate allo studio del formalismo algebrico da parte degli studenti.

L'aritmetica va "guardata con occhi algebrici" (Subramaniam & Banerjee, 2011)

"Sviluppare il pensiero algebrico non significa servirsi o meno di notazioni, ma **imparare a ragionare in un certo modo**. (Radford, 2011)

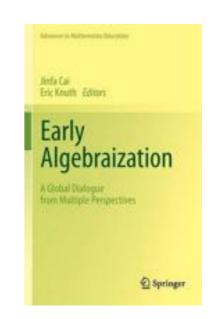


Cai & Knuth (2011)

#### Che cosa significa Early algebra?

Kieran (2011) elenca una serie di "temi" caratterizzanti i diversi approcci attraverso i quali l'aritmetica può essere algebrizzata:

- guidare a vedere il generale nel particolare, lavorando su attività di esplorazione, congettura e argomentazione;
- stimolare l'esplicitazione di regolarità osservate (ad esempio, quelle alla base della costruzione di successioni);
- supportare l'interpretazione di procedure in termini concettuali;
- focalizzare l'attenzione sulle relazioni e sulla loro rappresentazione.

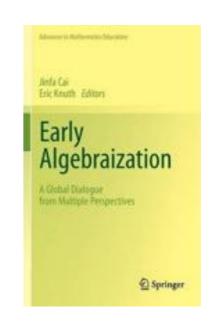


Cai & Knuth (2011)

#### Che cosa significa Early algebra?

Kieran (2011) elenca una serie di "temi" caratterizzanti i diversi approcci attraverso i quali l'aritmetica può essere algebrizzata:

- guidare a vedere il generale nel particolare, lavorando su attività di esplorazione, congettura e argomentazione;
- stimolare l'esplicitazione di regolarità osservate (ad esempio, quelle alla base della costruzione di successioni);
- supportare l'interpretazione di procedure in termini concettuali;
- focalizzare l'attenzione sulle relazioni e sulla loro rappresentazione.



Cai & Knuth (2011)

#### Che cosa significa Early algebra?

"Quando il focus dell'insegnamento è sulle relazioni e sulle proprietà fondamentali delle operazioni aritmetiche, piuttosto che sulle procedure di calcolo, viene favorito lo sviluppo di quelle conoscenze che sono alla base del pensiero algebrico e, contemporaneamente, supportato e migliorato l'apprendimento dell'aritmetica." (Carpenter, Levi, Franke & Serigue, 2005)

argomentazione;

stimolare l'esplicitazione di regolarità osservate (ad esempio, quelle alla base della costruzione di successioni);

supportare l'inte concett (ali;

PENSIERO RELAZIONALE

n termini

• focalizzare l'attenzione sulle relazioni e sulla loro rappresentazione.



Cai & Knuth (2011)

### Importanza di un approccio didattico mirato a favorire un apprendimento consapevole

"Vogliamo essere molto chiari: focalizzare l'attenzione sul pensiero relazionale non significa far apprendere tanti trucchi per fare calcoli velocemente."

(Carpenter, Levi, Franke & Serigue, 2005)

La connessione tra aritmetica e algebra viene messa in luce nel momento in cui algoritmi e procedure tipici dello studio dell'aritmetica vengono insegnati esplicitando i significati in gioco, anziché in modo meccanico.

## Importanza di un approccio didattico mirato a favorire un apprendimento consapevole

"Vogliamo essere molto chiari: focalizzare l'attenzione sul pensiero relazionale non significa far apprendere tanti trucchi per fare calcoli velocemente."

(Carpenter, Levi, Franke & Serigue, 2005)

La connessione tra aritmetica e algebra viene messa in luce nel momento in cui algoritmi e procedure tipici dello studio dell'aritmetica vengono insegnati esplicitando i significati in gioco, anziché in modo meccanico.



Lo sviluppo del pensiero relazionale è associato a quello della consapevolezza delle proprietà che vengono applicate per trasformare le espressioni matematiche con cui si lavora.

Come favorire lo sviluppo e l'esplicitazione di questa consapevolezza?

"È necessario fare in modo che **argomentare,** congetturare e giustificare diventino elementi caratteristici dell'approccio didattico"

(Blanton e Kaput, 2008)

### Importanza di un approccio didattico mirato a favorire un apprendimento consapevole

"Vogliamo essere molto chiari: focalizzare l'attenzione sul pensiero relazionale non significa far apprendere tanti trucchi per fare calcoli velocemente."

(Carpenter, Levi, Franke & Serigue, 2005)

La connessione tra aritmetica e algebra viene messa in luce nel momento in cui algoritmi e procedure tipici dello studio dell'aritmetica vengono insegnati esplicitando i significati in gioco, anziché in modo meccanico.



Lo sviluppo del pensiero relazionale è associato a quello della consapevolezza delle proprietà che vengono applicate per trasformare le l'esplicitazione dei processi di pensiero

Come favorire lo sviluppo e l'esplicitazione di questa consapevolezza?

"È necessario fare in modo che argomentare, congetturare e giustificare diventino elementi caratteristici dell'approccio didattico"

(Blanton e Kaput, 2008)

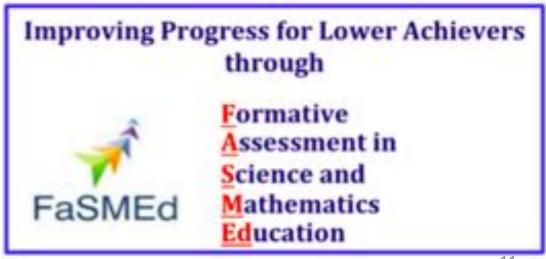
#### La ricerca nell'ambito della quale sono stati raccolti i dati che presenterò



Progetto sviluppato dal GREM
dell'Università di Modena e Reggio E.,
sotto il coordinamento di
Nicolina Malara e Giancarlo Navarra

#### **Progetto Europeo**

Team italiano:
Annalisa Cusi,
Francesca Morselli,
Cristina Sabena



La ricerca nell'ambito della quale sono stati raccolti i dati che presenterò



Visione dell'algebra come
LINGUAGGIO: la manipolazione
formale non può prescindere dal
controllo di ciò che vogliono dire
gli oggetti che si manipolano.

IPOTESI: i modelli mentali propri del pensiero algebrico possono essere costruiti a partire dalla scuola dell'infanzia e dai primi anni della scuola primaria - nei quali il bambino comincia ad avvicinarsi al pensiero aritmetico - insegnandogli a 'vedere' l'aritmetica algebricamente, costruendo in lui il pensiero algebrico progressivamente, lin un fitto intreccio con l'aritmetica, partendo dai suoi significati, attraverso la costruzione di un ambiente che stimoli in modo informale l'elaborazione autonoma del balbettio algebrico.



Attività focalizzate su osservazione di regolarità numeriche, studio di relazioni, funzioni, sequenze ... per stimolare processi di generalizzazione e favorire l'uso del linguaggio simbolico per esplicitare tali processi.

La ricerca nell'ambito della quale sono stati raccolti i dati che presenterò



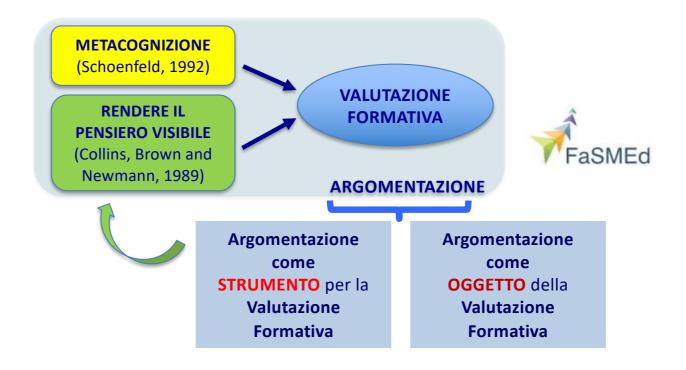
Parole chiave del quadro ArAl

"Prima rappresenta e poi risolvi"
RISOLVERE E RAPPRESENTARE:
PRODOTTO E PROCESSO

E NON CANONICA
DI UN NUMERO

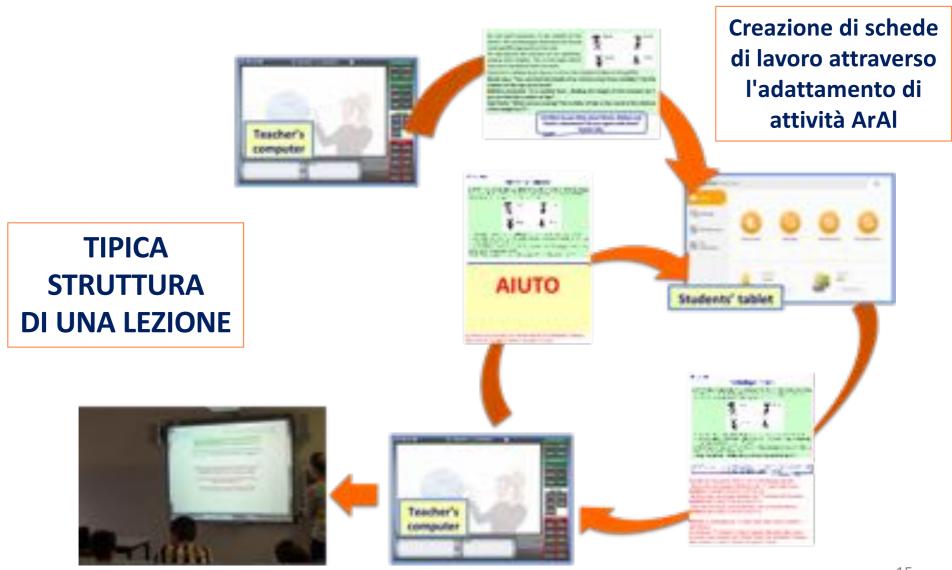
FOCUS SULLA PLURALITÀ DEI SIGNIFICATI DEL SIMBOLO DI UGUAGLIANZA

#### La metodologia sviluppata nell'ambito del progetto FaSMEd



Richieste del tipo "giustifica la tua risposta" oppure "spiega come hai ragionato" stimolano l'esplicitazione dei processi di ragionamento. Questo favorisce la condivisione di idee, il confronto tra risposte, la riflessione sull'efficacia delle strategie adottate, lo sviluppo di maggior consapevolezza dei propri pensieri di ragionamento e di quelli altrui. (Cusi, Morselli & Sabena, 2017, 2018)

#### La metodologia sviluppata nell'ambito del progetto FaSMEd



Le diverse modalità con le quali ci si può servire del segno di uguaglianza mettono in evidenza la differenza fondamentale tra approcci didattici che valorizzano soltanto la prospettiva del "calcolare" (significato procedurale) e approcci che valorizzano il ruolo svolto dal simbolo di uguaglianza come rappresentazione di una relazione (significato relazionale).

"Il significato che la maggior parte degli alunni di scuola primaria attribuisce al segno uguale è quello di indicare che la risposta viene dopo. Una concezione più appropriata, che è fondamentale per l'apprendimento dell'algebra, è quella che il segno uguale esprime una relazione." (Carpenter, Levi, Franke & Serigue, 2005)

#### Da una sperimentazione condotta in 4 classi prime

Adattamento, realizzato nell'ambito del progetto FaSMEd, dell'attività ArAl "Mascherine" attraverso la creazione di 3 schede di lavoro

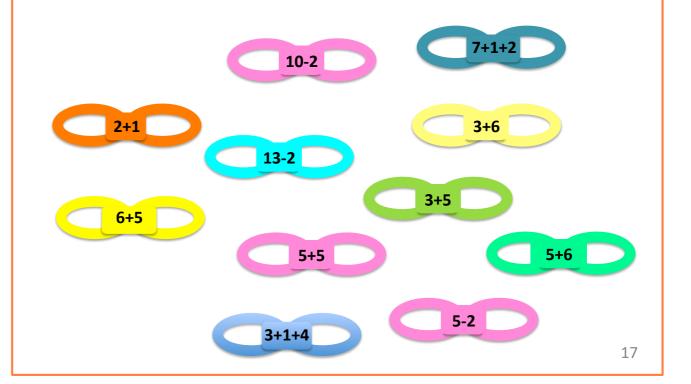
L'esempio che mostrerò si riferisce alla discussione che ha seguito il lavoro a coppie su questa prima scheda di lavoro.

#### LA FESTA IN MASCHERA: AIUTIAMO MARTIJN A TROVARE I NUMERI FRATELLI

DURANTE LA FESTA I NUMERI FRATELLI SI METTONO A GIOCARE E SI SEPARANO.

MARTJIN VORREBBE RAGGRUPPARE I NUMERI FRATELLI, MA NON CI RIESCE.

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.



Alcune delle risposte proiettate

alla

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO

GIO DELLA MATEMATICA.

Davide: lo qua ci leggo 115!

Scrivete qui il vostri leggo 115!

13-2-17-5+6=11 10-2-8-3+1+4-0

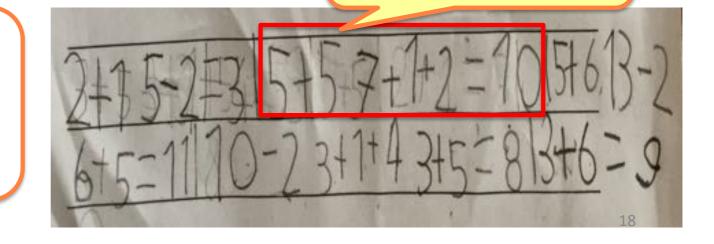
7+11-2=10-5+6=11 6+5=11

7-11-2=10-5+6=11-6+5=11

3+5=8 3+1+4=8 10-2=8 5+6=11 13-2=11 6+5=115+5=10 9+1+2=10 2+1=3

Alessio: E qua 57!

R: Sono chiari questi messaggi per Martjin?



Alcune delle risposte proiettate

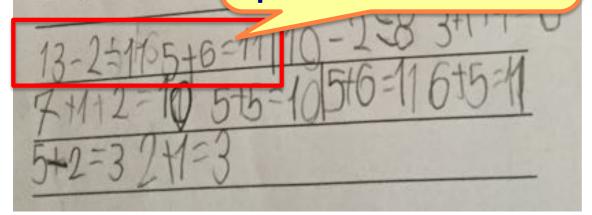
AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO

MATICA.

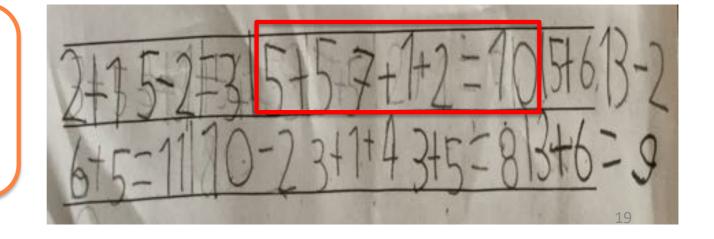
alla LIM

**Chiara: Si capisce** perché c'è l'uguale e poi il numero che fa.

Scrivete qui il vostro messaggio



R: Si capisce quali sono i numeri fratelli?



Alcune delle risposte proiettate

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO

MATICA.

alla LIM

**Chiara: Si capisce** perché c'è l'uguale e

Scrivete qui il vostro messaggio poi il numero che fa.

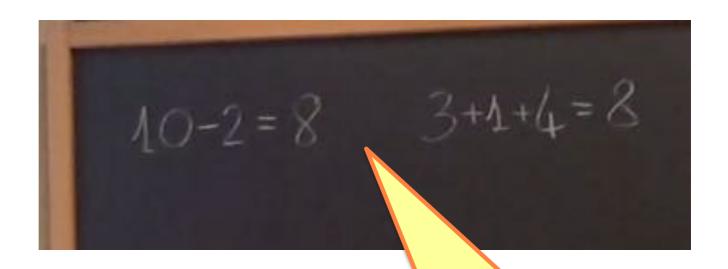
Chiara: 10 meno 2 uguale a 8 e 3 più 1 più 4 uguale a 8.

R: Prova a leggermi alcuni numeri fratelli che si individuano bene in questa scheda

R: Provo a scriverli alla lavagna così vediamo se si capisce bene che sono fratelli

Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.



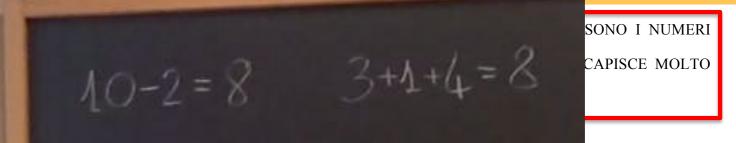
R: Chiara dice che si capisce bene che questi sono numeri fratelli. Siete d'accordo con Chiara?

Davida: Oua sa non ci

R: Provo a scriverli alla lavagna così vediamo se si capisce bene che sono fratelli

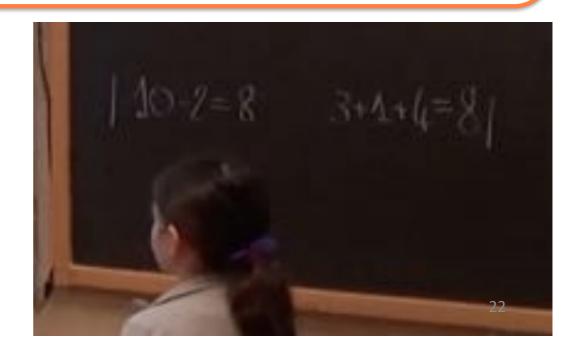
e ⁄a

Alcune delle risposte proiettate alla LIM



R: lo, se lo leggo così, potrei capire solo che 10 meno 2 è uguale a 8 e che 3 più 1 più 4 è uguale a 8. lo potrei non capire che voi mi volete dire che 10-2 e 3+1+4 sono numeri fratelli. Come facciamo a far capire a Martjin che 10-2 e 3+1+4 sono fratelli?

Chiara: Alla fine e all'inizio mettiamo una sbarretta.

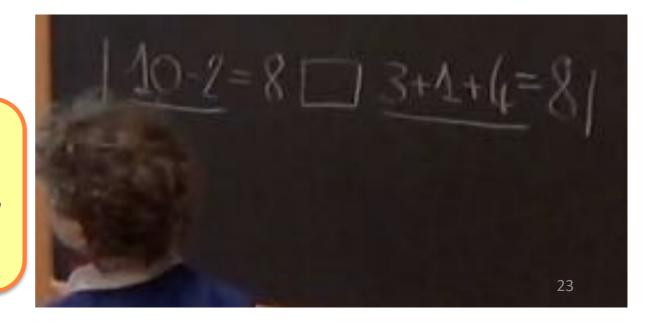


Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: lo, se lo leggo così, potrei capire solo che 10 meno 2 è uguale a 8 e che 3 più 1 più 4 è uguale a 8. lo potrei non capire che voi mi volete dire che 10-2 e 3+1+4 sono numeri fratelli. Come facciamo a far capire a Martjin che 10-2 e 3+1+4 sono fratelli?

Davide: Qua puoi mettere un quadretto, così si separano.

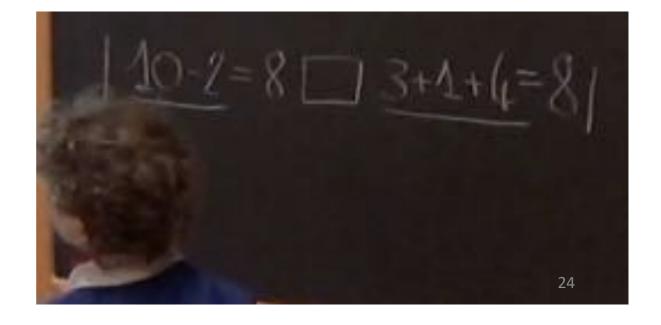


Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Secondo voi il quadretto fa capire a Martjin che sono fratelli?

Coro: No!



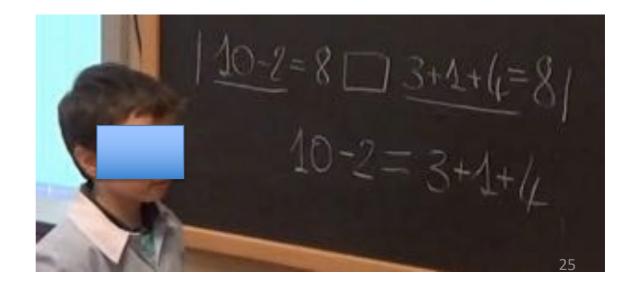
Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: lo vorrei far capire a Martjin che 10-2 e 3+1+4 sono dei fratelli.

I: Pensiamo al linguaggio della matematica.

Luigi si avvicina alla lavagna e, senza dir niente, inserisce il simbolo di uguaglianza tra le due espressioni.

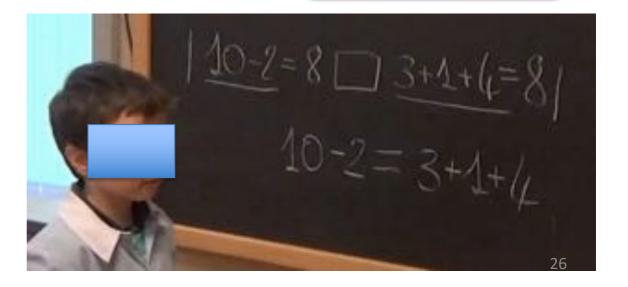


Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Attenzione! Qui non c'è scritto solo 3. C'è scritto 3+1+4. Pensiamoci. E' vero che 10-2 è uguale a 3+1+4?

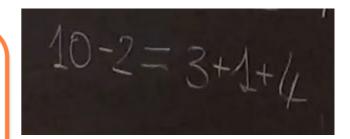
Alessio: No, perché 10-2 non fa 3!



Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Facciamo un sondaggio. E' vero che 10-2 è uguale a 3+1+4? Chi pensa che 10-2 sia uguale a 3+1+4 alzi la mano.

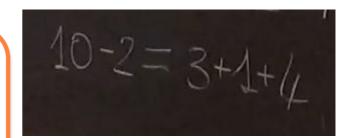




Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Facciamo un sondaggio. E' vero che 10-2 è uguale a 3+1+4? Chi pensa che 10-2 sia uguale a 3+1+4 alzi la mano.

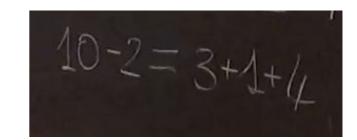


9 Bambini alzano la mano. I restanti 7 alzano la mano alla richiesta "chi pensa che non sia vero, alzi la mano".

Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

9 Bambini alzano la mano. I restanti 7 alzano la mano alla richiesta "chi pensa che non sia vero, alzi la mano".

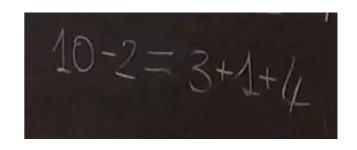


R: Adesso chiedo a un bimbo che dice "penso che sia vero che 10-2 è uguale a 3+1+4" di venire alla lavagna a spiegare perché secondo lui è vero. E chiedo anche a un bimbo che dice "penso non sia vero" di venire a spiegare perché secondo lui non è vero.

Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

Viene alla lavagna Fabio, che pensa che non sia vero che 10-2=3+1+4



R: Per te qua (indica il secondo membro dell'uguaglianza) dovrei scrivere un numero solo?

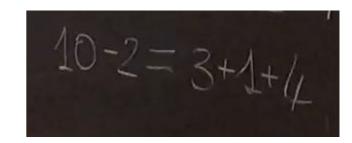
Fabio: Dopo il risultato non vengono questi (indica +1+4). E 10 meno 2 non fa 3.

Fabio: Sì. Devo scrivere 8.

Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

Alzano la mano diversi bambini (tra i quali Alessio) per venire a spiegare perché 10-2=3+1+4



R: Facciamo parlare Alessio, visto che ha cambiato idea. Hai cambiato idea, Alessio?

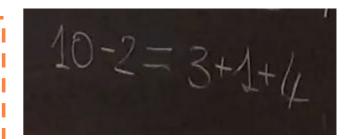
Alessio: Sì, 10-2 e 3+1+4 sono uguali perché fanno tutte e due 8.

Alcune delle risposte proiettate alla LIM

AIUTALO E SCRIVI UN MESSAGGIO PER LUI PER FARGLI CAPIRE CHI SONO I NUMERI FRATELLI. RICORDATI CHE MARTJIN NON CONOSCE L'ITALIANO, MA CAPISCE MOLTO BENE IL LINGUAGGIO DELLA MATEMATICA.

R: Chi ha ragione secondo voi? Fabio o Alessio?

Daniele, che prima aveva detto che 10-2 non è uguale a 3+1+4, dice che ha ragione Alessio.



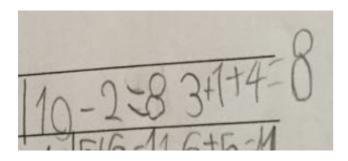
R: C'è qualcun altro che ha cambiato idea come Daniele?

Chiara: Ho cambiato idea perché ho capito che l'uguale vuol dire che sono tutti e due uguali perché danno lo stesso risultato.

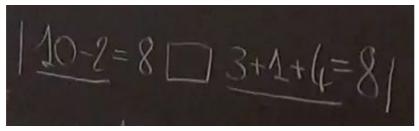
Diversi bambini dicono di aver cambiato idea. La classe concorda che 10-2=3+1+4 è una rappresentazione corretta.

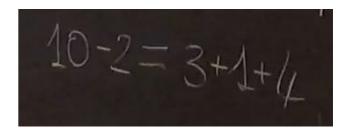
#### QUALCHE RIFLESSIONE SULL'EPISODIO PRESENTATO

Complessa evoluzione dei segni durante la discussione, che mette in evidenza come il significato procedurale di uguaglianza sia già radicato e predominante.









Stimolare gli alunni a condividere la propria interpretazione dei simboli utilizzati fa sì che le diverse interpretazioni diventino gradualmente patrimonio condiviso, conducendo la classe a servirsi del simbolo di uguaglianza come rappresentazione dell'equivalenza tra diverse espressioni numeriche.

#### Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

#### Esempio 2: verbalizzare e rappresentare relazioni e proprietà

## Adattamento, in ottica FaSMEd, di alcune attività tratte dall'unità ArAl "Le piramidi di numeri"

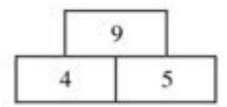
#### LE PIRAMIDI DI NUMERI – SCHEDA 1

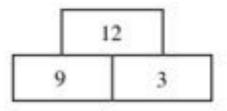
Francesco ha tanti mattoncini. Un giorno, mentre gioca con il suo amico Giovanni, decide di usare i mattoncini per costruire delle piramidi. Dopo aver costruito le piramidi, su ogni mattoncino scrive un numero.

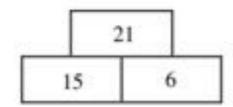


Quando finisce di costruire le prime tre piramidi, dice a Giovanni: "Osserva le piramidi che ho costruito! Che relazioni ci sono tra i numeri sui mattoncini di ciascuna piramide?".

Osservate anche voi le piramidi costruite da Francesco. Se foste Giovanni, come gli rispondereste?







# Adattamento, in ottica FaSMEd, di alcune attività tratte dall'unità ArAl "Le piramidi di numeri"

#### LE PIRAMIDI DI NUMERI – SCHEDA 2

Francesco costruisce altre due piramidi e scrive solo i numeri sui mattoncini alla base delle piramidi che ha costruito.

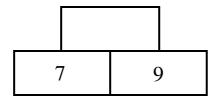


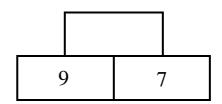
Giovanni osserva le piramidi e dice a Francesco: "I numeri sui mattoni nella base della piramide a destra sono invertiti rispetto ai numeri nella base della piramide a sinistra, ma, secondo me, il numero da scrivere nel mattone in alto è lo stesso".

Siete d'accordo con Giovanni?

Se siete d'accordo, spiegate perché Giovanni ha ragione.

Se non siete d'accordo, spiegate perché Giovanni non ha ragione.



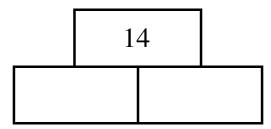


# Adattamento, in ottica FaSMEd, di alcune attività tratte dall'unità ArAl "Le piramidi di numeri"

#### LE PIRAMIDI DI NUMERI – SCHEDA 3

Giovanni prende tre mattoncini, costruisce una piramide e scrive un numero nel mattone in cima. Poi chiede a Francesco: "Quali numeri possiamo scrivere nei mattoni alla base di questa piramide?".





Rispondete anche voi alla domanda di Giovanni, spiegando il vostro ragionamento.

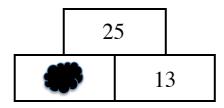
# Adattamento, in ottica FaSMEd, di alcune attività tratte dall'unità ArAl "Le piramidi di numeri"

#### LE PIRAMIDI DI NUMERI – SCHEDA 4

Francesco e Giovanni conoscono Martjin e vorrebbero proporgli un altro gioco con le piramidi: hanno costruito un'altra piramide e coperto con una macchia uno dei numeri alla sua base.



Martjin non conosce la relazione tra i numeri scritti sulla piramide. Francesco e Giovanni vorrebbero chiedergli di trovare il numero nascosto sotto la macchia, ma non conoscono bene il linguaggio della matematica, con cui dovrebbero comunicare con Martjin.



Provate ad aiutare Francesco e Giovanni. Scrivete un messaggio in linguaggio matematico per Martjin per fargli capire che deve trovare il numero nascosto sotto la macchia.

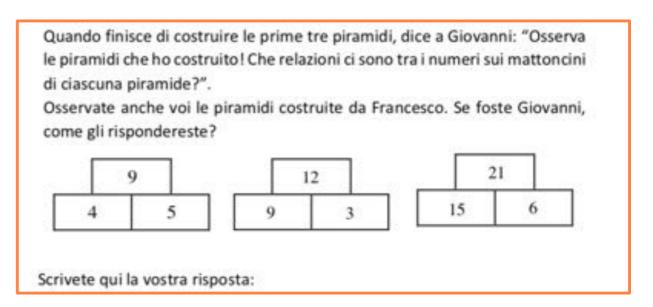
Ricordate che Martjin non conosce l'italiano, ma conosce bene il linguaggio della matematica.

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

# DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

#### Prima parte della discussione:

 La classe condivide le osservazioni fatte durante l'analisi delle tre piramidi presenti nella scheda



#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

# DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 1

#### Prima parte della discussione:

- La classe condivide le osservazioni fatte durante l'analisi delle tre piramidi presenti nella scheda
- Vengono analizzate alcune risposte, mostrate alla LIM

```
Quando finisce di costruire le prime tre piramidi, dice a Giovanni: "Osserva le piramidi che ho costruito! Che relazioni ci sono tra i numeri sui mattoncini di ciascuna piramide?".

Osservate anche voi le piramidi costruite da Francesco. Se foste Giovanni, come gli rispondereste?

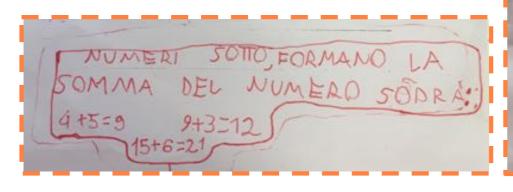
Scrivete qui la vostra risposta:

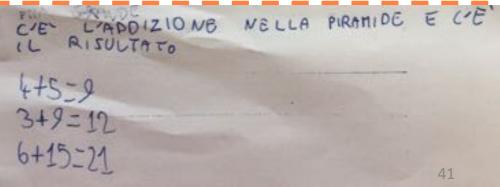
IN OGNI PIRAMIDE LULI!

MO MATTONONO IN ALIO C'E

SCRITIO (L AISULTATO PRE

SCRITIO (L AISULTATO LA PRIMA
```





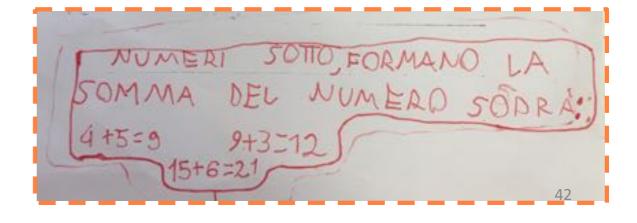
#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Se un bambino di un'altra classe non avesse le piramidi davanti e leggesse solo quella frase, capirebbe bene la relazione che c'è scritta?

Matteo: dovremmo parlargli della piramide



#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

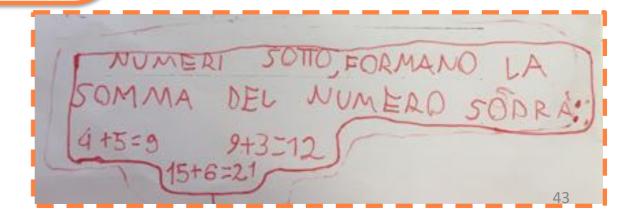
DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Matteo dice che intanto dovremmo parlargli della piramide perché non l'abbiamo scritto. E "i numeri sotto"? ...come potremmo esprimerlo meglio?

Matteo: i numeri sotto nelle piramidi

Ettore: i numeri nella base delle piramidi



#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Adesso provo a scrivere alla lavagna le cose che mi consigliate. "Nella base della piramide", ha detto Ettore. ... poi cosa aggiungiamo?

Matteo: i numeri alla base della piramide formano

**Ettore: No, sommano!** 

Coro: Sommandoli...

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Adesso provo a scrivere alla lavagna le cose che mi consigliate. "Nella base della piramide", ha detto Ettore. ... poi cosa aggiungiamo?

Matteo: Sommandoli, danno

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE Ettore: Sommandoli, danno il risultato scritto nella punta della piramide

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Siamo arrivati a questa frase. Ora è più chiaro?

Elena: più o meno...

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE

SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE CI SARA' IL RISULTATO

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

A COPPIE SULLA SCHEDA 1

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

R: Se partissi invece dicendo "se sommiamo i numeri alla base della piramide...", come potremmo completarla?

Ettore: nella punta della piramide c'è il risultato

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE

SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE CI SARA' IL RISULTATO

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 1

R: Se invece dico "il numero nella punta della piramide è..."?

R scrive alla lavagna le diverse formulazioni verbali della relazione proposte dagli alunni

Focus dello stralcio: verbalizzazione della relazione

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE

SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE CI SARA' IL RISULTATO

IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DELLA BASE DELLA PIRAMIDE

IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DEI NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

# DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

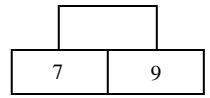
Tutti i gruppi concordano che Giovanni ha ragione.

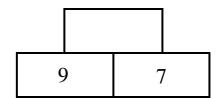
Giovanni osserva le piramidi e dice a Francesco: "I numeri sui mattoni nella base della piramide a destra sono invertiti rispetto ai numeri nella base della piramide a sinistra, ma, secondo me, il numero da scrivere nel mattone in alto è lo stesso".

Siete d'accordo con Giovanni?

Se siete d'accordo, spiegate perché Giovanni ha ragione.

Se non siete d'accordo, spiegate perché Giovanni non ha ragione.





Scrivete qui la vostra risposta:

#### Da una sperimentazione condotta

# DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Tutti i gruppi concordano che Giovanni ha ragione.

Prima parte della discussanalisi di alcune risposte sa dagli alunni per evidenzia sono corrette, chiare, comp

Giovanni osserva le piramio base della piramide a destra piramide a sinistra, ma, se alto è lo stesso".

Siete d'accordo con Giovar Se siete d'accordo, spiegat

Scrivete qui la vostra risposta:

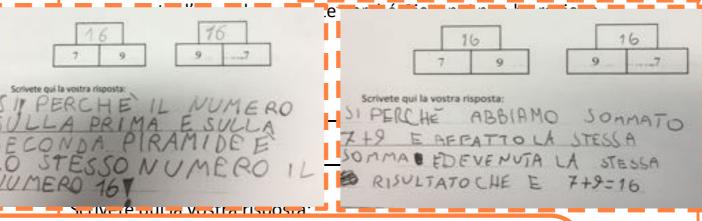
PER NOI À RAGIONE GIOVANNI

PER L'HE SE INVERT LAMO I 2 NUME

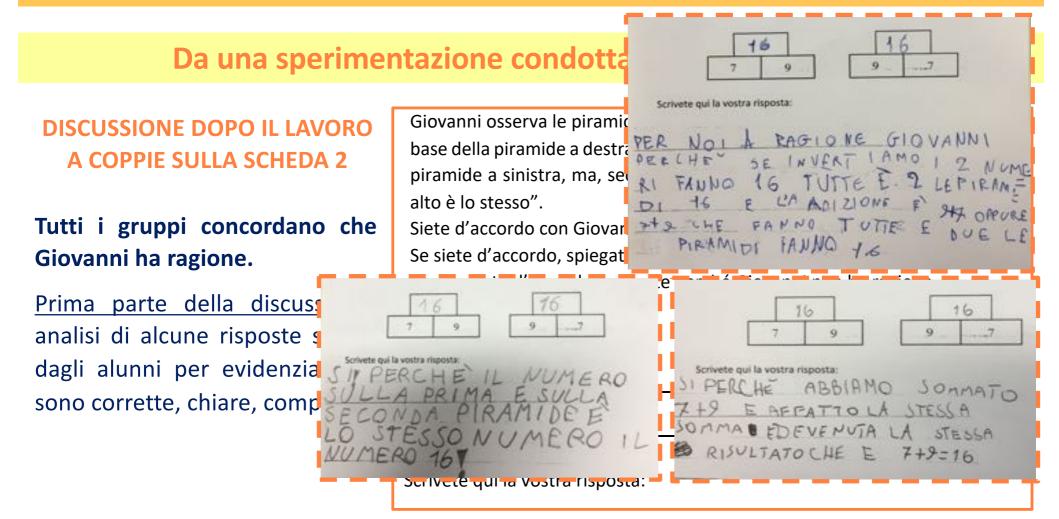
RI FANNO 16 TUTTE È 2 LEPIRANE

DI 16 E L'A ADIZIONE E STA OPPURE

PIRAMIDI FANNO 7 6



R: Adesso vi faccio vedere, ho raccolto un po' delle vostre risposte e ve le faccio vedere. Quando le leggiamo, ci dobbiamo chiedere un po' di cose. "E' corretto, c'è qualche errore?" e poi "è chiaro quello che c'è scritto, si capisce bene?". Infine: "è completo, è stato detto tutto o si può aggiungere qualcosa per dare una risposta veramente completa?".



Dopo un momento di confronto sulle varie risposte, la classe viene guidata a esplicitare la proprietà commutativa in termini generali attraverso la verbalizzazione.

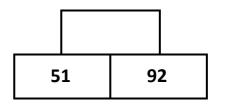
#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

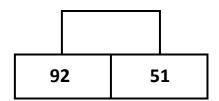
DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: Martjin è olandese non parla italiano ma parla molto bene il linguaggio della matematica. Se io volessi fare capire a Martjin quello che abbiamo detto noi finora, cioè che, se invertiamo i numeri alla base, nel mattoncino qui in alto il risultato è lo stesso ... Vorrei fargli capire che i numeri che si ottengono sono gli stessi. Come potrei farglielo capire?

Vengono disegnate altre due piramidi





Francesco: 51+92 è la stessa somma...

Coro: Non capisce l'italiano!

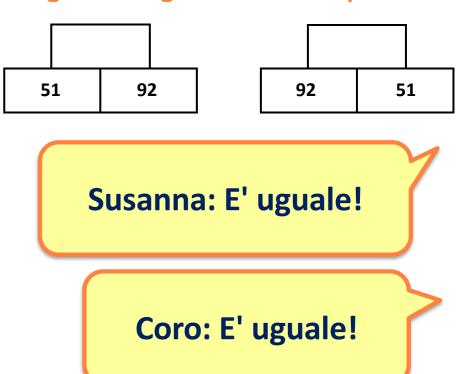
#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: Tu vorresti dirgli che è la stessa somma di 92 +51, ma "è la stessa somma" non lo capirebbe! Come possiamo farglielo capire?

#### Vengono disegnate altre due piramidi



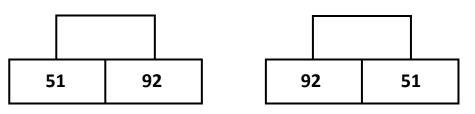
#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: Chi me lo viene a scrivere? Chi lo ha detto? Susanna? Vieni tu dai!

Vengono disegnate altre due piramidi



Susanna: E' uguale!

Coro: E' uguale!

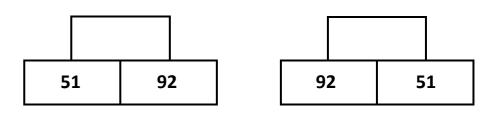
Susanna scrive alla lavagna:

#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: era questo che volevate scrivere? Chi è d'accordo con quello che ha scritto Susanna?



Tutti gli alunni alzano la mano

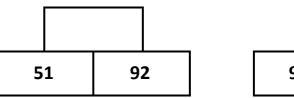
Susanna scrive alla lavagna:

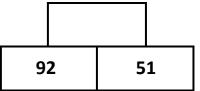
#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

DISCUSSIONE DOPO IL LAVORO
A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: Quindi siete tutti d'accordo con Susanna?





Tutti gli alunni alzano la mano

Cor

Coro: Sì!

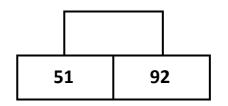
Susanna scrive alla lavagna:

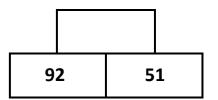
#### Da una sperimentazione condotta in 2 classi seconde

A COPPIE SULLA SCHEDA 2

Seconda fare della discussione: focus sulla rappresentazione della proprietà commutativa

R: Quindi perché mettiamo l'uguale qua? Cosa vuol dire?





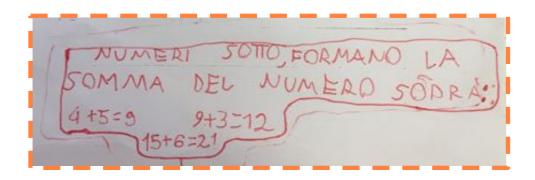
Susanna scrive alla lavagna:

51+92=92+51

Coro: Vuol dire che fanno lo stesso risultato!

#### **QUALCHE RIFLESSIONE SUI DUE STRALCI PRESENTATI**

Questi due episodi mettono in evidenza il ruolo chiave delle discussioni di classe per stimolare i processi di verbalizzazione e argomentazione, necessari per la costruzione collettiva del significato relazionale di uguaglianza.



R: Se io volessi fare capire a Martjin quello che abbiamo detto noi finora, cioè che, se invertiamo i numeri alla base, nel mattoncino qui in alto il risultato è lo stesso ... Come potrei farglielo capire?

I NUMERI NELLA BASE DELLA PIRAMIDE,
SOMMANDOLI, DANNO IL RISULTATO
SCRITTO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
SE SOMMIAMO I NUMERI NELLA BASE DELLA
PIRAMIDE, NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
CI SARA' IL RISULTATO
IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DELLA BASE
DELLA PIRAMIDE
IL NUMERO NELLA PUNTA DELLA PIRAMIDE
E' IL RISULTATO DELLA SOMMA DEI NUMERI
NELLA BASE DELLA PIRAMIDE

#### **UNA RIFLESSIONE CONCLUSIVA**

Gli esempi presentati mostrano che promuovere lo sviluppo del pensiero relazionale è possibile a partire dalla scuola dell'infanzia e dai primi anni della scuola primaria.

Queste tipologie di attività e di modalità di pensiero non rappresentano una matematica che dovrebbe essere riservata soltanto ad un numero limitato di studenti.

(Carpenter, Levi, Franke & Serigue, 2005)

Non si tratta di attività "per pochi"