

**Titolo:** Particelle, Onde e Fluidi. Quanti di matematica

**Abstract:** Lo sviluppo della scienza del XX secolo ha nella meccanica quantistica uno dei suoi punti di maggiore rilievo. Introduciamo a livello elementare un quadro matematico in cui i modelli di tipo fluidodinamico sono in grado di spiegare fenomeni quantistici osservabili anche su scala macroscopica. Questo accade in particolare sui fenomeni di superfluidità, trasporto di cariche nei semiconduttori e superconduttività. Per rendere la presentazione accessibile partiremo dal linguaggio della meccanica classica, per poi costruire un legame con la struttura Hamiltoniana della meccanica quantistica. Dall'altro lato richiameremo l'analisi matematica delle equazioni di Eulero classiche per fluidi comprimibili e faremo vedere come l'introduzione dei fenomeni quantistici vada a modificare il sistema euleriano e la matematica necessaria per il suo studio. Mostriamo come l'analisi dei fenomeni dispersivi connessi richieda l'uso di strumenti di analisi armonica e l'analisi delle proprietà geometriche dello spazio delle fasi. Faremo vedere fenomeni di non unicità in analogia con le equazioni di Eulero classiche, tramite metodi di integrazione convessa. Successivamente (tempo permettendo) illustreremo alcuni studi recenti motivati dalla teoria dei due fluidi di Landau che hanno obbligato ad estendere le teorie dei propagatori per le equazioni di Schroedinger con potenziali dipendenti dal tempo. Vengono estesi i risultati di Feynman, Fujiwara, Yajima al caso di cammini classici non lipschitziani. Infine accenneremo al caso di accoppiamento con le equazioni di Maxwell, alle difficoltà matematiche collegate. Concluderemo con alcuni problemi aperti riguardanti la teoria dei vortici quantistici.