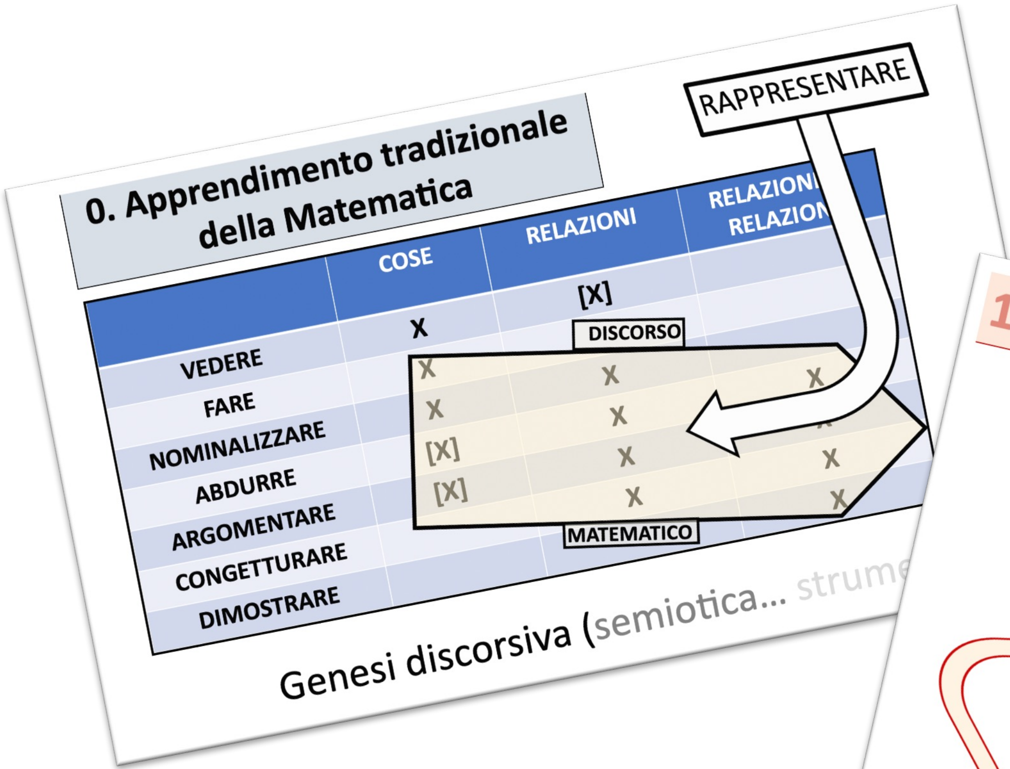
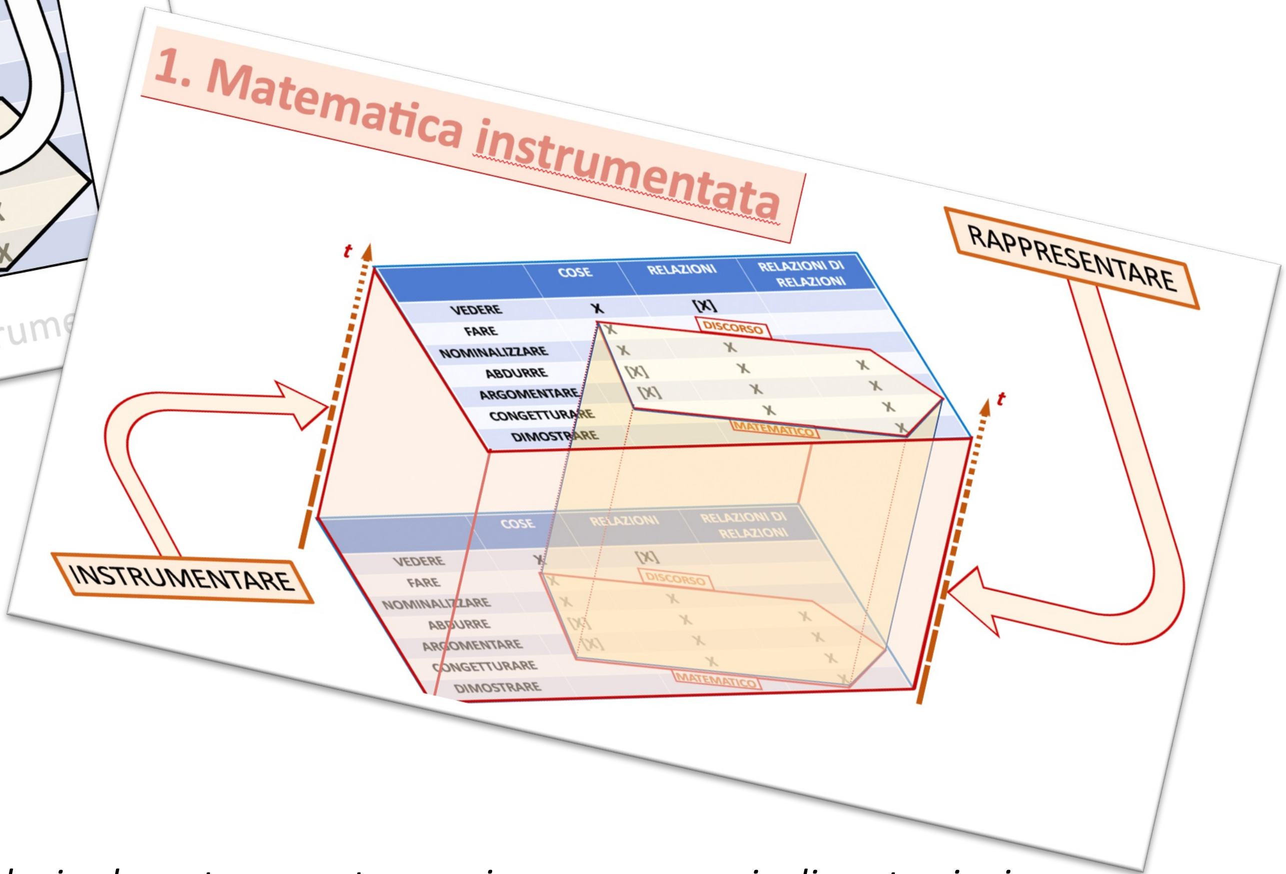
Equilibri geometrici tra percezioni, rappresentazioni e argomentazioni

Ketty Savioli

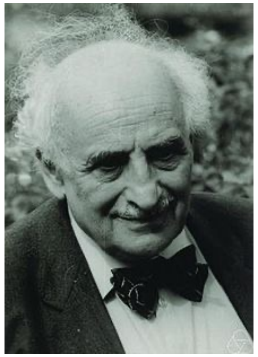
Istituto Comprensivo Chieri III (TO)





Ferdinando Arzarello, *«Le attività matematiche in classe tra sensate esperienze e necessarie dimostrazioni»*

Freudenthal, 1973



Geometry is grasping space.

And since it is about the education of children, it is grasping that space in which the child lives, breathes, and moves.

The space that the child must learn to know, explore, and conquer, in order to live, breathe, and move better in.

La geometria è afferrare lo spazio.

E poiché si tratta dell'educazione dei bambini, è afferrare lo spazio in cui il bambino vive, respira e si muove.

Lo spazio che il bambino deve imparare a conoscere, esplorare e conquistare, per poter vivere, respirare e muoversi meglio.

E. Fishbein: concettuale e figurale (The theory of figural concepts, 1993)

Fishbein introduce la necessità di un'armonizzazione tra aspetti figurali e aspetti concettuali (nel 1963, ma la visione si afferma solo trent'anni dopo)

A geometrical figure may, then, be described as having intrinsically conceptual properties. Nevertheless, a geometrical figure is not a mere concept. It is an image, a visual image. It possesses a property which usual concepts do not possess, namely, it includes the mental representation of space property. […] *all the geometrical figures represent mental constructs which possess, simultaneously, conceptual and figural properties.* (pp. 141-142)

Una figura geometrica può quindi essere descritta come avente proprietà intrinsecamente concettuali. Tuttavia, una figura geometrica non è un semplice concetto. È un'immagine, un'immagine visiva. Possiede una proprietà che i concetti usuali non possiedono, ossia include la rappresentazione mentale della proprietà dello spazio. [...] tutte le figure geometriche rappresentano costrutti mentali che possiedono, contemporaneamente, proprietà concettuali e figurali. (pp. 141-142)

Lo studio della geometria

- gli oggetti di studio della geometria sono perciò concetti figurali, con proprietà spaziali (forma, posizione, grandezza) e qualità concettuali (idealità, astrattezza, generalità, ...)
- la **componente concettuale** riguarda la rappresentazione mentale, che caratterizza una classe di oggetti o di fatti in base a proprietà comuni, frutto del processo di astrazione
- la **componente figurale** si riferisce alle immagini come rappresentazioni sensoriali degli oggetti, espresse dalla rappresentazione grafica e che riflettono la loro provenienza d'origine: lo spazio reale

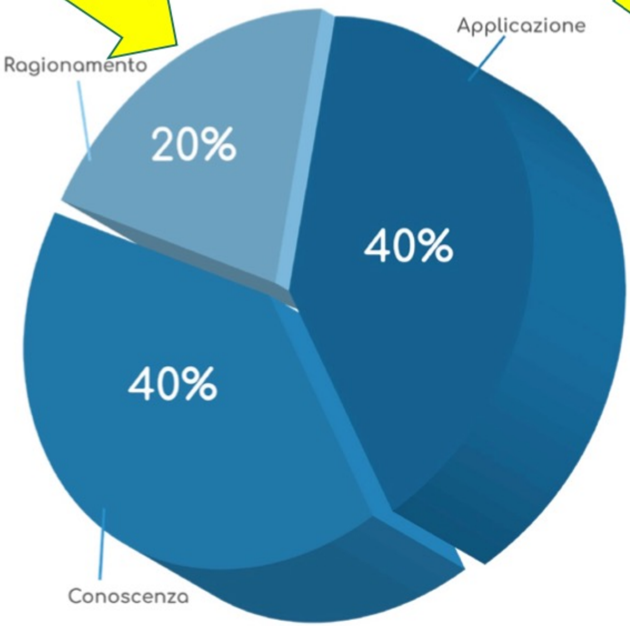
IEA TIMSS 2019

- **Conoscenza**: conoscere fatti, concetti e le procedure.
- **Applicazione**: applicare nozioni e conoscenze concettuali per risolvere problemi o rispondere a domande.
- **Ragionamento**: va oltre la soluzione di problemi di routine/standard per comprendere **situazioni nuove o comunque non familiari, contesti complessi** e problemi che richiedono più passaggi.

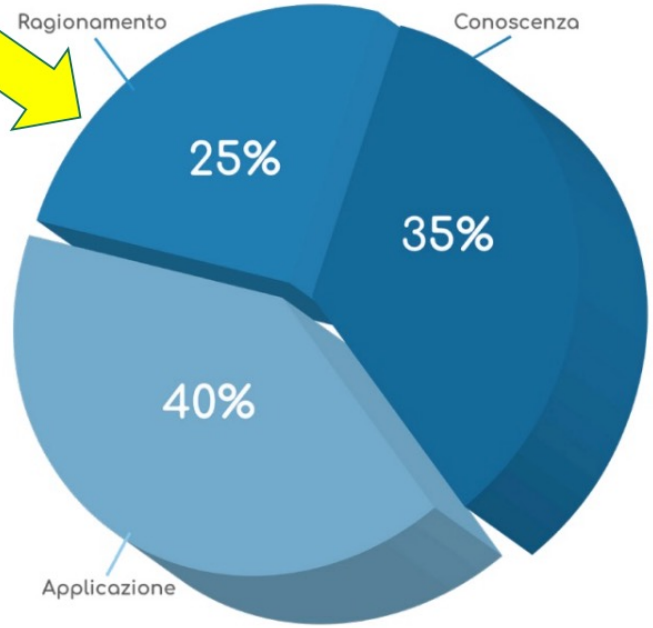
VERSO SITUAZIONI NON STANDARD

(non ricorsive, non esecutive, …)

Grado 4



Grado 8



https://www.invalsi.it/invalsi/ri/Timss2019/documenti/91220/Rapporto%20TIMSS%202019.pdf

E per obiettivi e competenze trasversali

Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari*: il pensiero matematico*

«*"In particolare, la matematica (...) contribuisce a sviluppare la capacità di* ***comunicare e discutere****, di* ***argomentare*** *in modo corretto, di* ***comprendere i punti di vista*** *e le argomentazioni degli altri."*

Tali competenze sono rilevanti per la formazione di una cittadinanza attiva e consapevole, in cui ogni persona è disponibile all'ascolto attento e critico dell'altro e a un confronto basato sul riferimento ad argomenti pertinenti e rilevanti. In particolare l'educazione all'argomentazione può costituire un antidoto contro il proliferare d'informazioni false o incontrollate.

Il **laboratorio di matematica** rappresenta un contesto naturale per stimolare le capacità di argomentare e stimolare il confronto fra pari:

(...) *"In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il laboratorio, inteso sia come luogo fisico sia come momento in cui l'alunno è* ***attivo****, formula le proprie ipotesi e ne controlla le conseguenze, progetta e sperimenta, discute e argomenta le proprie scelte, impara a raccogliere dati, negozia e costruisce significati, porta a conclusioni* ***temporanee*** *e a* ***nuove aperture*** *la costruzione delle conoscenze personali e collettive."*»

Il «progetto» di sperimentazione

MATEMATICA InFORMA
(La) matematica (dell)e forme

Il pensiero geometrico e lo sviluppo di relazioni spaziali

La matematizzazione della realtà a partire dalla tenera età

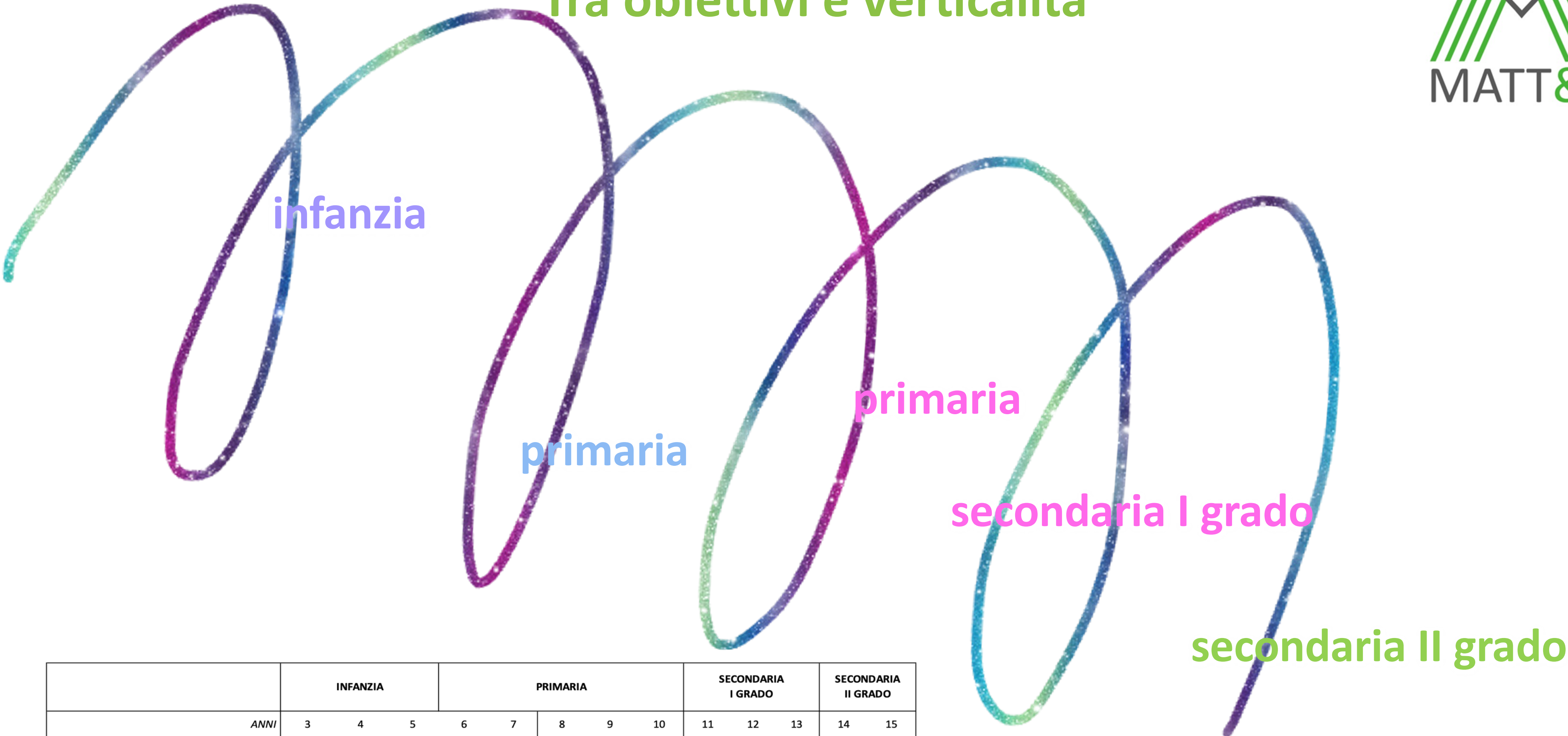
Dare senso alla complessità e varietà delle esperienze dei discenti

Riconoscimento e classificazione di **forme**: componenti dinamiche della comprensione dello spazio che ci circonda e della capacità di descriverlo, di misurarlo e di strutturarlo **matematicamente**

MATT&R

Francesca Ferrara, Ketty Savioli, Giulia Ferrari, Sara Bianchi, Marina Gilardi, Irene Minelli, Maria Luisa Sattin
Università degli Studi di Torino & I.C. Chieri III & I.C. Chieri IV, Torino

Tra obiettivi e verticalità



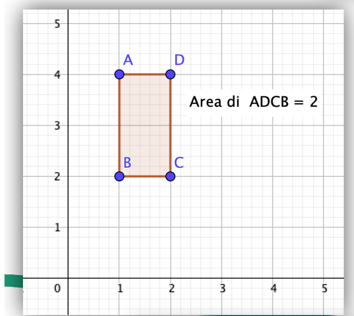
	INFANZIA			PRIMARIA					SECONDARIA I GRADO			SECONDARIA II GRADO	
ANNI	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
Blue bot e traiettorie di movimento													
Quadrati e rettangoli													
Perimetri e aree (a)													
Perimetri e aree (b)													

Pensare in continuità

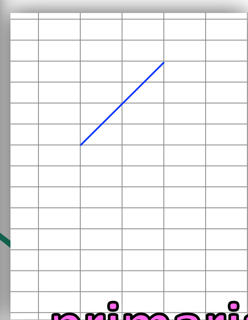
MATT&R

infanzia

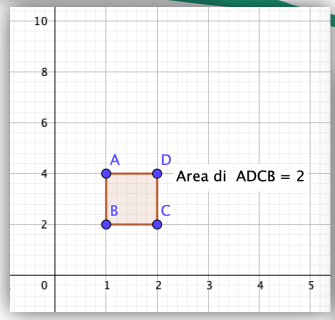
Attenzione agli apprendimenti
anche con BES

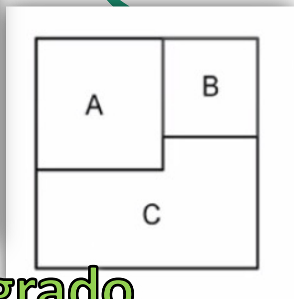


primaria

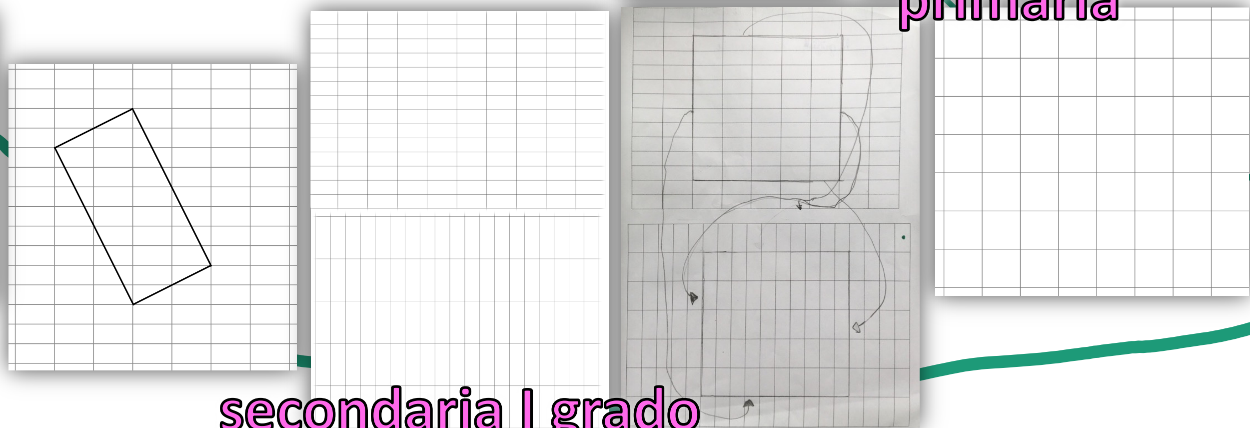


primaria





secondaria II grado



secondaria I grado

Tra obiettivi e verticalità

- Sviluppare senso dello spazio

infanzia

- (Ri)conoscere, denominare, descrivere e classificare rettangoli
- Disegnare rettangoli e costruire modelli materiali (anche nello spazio)

E QUADRATI

- Riprodurre rettangoli in base a una descrizione, utilizzando strumenti opportuni
- Determinare perimetro e area di rettangoli (e di figure annesse) in dati contesti

primaria

- Risolvere problemi, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati

primaria

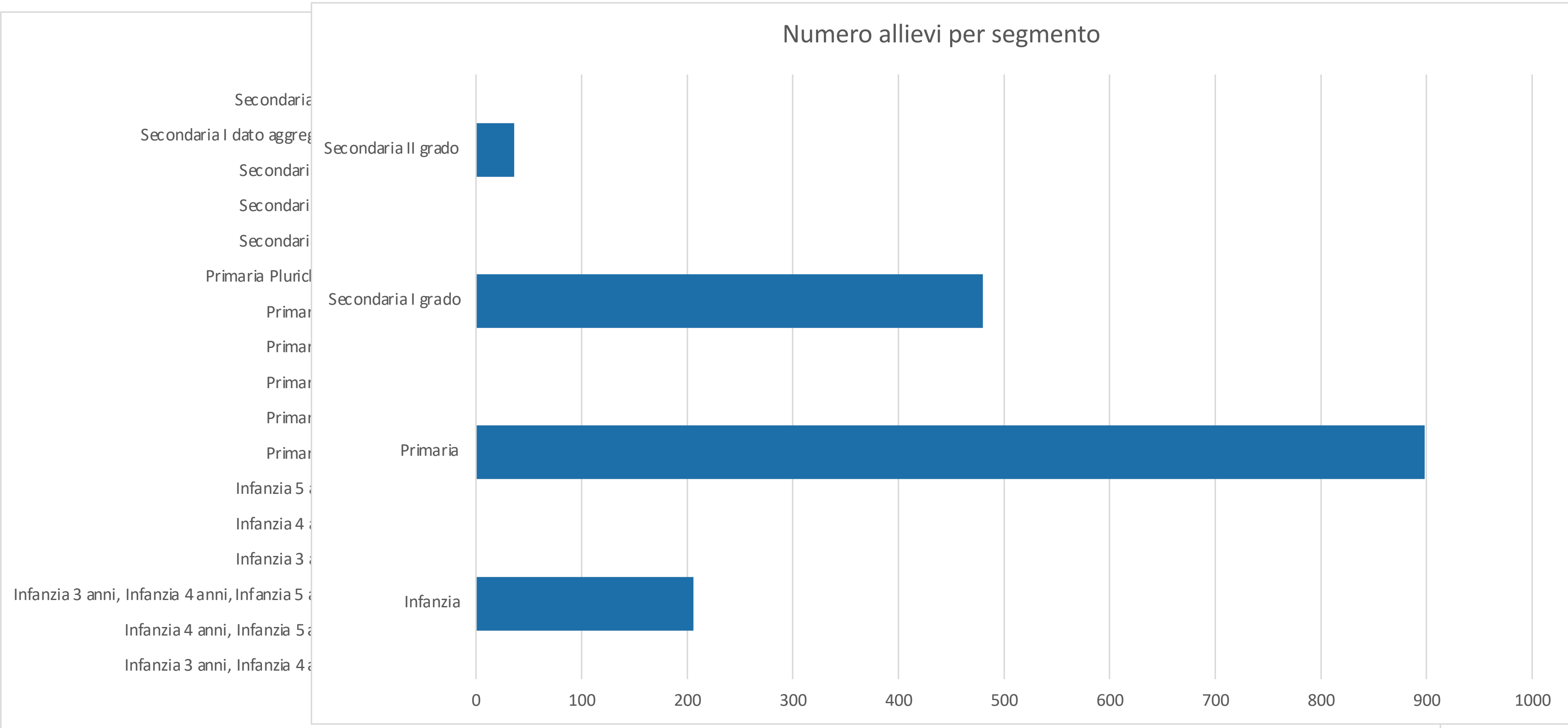
- Descrivere il procedimento seguito e riconoscere strategie di soluzione diverse
- Costruire ragionamenti, formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi

secondaria II grado

secondaria I grado

«Spingere verso le situazioni non note»

Visione d’insieme



Infanzia = 206, primaria = 898, sec. I grado = 480, sec. II grado = 36 (tot. = 1622)

Le «direzioni» di indagine

Matematica e Forme, o la matematica delle forme

- Errori e misconcetti studiati in letteratura, es.: la confusione area/perimetro
- Le forme hanno a che fare con modi di organizzare e strutturare lo spazio
- Poi di misurare lo spazio (rapporto, tassellazioni, lunghezze vs. superficie, …)
- Lunghezza e area sono quantità spaziali, tangibili, accessibili sperimentalmente ma non esistono strumenti disponibili (come i righelli) per misurare l'area
- L'area è un concetto fondamentale per lavorare in campi legati alle STEM
- L'area è utile per comprendere le frazioni

Matematica e Forme, o la matematica delle forme

- Molti studenti confondono area e perimetro di figure (soprattutto i rettangoli): una comprensione debole di entrambe le formule
- Quando si impara a misurare l'area, gli studenti hanno difficoltà a distinguere l'area dalla lunghezza del contorno della regione (ancora alla scuola media; Chappell & Thompson, 1999; Tan-Sisman & Aksu, 2012)
- La ricerca <u>non</u> ha dato spiegazioni soddisfacenti o risposte efficaci
- Matematicamente, gli angoli sono essenziali per classificare le figure geometriche (es., triangoli e quadrilateri), oltre che per comprendere le rotazioni come trasformazioni e distinguere congruenza e similitudine
- La misura di angoli lega la staticità della figura al movimento rotatorio
- Sono elementi per orientarsi e navigare tra posizioni spaziali, posizionare i nostri corpi in relazione ad altri, e tracciare il movimento degli oggetti

Valorizzare l'attività materiale in matematica

Darle importanza per costruire competenza matematica (sapere & saper fare)

Focus sui processi

MATT&R

LAB #1

- «Cosa è per te un quadrato?»

Analisi delle risposte di un centinaio di docenti
(da infanzia a secondaria di II grado)

Ragioniamo sulle «definizioni»….

definíre = *lat.* DEFINÍRE *limitare, circoscrivere*, comp. della partic. DE intensiva e FINÍRE *por fine, terminare, determinare, limitare*, verbo denominat. da FÍNIS *fine, limite, termine* (v. *Fine*). — Determinare; Dichiarare in modo preciso e con vocaboli appropriati la natura di checchessia, in guisa che da ogni altra cosa si distingua; riferito a questioni, dubbi e sim. Decidere, Risolvere, Terminare.

Deriv. *Definibíle; Definíto; Definitívo* = che tende o è atto a terminare, a risolvere; Ultimo, Finale; *Definitóre-tríce; Definizióne.*

Che cosa è "per te" un quadrato?

Dimensione affettiva (relazionale / emotivo)	**Pensiero matematico (definitorio / classificatorio)**	**Visualizzazione (percettivo)**
una figura perfetta (2 risp.)	Una ***forma geometrica*** con quattro angoli e quattro lati di **stessa misura**	Un contenitore
Una finestra sul mondo	È una ***figura piana*** delimitata da 4 lati **uguali**	È uno spazio regolare nel quale muoversi
una figura semplice	una ***forma*** con quattro lati e quattro **spigoli**	Un recinto che chiude e delimita
Uno spazio di pensiero simmetrico, regolare, ordinato	una ***figura piana*** con quattro lati e quattro angoli **uguali**	Un contorno in cui inserire qualcosa per abbellirlo
una figura regolare che dà un senso di sicurezza	Un ***poligono*** con 4 lati **congruenti** e 4 angoli **retti**	Un campo
uno spazio ordinato	È **un *quadrilatero* regolare, Il *quadrilatero* regolare**	Una zona chiusa
porzione perfetta	***Poligono*** con 4 angoli **retti** e tutti i lati **uguali**	un confine di 4 fili bastoncini uguali
il quadrato è la figura geometrica più semplice, la salvezza per molti studenti!	***Poligono*** avente quattro angoli e quattro lati **congruenti**	UNO SPAZIO DELIMITATO PERFETTAMENTE
Per me un quadrato è una figura piana che potrebbe rappresentare la perfezione	Un ***poligono*** con quattro lati **uguali** e quattro angoli **retti**	UNA PIAZZA: uno spazio di forma quadrata recintato
una figura che dà sicurezza	Una ***figura piana* regolare**	Un cubo, un dado per giocare
Un quadrato è una forma perfetta	***Quadrilatero*** con 4 lati della **stessa lunghezza** e 4 angoli della **stessa ampiezza** (**retti**). Fa parte della **famiglia dei rettangoli**	Un percorso in cui cambio direzione
	È una ***figura geometrica piana*** con 4 lati e 4 angoli **uguali**	un giardino regolare

	Una ***superficie di piano*** racchiusa da 4 **segmenti** di **uguale lunghezza**	Uno spazio che creo con un percorso in cui cambio direzione e arrivo al punto di partenza
	Una ***figura geometrica*** **piana**	E’ figura come: una casa, un pacco regalo, la lavagna, una finestra….
	E’ una ***figura geometrica*** con 4 lati **uguali** e 4 angoli **retti**	
	Una ***figura geometrica*** che possiede **tutte le proprietà**	
	E’ UNA ***FIGURA PIANA*** **EQUA**….LATI **UGUALI**, ANGOLI **UGUALI**…..è **SIMMETRICO** E MI PIACE	
	Una ***figura piana***, con 4 lati e 4 angoli **uguali**	
	figura **chiusa** composta da 4 lati **uguali**	
	Una ***figura geometrica*** con 4 lati tutti **uguali**	
	linea spezzata **chiusa**	
	è una ***figura piana*** costituita da quattro lati e quattro angoli	
	Uno ***spazio*** delimitato da **linee**	
	Per me è la ***figura*** più perfetta fra tutte (**equilatero ed equiangolo**)	
	è un ***quadrilatero*** **particolare**, è un **poligono** con 4 lati **congruenti** e 4 angoli **congruenti** (**90°**)	
	Un quadrato è una ***forma geometrica*** con i lati tutti **uguali** e 4 angoli **retti**	
	Un ***poligono*** avente quattro lati **uguali**, disposti **perpendicolarmente**	
	è un ***poligono*** con quattro lati e 4 angoli **uguali**	

	Un ***poligono*** formato da quattro **linee spezzate chiuse uguali**, quattro angoli **uguali**	
	una ***figura piana*** **chiusa**, con tutti i lati e gli angoli **congruenti**	
	Figura geometrica **regolare** che dona armonia	
	E’ una ***figura piana*** con 4 lati e 4 angoli **uguali** e **retti**	
	Un ***quadrilatero*** (**Speciale**) con tutti i lati e gli angoli **uguali**	
	Un quadrato è una ***linea spezzata*** **chiusa**, un **recinto** con 4 lati e 4 angoli uguali	
	una ***figura*** con quattro lati **uguali** e quattro angoli **retti**	
	Una ***figura geometrica*** con quattro lati e quattro angoli **uguali**	
	E’ una ***figura geometrica*** con quattro angoli **retti** delimitata da lati uguali, **diagonali uguali e perpendicolari**, quattro **assi di simmetria**	
	La **forma** perfetta. La mia preferita. Una ***linea spezzata*** con 4 **cambi di direzioni**. La forma con 4 angoli **retti**	
	Figura geometrica piana avente 4 lati **uguali** e 4 angoli **uguali**	
	una ***forma*** **semplice** che comprende al suo **interno** delle **misure geometriche**	
	una ***figura geometrica piana*** delimitata da lati con la **stessa misura** e quattro angoli **interni congruenti**, ciascun angolo interno	

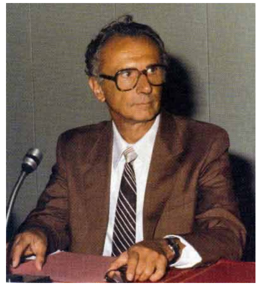
	misura **novanta gradi**	
	in geometria è un ***quadrilatero*** con i quattro lati della **stessa misura** e gli angoli **retti**	
	Un quadrato è un ***poligono/figura concava*** delimitata da una **linea spezzata chiusa**, composta da 4 lati e 4 angoli **interni uguali**	
	una ***figura geometrica piana*** con quattro lati e quattro angoli **uguali**	
	Una ***figura*** **chiusa** con quattro lati **uguali**	
	figura piana con 4 lati **uguali** ed angoli **retti**	
	un'***area*** delimitata da 4 segmenti **uguali** e che ha quattro angoli **uguali**	
	È ***la figura*** **perfetta** perché ha lati e angoli **uguali**	
	È un ***poligono***, cioè una **parte di piano** delimitata da una **linea spezzata chiusa**. Ha 4 lati, 4 angoli	
	È una ***figura piana*** con i lati e gli angoli **uguali**	
	È un ***quadrilatero regolare*** cioè con quattro lati e quattro angoli **uguali**	
	Una ***figura geometrica*** (2 risp.), una ***forma geometrica***, **poligono**	

Ma facciamo un passo in più …

Dimensione affettiva (relazionale / emotivo)	Pensiero matematico (definitorio / classificatorio)	Visualizzazione (percettivo)
Perfezione	Forma, forma geometrica	Un contenitore
Semplicità	Figura, figura piana	Un contorno
	Figura geometrica, figura geometrica piana	Un confine
Simmetria	Figura concava	Un recinto
Regolarità		Un campo
	Poligono	Una piazza
Ordine	Quadrilatero, quadrilatero regolare	Un giardino regolare
Sicurezza	Linea spezzata	Un percorso
		Una zona chiusa
Finestra sul mondo	Area, superficie di piano, parte di piano	Uno spazio regolare
	Spazio	Uno spazio delimitato

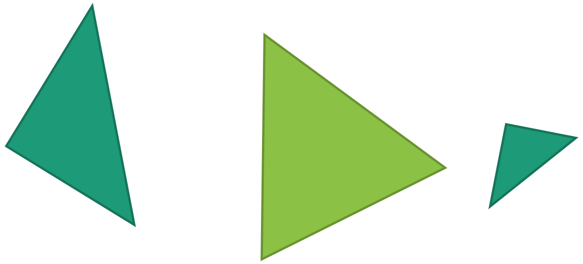
Uguaglianza, congruenza
Chiusura, interno
Misura, lunghezza, ampiezza, rettezza, gradi
Perpendicolarità, simmetria
Lati, segmenti
Linee, cambi di direzione
Spigoli, diagonali

La risposta: **“è un rettangolo”** non compare mai se non racchiusa in: “Fa parte della famiglia dei rettangoli”. Interessante la risposta: “è la figura più perfetta fra tutte (equilatero ed equiangolo)”; tutti i poligoni regolari (compresi i triangoli equilateri) sono equilateri ed equiangoli.



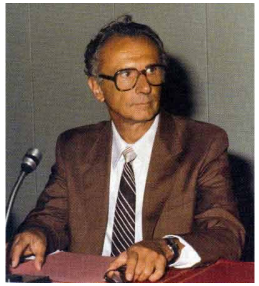
“Cominciamo dal punto” (Vinicio Villani)

(A) È una figura formata da tre punti detti vertici e da tre segmenti detti lati.
(B) È una spezzata chiusa di tre lati.
(C) È un poligono con tre lati.
(D) E un poligono con tre angoli.
(E) È un poligono con tre lati e tre angoli.
(F) È l'intersezione di tre semipiani.

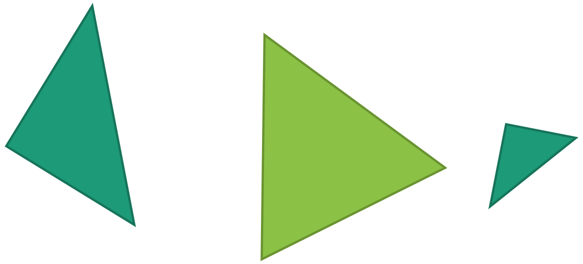


Si può presumere che tutti gli intervistati avessero già un’idea corretta e abbastanza precisa di cosa è un triangolo. Eppure ***nessuna delle definizioni proposte è del tutto soddisfacente****. Infatti, <u>se si prende alla lettera la definizione (A) i tre punti e i tre segmenti potrebbero essere sparpagliati a casaccio nel piano; chi ha formulato la definizione intendeva dire (ma non lo ha fatto) che essi sono disposti in modo tale da costituire una spezzata chiusa</u>. Questa precisazione <u>è esplicitata nella definizione (B)</u>. Ma con ciò la difficoltà è semplicemente spostata dalla definizione di «triangolo» alla definizione di «spezzata chiusa». Le definizioni (A) e (B) sono inadeguate anche per un altro motivo. Vi si parla esclusivamente del «contorno» (in linguaggio matematico «bordo» o «frontiera» del triangolo, senza menzionare la parte di piano racchiusa da tale contorno (in linguaggio matematico «parte interna» o brevemente «interno»).*

“Cominciamo dal punto” (Vinicio Villani)



(A) È una figura formata da tre punti detti vertici e da tre segmenti detti lati
(B) È una spezzata chiusa di tre lati.
(C) È un poligono con tre lati.
(D) E un poligono con tre angoli.
(E) È un poligono con tre lati e tre angoli.
(F) È l'intersezione di tre semipiani.



Quindi, a rigore, le definizioni (A) e (B) non consentirebbero di parlare di area del triangolo così definito. Si deve inoltre tenere conto del fatto che, a norma del teorema di Jordan, una spezzata chiusa non intrecciata divide il piano in due regioni; pertanto sarebbe stato opportuno aggiungere che la regione triangolare è quella limitata, non l’altra. Le definizioni (C), (D), (E) scaricano la definizione di triangolo su quella notevolmente più generale e quindi più complessa di poligono.

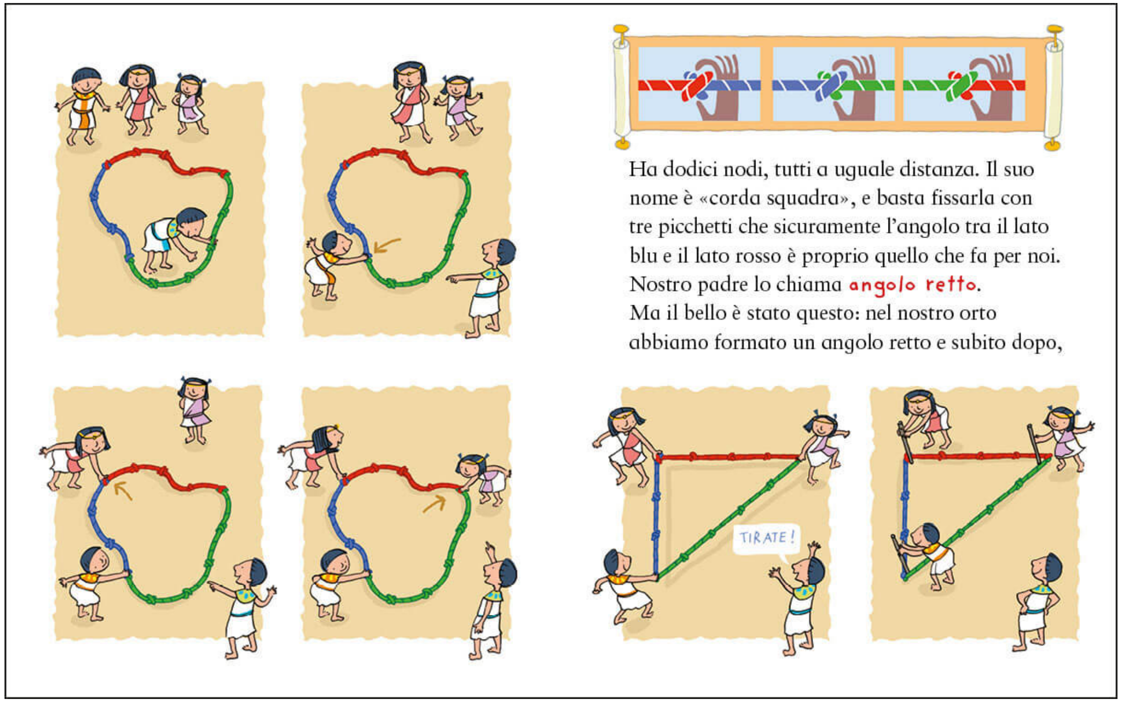
[...]

- **Un quadrato è un quadrilatero con 4 simmetrie assiali (e una simmetria centrale)**

LAB #2

- «Il problema di Nasim» (tenditori di corde)

L'ORTO DI NASIM



Anna Cerasoli, «La Geometria del Faraone»

Tra righe …

“Io sono Ames e ho due sorelle e un fratello con cui giocare:

Nefertiti, Nefertari e Amose.

Nostro padre è il più bravo tenditore di corde di tutto l’Egitto.

Infatti, tirando una corda, riesce sempre, con i suoi aiutanti,

a tracciare una linea dritta, anzi drittissima!

e quadretti

Ora, mentre rincorriamo gli ibis dalle piume bianche, incontriamo Nasim che sta cercando di ricostruire il recinto del suo orto, completamente distrutto dall'acqua.

Nel vederci, Nasim ci chiede subito: " Dov'è vostro padre? Ho bisogno del suo aiuto!"

"La forma del mio orto deve essere una figura come il Faraone comanda!"

"E come comanda il Faraone?" **– gli chiediamo.**

Nasim risponde:

"I lati dell'orto devono essere quattro e uguali fra loro."

e quadretti

Noi quattro andiamo a prendere una lunga corda e l'annodiamo; poi l'afferriamo in quattro punti, e tutti insieme cominciamo a tirare ...

Nasim osserva: “No, non è questa la forma del mio orto!

I lati devono essere uguali fra loro!”

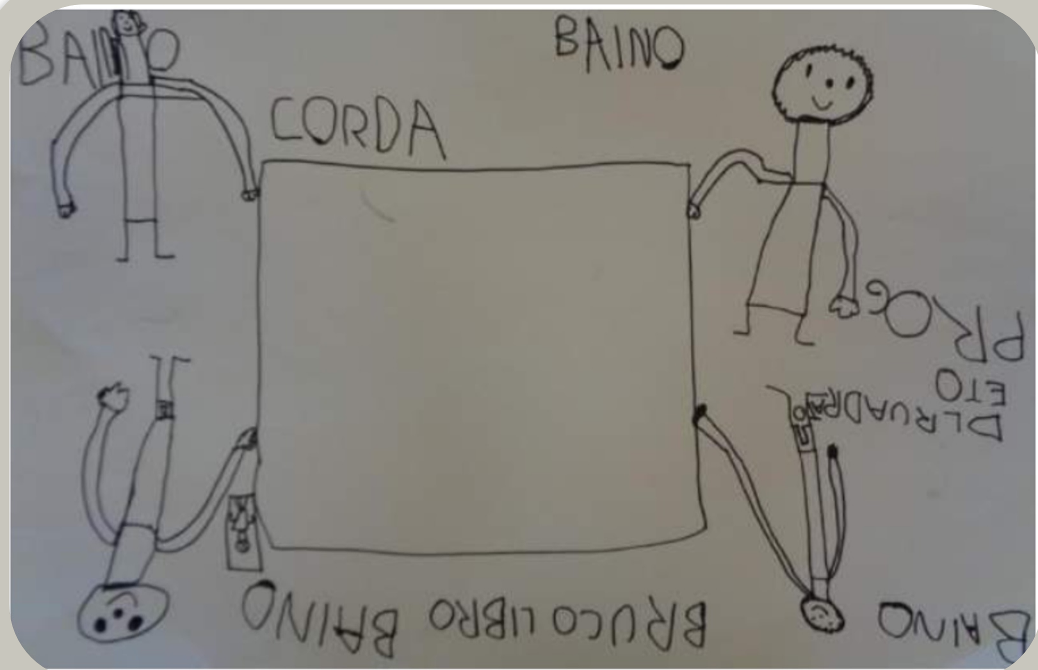
«Usiamo una seconda corda per misurare i lati»

«Misuriamo con il corpo, con le mani, con le piastrelle, …»

Primi tentativi di definire l’angolo

“è la punta del banco o del foglio”
“no, quello è lo spigolo! L’angolo è lo spazio dentro”
“lo spigolo sta fuori, l’angolo sta dentro”

Servono 4 bambini
per fare il quadrato,
il bruco per misurare i lati e
il libro per misurare gli angoli.



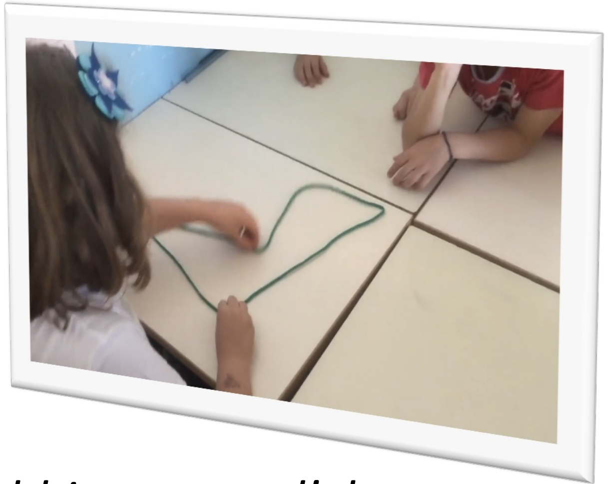
Da un’attività in classe seconda

- Il problema dell’orto di Nasim (costruzione di un orto quadrato)
  - Fase 1: lavoro a gruppi in cortile usando corde di una ventina di metri
  - Fase 2: lavoro a gruppi in aula usando corde più corte
- Video del gruppo di Matilde, Federico e Gabriele, che racconta alla classe come ha fatto per costruire il quadrato

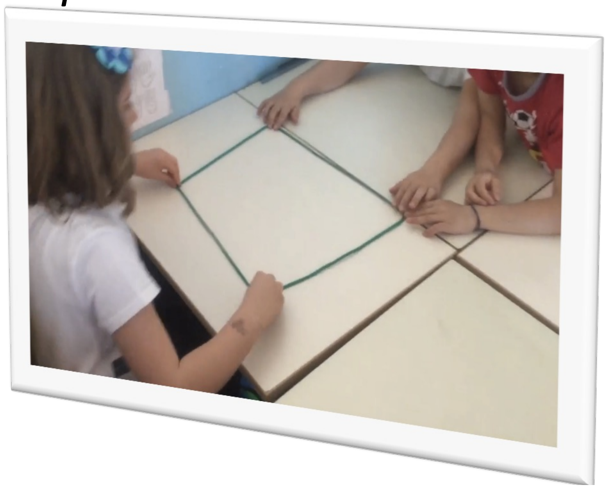
Proviamo a parlare di processi …

- Che cosa osservi?
- Quali difficoltà emergono, quali ostacoli concettuali si presentano?
- Come sfruttano i bambini il fatto di lavorare in gruppo?

Proviamo a parlare di processi …

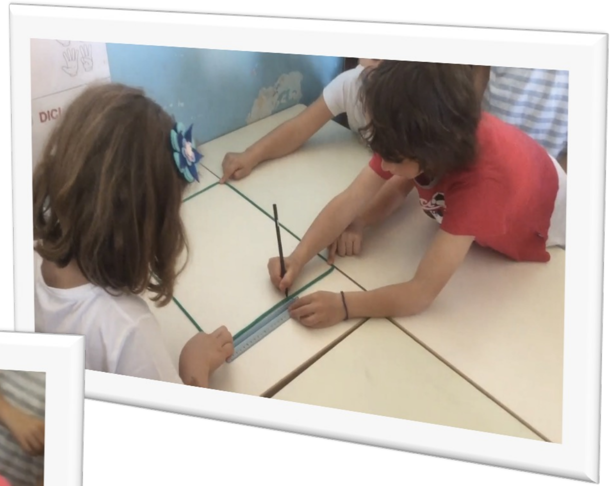


- F.: *Prima abbiamo teso la corda*
- M.: *Poi abbiamo fatto la stessa cosa*
  - ✓ A che cosa si riferisce Matilde?
- M.: *L'abbiamo messa a posto*
  - ✓ Che cosa intendono con «mettere a posto»?
- M.: *Poi abbiamo preso un angolo e l'abbiamo aperto, abbiam preso l'altro e l'abbiamo aperto, e poi l'abbiamo sistemato*
  - ✓ Che cosa sostiene questa costruzione?
  - ✓ Avrebbero potuto utilizzare la corda in altro modo? Se sì, come? Se no, perché?

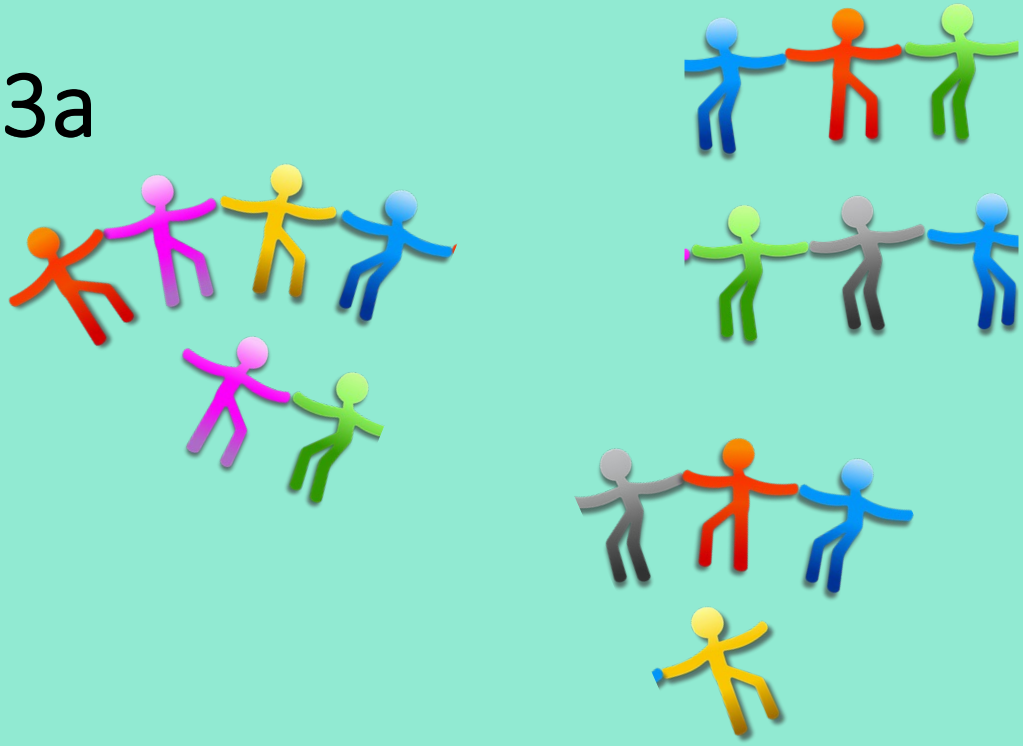


Proviamo a parlare di processi …

- F.: *Poi l'abbiamo misurato … 20 … 14 e mezzo. 20 più 14 e mezzo, 34 e mezzo*
  - ✓ Come è utilizzata la misura in questo caso?
- […]
- M.: *Poi abbiamo fatto gli angoli*
  - ✓ A che cosa è utile questa fase?

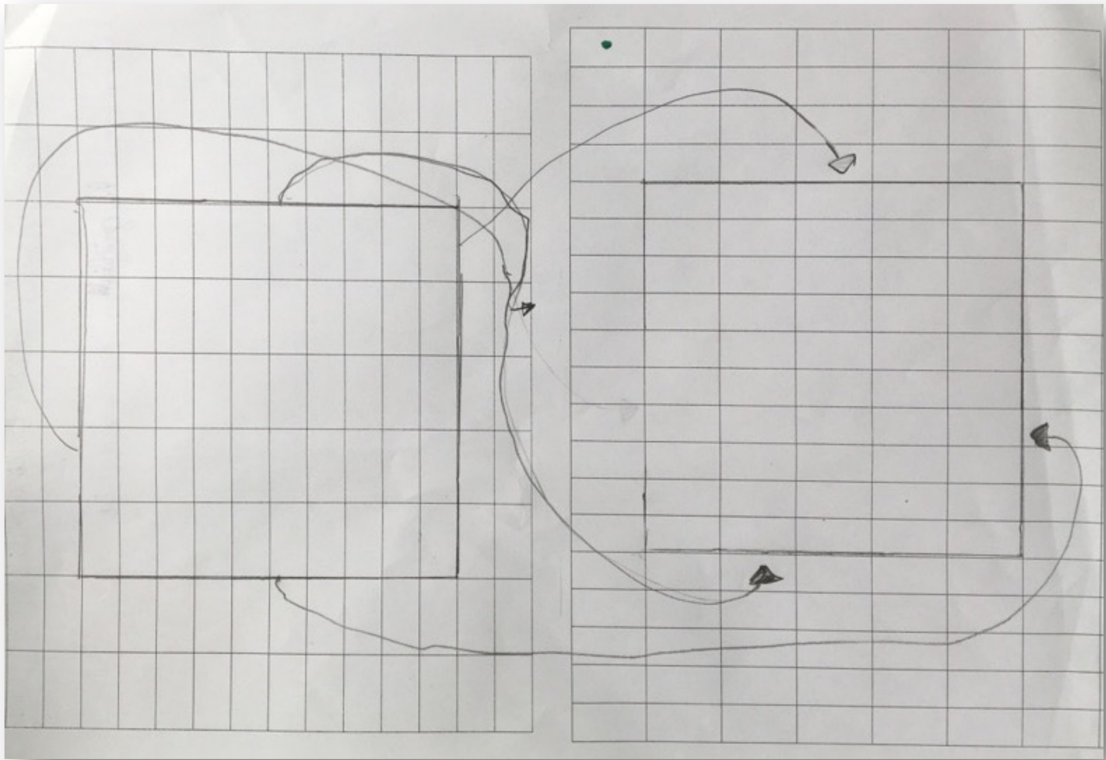


LAB #3a



- Quadrati e rettangoli…su griglie non monometriche…

Quadrati e rettangoli

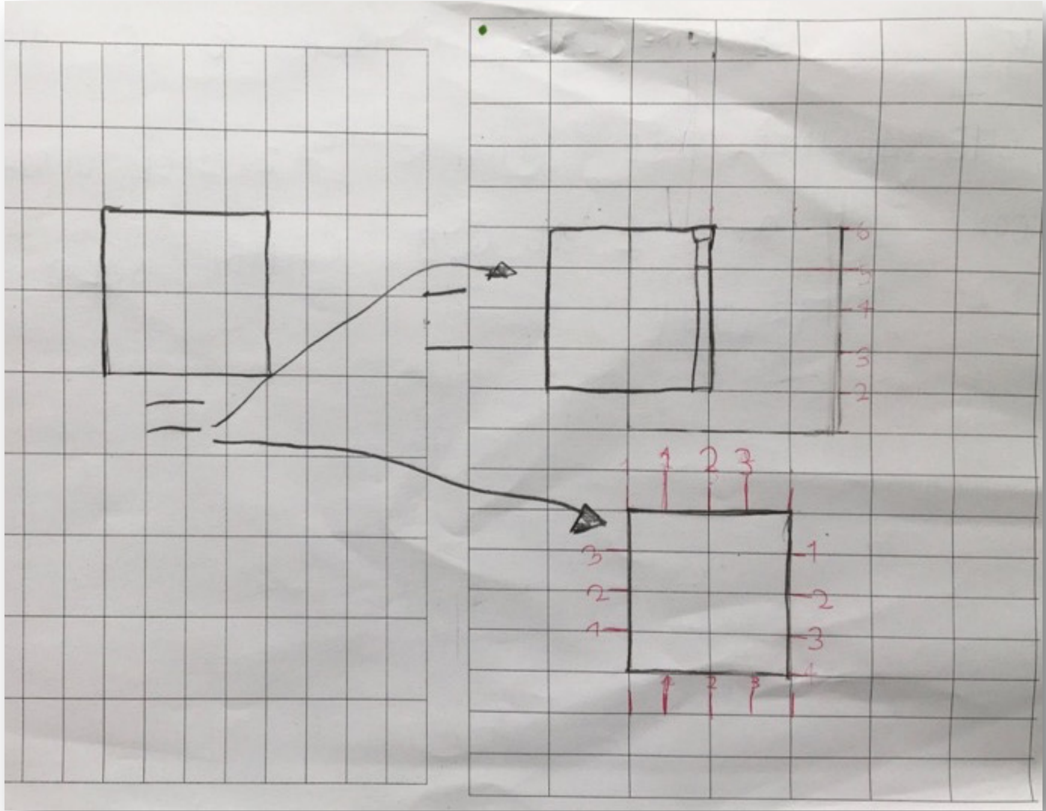


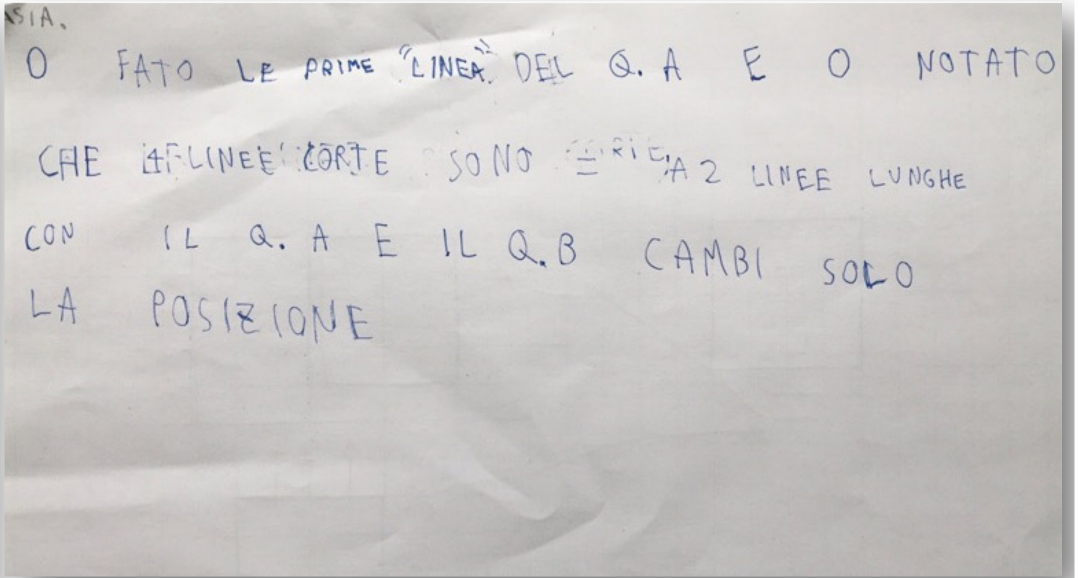
22.3.2022 – Incontro II

Osserviamo questi protocolli

Classe Terza

Protocollo 1 (E)





SIA.

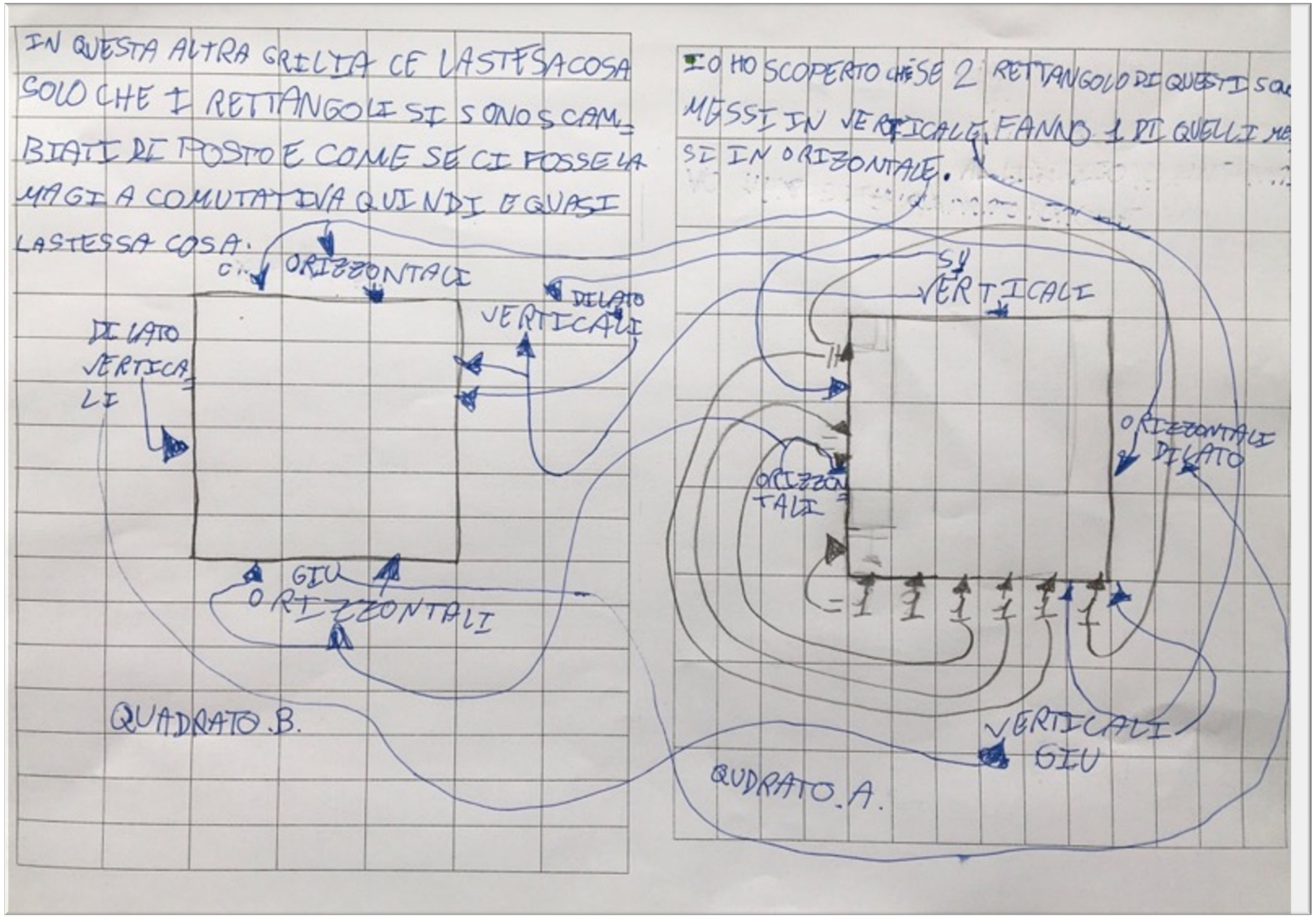
O FATO LE PRIME "LINEA" DEL Q. A E O NOTATO CHE 4 LINEE CORTE SONO = A 2 LINEE LUNGHE CON IL Q. A E IL Q. B CAMBI SOLO LA POSIZIONE

HO FATTO LE PRIME «LINEA» DEL Q. A E HO NOTATO
CHE 4 LINEE CORTE SONO = A 2 LINEE LUNGHE
CON IL Q.A E IL Q.B CAMBI SOLO LA POSIZIONE

Osserviamo questi protocolli

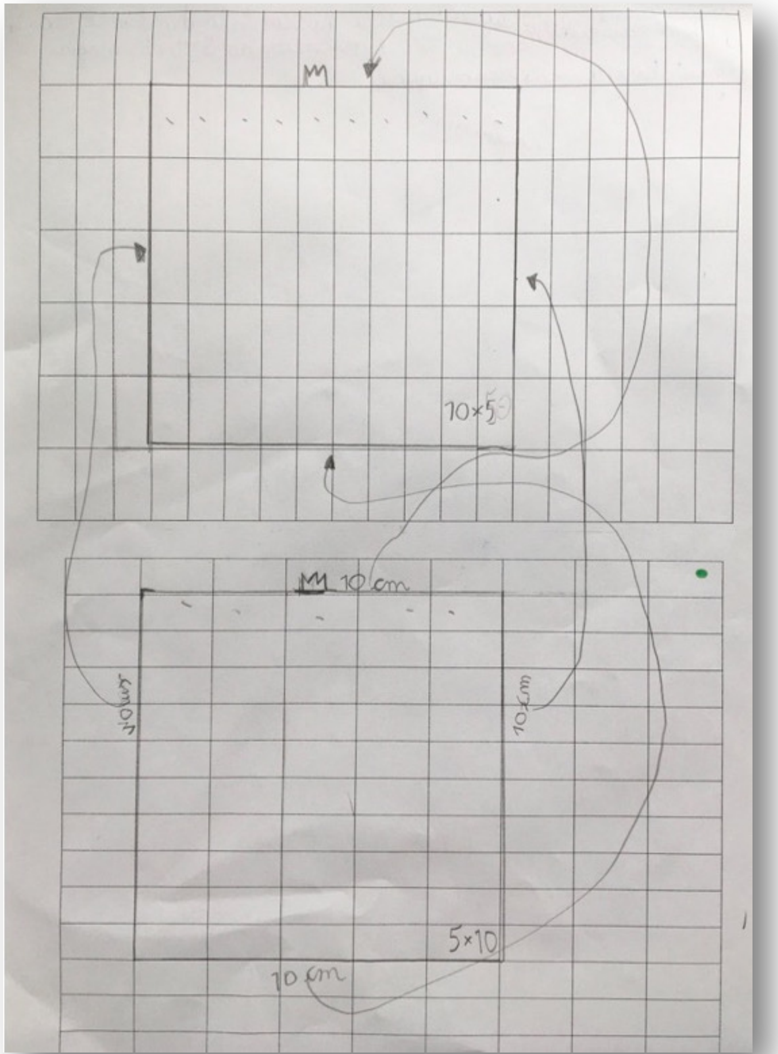
Protocollo 2 (E)

IN QUESTA ALTRA GRIGLIA C'E' LA STESSA COSA SOLO CHE I RETTANGOLI SI SONO SCAMBIATI DI POSTO, E' COME SE CI FOSSE LA MAGIA COMMUTATIVA QUINDI E' QUASI LA STESSA COSA

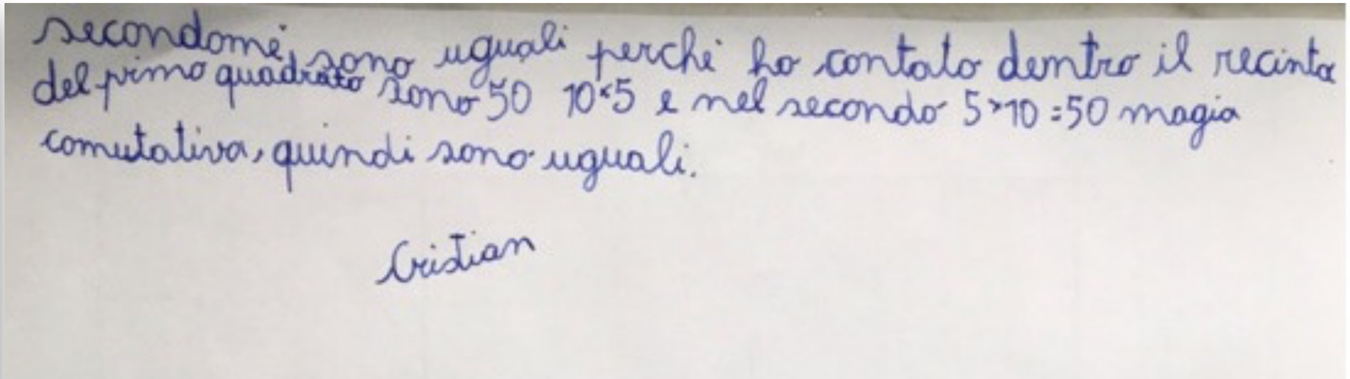


IO HO SCOPERTO CHE SE 2 RETTANGOLO DI QUESTI SONO MESSI IN VERTICALE FANNO UNO DI QUELLI MESSI IN ORIZZONTALE

Osserviamo questi protocolli



Protocollo 3 (F)

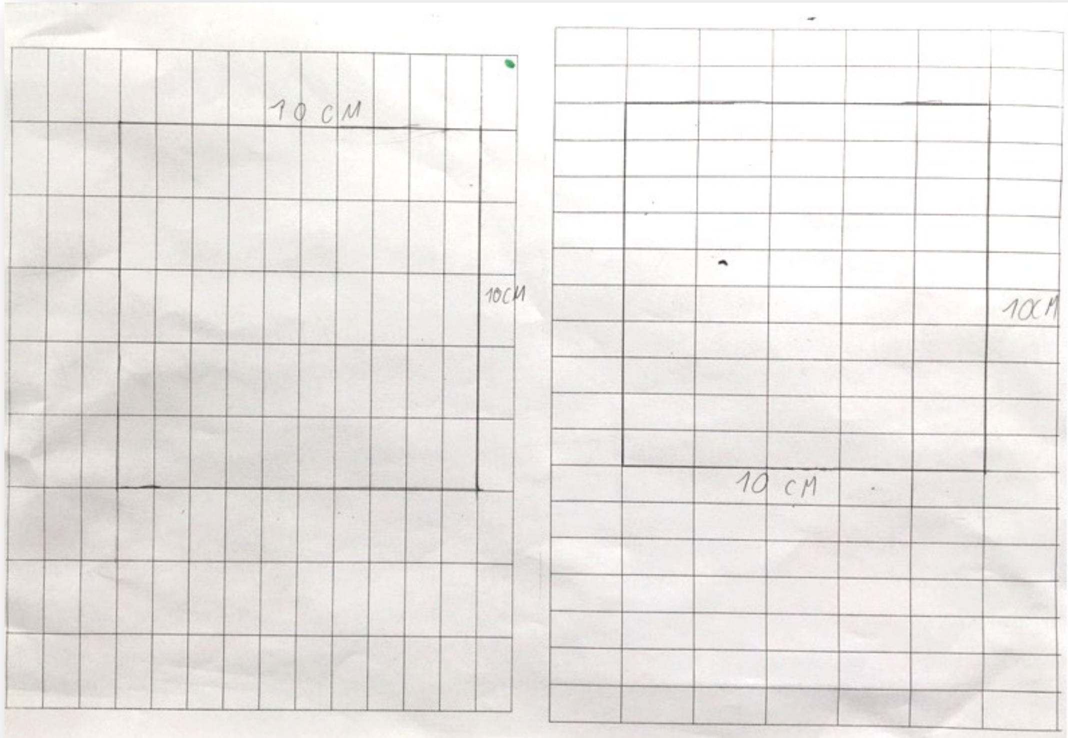

secondo me sono uguali perchè ho contato dentro il recinto del primo quadrato sono 50 10×5 e nel secondo 5×10 =50 magia comutativa, quindi sono uguali.

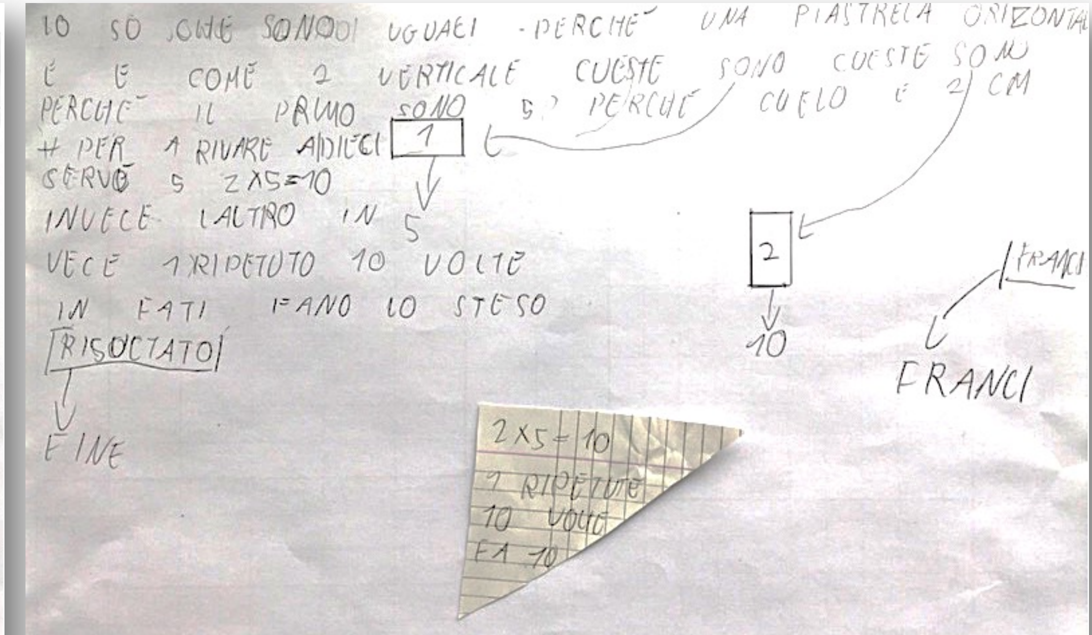
Cristian

SECONDO ME SONO UGUALI PERCHÈ HO CONTATO DENTRO IL RECINTO DEL PRIMO QUADRATO SONO 50 10 X 5 E NEL SECONDO 5 X 10 = 50 MAGIA COMMUTATIVA, QUINDI SONO UGUALI

Osserviamo questi protocolli

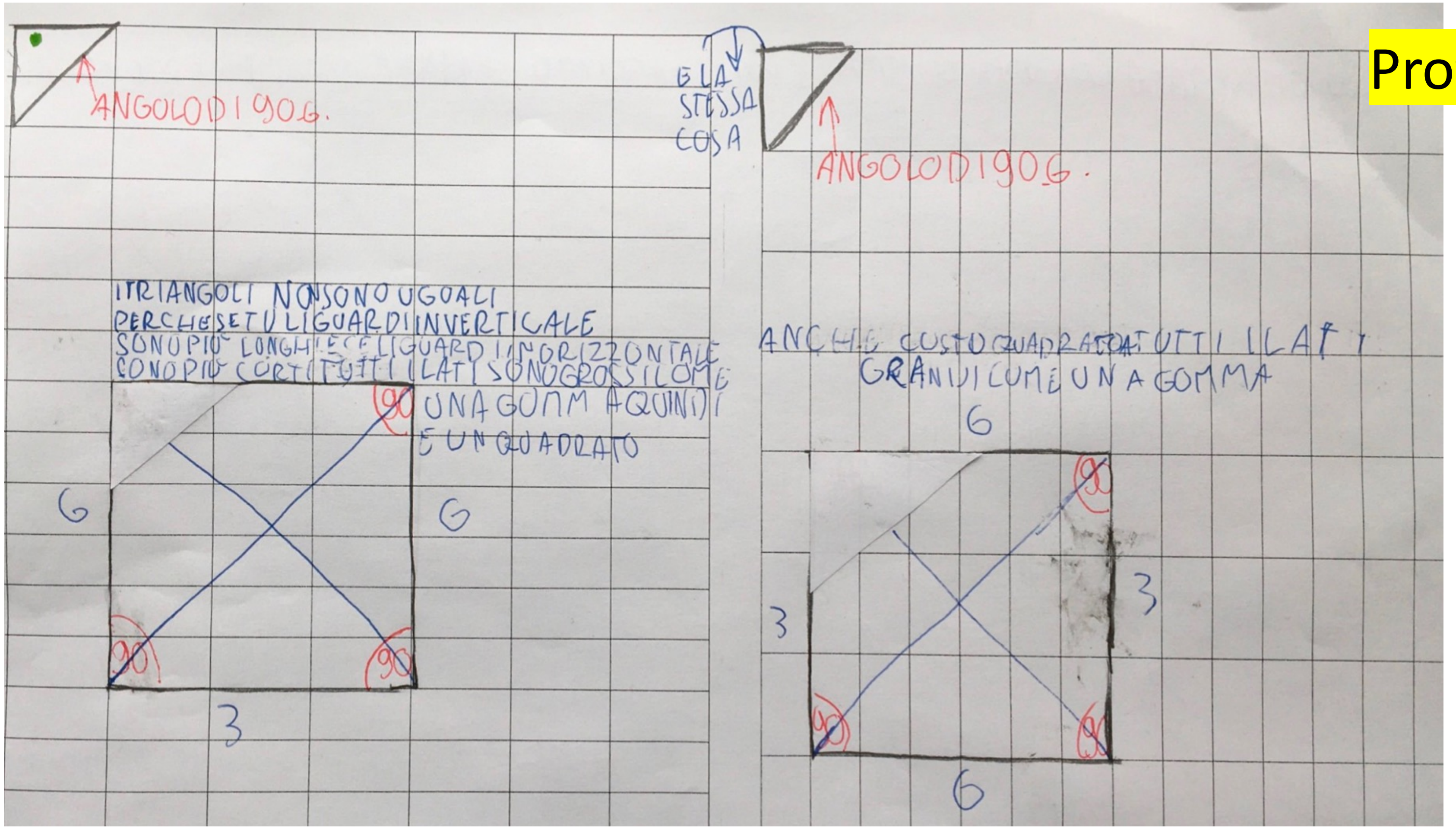
Protocollo 4 (F)





IO SO CHE SONO UGUALI perché UNA PIASTRELLA ORIZZONTALE È COME 2 VERTICALI
QUESTE SONO [freccia su rett. orizz. 1→ 5] QUESTE SONO [freccia su rett. vert. 2→ 10]
PERCHÉ IL PRIMO SONO 5 PERCHÉ QUELLO È 2 CM E PER ARRIVARE A DIECI SERVE 5
2X5=10
INVECE L'ALTRO INVECE 1 RIPETUTO 10 VOLTE INFATTI FANNO LO STESSO RISULTATO. FINE
[sul pezzo di carta] 2 X 5 = 10 1 RIPETUTO 10 VOLTE FA 10

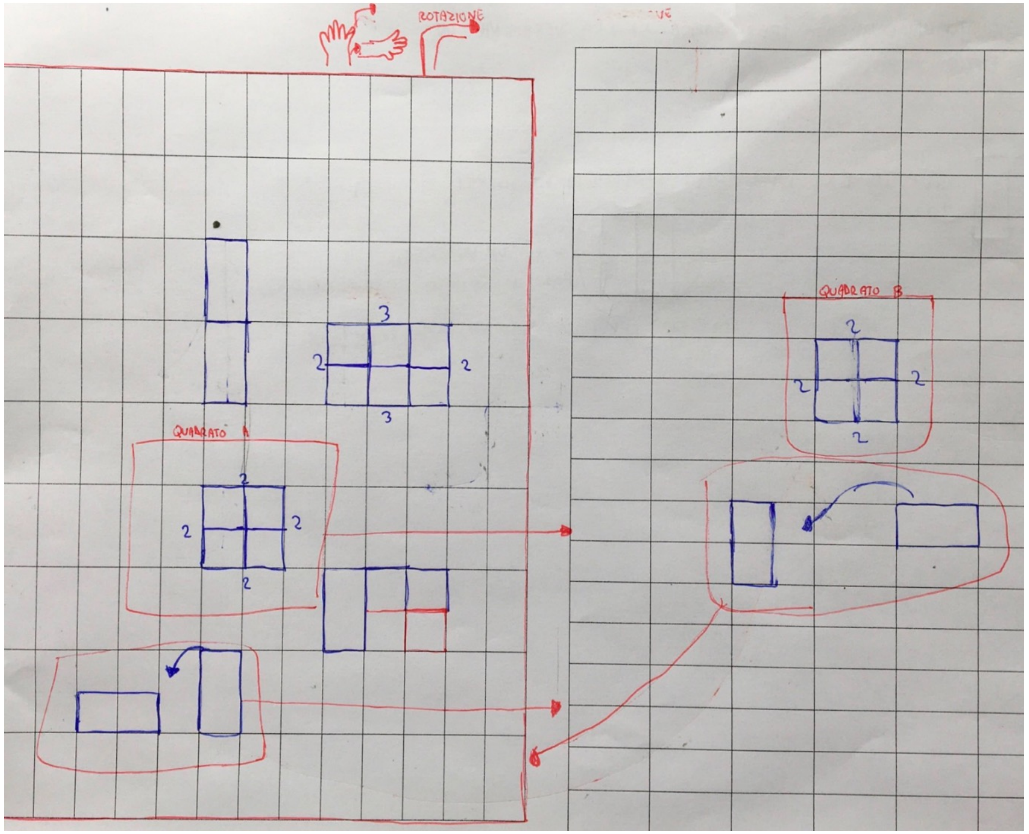
Protocollo 5 (E)

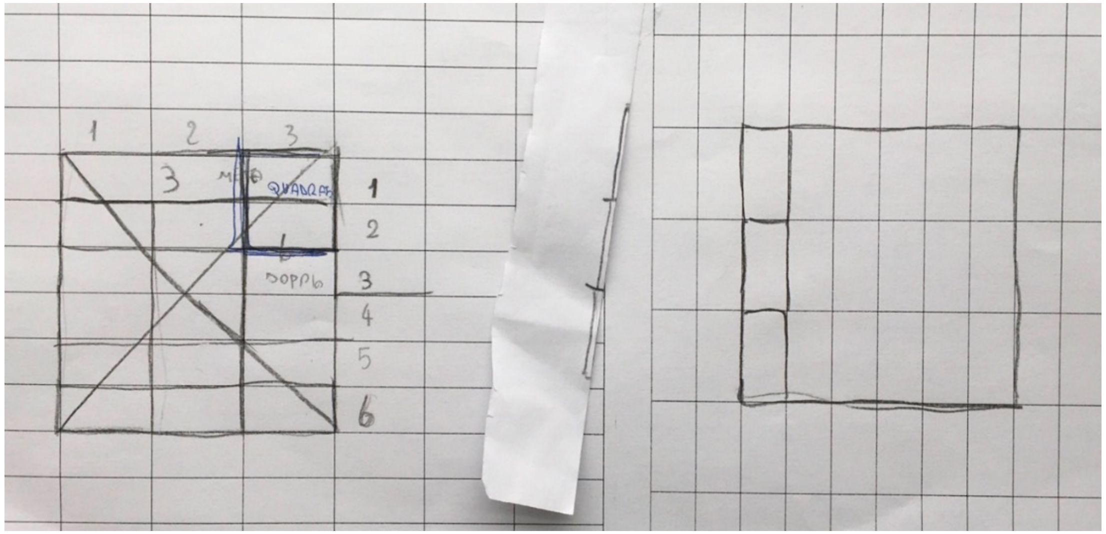


I TRIANGOLI NON SONO UGUALI PERCHÉ SE TU LI GUARDI IN VERTICALE
SONO PIÙ LUNGHI E SE LI GUARDI IN ORIZZONTALE SONO PIU' CORTI.
TUTTI I LATI SONO GROSSI COME UNA GOMMA E QUINDI È UN QUADRATO

ANCHE QUESTO QUADRATO HA
TUTTI I LATI GRANDI COME UNA GOMMA

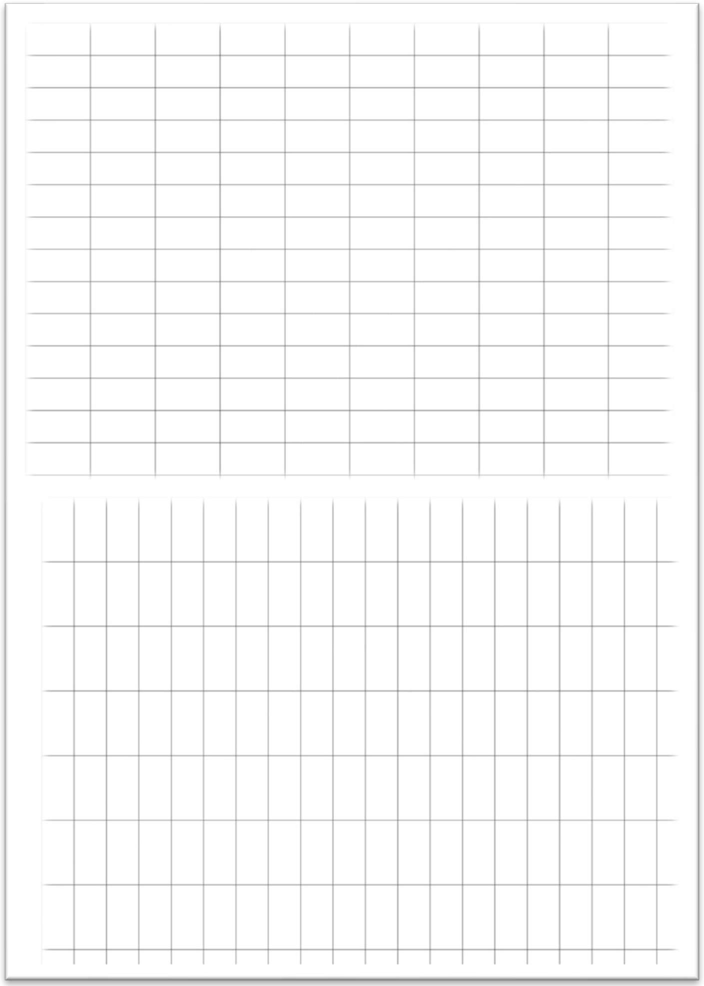
Protocollo 6 (E)





Protocollo 7 (E)

Quale consegna è stata data agli allievi delle due classi?



Prendi il foglio come vuoi.

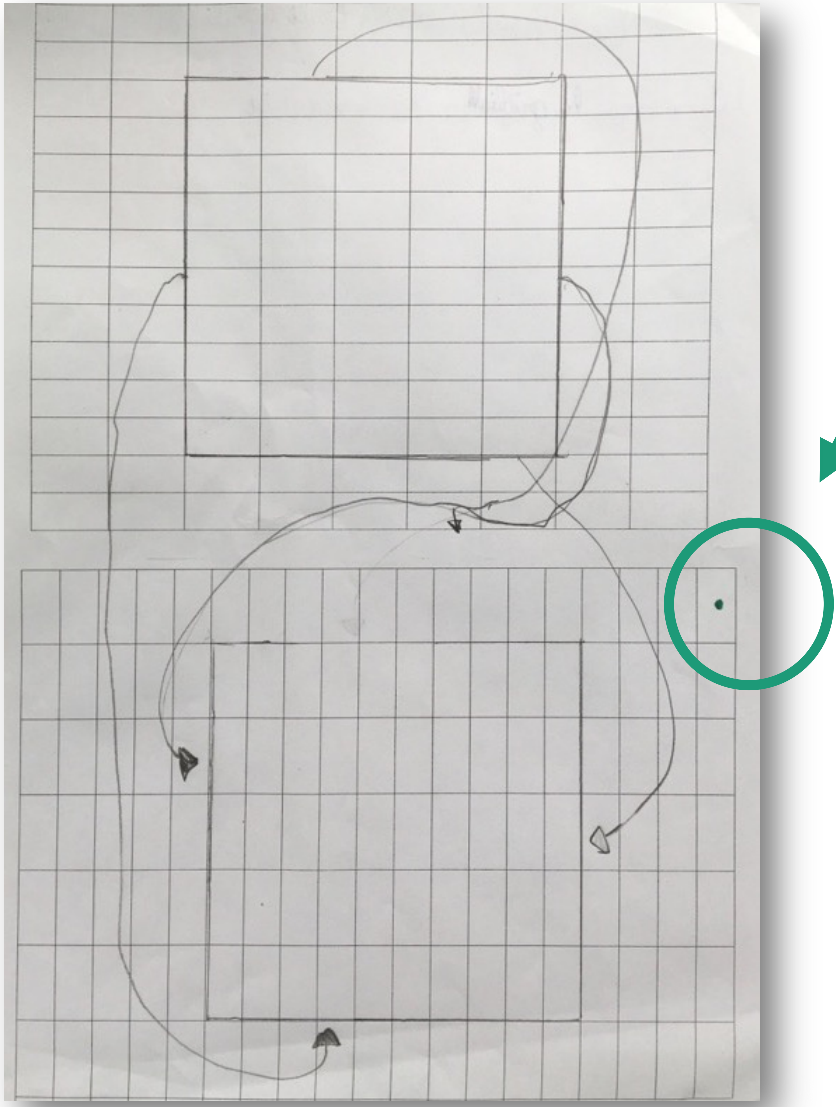
Scegli uno dei due spazi e disegna un quadrato.

[pausa, si segna con un pallino verde in alto a DX lo spazio e la visualizzazione di partenza per ricostruire a posteriori il processo]

Ora disegna nel secondo spazio, un quadrato «uguale» al quadrato che hai già disegnato.

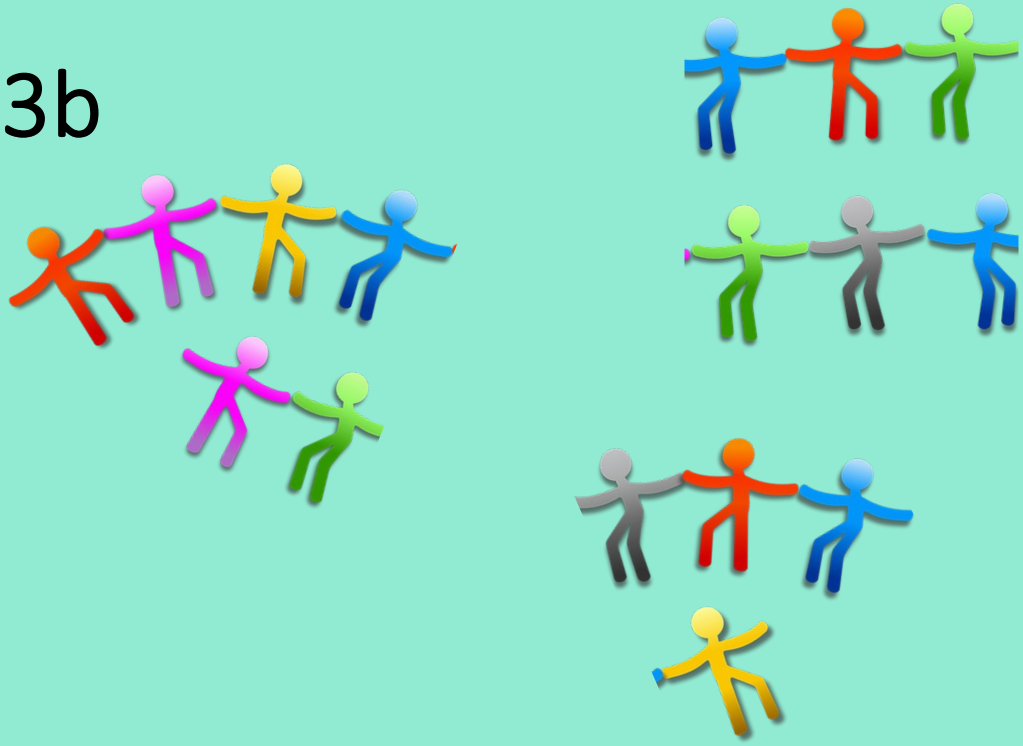
Spiega come hai ragionato per essere sicuro che i due quadrati siano «uguali».

Variante per gruppo E: **«Non usare il righello».**



La partenza....

LAB #3b



• Quadrati e rettangoli…su griglie non monometriche…

Come possiamo sfruttare la griglia non monometrica per attività non standard in gradi scolari più alti?

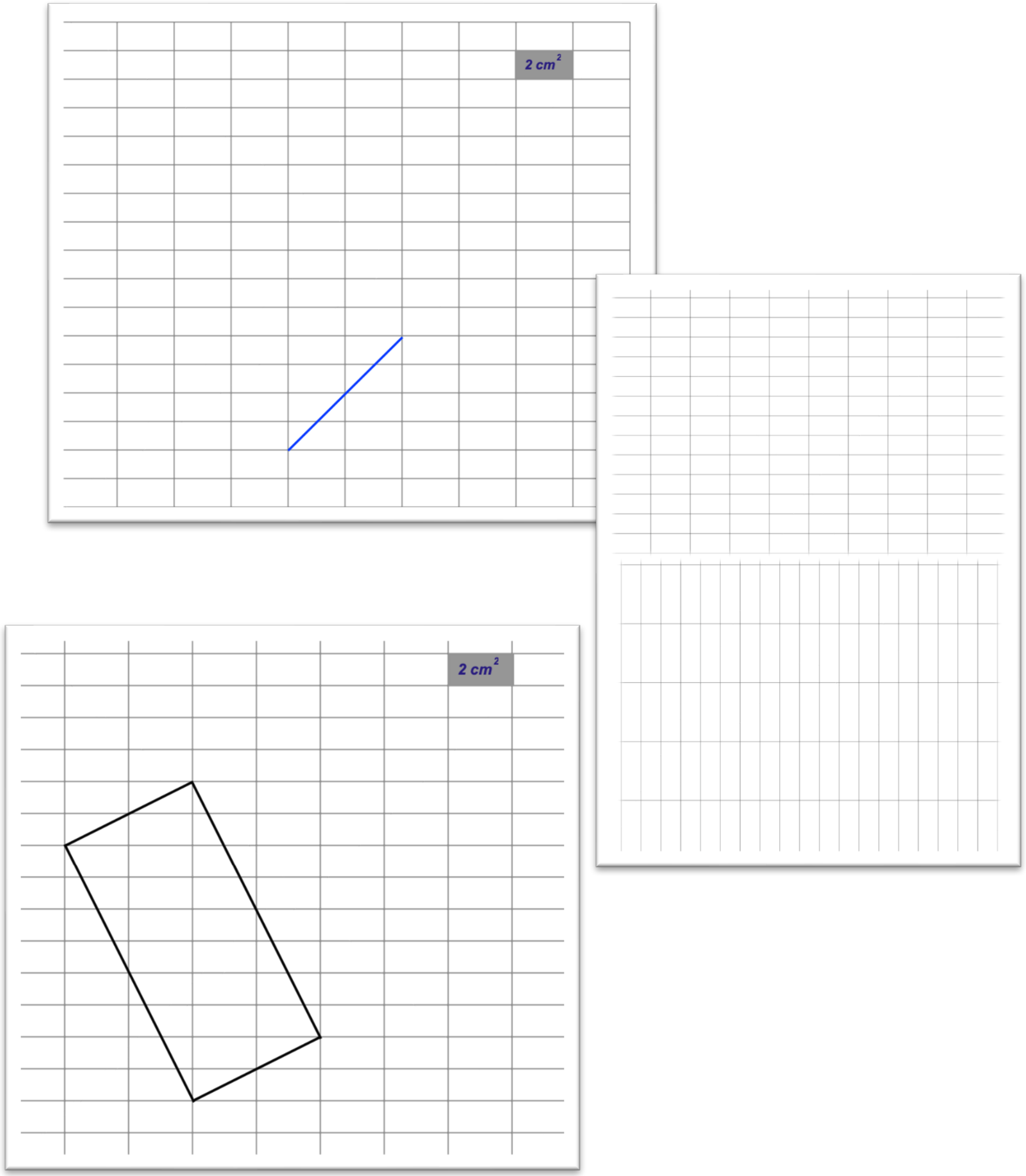
Alcuni esempi…

Perimetri e aree (a)

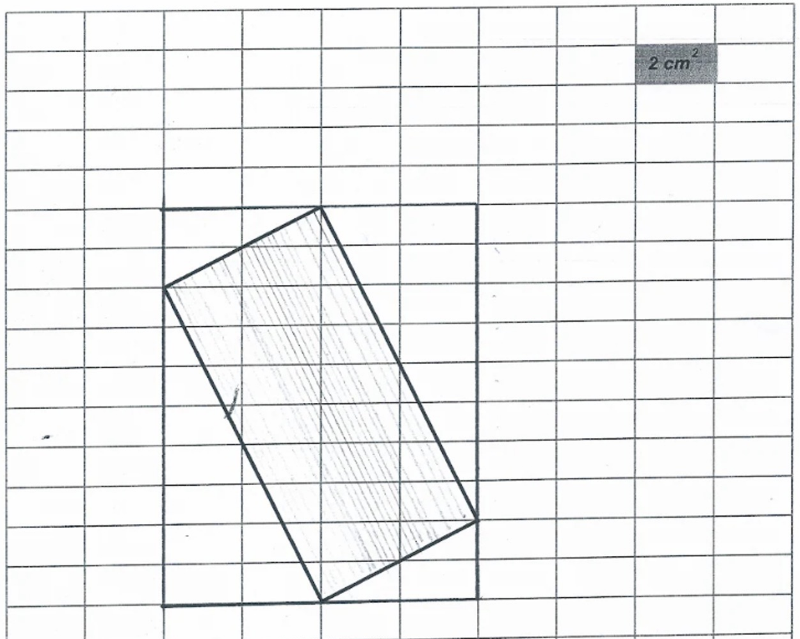
Spunti per la progettazione e la sperimentazione di attività

1. Il quesito sul perimetro del poligono C, porzione di un quadrato in cui sono dati due quadrati A e B di area nota (cfr. file: “Poligono C_Perimetri e aree (a)” con la scheda da noi utilizzata)
2. Disegnare un quadrato (o un rettangolo) su griglie non monometriche (la stessa griglia con rapporto invertito, oppure due griglie diverse con rapporti diversi tra gli assi, 1:2 e 1:3)
   [ad esempio, lavoro individuale] (è probabile che si utilizzino le linee della griglia come riferimento)
3. Disegnare un quadrato (o un rettangolo) su una griglia data a partire da un segmento
   (il segmento può essere considerato come lato intero del quadrato o solo una parte di lato) [utilizzo di griglia monometrica con i più piccoli, di griglia non monometrica per i più grandi]
4. Per lavorare sull’area (implicitamente): partendo da due quadrati in due posizioni diverse (ad esempio, uno routato di 45 gradi rispetto all’altro), si può lavorare sulla colorazione e sul numero dei quadratini interni per comprendere che questo numero rimane invariato
   [utilizzo di griglia monometrica con i più piccoli, di griglia non monometrica per i più grandi]
5. Per lavorare sull’area (esplicitamente, volendo osare): si può fare riferimento a un rettangolo disegnato su una griglia non monometrica e chiedere di trovare la sua area
   (una griglia in cui il rapporto tra gli assi è di 1:2 differisce da una griglia in cui il rapporto è 1:3; la prima può essere più semplice da gestire della seconda)
6. In riferimento al punto (5), si può fornire una griglia vuota e chiedere di disegnare su di essa un rettangolo di data area (problema inverso del precedente), anche in posizione non standard (altrimenti il problema si riduce a un conteggio dei sotto-rettangoli che riempiono il rettangolo cercato)
   (lavorando con posizioni non standard, il valore scelto per l’area potrebbe essere indicato per una griglia in cui il rapporto tra gli assi è di 1:2 piuttosto che per una griglia in cui il rapporto è 1:3) [questa attività è indicata anche per gradi scolari più alti]
7. Per lavorare sul perimetro (esplicitamente): si può fare riferimento alla medesima attività del punto (2) variando la situazione, ad esempio chiedendo di disegnare un rettangolo di dato perimetro a partire dal segmento dato
   (lavorando con griglie non monometriche, la richiesta del perimetro diventa particolarmente profonda, adattabile anche ai gradi successivi, fino al grado 8 e oltre)

N.B. La maggior parte di queste attività possono essere progettate in modo tale da ragionare sul quadrato (e sul rettangolo) a prescindere dall’utilizzo del righello (dunque senza la misura). Il loro obiettivo principale è porre attenzione ai significati (non solo alle procedure) che possiamo associare al concetto di quadrato o di rettangolo come forme geometriche, che ci permettono di organizzare e strutturare lo spazio in dato modo.



In quinta



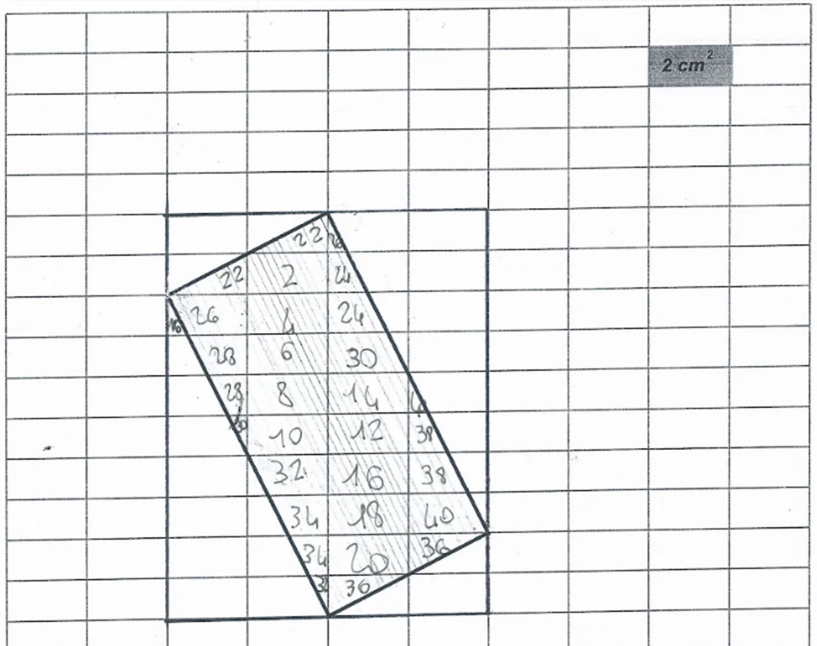
- CERCA L'AREA DEL RETTANGOLO TRATTEGGIATO

Il rettangolo grigio ha l'area di 40 cm²

- MOTIVA IL TUO PERCORSO

~~Il rettang~~

Calcolo l'area del rettangolo grande, cioè 2 (lato per ogni rettangolino) x 4 = 8, (lato per ogni rettangolino) e 1 x 10 = 10, così ottengo base e lato e basterà fare 8 x 10 = 80, calcolo l'area del triangolo in alto a sinistra, cioè 4 x 2 : 2 = 4, poi calcolo l'area del triangolo in alto a destra facendo 4 x 8 : 2 = 16, poi calcolo l'area del triangolo in basso a sinistra facendo 4 x 8 : 2 = 16, infine calcolo l'area dell'ultimo triangolo facendo 4 x 2 : 2 = 4, infine faccio 80 - 4 - 16 - 16 - 4 = 40 cm²



- CERCA L'AREA DEL RETTANGOLO TRATTEGGIATO

- MOTIVA IL TUO PERCORSO

L'AREA DEL RETTANGOLO È DI 40 cm².
HO INIZIATO DAI RETTANGOLI ALL'INTERNO CHE SONO "PIENI", POI DATO CHE CI SONO DEI RETTANGOLI A METÀ O ANCHE A UN QUARTO HO CERCATO IL RETTANGOLO CHE POTEVA FARE CON UN ALTRO RETTANGOLO UN RETTANGOLO "COMPLETO" E LI HO CALCOLATI.

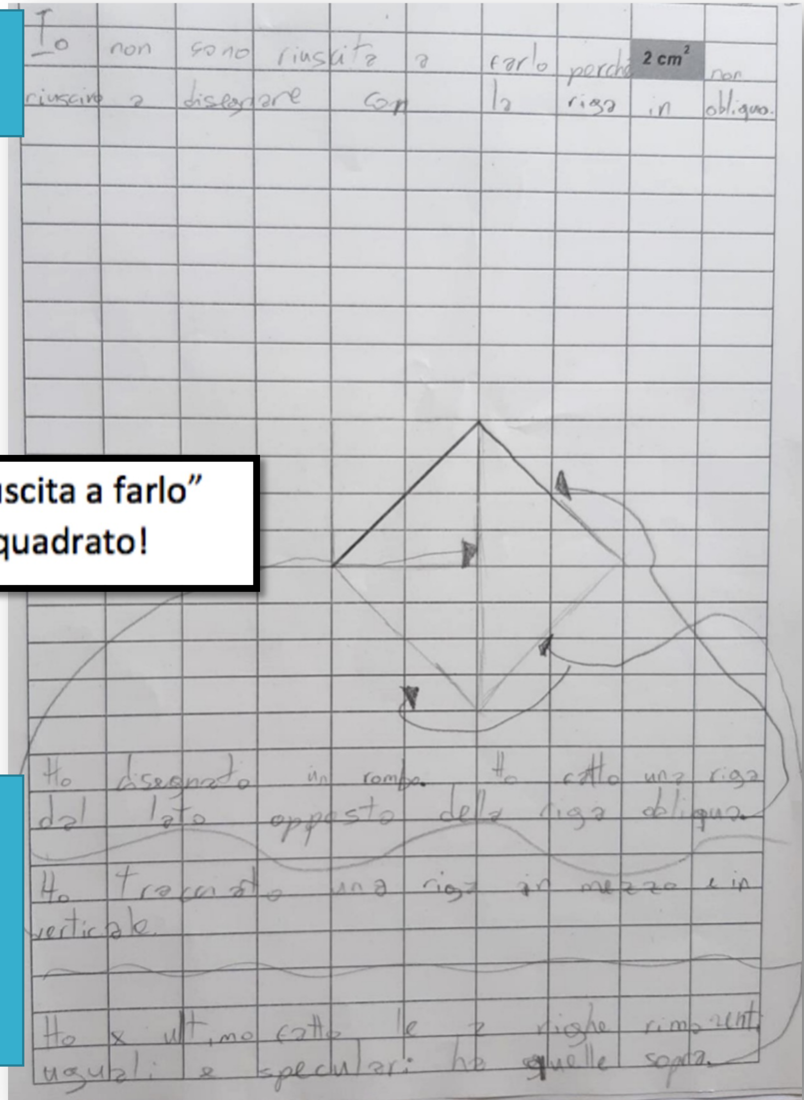
MATT&R

MATT&R

Io non sono riuscita a farlo
Perché non riuscivo a disegnare con la riga in obliquo

In quarta

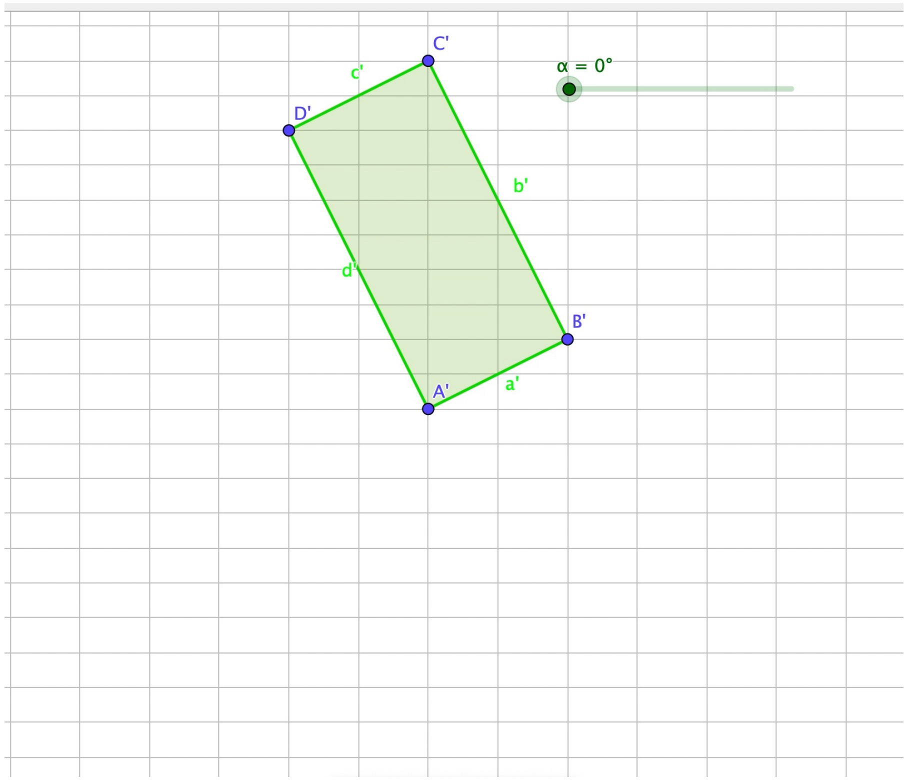
Partendo da questo segmento disegna un quadrato, poi scrivi come hai fatto.



Processi

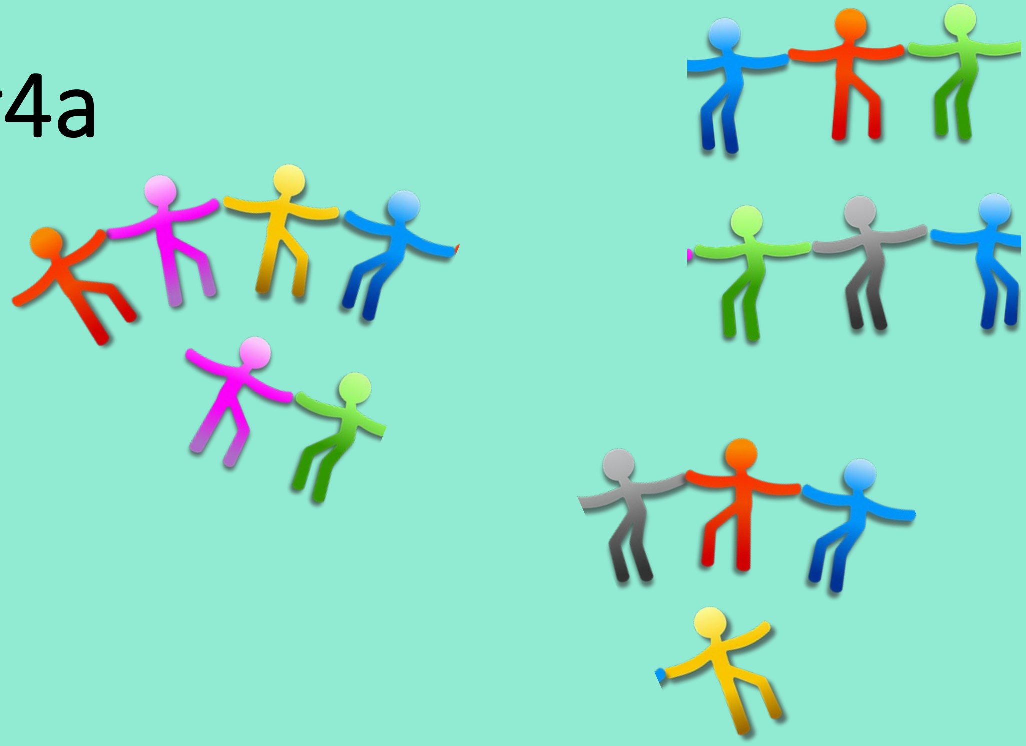
Mi sembra interessante notare il fatto che I. dica "non sono riuscita a farlo" ma in realtà è tra i pochi che sono riusciti a disegnare un vero quadrato!

Ho disegnato un rombo.
Ho fatto una riga dal lato opposto della riga obliqua.
Ho tracciato una riga in mezzo e in verticale.
Ho per ultimo fatto le 2 righe rimanenti
uguali e speculari a quelle sopra.



C'
α = 0°
c'
D'
b'
d'
B'
A'
a'

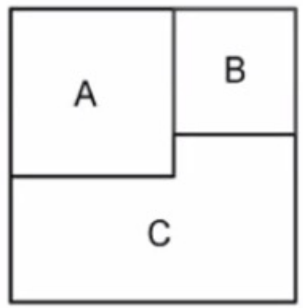
LAB #4a



Da G10… in giù… per verticalizzare
Spingere verso «situazioni non note»…

Ora tocca a voi!

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C, come mostrato in figura.



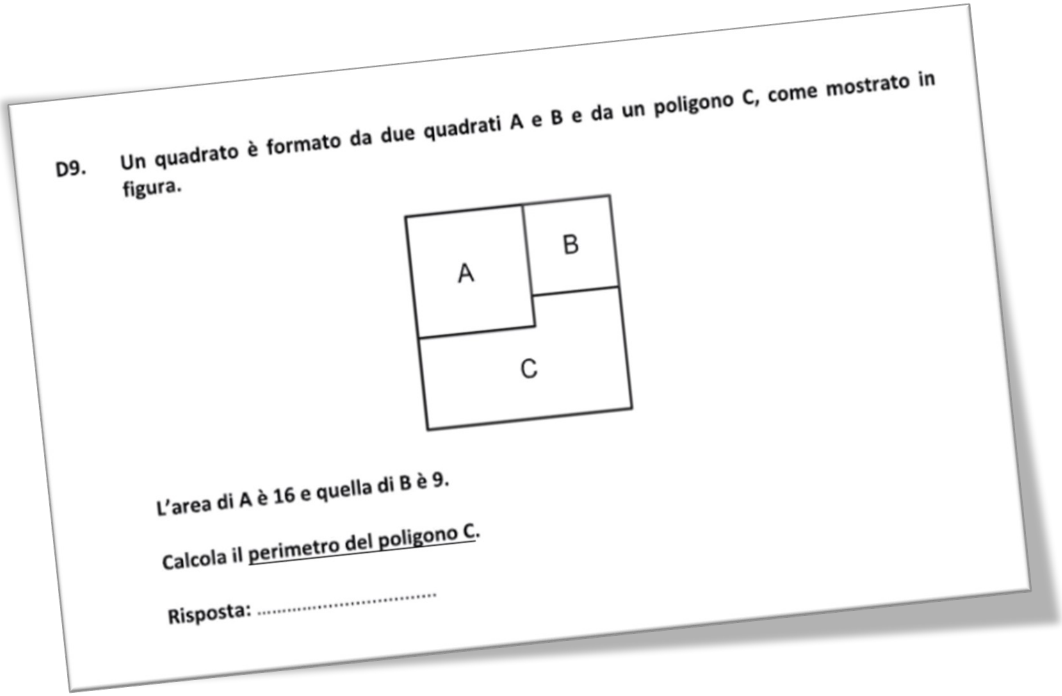
L'area di A è 16 e quella di B è 9.

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: ....

Risolvete, scrivendo su un foglio bianco sia la vostra soluzione sia come avete ragionato

Domanda chiusa, grado 10
(prova nazionale del 2016)

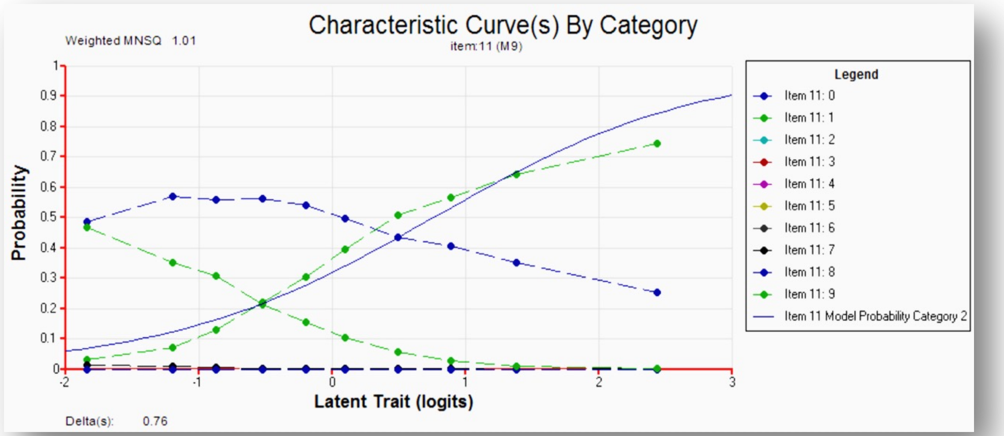


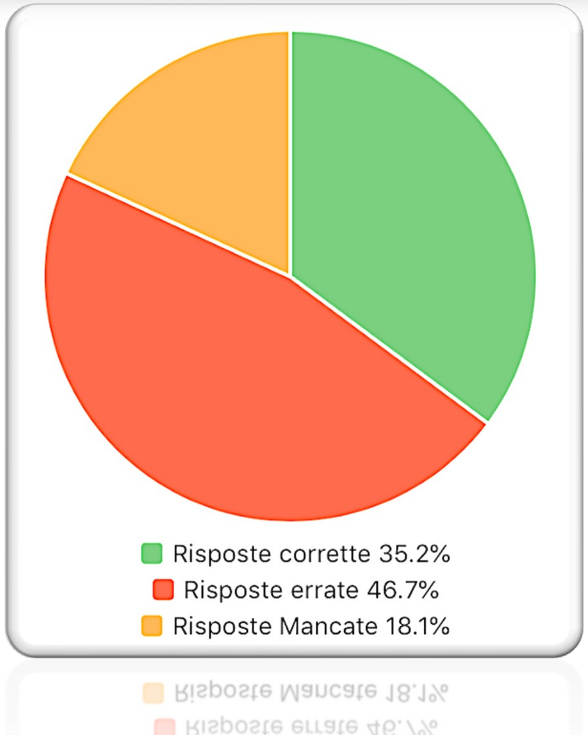
D9. Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C, come mostrato in figura.

L'area di A è 16 e quella di B è 9.

Calcola il perimetro del poligono C.

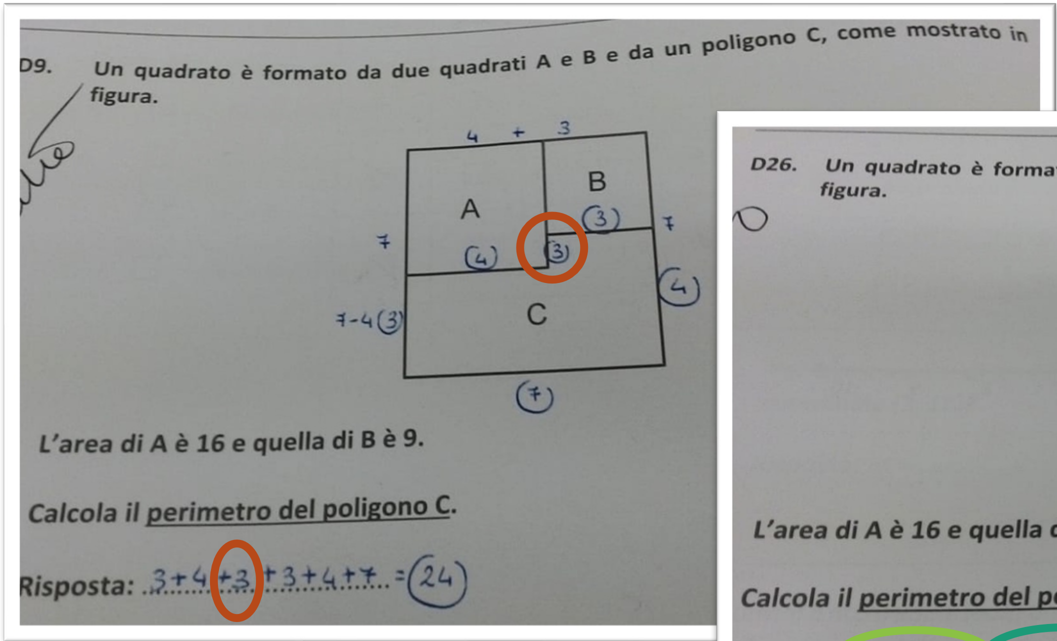
Risposta: ....





SNV 2016

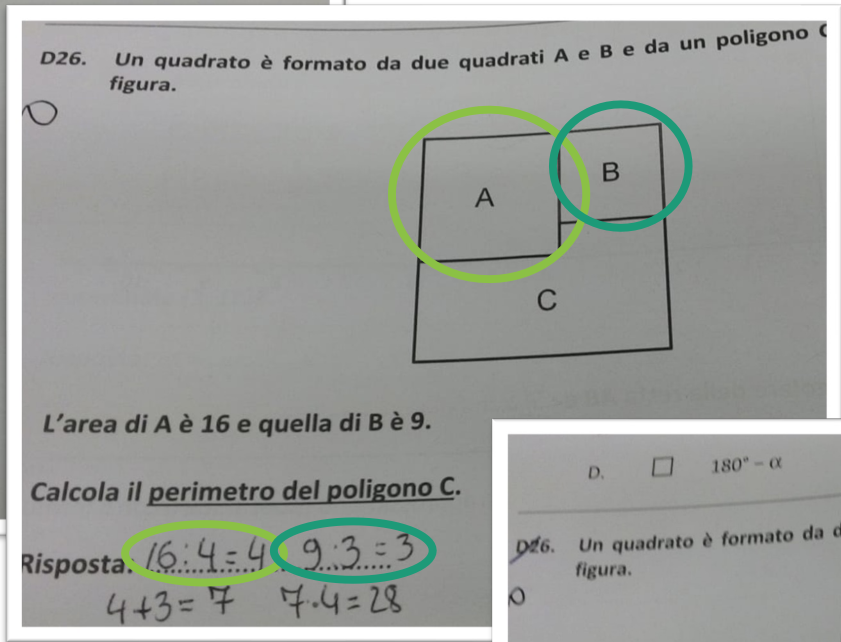
Esempi di errori


D9. Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C, come mostrato in figura.

L'area di A è 16 e quella di B è 9.

Calcola il perimetro del poligono C.

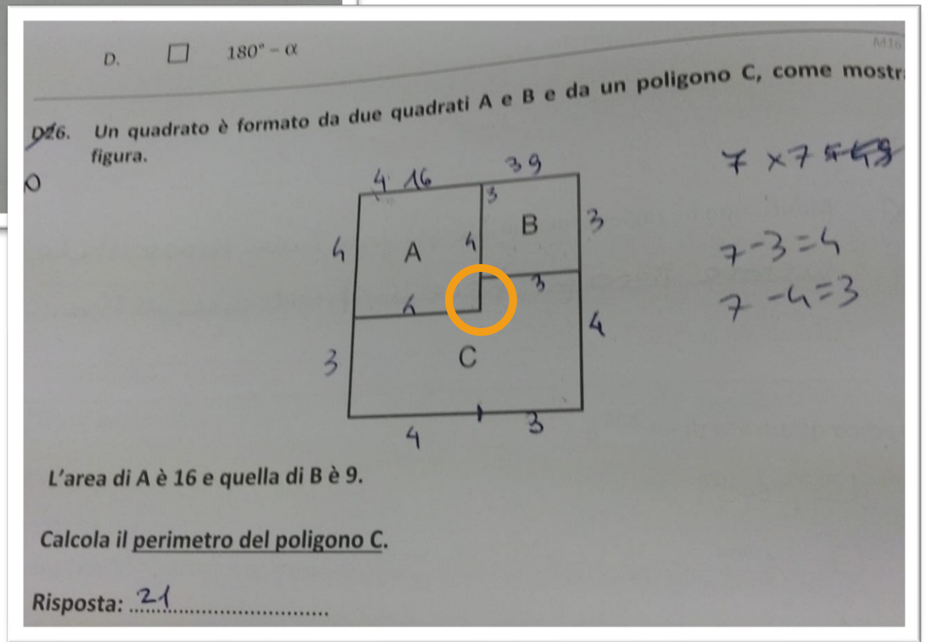
Risposta: 3+4+3+3+4+7 = (24)


D26. Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C figura.

L'area di A è 16 e quella di B è 9.

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: 16:4=4 9:3=3
4+3=7 7·4=28


D. 180° − α

D26. Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C, come mostr figura.

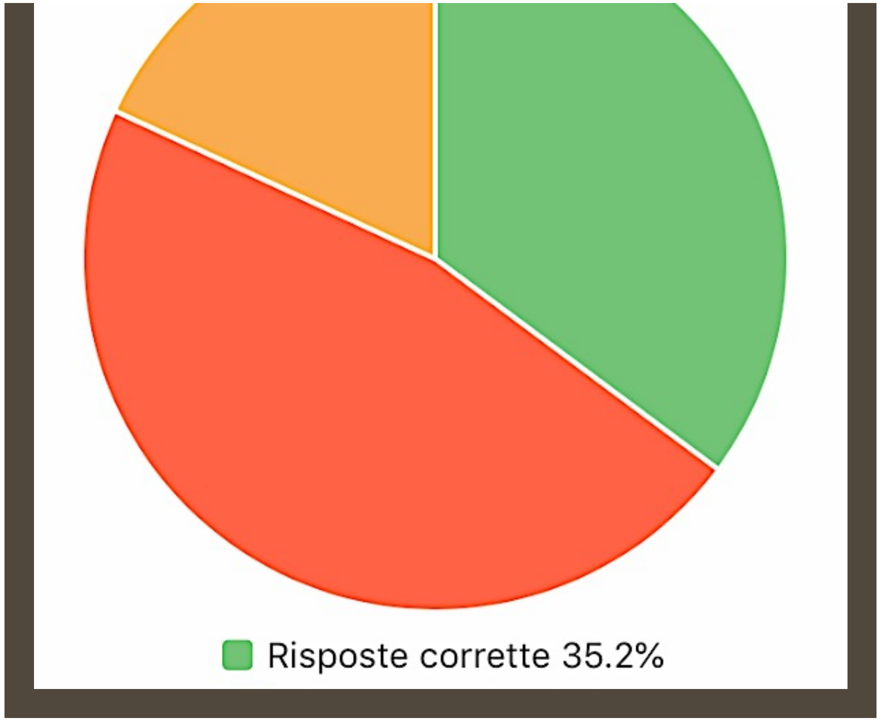
L'area di A è 16 e quella di B è 9.

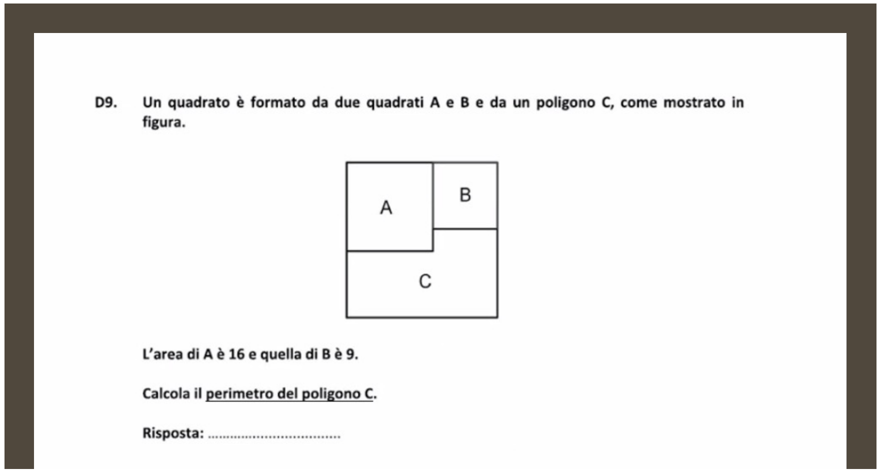
Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: 21

Come sbagliano studenti e studentesse del grado 10?

3. Tra aree e perimetri





D9. **Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C, come mostrato in figura.**

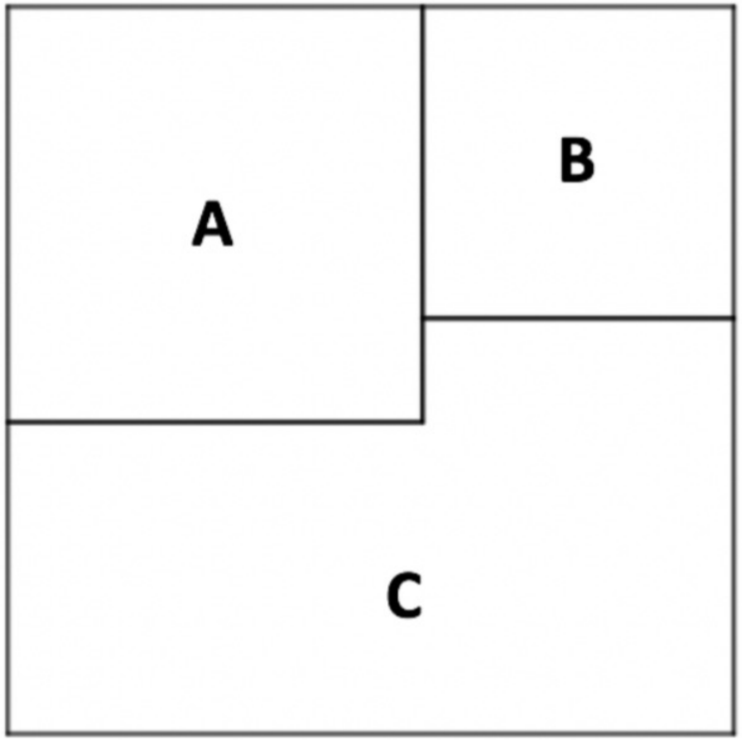
L'area di A è 16 e quella di B è 9.

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: ....

- Adattamento della domanda per attività didattica con richiesta argomentativa, **grado 5**
- Richiesta di messa in relazione di aree e perimetri delle figure

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

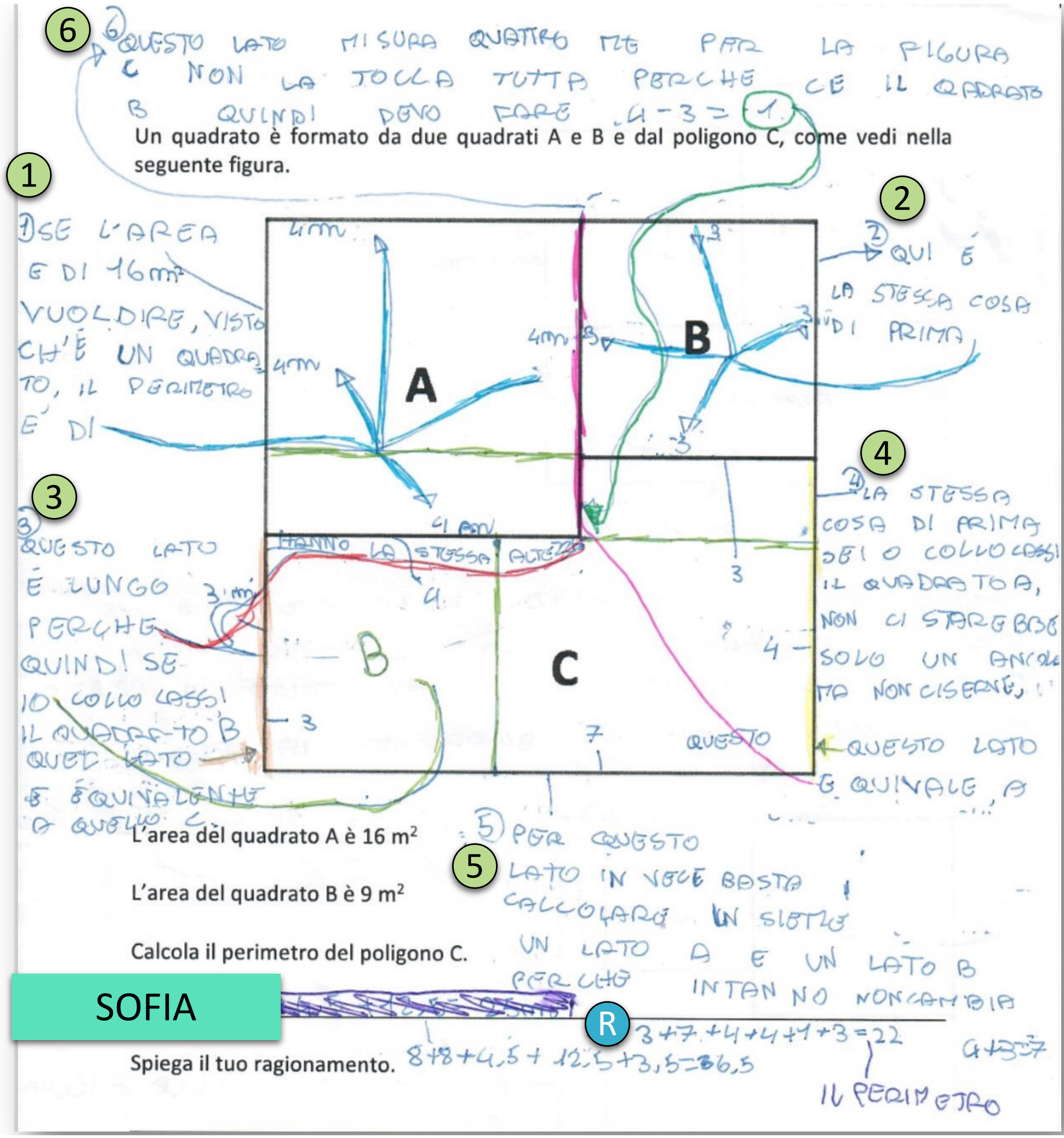
L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: ______________ SPIEGA IL TUO RAGIONAMENTO

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e da un poligono C, come mostrato in figura.
L'area di A è 16 e quella di B è 9.
Calcola il perimetro del poligono C.
Risposta: ……………………………

SITUAZIONE NON NOTA



1. *Se l'area è di 16 m^2 vuol dire, visto che è un quadrato, il perimetro è di (→ 4 m 4 m 4 m 4 m)*

2. *Qui è la stessa cosa di prima (→ 3 3 3 3)*

3. *Questo lato è lungo (3 m) perché quindi se io collocassi il quadrato B quel lato è equivalente a quello C (hanno la stessa altezza)*

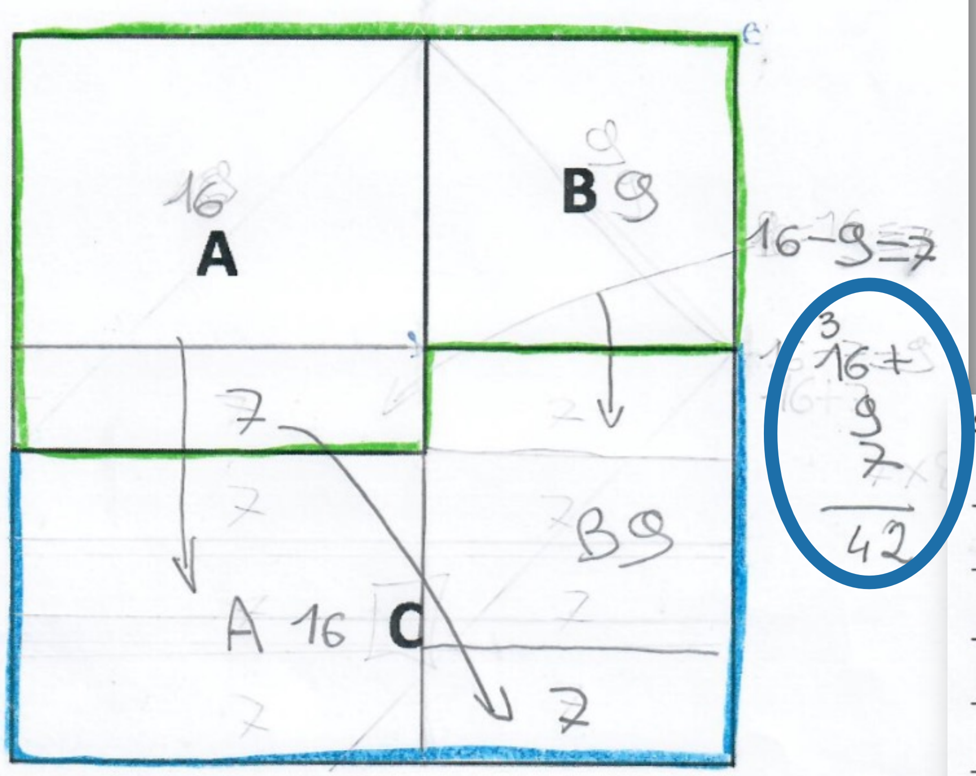
4. *La stessa cosa di prima se io collocassi il quadrato A, non ci starebbe solo un angolo ma non ci serve, questo lato equivale a (questo 4)*

5. *Per questo lato invece basta collocare insieme un lato A e un lato B perché intanto non cambia 4+3=7*

6. *Questo lato misura 4 m per la figura C non la tocca tutta perché c'è il quadrato B quindi devo fare 4-3=1*

3+7+4+4+1+3 = 22 il perimetro

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta L'AREA DEL POLIGONO C È DI 42 cm

MARTINA

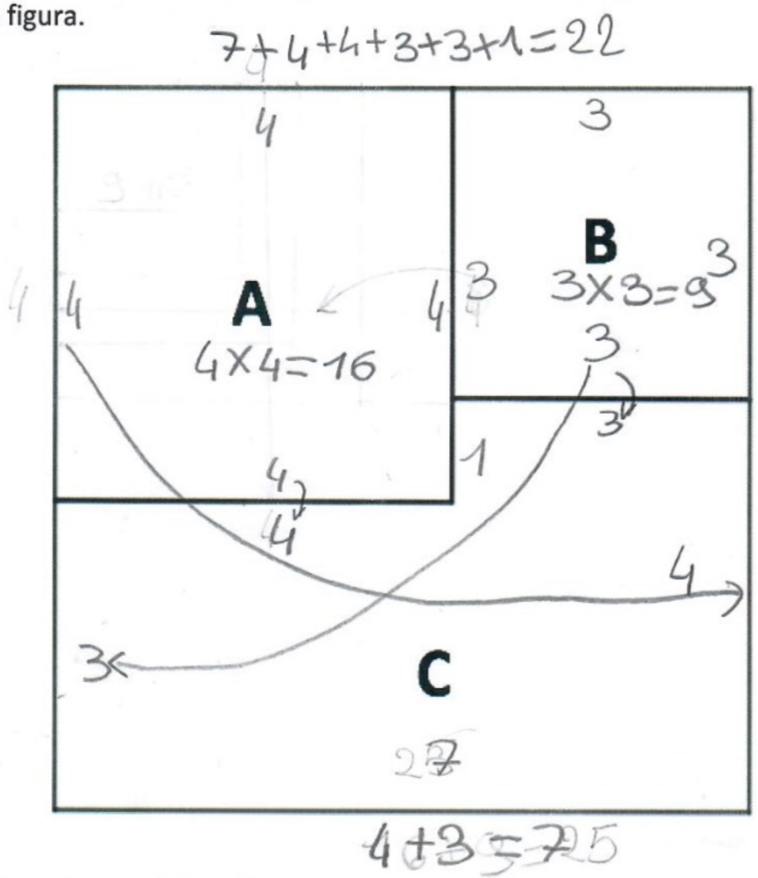
Io ho ribaltato praticamente le figure A e B però non sempre intere infatti ho tagliato un pezzo della figura A e ho fatto 16-9=7, l'ho tagliato proprio lì perché coincideva con la linea del quadrato B. E poi ho ribaltato gli altri.

Spiega il tuo ragionamento.

IO HO RIBALTATO PRATICAMENTE LE FIGURE A E B PERO' NON SEMPRE INTERE INFATTI HO TAGLIATO UN PEZZO DELLA FIGURA A E HO FATTO 16-9=7, LO TAGLIATO PROPRIO LI PERCHÉ CONCIDEVA CON LA LINEA DEL QUADRATO B. E POI HO RIBALTATO GLI ALTRI

PRIMA...

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

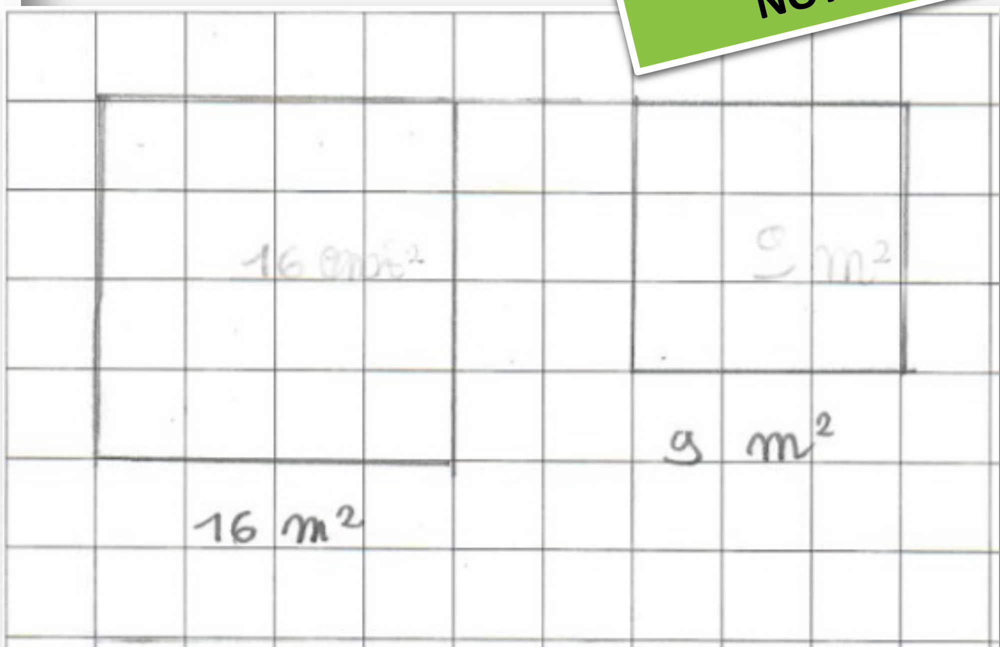
Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: IL PERIMETRO DEL POLIGONO C. MISURA 22 cm

MARTINA

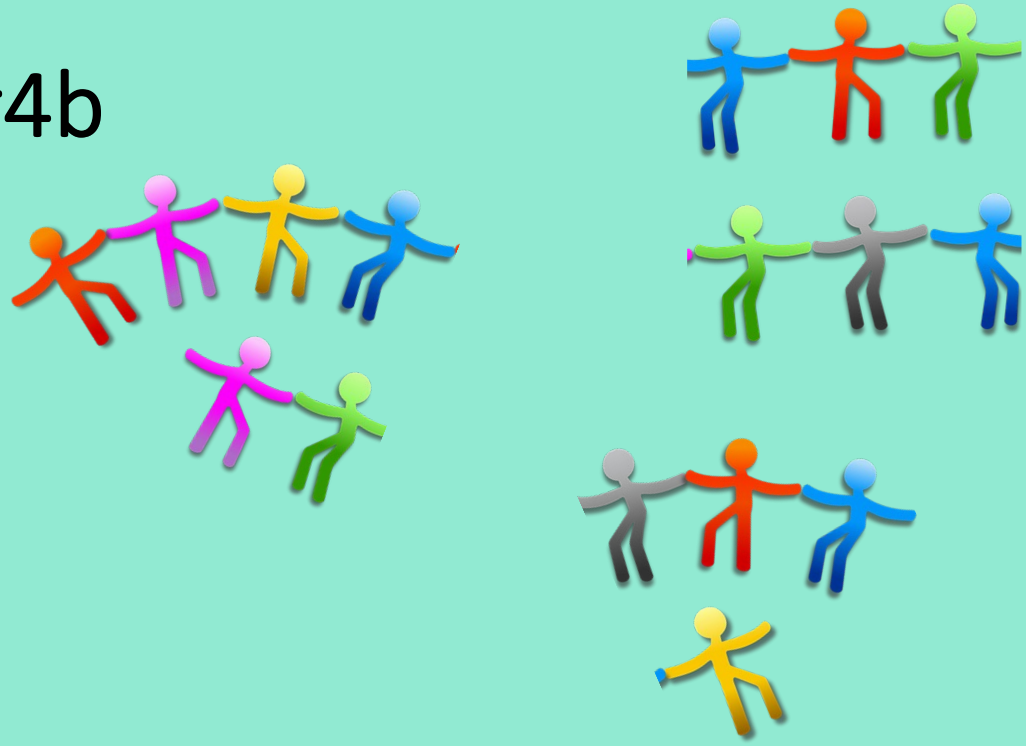
RISORSE DOCENTE

SITUAZIONE NOTA



...DOPO

LAB #4b

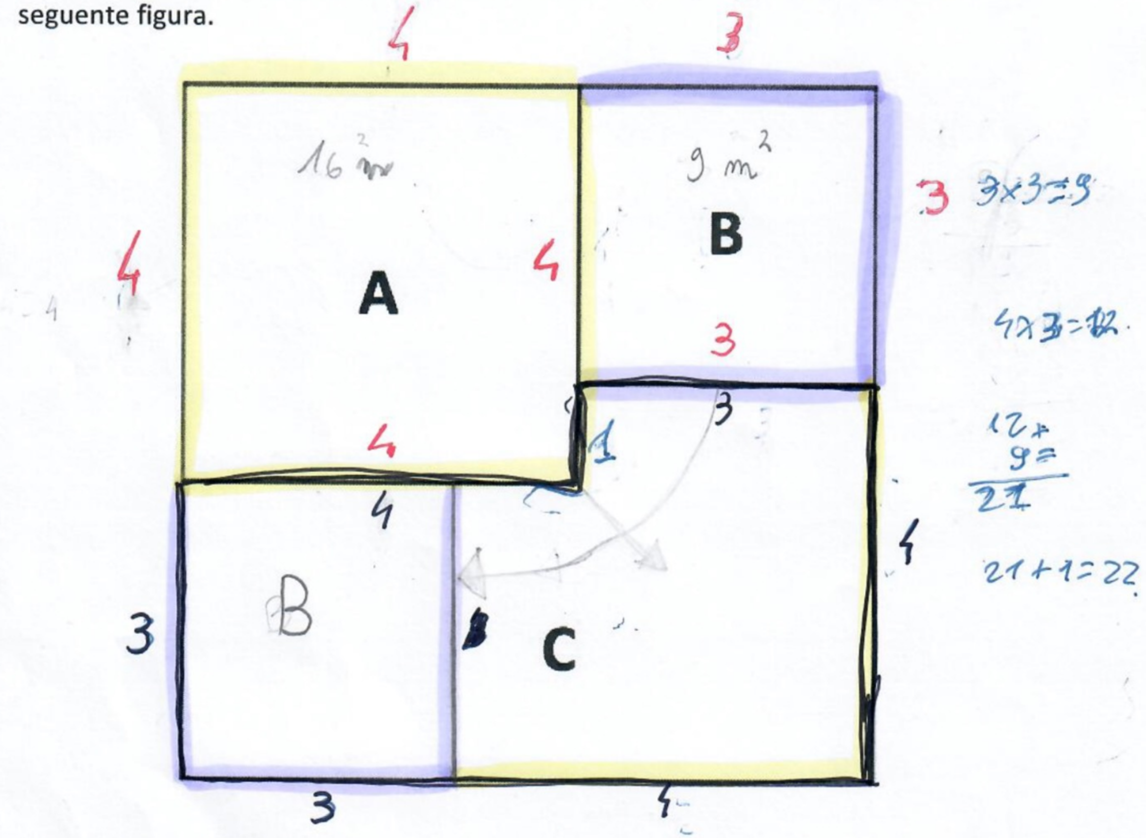


Analisi di tre protocolli

Proviamo a parlare di processi …

Protocollo 1

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

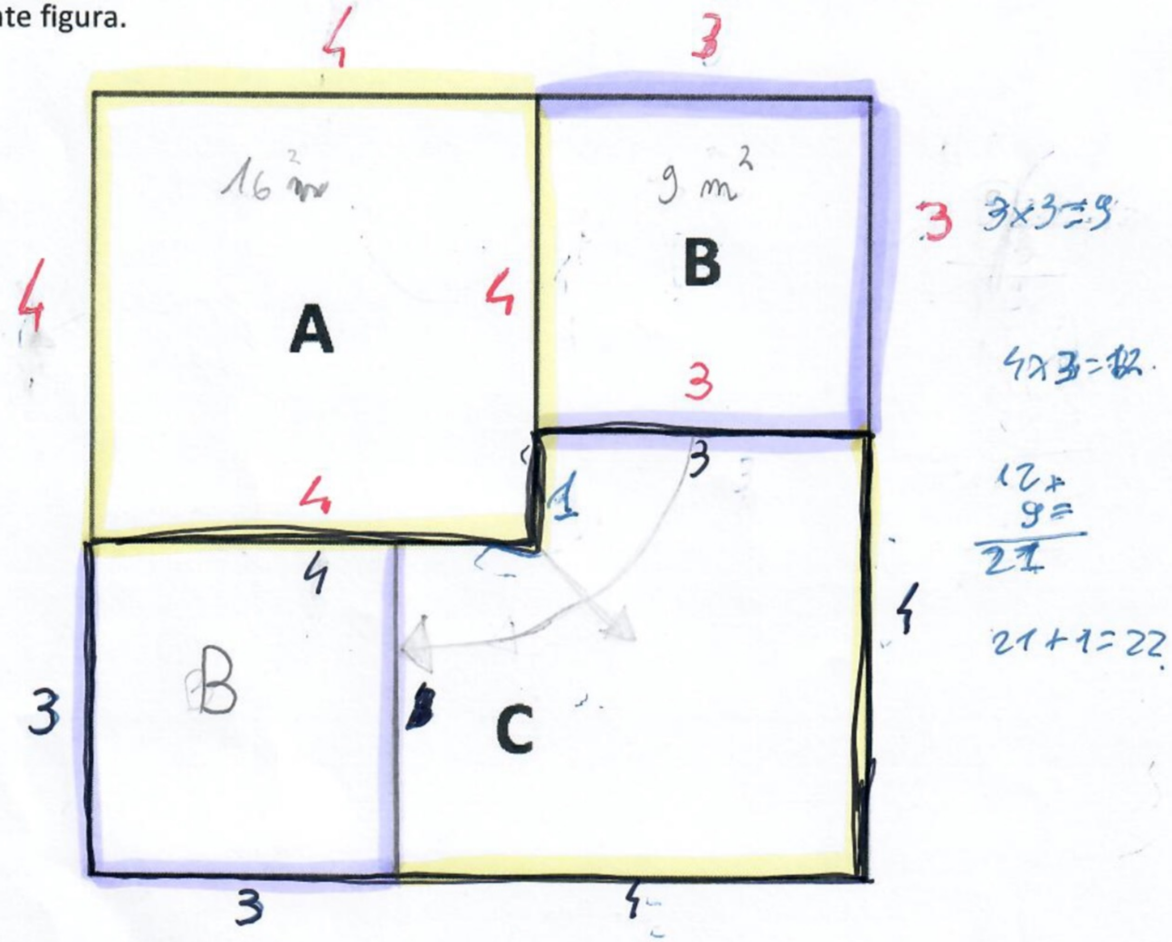
Calcola il perimetro del poligono C.

SOFIA

Osserva questo protocollo e rifletti:

- Come ha ragionato Sofia?
- Quale strategia ha utilizzato?
- Secondo te, è un approccio più concettuale o più procedurale?
- Quali conoscenze mostra Sofia? Quale competenza?

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.

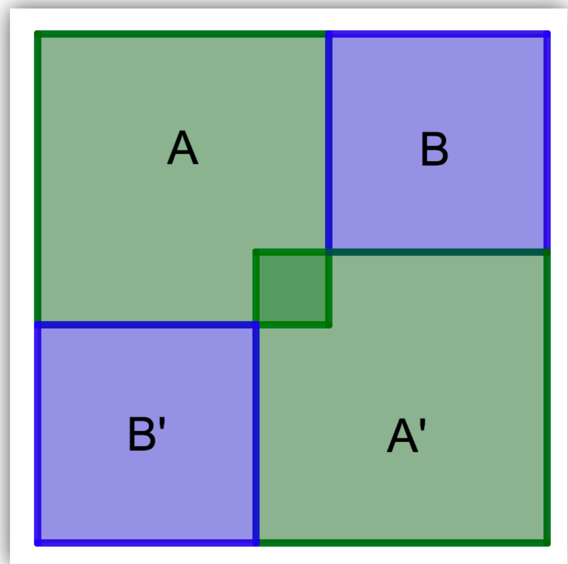


L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

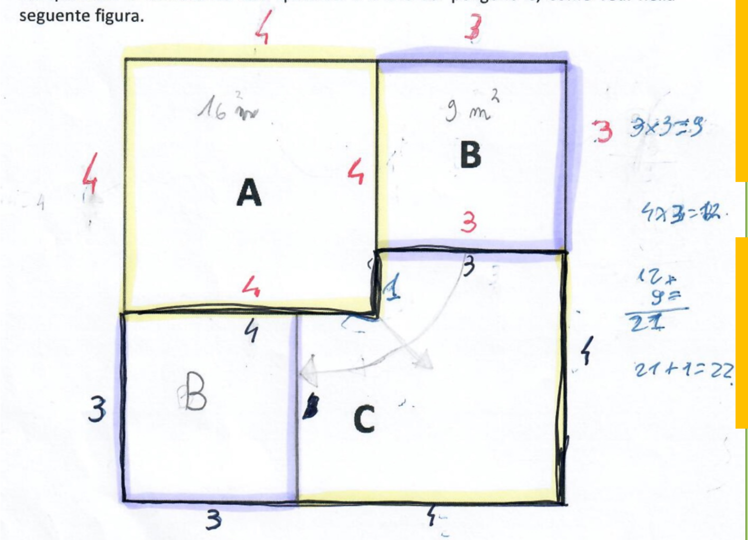
Protocollo 1



SOFIA

Protocollo 1

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

SOFIA

Ho visto che per trovare il perimetro

della figura C devo fare 16:4 = 4

e so quanto misura il contorno del quadrato A

e ho fatto la stessa cosa con il quadrato B

ma ho fatto 9:3 perché un lato non c'era

e poi ho girato al contrario la figura A e B

e l'ho traslata sotto e poi ho contato il numero

dei lati e quanto misuravano e ho fatto 3X3 = 9

che sarebbero i lati della figura B

e poi 4X2 = 8 e ho fatto 9+8 = 17

[continua sul retro del foglio]

Ho fatto 3X3 = 9 e poi 4X3 = 12

e poi 12+9 = 21   21+1 = 22

e così l'area del poligono C è di 22.

...O DELLA FIGURA

...MISURA IL CONTORNO

...SA COSA CON IL QUADRATO

...N LATO NON C'ERA

...A FIGURA A E B E

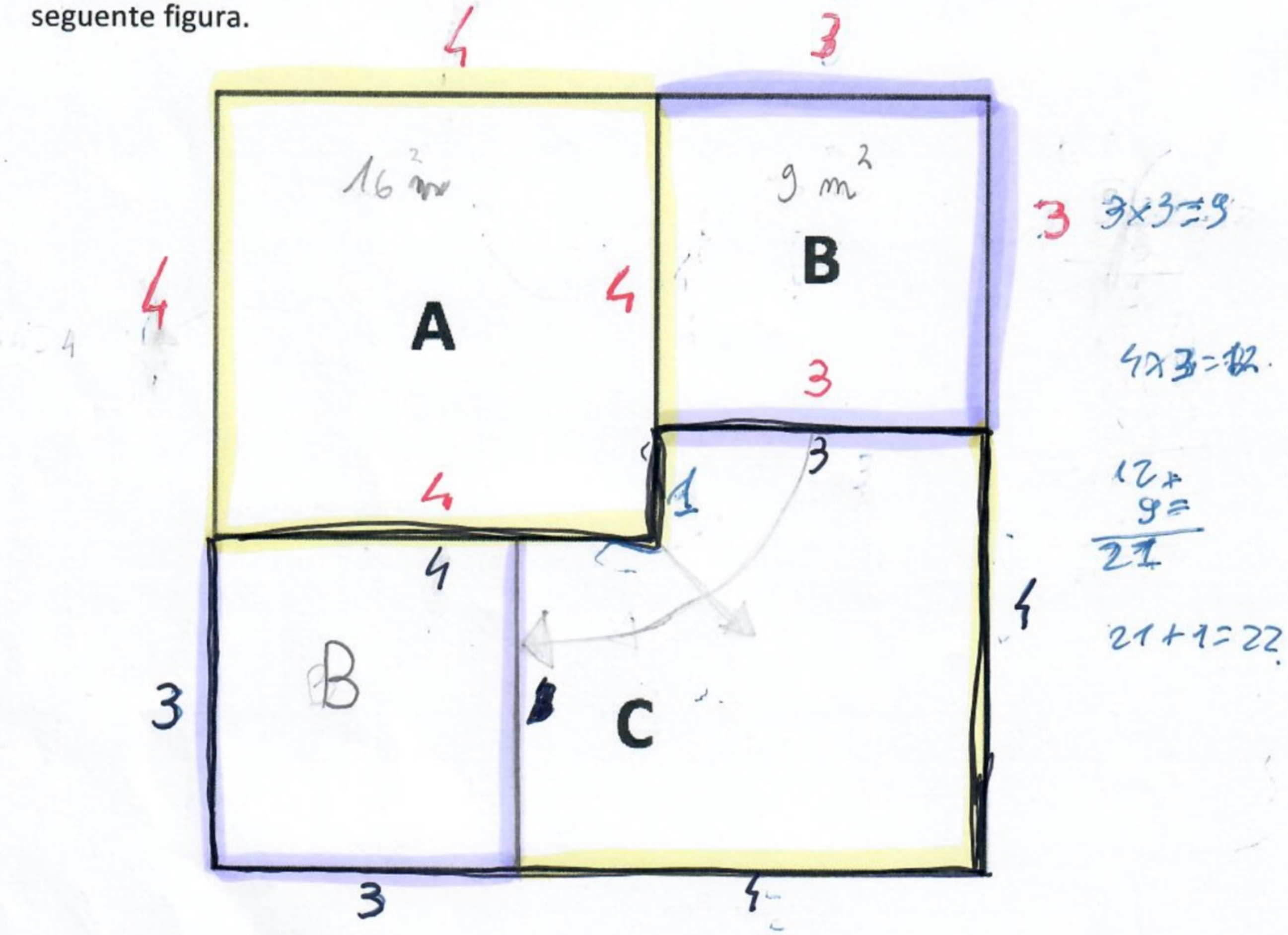
...ATO IL NUMERO DEI

...TTO 3X3=9 CHE SAREBBERO

...2= 8 E HO FATTO 8+9=17

...2+9=21 21+1=22 E COSì

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

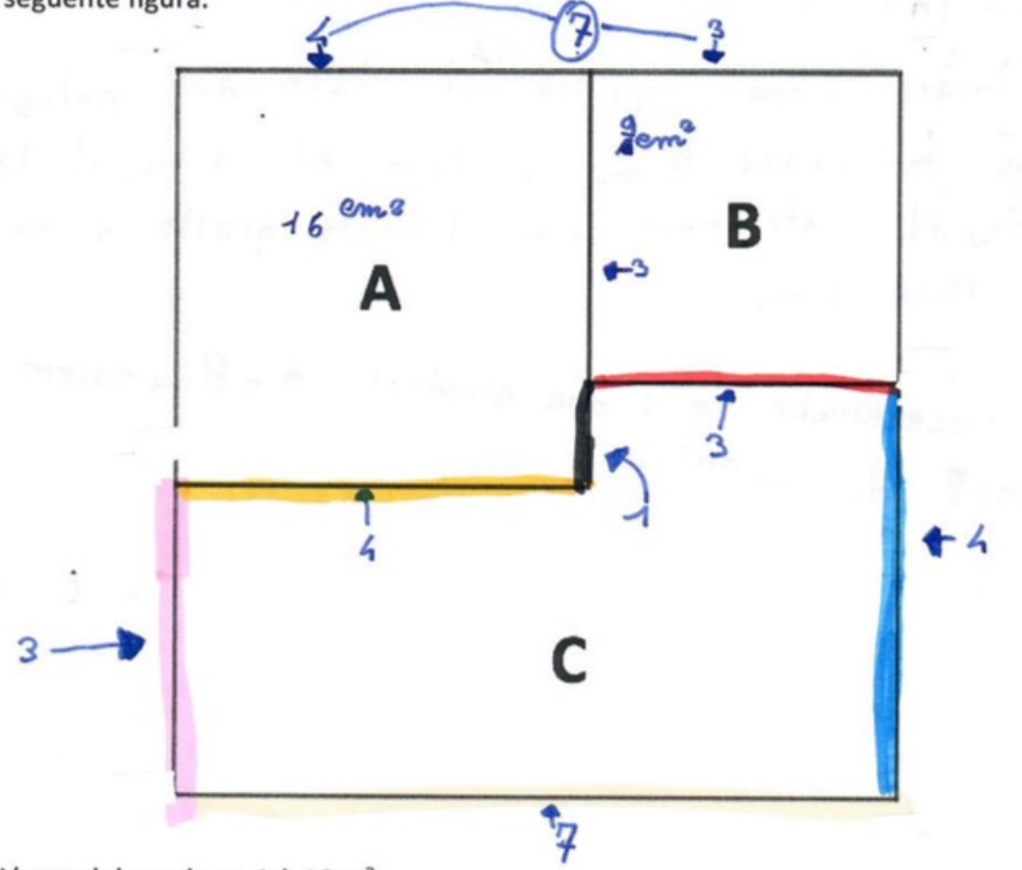
Protocollo 1

Osservazione:

il prodotto è corretto (22) ma il processo rivela che Sofia ha ragionato erroneamente sul quadrato B per ricavare la lunghezza del suo lato! La scelta del numero 9 per indicare l'area della figura B in questo caso veicola l'errore (perché la radice quadrata di 9 è proprio uguale al risultato della divisione di 9 per 3)

Protocollo 2

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

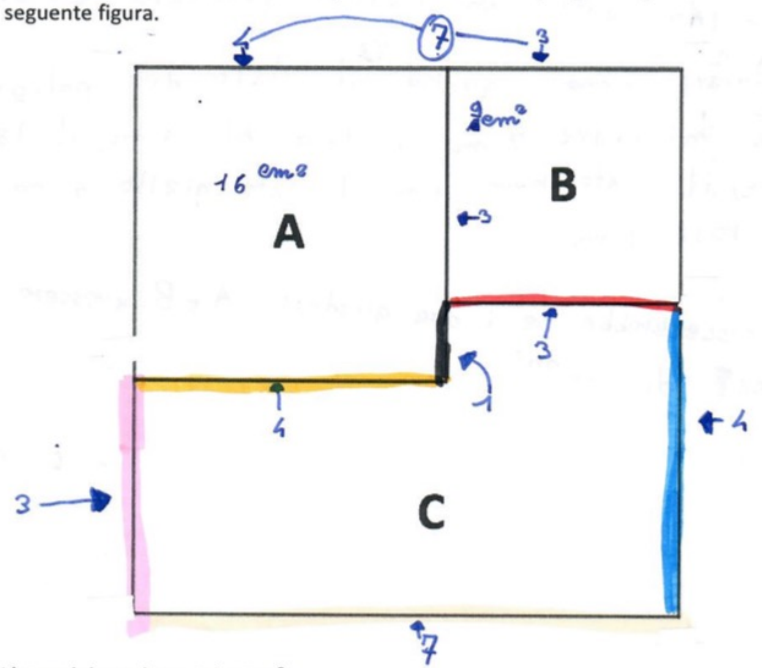
Risposta: Il perimetro del poligono c misura 22 m.

Osserva questo protocollo e rifletti:

- Che cosa osservi?
- Che cosa diresti del processo in questo caso?

FEDERICO

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: Il perimetro del poligono c misura 22 m.

FEDERICO

Protocollo 2

$n \times n = 16$

Spiega il tuo ragionamento.

All'inizio ho ragionato sull'area del quadrato

All'inizio ho ragionato sull'area del quadrato A e B.

la loro area

Per misurare ~~il loro perimetro~~ bisogna avere

due numeri uguali che moltiplicandoli

hanno come risultato 16.

4x4 = 16 quindi il perimetro del quadrato A è di 16 m

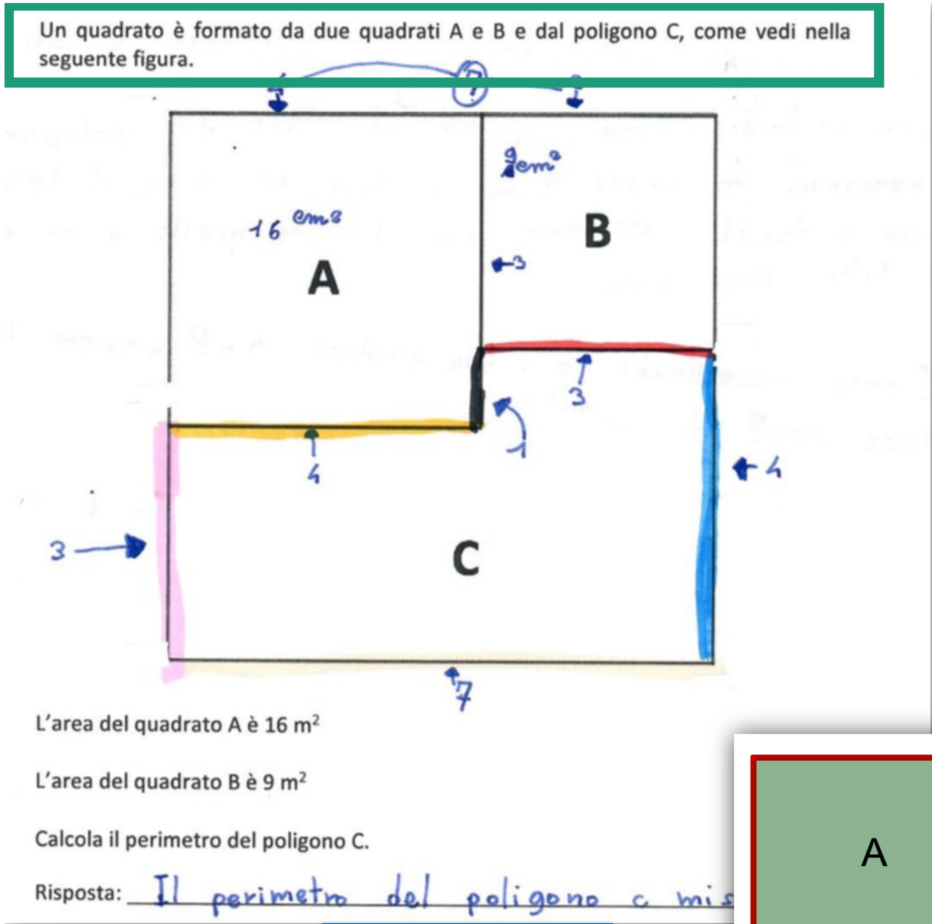
Lo stesso l'ho fatto con l'altro quadrato

e un lato misurava 3 m.

Quindi il lato del poligono arancione misurava 7 m,

il lato blu 4 m, il lato rosso 3 m, il lato nero 1 m,

il lato giallo 4 m e il lato rosa 3 m


Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.

L'area del quadrato A è 16 m²

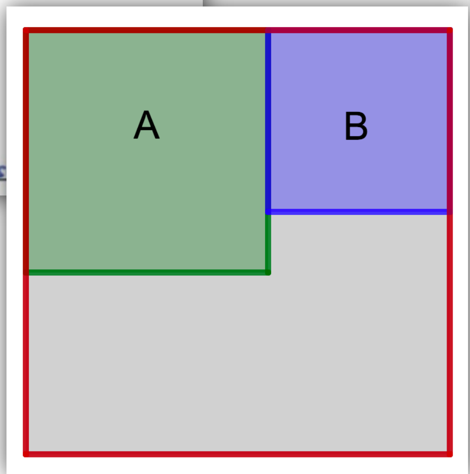
L'area del quadrato B è 9 m²

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: Il perimetro del poligono c mis

FEDERICO

Protocollo 2

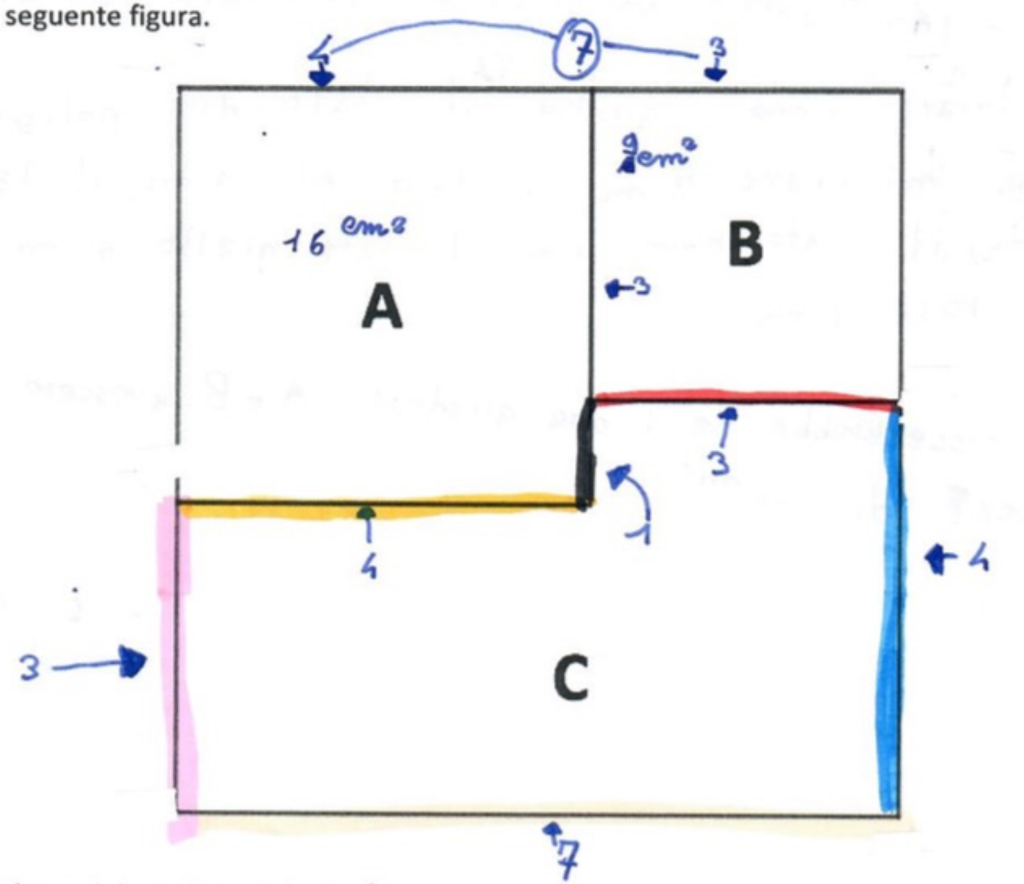


Secondo me il lato rosa misura 3 m perché i lati del quadrato che contiene anche il poligono sono lunghi 7 m quindi se i lati del quadrato A misurano 4 m allora se sullo stesso lato c'è un altro lato misurerà 3 m dato che 3+4 = 7 m

→ lunghezza di un lato del quadrato grande

Invece il lato azzurro misura 4 m perché funziona lo stesso ragionamento di prima infatti se i lati del quadrato B misurano 3 m e i lati del quadrato grande misurano 7 m bisognerà fare 3+4 = 7 m

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

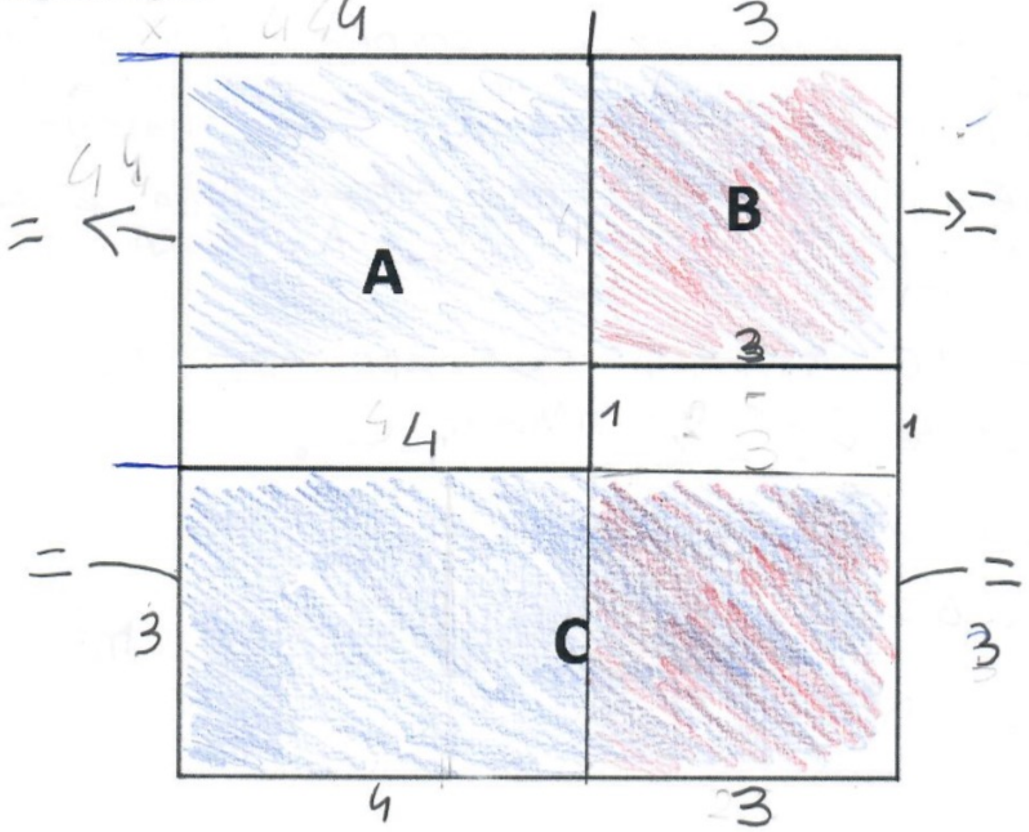
Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: Il perimetro del poligono c misura 22 m.

Protocollo 2

Osservazione:
il prodotto è corretto (22) e il processo sembra essere guidato dal controllo sulle singole lunghezze dei lati del poligono C (colore, frecce, i soli lati utili, la simmetria tra 'la situazione' a sinistra e 'la situazione' a destra, che emerge dalla spiegazione). Interessante la cancellatura iniziale di «il loro perimetro» al posto di «la loro area»

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: IL PERIMETRO DEL POLIGONO C È 20

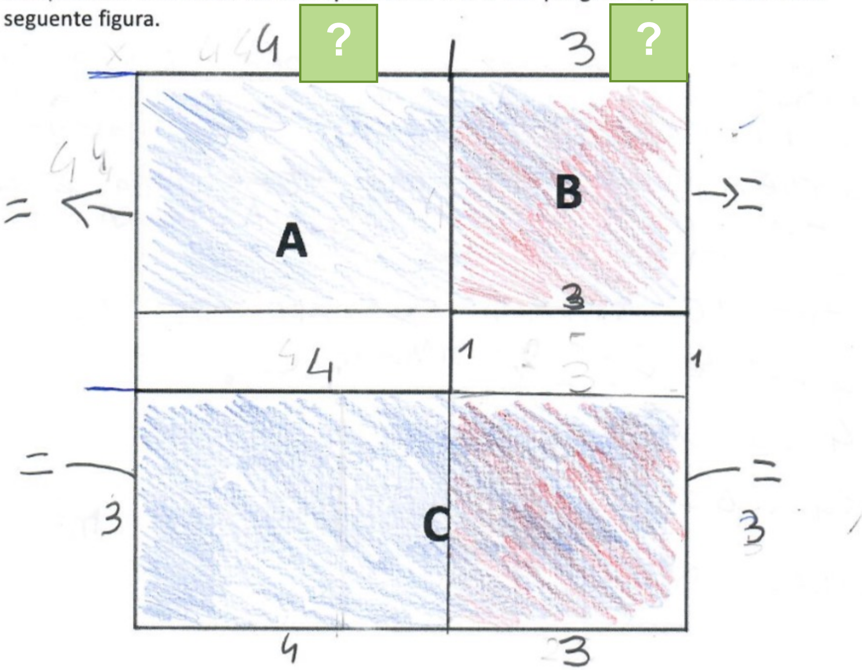
ROBERTA

Osserva questo protocollo e rifletti:

- Che cosa osservi?
- Come ha ragionato Roberta?

Protocollo 3

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

?

Risposta: IL PERIMETRO DEL POLIGONO C È 20

ROBERTA

Protocollo 3

Spiega il tuo ragionamento.

Perché inizialmente ho tracciato una linea che mi faceva venire la base alla stessa altezza.

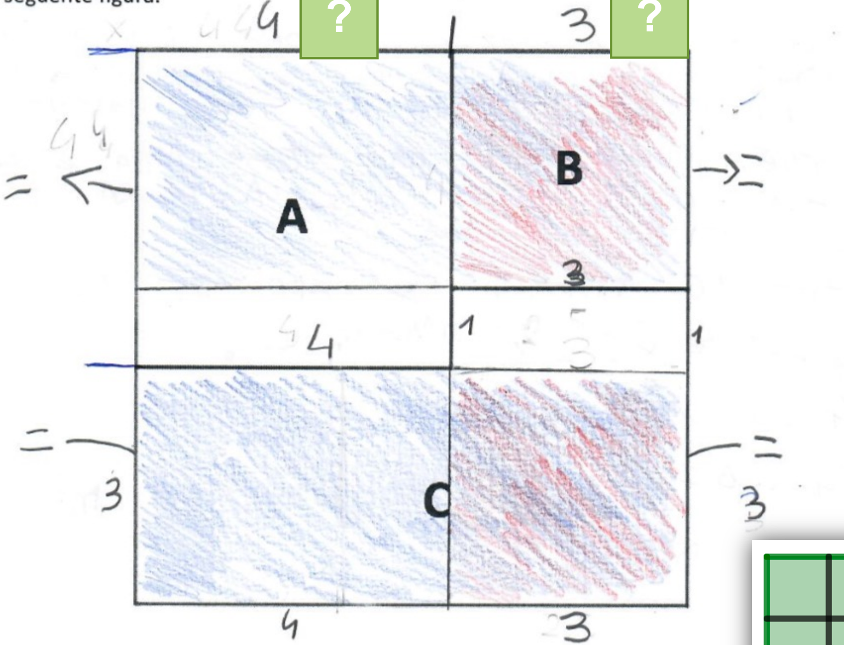
Poi visto che sapevo che l'area del quadrato A che era 16 m^2 allora ogni lato era di 4 m^2

Ho fatto la stessa cosa nel quadrato B e ho fatto 3x3 = 9

Poi ho colorato dello stesso colore l'area dei quadrati A e B come l'area del rettangolo C perché quelle figure in quel momento hanno la stessa area e lo stesso perimetro infatti la figura è congruente.

Dopo ho fatto tutte le addizioni per arrivare al perimetro del rettangolo C.

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

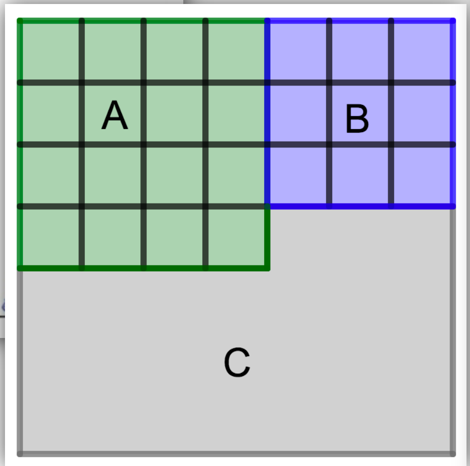
L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C. ?

Risposta: IL PERIMETRO DEL POLIGONO C

ROBERTA

Protocollo 3

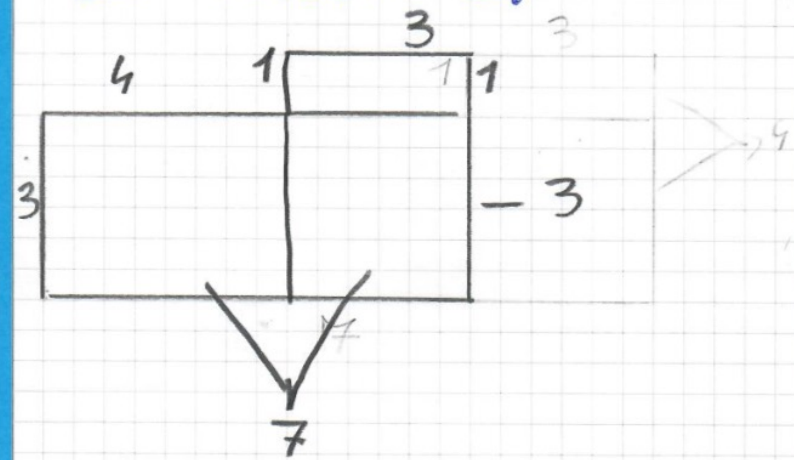


SECONDO ME IL QUADRATO A

Secondo me il quadrato A è un quadrato 4x4 perché il testo dice che è un quadrato con l'area di 16 m^2 e 4x4 = 16.

La stessa cosa l'ho fatta con il 3 perché 3x3 = 9 m^2 che era l'area del quadrato B.

DEL QUADRATO B.

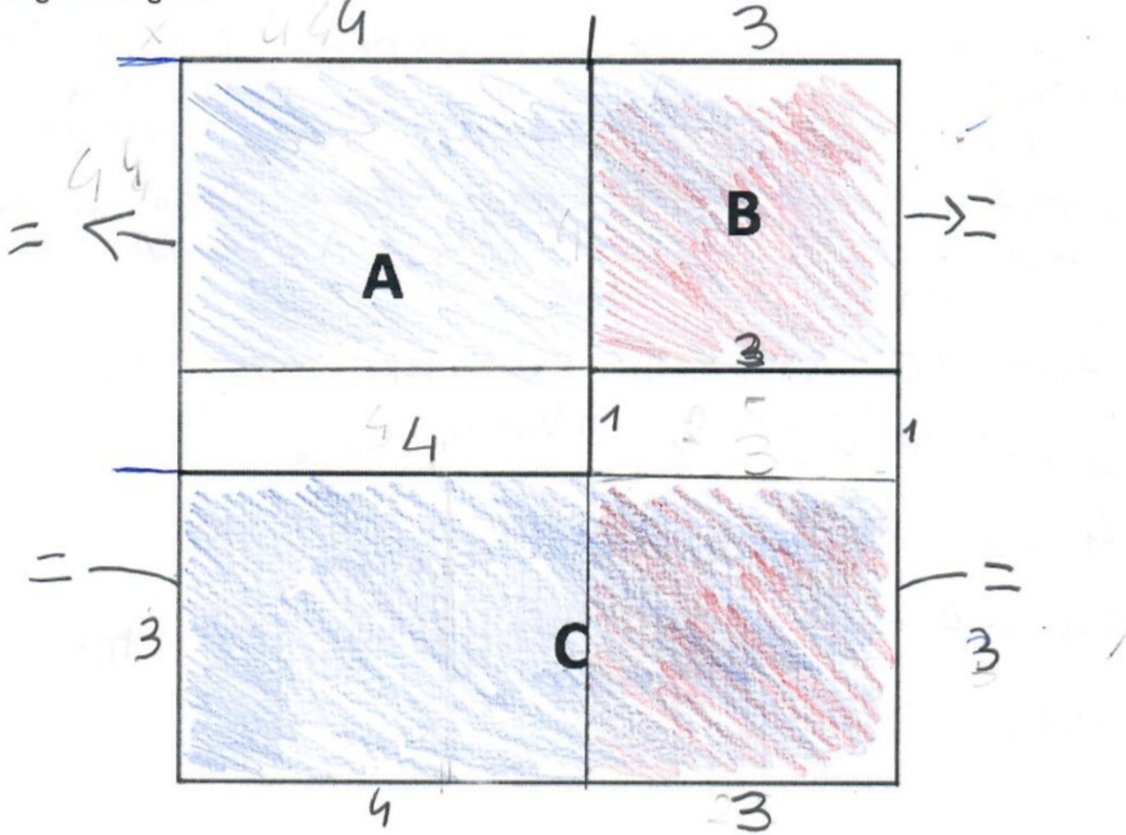


7+3=10

4+1+3+1=9

10 +
9
3
22

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m^2

L'area del quadrato B è 9 m^2

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: IL PERIMETRO DEL POLIGONO C È 20

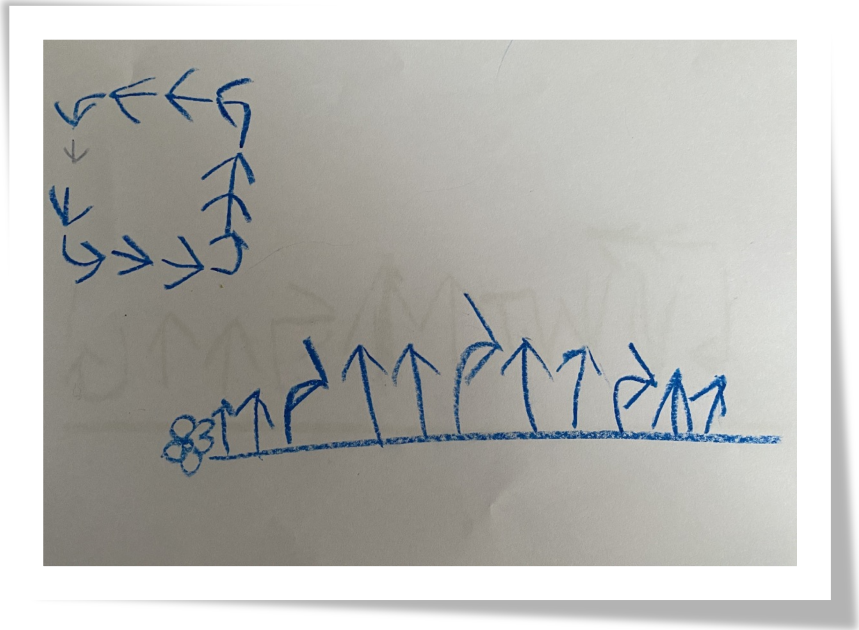
Osservazione:
il prodotto alla fine risulta corretto (22); la strategia di Roberta è interessante ma il controllo sul poligono C e sulla relazione tra la sua area e quelle dei quadrati A e B si rivela complesso da mantenere, risultando inizialmente nella risposta scorretta 20 (per la quale il poligono C finisce per essere confuso con il rettangolo individuato in figura. Infatti: 20 = 7 + 7 + 3 + 3)

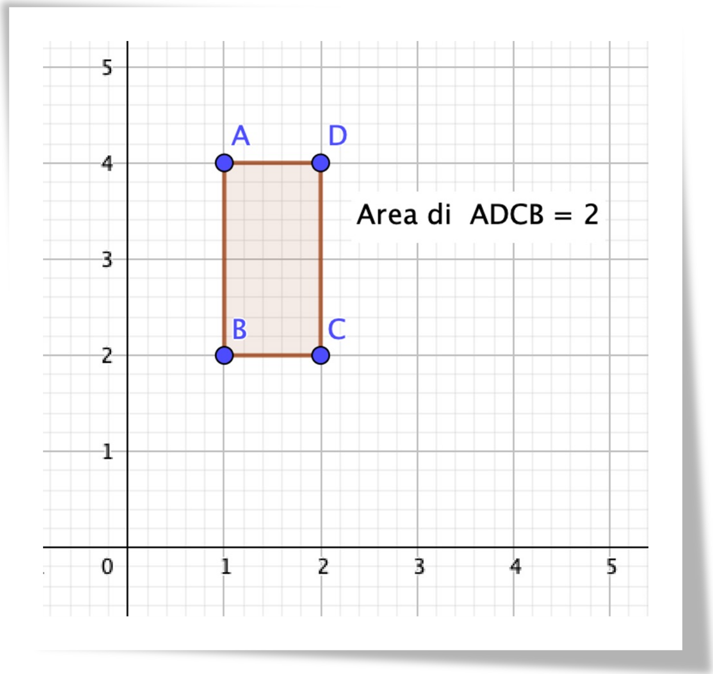
Protocollo 3

Alcune riflessioni PER CONCLUDERE ….

(lascio la parola ad alcuni insegnanti sperimentatori)

Verticalità





Verticalità

Possibilità di «espansione» in orizzontale e in verticale

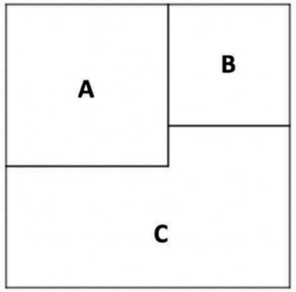
Dai diari di bordo di *Quadrati e rettangoli*

Far proporre agli alunni nuove problematiche (relative all'argomento svolto) da somministrare ad altre classi di pari grado… (o di grado differente)

Verticalità

CLASSE QUINTA

«Adattamenti»?

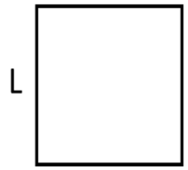


e are

Nessun cambiamento, ho solo spiegato che l’area del quadrato si misura in cm quadrati e si calcola lato per lato.
Per una classe QUARTA, parlo della mia, è ancora troppo complicato questo esercizio senza dare alcuna spiegazione.
Hanno bisogno di essere guidati passo passo altrimenti si perdono.

FASE PREPARATORIA

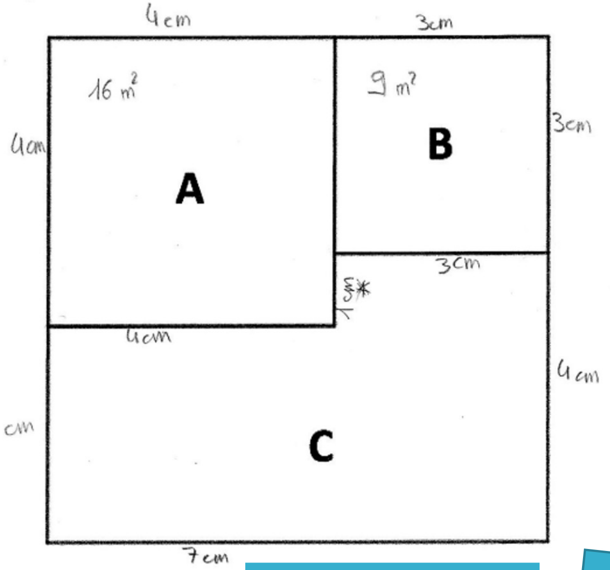
- Ripassare il perimetro e l’area del quadrato con relative formule:
  - P = Lx4 L = P:4
  - A = LxL L = A:L



- Ripassare il perimetro e l’area del rettangolo con relative formule:
  - P = (b+h)x2 b = (P:2)-h h = (P:2)-b
  - A = bxh b = A:h h = A:b

Perché ?

Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.



L'area del quadrato A è 16 m².

L'area del quadrato B è 9 m².

16√=4   9√=3

Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: 22 cm

Spiega il tuo ragionamento.

HO CALCOLATO (FACENDO UNA RADICE QUADRATA) QUANTO MISURA UN LATO DEL QUADRATO A E POI HO FATTO LA STESSA COSA CON IL QUADRATO B. DOPO AVER RICAVATO QUESTE MISURE HO CALCOLATO QUANTO MISURAVA UN LATO DELL'INTERO QUADRATO E DI CONSEGUENZA HO RICAVATO LE MISURE DEGLI ALTRI LATI. INFINE HO RICAVATO IL LATO DI 1 cm* SOTTRAENDO IL LATO DI 3cm DA QUELLO DI 4cm.

Ho calcolato (facendo una radice quadrata) quanto misura un lato del quadrato A e poi ho fatto la stessa cosa con il quadrato B. ...

Verticalità

MATT&R

CLASSE QUINTA

«Radice quadrata»?

Ho trovato utile aver lavorato precedentemente sulla tavola pitagorica sui numeri quadrati individuandoli in diagonale e riflettendo sui due numeri uguali che li avevano prodotti.

Perché ?

Metodologia… secondaria di I grado

Verticalità

Raccolta di immagini dell'attività proposta: rappresenta con il nastro carta delle figure equivalenti (area = 10 piastrelle) e misura il perimetro usando il lato della piastrella come unità di misura.

Individua poi le eventuali figure isoperimetriche.

Sì, ero partita con l'intento di eseguire i quesiti preparati nei sottogruppi del corso online, poi ho modificato rendendo la sperimentazione più "pratica", sfruttando le piastrelle del cortile della scuola e nastro adesivo di carta. Questo dopo aver visto l'atteggiamento di rinuncia di fronte ai quesiti proposti su schede prestampate da risolvere con carta e penna.

Verticalità

Possibilità di «espansione» in orizzontale e in verticale

Dai diari di bordo di *Perimetri e aree (b)*

Inizialmente avevo deciso di proporre il percorso a una sola classe, in un secondo momento ho deciso di lavorare sulle due classi in parallelo visto il successo che l'attività aveva riscosso ma anche per confrontare i risultati, i comportamenti, le reazioni dei ragazzi…

Processi

MATT&R

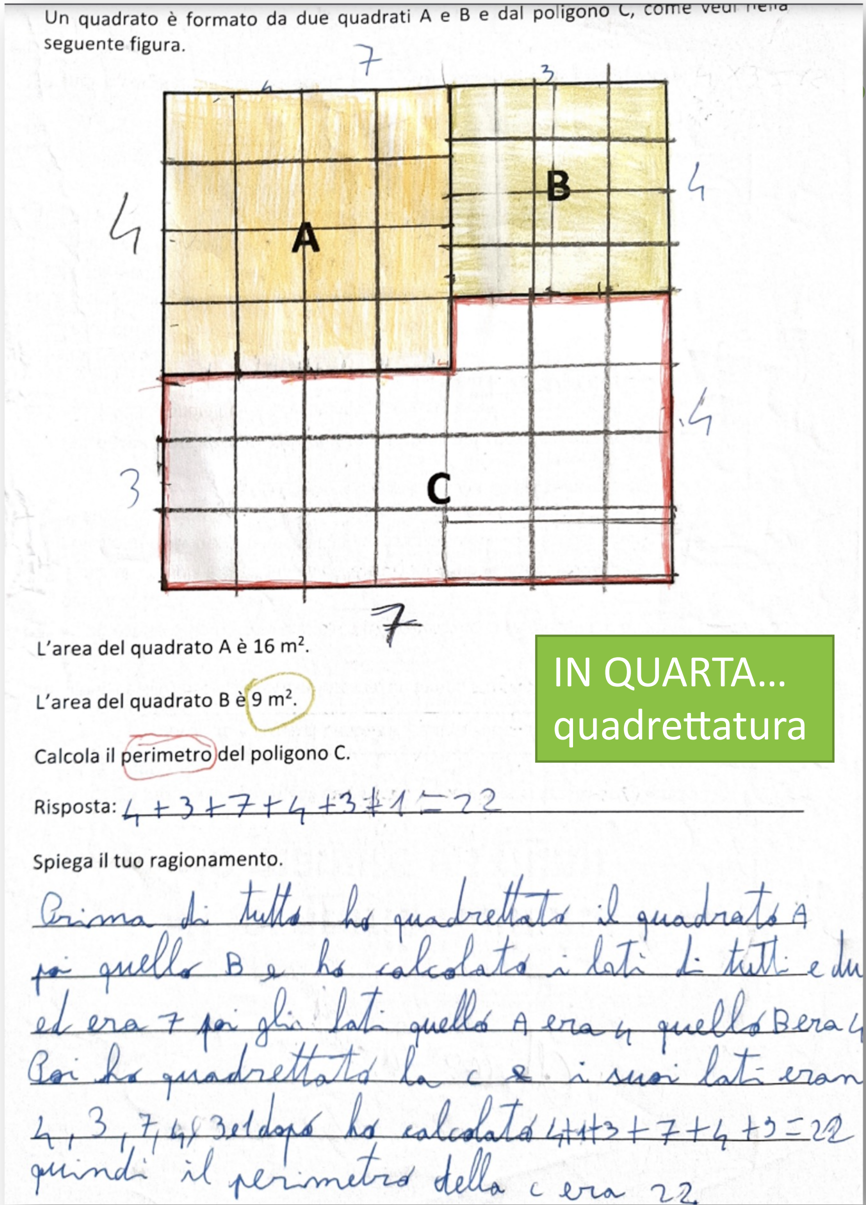
Lavorare in modo esplicito sull'argomentazione

Dai diari di bordo di *Quadrati e rettangoli*

- Alcuni alunni hanno evidenziato capacità e risorse che non sarebbero emerse in contesti routinari.
- Gli alunni hanno fatto molti «segni» sul quadrato, tracciato linee, eseguito calcoli lasciando quindi tracce di pensiero sul foglio

I ragazzi sono stati **sorpresi inizialmente dalla metodologia in cui si chiedeva di esplicitare il ragionamento seguito per ottenere il risultato**, APPASSIONANDOSI con il procedere del progetto a questo approccio. Il percorso si è rilevato molto inclusivo: gli alunni con disturbi dell'apprendimento non hanno evidenziato particolari difficoltà, erano perfettamente integrati.

si



Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.

L'area del quadrato A è 16 m^2.

L'area del quadrato B è 9 m^2.

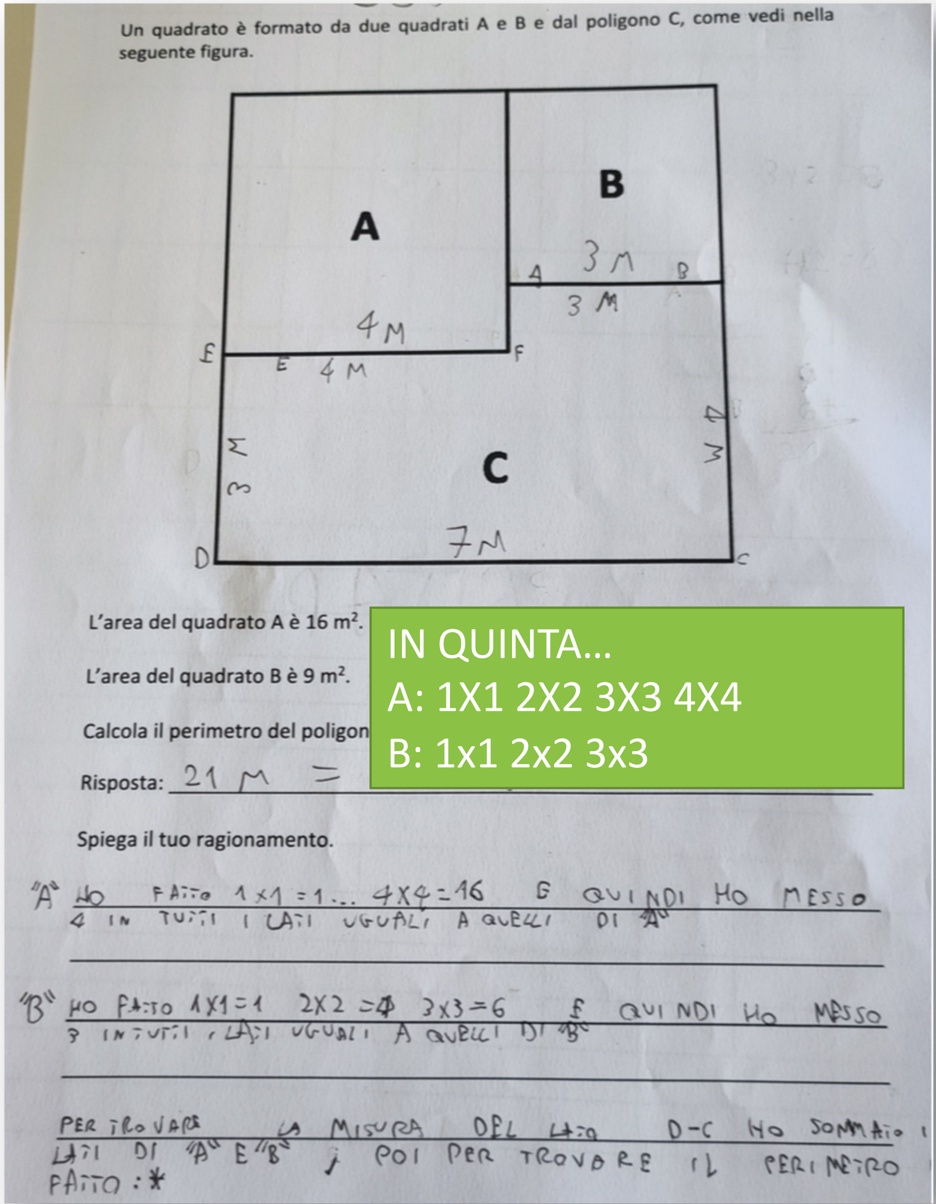
Calcola il perimetro del poligono C.

Risposta: 4+3+7+4+3+1=22

Spiega il tuo ragionamento.

Prima di tutto ho quadrettato il quadrato A poi quello B e ho calcolato i lati di tutti e du ed era 7 poi gli lati quello A era 4 quello B era 4 Poi ho quadrettato la c e i suoi lati eran 4, 3, 7, 4, 3 e 1 dopo ho calcolato 4+1+3+7+4+3=22 quindi il perimetro della c era 22.

IN QUARTA...
quadrettatura



Un quadrato è formato da due quadrati A e B e dal poligono C, come vedi nella seguente figura.

L'area del quadrato A è 16 m^2.

L'area del quadrato B è 9 m^2.

Calcola il perimetro del poligon

Risposta: 21 M =

Spiega il tuo ragionamento.

"A" HO FATTO 1X1=1... 4X4=16 E QUINDI HO MESSO 4 IN TUTTI I LATI UGUALI A QUELLI DI "A"

"B" HO FATTO 1X1=1 2X2=4 3X3=6 E QUINDI HO MESSO 3 IN TUTTI I LATI UGUALI A QUELLI DI "B"

PER TROVARE LA MISURA DEL LATO D-C HO SOMMATO I LATI DI "A" E "B"; POI PER TROVARE IL PERIMETRO HO FATTO: *

IN QUINTA...
A: 1X1 2X2 3X3 4X4
B: 1x1 2x2 3x3

Processi

Lavorare in modo esplicito sull'argomentazione

Dai diari di bordo di *Perimetri e aree (b)*

Nella fase iniziale mi ***chiedevano perché dovevano giustificare la procedura di soluzione del quesito***, con il proseguire dell'attività questo è diventato il punto di forza insieme alla fase di discussione sulle procedure seguite nella risoluzione del problema, finalmente i ragazzi si sentivano protagonisti.

Difficoltà ed errori

Inclusione e attivazioni a distanza

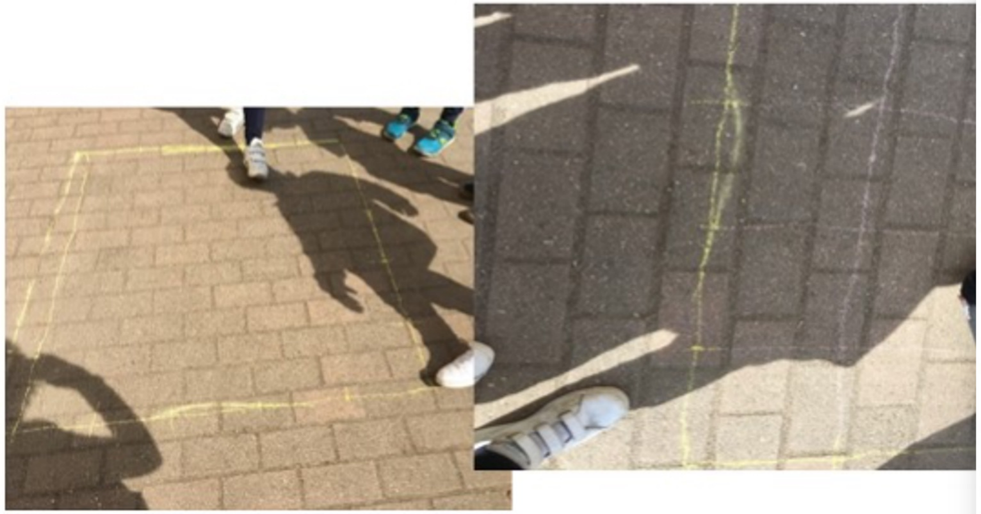
In prima

Difficoltà ed errori

Confusione tra bordo e interno

Dai diari di bordo di *Quadrati e rettangoli*

Oltre a tracciare il cammino di forma quadrata, ha segnato con il gesso la misur
Per contarli meglio, così siamo sicuri che tutti i "pezzi" hanno la stessa lunghez



Una volta fatto il lavoro, ha notato che unendo i punti tracciati sui lati opposti, avrebbe ottenuto dei quadrati e che i "piedi" di ogni lato erano 5. Ho chiesto quanti quadrati piccoli ci volessero per fare il quadrato grande e lui ha risposto senza troppo pensare che il quadrato era formato da 20 quadrati.

Ecco l'errore in cui incappano anche i bambini più grandi quando sono alle prese con aree e perimetri.

Gli ho chiesto di spiegarmi meglio perché non capivo e dalla discussione è nata la scoperta della differenza tra area e perimetro.

<<5X4 fa 20>> ha detto convinto

<<Quindi ci sono 20 quadrati nel tuo quadrato. Li hai contati?>> gli ho risposto. Non riteneva necessario contarli ma i compagni li hanno contati e hanno visto che erano 25.

Allora ha contato più volte per dimostrare di avere ragione ma alla fine ha dovuto cedere. Ma quel 20 allora che cosa era?

<<20 è il bordo ma dentro sono 25>>

Ha fatto una bella scoperta! Dopo aver contato più volte per verificare ha spiegato ai compagni la differenza tra il bordo e i quadrati. Non ha usato un linguaggio appropriato, ha spiegato in modo spontaneo. Purtroppo non ho preso nota delle sue esatte parole. Non ho fatto registrazioni, i precedenti dialoghi li ho annotati al momento. Non sono riuscita ad annotare quest'ultima spiegazione perché ho preferito prestare attenzione a ciò che diceva.

In verticale con una docente delle medie

Difficoltà ed errori

MATT&R

Difficoltà di argomentazione; contenuti espressi con scarsa chiarezza espositiva.

Continue richieste di conferma (soprattutto nel lavoro individuale) per proseguire il ragionamento in autonomia, difficoltà a tradurre in parole il loro ragionamento.

Ho riscontrato per alcuni alunni confusione tra area/perimetro; molti non prestano attenzione alla richiesta e non usano tutto il tempo concesso e la difficoltà ad argomentare la soluzione.

Ho notato come abbiano trovato difficile spiegare il ragionamento compiuto per calcolare il perimetro della figura C e che alcuni abbiano poco chiara l'dea di area e di perimetro.

Dai risultati ottenuti è emerso che molti alunni presentano delle difficoltà nel codificare il problema e confondono ancora i concetti di perimetro ed area nonostante frequentino la scuola secondaria; l'unica criticità che ho riscontrato è stata la difficoltà dell'inserire una sperimentazione di questo tipo, che necessita di parecchie ore di lavoro in classe, nel rispetto comunque delle tempistiche previste dai programmi ministeriali; per tale motivo la seconda parte della sperimentazione è stata svolta solo nella classe seconda

ASPETTI POSITIVI

MATT&R

Non tutti i bambini, se non sono abituati, sanno come affrontare una consegna aperta, qualcuno potrebbe sentir mancare la sicurezza del lavoro "come facciamo sempre". La capacità di sperimentare e di ragionare trovando la propria strada, sono convinta che vada allenata.

Hanno trovato "strana" l'idea di poter disegnare, scrivere, colorare su una prova per poter ragionare meglio.

Gli alunni hanno fatto molti "segni" sul quadrato, tracciato linee, eseguito calcoli lasciando quindi tracce del pensiero matematico

Alcuni alunni hanno evidenziato capacità e risorse che non sarebbero emerse in contesti routinari.

L'attività ha stimolato gli studenti nella ricerca di più soluzioni (utilizzo del colore e del righello).
I bambini che solitamente incontrano difficoltà in matematica hanno saputo risolvere il quesito in maniera creativa. Sono emerse maggiori difficoltà tra gli studenti più "matematici". Probabilmente perché "slegati" da un contesto tradizionale/abitudinario

ASPETTI POSITIVI

Valutazione formativa

Una voce dalla secondaria di I grado

Coinvolgimento; motivazione; voglia di mettersi in gioco anche da parte dei più deboli senza paura di sbagliare (non era prevista una valutazione finalizzata al raggiungimento del risultato: è stato spiegato agli allievi che la valutazione comprendeva la partecipazione attiva, il saper lavorare insieme, saper proporre/argomentare ragionamenti e saperli sostenere, essere in grado di confrontarsi in modo costruttivo all'interno del gruppo, analizzare in modo critico i risultati e riconoscere eventuali errori).

GRAZIE

ketty.savioli@gmail.com