

L'ARGOMENTAZIONE PER L'AVVIO AL PENSIERO TEORICO

Francesca Morselli



Università
di Genova

Quanto fa $-2:1$?

Francesca: fa -2



Giorgia:

Secondo me Francesca ha fatto una divisione normalissima solo togliendo a -2 il meno davanti. Ha fatto la divisione e al risultato l'ha aggiunto

$$\begin{array}{r|l} \cancel{2} & 1 \\ \cancel{2} & \times 2 \\ \hline 11 & -2 \end{array}$$

È più semplicemente quello ha la scritto ma invece contabile ha fatto la divisione e poi gli ha aggiunto il risultato

$$\begin{array}{r|l} -2 & 1 \\ \cancel{2} & \times 2 \\ \hline 11 & -2 \end{array}$$

Olga:

Io credo che Francesca abbia risposto -2 perché dividendo per 1 il numero non cambierà' come succede anche con i numeri interi e decimali

Olga:

Io credo che Francesca abbia risposto -2 perche' **dividendo per 1 il numero non cambiera'** come succede anche con i numeri interi e decimali

Marianna:

Se ho un **debito** di due centesimi (che devo a qualcuno) avro' -2. Se questo -2 lo divido solo per me stessa cioe' una persona il debito rimane sempre -2 invece se dividessi il debito per due persone avrei come risultato -1.

Es:

$-2:1=-2$ una persona deve pagare

$-2:2=-1$ cioe' due persone che devono 1 centesimo a testa.

Nel caso della moltiplicazione ho usato lo stesso ragionamento: se il debito e' 2 centesimi per persona, l'operazione e' cosi': $-2 \times 1 = -2$ il risultato e' uguale al numero di partenza

- Curiosita' iniziale verso i numeri "nuovi"
- Domanda "sfidante"
- Risposta "al volo" di Francesca
- "Come ha fatto Francesca a rispondere?"

- Spiegazione di tipo "procedurale"
- Spiegazione di tipo "teorico"
- spiegazione con riferimento al campo di esperienza delle monete



Attività argomentative per
l'avvio al pensiero teorico

Comportamento
razionale

Spiegazione

Argomentazione

Un individuo si comporta in modo razionale se agisce avendo **uno scopo** e la sua azione è coerente con tale scopo

Un individuo si comporta in modo razionale se è capace, nella comunicazione con se stesso e con gli altri, di **giustificare le sue azioni** mettendole in rapporto con lo scopo da raggiungere

Comportamento
razionale
(Habermas, 1999)

Dimensione teleologica:

Si **agisce** razionalmente quando si agisce in base ad uno scopo e si persegue lo scopo con mezzi intenzionalmente scelti e messi in opera

Dimensione comunicativa:

Si **comunica** razionalmente quando si ha lo scopo di far condividere all'interlocutore il proprio contenuto di comunicazione e si scelgono consapevolmente i mezzi per rendere efficace la comunicazione

Dimensione epistemica:

un'opinione è razionale quando è possibile motivarla in un dato contesto.

Comportamento
razionale
(Habermas, 1999)

Dimensione teleologica:

Scelte strategiche in relazione allo scopo

Dimensione comunicativa:

Conformità alle regole di produzione e presentazione del prodotto condivise all'interno della comunità di riferimento

Dimensione epistemica:

Validazione delle affermazioni a partire da premesse accettate e utilizzando regole di ragionamento corrette

**Comportamento
razionale
(Habermas, 1999)**

Spiegare...

(Levenson, Barkai, & Larson, 2013)

Spiegare...

Spiega che cosa hai fatto

Funzione 1: descrizione del ragionamento compiuto nella risoluzione di un problema

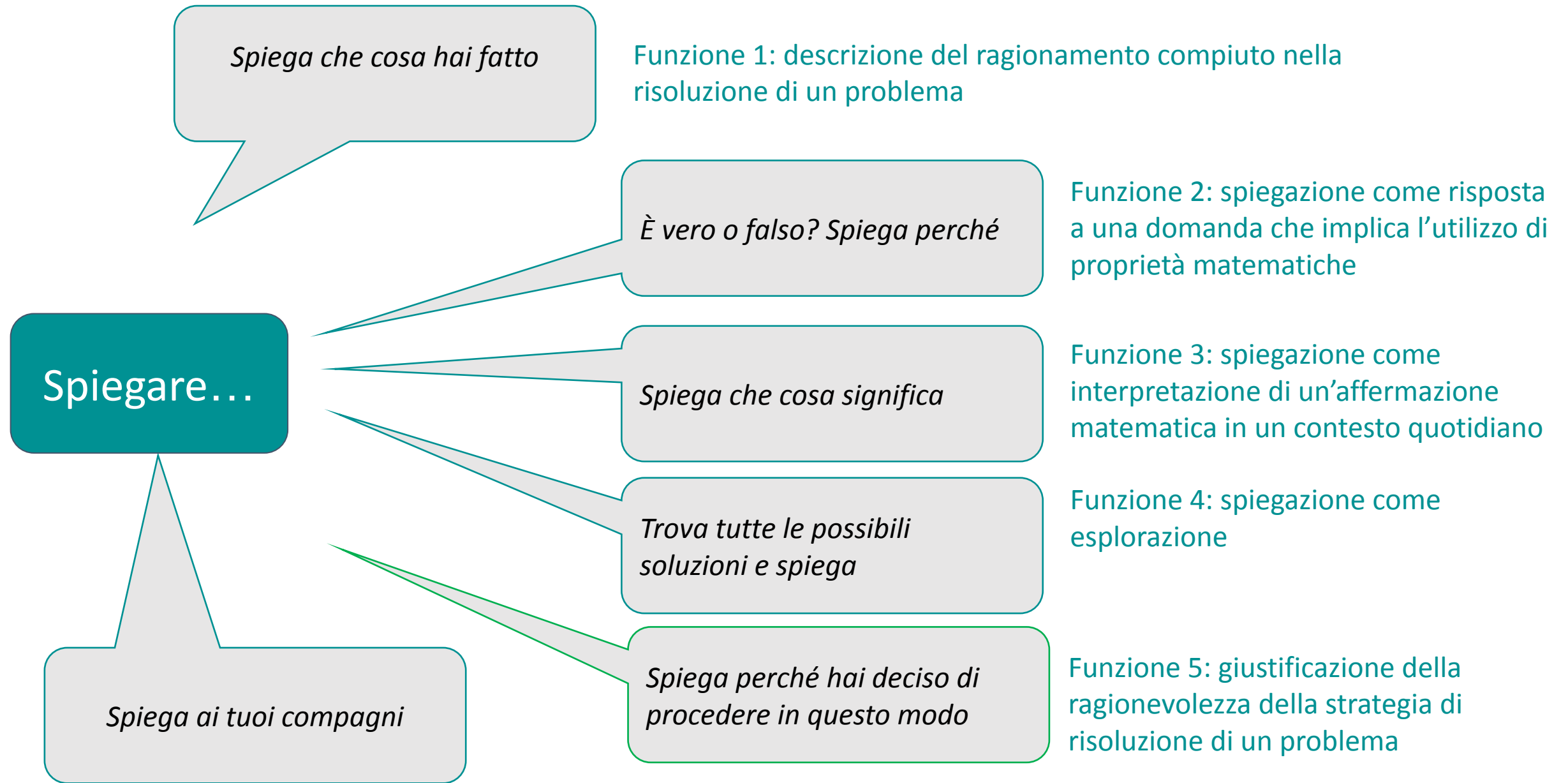
È vero o falso? Spiega perché

Funzione 2: spiegazione come risposta a una domanda che implica l'utilizzo di proprietà matematiche

Spiega che cosa significa

Funzione 3: spiegazione come interpretazione di un'affermazione matematica in un contesto quotidiano

(Levenson, Barkai, & Larson, 2013)



(Levenson, Barkai, & Larson, 2013)

Spiegare...

Argomentare

Un'**argomentazione** è un discorso costituito da argomenti logicamente connessi tra loro.

Un **argomento** è “una ragione addotta a favore o contro una certa proposizione od opinione”

Un argomento può essere costituito da espressioni linguistiche, dati numerici, disegni, ...

Spiegare...

Spiega che cosa hai fatto

È vero o falso? Spiega perché

Spiega che cosa significa

Trova tutte le possibili soluzioni e spiega

Spiega perché hai deciso di procedere in questo modo

Spiega ai tuoi compagni

Livello matematico

Spiegare...

Spiega che cosa hai fatto

È vero o falso? Spiega perché

Spiega che cosa significa

Trova tutte le possibili soluzioni e spiega

Spiega perché hai deciso di procedere in questo modo

Livello matematico

Livello meta

Spiega ai tuoi compagni

Attività argomentative per
l'avvio al pensiero teorico

Comportamento
razionale


Spiegazione

Argomentazione

Il progetto


Linguaggio e argomentazione

<http://pls.dima.unige.it/>



Piano Lauree Scientifiche

In collaborazione con MIUR, con Scienze, Confindustria



| | | | | |
|------|----------|----------|----------|--------|
| Home | Azione 1 | Azione 2 | Azione 3 | Eventi |
|------|----------|----------|----------|--------|

I laboratori

| | |
|----------------------------|---|
| Modelli Lineari | ✦ |
| Quesiti argomentativi | ✦ |
| Percorso interdisciplinare | ✦ |
| Argomentazione - media | ✦ |
| Argomentazione - primaria | ✦ |

ARGOMENTAZIONE

I Laboratori PLS, secondo le linee guida nazionali (<http://www.progettolaureescientifiche.eu/laboratorio-pls>), sono percorsi di durata medio-lunga (minimo 20 ore) progettati e realizzati congiuntamente da docenti della scuola e dell'università.

I Laboratori hanno la doppia finalità di promuovere lo sviluppo professionale degli insegnanti coinvolti e di creare per gli studenti nuove occasioni di apprendimento significativo.

In questo quadro generale, il Dipartimento di Matematica dell'Università di Genova ha scelto di promuovere una serie di Laboratori PLS aventi le seguenti caratteristiche:

- le attività si articolano intorno al "nodo" dell'argomentazione, intesa come competenza centrale nelle attività matematiche e, più in generale, come obiettivo importante della formazione intellettuale del cittadino (si vedano in proposito le Indicazioni per il curricolo, Matematica 2001 e Matematica 2003)
- l'argomentazione è al tempo stesso il fine (competenza da promuovere) e il mezzo attraverso cui si realizza l'insegnamento-apprendimento di contenuti curricolari
- poiché le competenze argomentative si sviluppano sul lungo periodo e richiedono la progressiva costruzione di competenze logiche e linguistiche, le attività sono pensate non solo per gli ultimi anni della scuola secondaria di secondo grado, ma per tutti i cicli scolastici, dalla scuola dell'infanzia alla secondaria di secondo grado
- le attività sono progettate e realizzate in stretta collaborazione tra insegnanti di scuola e docenti universitari
- le attività sono pensate e realizzate per l'intero gruppo classe, in orario curricolare, su tempi medio-lunghi
- le attività si svolgono negli istituti scolastici di riferimento

A partire dal 2008-09, il team di progetto, costituito da docenti universitari e di scuola, ha in primo luogo prodotto un documento di lavoro

Approfondimenti

di natura **argomentativa** inseriti nella pratica scolastica quotidiana

Percorsi

di durata medio-lunga, **inseriti nella programmazione annuale**

Approfondimenti

di natura **argomentativa** inseriti nella pratica scolastica quotidiana

Percorsi

di durata medio-lunga, **inseriti nella programmazione annuale**

- Progressivo **affinamento** dei percorsi
- Possibilità di seguire gli **stessi studenti** su più percorsi e su più anni

Prospettiva a lungo termine

- Progressivo **affinamento** dei percorsi
- Possibilità di seguire gli **stessi studenti** su più percorsi e su più anni

Prospettiva a lungo
termine

Spiegazioni?

Comportamento
razionale?

“Evoluzione”?

Riflessione sulle
attività proposte e le
metodologie di
lavoro adottate

- Progressivo **affinamento** dei percorsi
- Possibilità di seguire gli **stessi studenti** su più percorsi e su più anni

Prospettiva a lungo
termine

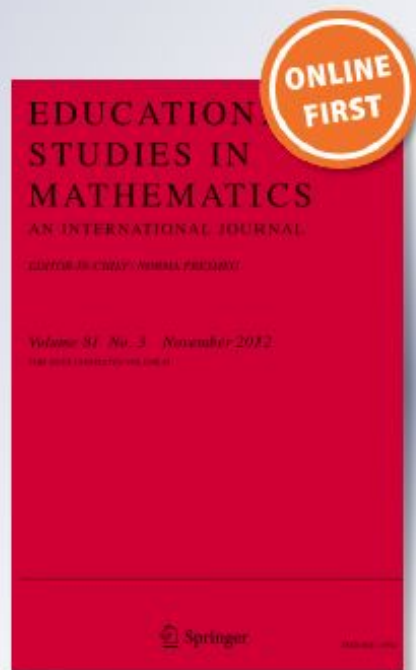
*Exploring one student's explanations at
different ages: the case of Sharon*

Esther Levenson

Educational Studies in Mathematics
An International Journal

ISSN 0013-1954

Educ Stud Math
DOI 10.1007/s10649-012-9447-1



 Springer

Una fonte di ispirazione:
il caso di Sharon

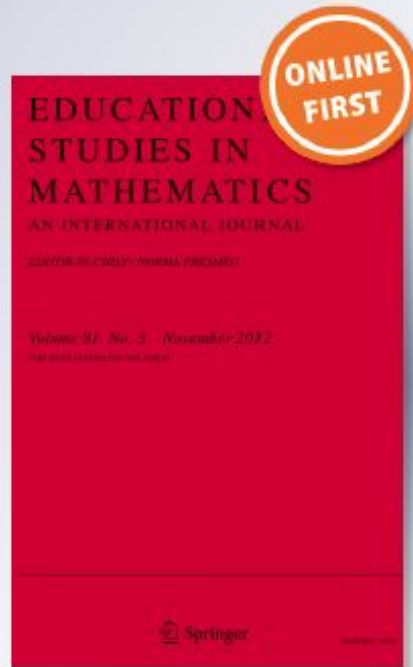
Exploring one student's explanations at different ages: the case of Sharon

Esther Levenson

Educational Studies in Mathematics
An International Journal

ISSN 0013-1954

Educ Stud Math
DOI 10.1007/s10649-012-9447-1



 Springer

Nel corso della scolarità:

passaggio dalle spiegazioni “PB” (practically based) alle spiegazioni “MB” (mathematically based), ma persistenza di spiegazioni “PB” per determinati concetti

spaesamento di fronte alla richiesta di “spiegare” un concetto

Pluriclasse, scuola primaria di Pallare - IC Carcare
(SV)

Insegnante: Rossana Iadarola

Scuola secondaria di primo grado "G. Mameli" -
IC Carcare (SV)

Insegnante: Emanuela Zignego



Il contesto

Leonardo

Francesca

Olga

Giorgia

Marianna

Daniele

Luca

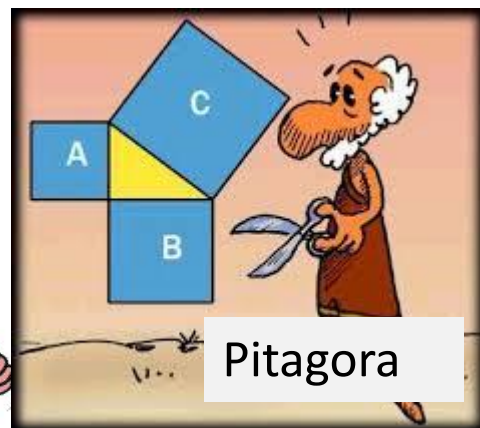
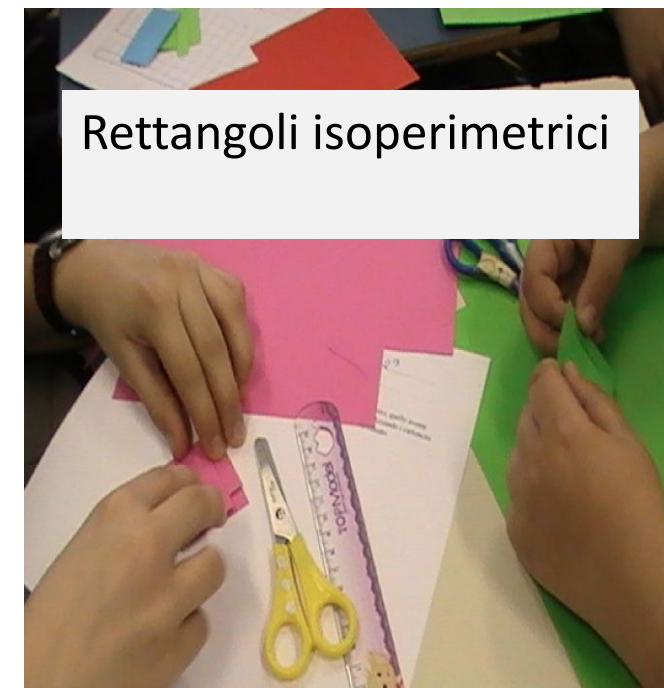
Beatrice



Un campo di esperienza è un settore della cultura umana identificabile dagli allievi come parte della loro esperienza (effettiva o potenziale), con specifiche caratteristiche che lo rendono (sotto la guida dell'insegnante) adatto per attività di modellizzazione matematica, di problem solving matematico, di costruzione e sviluppo dei concetti matematici, ecc.
(Boero, Douek, Garuti, 2011)



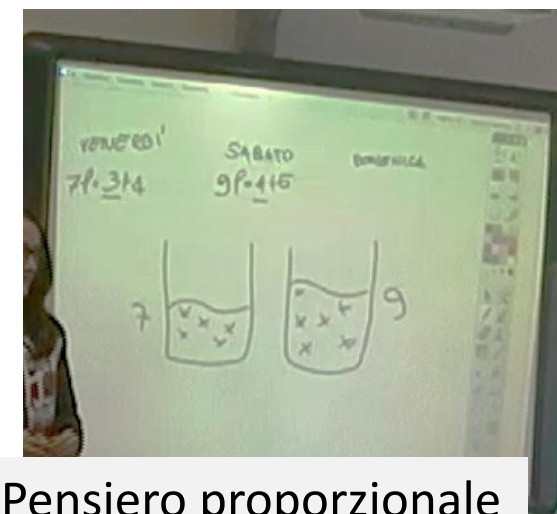
Un campo di esperienza è un settore della cultura umana identificabile dagli allievi come parte della loro esperienza (effettiva o potenziale), con specifiche caratteristiche che lo rendono (sotto la guida dell'insegnante) adatto per attività di modellizzazione matematica, di problem solving matematico, di costruzione e sviluppo dei concetti matematici, ecc.
 (Boero, Douek, Garuti, 2011)



Pensa un numero...

$$\begin{aligned}
 1500 + 1600 + 1700 &= 4800 \div 1600 = 3 \\
 500 + 600 + 700 &= 1800 \div 600 = 3 \\
 300 + 600 + 900 &= 1800 \div 600 = 3 \\
 20 + 30 + 60 &= 110 \div 30 = 3 \\
 30 + 60 + 90 &= 180 \div 60 = 3 \\
 60 + 90 + 120 &= 270 \div 90 = 3
 \end{aligned}$$

Somma di numeri consecutivi



Pensiero proporzionale

I dati a disposizione

Documentazioni dell'insegnante Rossana iadarola nel contesto del PLS "Linguaggio e argomentazione"

Materiale aggiuntivo raccolto da Alessia Bonanini per la tesi di laurea

Documentazioni dell'Insegnante Emanuela Zignego nel contesto del PLS "Linguaggio e argomentazione"

I primaria

Come possiamo misurare
quanta neve è venuta giù?



Richiesta di
spiegazione con
funzione I

I primaria



Daniele: bisogna appoggiarlo sulla neve là e così si può misurare

Francesca: ma no ... bisogna piantarlo nella neve e vedere il numero che ... tu lo pianti e vedi il numero che c'è

Leonardo: io non sono d'accordo con Francesca perché se lo metti in giù non vedi i numeri...per vedere i numeri devi metterlo così e poi se lo pianti puoi prendere un foro e cade giù e poi bisogna aspettare la primavera cioè quando si scioglie la neve

I primaria



Francesca: io non sono d'accordo con Leonardo perché quando lo metti lo senti se c'è il fondo del oppure un foro

Marianna: se stai attenta a mettere il metro nella neve poi riesci a fare il modo che ha detto Francesca

I primaria

Insegnante: come lo metto? Osserviamo il righello....cosa vedete...

Francesca: ci sono dei numeri....quelli ci servono

Leonardo: qui c'è lo zero... lo devi mettere così

Insegnante: perché?... Leo dice di mettere dallo zero, osservate bene qui c'è un altro numero il sessanta...e allora cosa faccio?

Daniele: secondo me dobbiamo partire dallo zero perché è il primo numero

Leonardo: se parti dal sessanta vai all'indietro

Francesca: poi arrivi qui e dici 0 metri! (*tutti ridono*)



I primaria

Spiegazione con
funzione I

Daniele: bisogna
appoggiarlo sulla neve
là e così si può
misurare

Francesca: ma no ...
bisogna piantarlo nella
neve e vedere il
numero che ... tu lo
pianti e vedi il numero
che c'è

Leonardo: io non sono d'accordo con
Francesca perché se lo metti in giù non
vedi i numeri...per vedere i numeri devi
metterlo così e poi se lo pianti puoi
prendere un foro e cade giù

I primaria

Spiegazione con
funzioni 1 e 5

Razionalità **teleologica**

Daniele: bisogna
appoggiarlo sulla neve
là e così si può
misurare

Francesca: ma no ...
bisogna piantarlo nella
neve e vedere il
numero che ... tu lo
pianti e vedi il numero
che c'è

Leonardo: io non sono d'accordo con
Francesca perché se lo metti in giù non
vedi i numeri... **per vedere i numeri devi
metterlo così** e poi se lo pianti puoi
prendere un foro e cade giù e poi bisogna
aspettare la primavera cioè quando si
scioglie la neve

I primaria

- Francesca difende
- la sua procedura
- dalle critiche di
- Leonardo

Francesca: io non sono d'accordo con Leonardo perché quando lo metti lo senti se c'è il fondo del oppure un foro

Marianna: se stai attenta a mettere il metro nella neve poi riesci a fare il modo che ha detto Francesca

I primaria

Insegnante: come lo metto? Osserviamo il righello....cosa vedete...

Francesca: ci sono dei numeri....quelli ci servono

Leonardo: qui c'è lo zero... lo devi mettere così

Insegnante: perché?... Leo dice di mettere dallo zero, osservate bene qui c'è un altro numero il sessanta...e allora cosa faccio?

Daniele: secondo me dobbiamo partire dallo zero perché è il primo numero

Leonardo: se parti dal sessanta vai all'indietro

Francesca: poi arrivi qui e dici 0 metri! (*tutti ridono*)

Spiegazione con funzione I

Carenza a livello comunicativo

I primaria

Insegnante: come lo metto? Osserviamo il righello....cosa vedete...

Francesca: ci sono dei numeri....quelli ci servono

Leonardo: qui c'è lo zero... lo devi mettere così

Insegnante: perché?... Leo dice di mettere dallo zero, osservate bene qui c'è un altro numero il sessanta...e allora cosa faccio?

Daniele: secondo me dobbiamo partire dallo zero perché è il primo numero

Leonardo: se parti dal sessanta vai all'indietro

Francesca: poi arrivi qui e dici 0 metri! (tutti ridono)

Carenza a livello epistemico

Dimensione teleologica (se lo scopo è leggere il numero riportato sul righello, occorre posizionare il righello in corrispondenza dello zero)

V primaria



I numeri negativi

Hai mai visto o incontrato i numeri negativi? Se si, dove?
In che contesto? Come venivano usati e per indicare
cosa?

HO INCONTRATO I NUMERI NEGATIVI QUANDO, INSIEME
ALLA CLASSE, HO MISURATO LA TEMPERATURA PER VEDERE
QUANTI GRADI C'ERANO OGNI GIORNO. SUL TERMOMETRO
DELLA TEMPERATURA SI POSSONO VEDERE BENE I NUME
RI NEGATIVI PERCHE ALL'ALTEZZA DELLO ZERO C'E UNA =
RIGA CHE DIVIDE I NUMERI NEGATIVI (SOTTO LO ZERO) *

Francesca

Hai mai visto o incontrato i numeri negativi? Se si, dove?
In che contesto? Come venivano usati e per indicare
cosa?

HO INCONTRATO I NUMERI NEGATIVI QUANDO, INSIEME
ALLA CLASSE, HO MISURATO LA TEMPERATURE PER VEDERE
QUANTI GRADI C'ERANO OGNI GIORNO. SUL TERMOMETRO
DELLA TEMPERATURA SI POSSONO VEDERE BENE I NUME
RI NEGATIVI PERCHE ALL'ALTEZZA DELLO ZERO C'E UNA =
RIGA CHE DIVIDE I NUMERI NEGATIVI (SOTTO LO ZERO) *

Spiegazione con funzione 3

Francesca

Razionalita' epistemica (status dello zero) e comunicativa
(riferimento al termometro)

Hai mai visto o incontrato i numeri negativi? Se si, dove?
In che contesto? Come venivano usati e per indicare
cosa?

Spiegazione con
funzione 3

• IN BANCA: QUANDO TU FAI UN AQUISTO E POI VAI A VEDERE SUL
COMPUTER QUANDO TI RIMANE C'E' SCRITTO DOVE HAI ACQUISTATO
E POI C'E' PER ESEMPIO -50,00 CHE SIGNIFICA MENO I SOLDI
DEL TUO AQUISTO

Giorgia

Francesca: una domanda ma qua che dice -50 non è proprio un numero negativo perchè tu togli 50, è come una sottrazione. Se tu hai 50 euro e poi ne togli 50 non viene un numero negativo viene zero. Sul computer o sul gioco, viene scritto -50 ma perchè è quello che hanno sottratto. Non un numero negativo.

Leo: il negativo delle temperature va sotto lo zero proprio, non ci sono più numeri positivi ma solo negativi. Invece il negativo degli euro da quanto ho capito qua non è proprio un negativo ma una sottrazione.

Spiegazione con funzione 2 (motiva la differenza tra numero negativo e sottrazione) e 3 ("togliere")

Razionalità epistemica (riferimento a proprietà corrette), teleologica (riferimento agli euro e' coerente con lo scopo di confutare), comunicativa

Nelle seguenti coppie di numeri, stabilisci quale è il più grande

-5 -7

*Secondo me è più grande
- 7 perchè togliendo il - è sempre
più grande 7*

Giorgia

*-5 e - 7 sono entrambi negativi ma
- 5 si avvicina rispetto a -7 più ai
numeri positivi quindi -5 è più grande
rispetto a -7*

Francesca

Nelle seguenti coppie di numeri, stabilisci quale è il più grande

-5 -7

*Secondo me è più grande
- 7 perchè togliendo il - è sempre
più grande 7*

Giorgia

*-5 e -7 sono entrambi negativi ma
- 5 si avvicina rispetto a -7 più ai
numeri positivi quindi -5 è più grande
rispetto a -7*

Spiegazione con funzione 2

Francesca

Razionalità epistemica (riferimento alla
distanza), comunicativa (terminologia
appropriata)

Nelle seguenti coppie di numeri, stabilisci quale è il più grande

-5 -7

Marianna: come avevo scritto sulla scheda è maggiore -5 perché contando alla rovescia -5 è più vicino allo zero cioè all'inizio dei positivi confronto a -7.

Giorgia: secondo me i numeri negativi e positivi sono due cose diverse perché se noi avessimo confrontato nei positivi 5 e 7, 5 sarebbe stato più piccolo invece per i numeri negativi è 5 il più grande.

Nelle seguenti coppie di numeri, stabilisci quale è il più grande

-5 -7

Insegnante 1: cosa significa la freccia sulla linea dei numeri?

Daniele: che quei numeri continuano

Leo: che vanno in avanti

Maestra: prova ad andare avanti da -5

Francesca: -5 -4 -3 -2 -1 0 +1 +2 +3. Quindi prima dello zero i numeri negativo vanno dal più piccolo al più grande e poi dallo zero in su i numeri vanno dal più piccolo al più grande

Osservatrice 1: nei numeri scritti alla lavagna qual è il più piccolo?

Ragazzi: -7

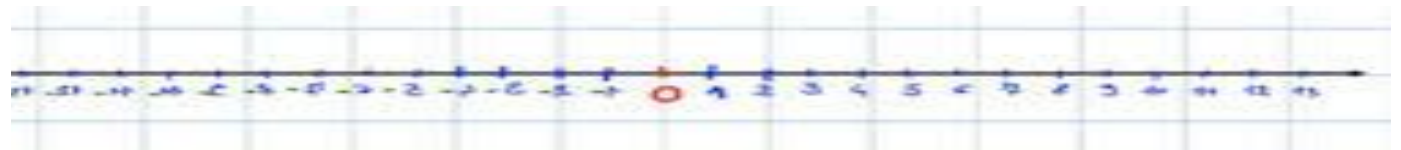
Osservatrice 1: e poi -6? È più grande o più piccolo?

Ragazzi: più grande

Osservatrice 1: -5?

Leo: ancora più grande perché si avvicina di più allo zero

Daniele: più semplicemente si può dire precede



Nelle seguenti coppie di numeri, stabilisci quale è il più grande

-5 -7

Giorgia: quindi la freccia indica che devi andare avanti da -7: quindi -7 -6-5-4-3-2-10 e poi 1 2 3 4

Francesca: come nei positivi che vai sempre dal più al più grande anche nei negativi andando verso destra vai dal più piccolo al più grande

Francesca: a noi sembra diverso perché partiamo dallo zero andando verso destra . invece si va in una sola direzione. Noi pensavamo ai numeri positivi dallo zero verso destra e poi negativi dallo zero verso sinistra invece vanno tutti in un'unica direzione verso destra dal più piccolo al più grande. Noi pensiamo i numeri positivi da zero verso destra e i negativi da zero verso sinistra se pensi invece ad una sola direzione come in questo caso destra tutti i numeri hanno lo stesso ordine e vanno dal più piccolo al più grande. Noi pensavamo fossero proprio due cose diverse invece hanno tantissimo in comune. Noi pensavamo invece fossero due cose diverse positivi più grande negativi più piccoli: non pensavamo alle altre cose che hanno in comune.



Spiegazione con funzione 2:
Francesca spiega che, in generale, sia i numeri positivi che i numeri negativi crescono andando verso destra.

Spiegazione con funzione 2 e 6 (vuole contribuire alla spiegazione collettiva)

Dimensione **teleologica**:
Francesca ha lo scopo di trovare una "regola" generale e utilizza la linea dei numeri come supporto.
Dimensione **comunicativa**
(afferma esplicitamente che "si va in una sola direzione", cerca di coinvolgere i suoi compagni ("Noi pensavamo...") per ottenere il loro consenso).

Il secondaria di I grado

Guglielmo è sempre contento quando può invitare a casa sua gli amici.

In tali occasioni prepara la sua specialità, l'**arancia-frizza**, mischiando succo d'arancia e Sprite.

Venerdì prepara 7 litri di arancia-frizza, mischiando 3 litri di succo d'arancia e 4 di Sprite.

Sabato prepara 9 litri di arancia-frizza, mischiando 4 litri di succo d'arancia e 5 di Sprite.

L'arancia-frizza di sabato avrà lo stesso gusto di quella di venerdì? Spiega il tuo ragionamento.



Richiesta di
spiegazione con
funzione 2

Francesca:

Secondo me l'arancia frizza di sabato avrà lo **stesso gusto** di quella di venerdì perché, anche se le quantità del prodotto sono diverse, il rapporto tra gli ingredienti è lo stesso. Infatti per preparare l'arancia frizza si usa sempre 1 litro in più di sprite rispetto al succo di arancia. Secondo me il rapporto tra gli ingredienti dell'arancia frizza è il seguente: $(x-1)/x$



Francesca:

Secondo me l'arancia frizza di sabato avrà lo **stesso gusto** di quella di venerdì perché, anche se le quantità del prodotto sono diverse, il **rapporto** tra gli ingredienti è lo stesso. Infatti per preparare l'arancia frizza si usa sempre 1 litro in più di sprite rispetto al succo di arancia. Secondo me il rapporto tra gli ingredienti dell'arancia frizza è il seguente: $(x-1)/x$



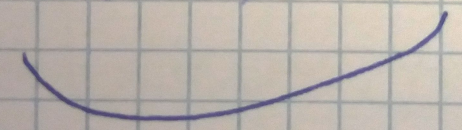
- Spiegazione con funzione 2
- (Francesca fornisce una motivazione: per lei il gusto non cambia perché il rapporto tra ingredienti non cambia).

- Carenze a livello **epistemico** (perché Francesca chiama "rapporto" quella che in realtà è una relazione additiva, non moltiplicativa).
- Dimensione **comunicativa** buona (l'utilizzo di notazioni algebriche è coerente con lo scopo di farsi capire dai compagni)

Marianna:

Secondo me l'arancia frizza di sabato avrà lo stesso gusto di quella di venerdì perché anche se sabato aggiunge un litro di succo d'arancia in contemporanea ne aggiunge uno anche di sprite. Secondo me cambia solo la quantità [...] Se non avesse cambiato la quantità di litri fosse rimasta di 7 litri il gusto sarebbe cambiato perché avrebbe usato più o meno litri rispetto al caso di venerdì di ogni bevanda (ad es 2 litri di succo d'arancia e 5 di sprite, in questo caso sapeva più di sprite). Sarebbe stato diverso il gusto mantenendo la quantità di 9 litri se avesse distribuito in modo diverso i litri a sua disposizione, ad esempio 6 di sprite e 3 di succo. In più il gusto non cambia per via del rapporto di similitudine che rimane invariato in tutti e due i casi dato che è di $1/2$



$$\frac{\cancel{3}1}{42} = \frac{\cancel{4}1}{\cancel{5}3} = \frac{1}{2}$$


Leonardo:

Si possono paragonare i litri di aranciata e litri di sprite ai lati di due rettangoli quindi per capire se le due arance frizze trasformate in rettangoli sono simili bisogna vedere se il prodotto tra gli estremi è uguale a quello dei medi

$$3 \cdot 4 = 4 \cdot 3$$



$$3 + 5 = 8$$

$$4 + 4 = 8$$

LA ARANCIA FRIZZA
DI NERI È UGUALE
A QUELLA DI SABATO



Riguarda quello che avevi scritto. Pensi che la soluzione sia corretta? Pensi che la risposta da te proposta contenga anche una spiegazione per la soluzione proposta? Se sì, useresti la stessa oggi? Se no, quale spiegazione forniresti oggi?

Francesca:

Secondo me l'arancia frizza di sabato avrà lo **stesso gusto** di quella di venerdì perché, anche se le quantità del prodotto sono diverse, il rapporto tra gli ingredienti è lo stesso. Infatti per preparare l'arancia frizza si usa sempre 1 litro in più di sprite rispetto al succo di arancia



Ora non lo penso più perché utilizzando la proporzione $3:4=4:5$ ho capito che il rapporto tra gli ingredienti non è lo stesso. Infatti, perché una proporzione sia corretta, se le si toglie un termine (tra i medi e gli estremi), per "ritrovarlo" bisogna moltiplicare tra loro i medi o gli estremi e poi dividere il risultato per il numero rimanente

*SE PROVANO A FARE CIÒ, TOGLIENDO UN "TERMINE" DALLA NOSTRA PROPORZIONE, SI PUÒ CAPIRE CHE GLI INGREDIENTI NON HANNO LO STESSO RAPPORTO, INFATTI:

$$3:4 = x:5$$


$$x = \frac{3 \cdot 5}{4} = 3,7$$

$$3,7 \neq 4$$

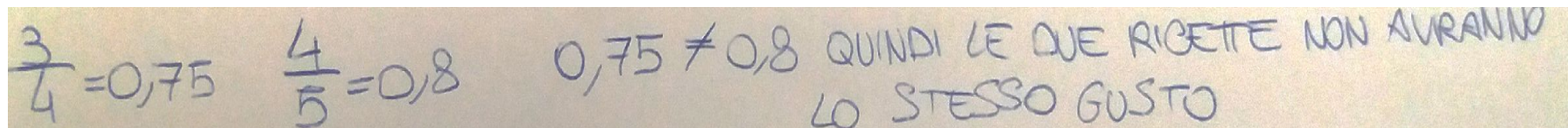
Riguarda quello che avevi scritto. Pensi che la soluzione sia corretta? Pensi che la risposta da te proposta contenga anche una spiegazione per la soluzione proposta? Se sì, useresti la stessa oggi? Se no, quale spiegazione forniresti oggi?

Francesca:

Secondo me l'arancia frizza di sabato avrà lo **stesso gusto** di quella di venerdì perché, anche se le quantità del prodotto sono diverse, il rapporto tra gli ingredienti è lo stesso. Infatti per preparare l'arancia frizza si usa sempre 1 litro in più di sprite rispetto al succo di arancia



Io la spiegherei in questo modo: io ho scritto che il rapporto tra gli ingredienti di ogni singola ricetta è $(x-1)/x$ e secondo me è vero perché se trasformiamo in frazione i vari litri delle ricette otteniamo $\frac{3}{4}$ e $\frac{4}{5}$. Per poi capire che il rapporto tra gli ingredienti delle due ricette non è lo stesso basta eseguire la frazione, ossia una divisione:



$\frac{3}{4} = 0,75$ $\frac{4}{5} = 0,8$ $0,75 \neq 0,8$ QUINDI LE DUE RICETTE NON AVRANNO LO STESSO GUSTO

Francesca:

Secondo me l'arancia frizza di sabato avrà lo **stesso gusto** di quella di venerdì perché, anche se le quantità del prodotto sono diverse, il rapporto tra gli ingredienti è lo stesso. Infatti per preparare l'arancia frizza si usa sempre 1 litro in più di sprite rispetto al succo di arancia

Spiegazione con funzione 1 (spiega come calcolare il termine incognito nella proporzione), 2 (fa riferimento alla proporzione per spiegare perché il ragionamento iniziale era non accettabile)

Dimensione **epistemica** (ragionamento proporzionale), **teleologica** (scelta di usare le proporzioni), **comunicativa**



Ora non lo penso più perché utilizzando la proporzione $3:4=4:5$ ho capito che il rapporto tra gli ingredienti non è lo stesso. Infatti, perché una proporzione sia corretta, se le si toglie un termine (tra i medi e gli estremi), per "ritrovarlo" bisogna moltiplicare tra loro i medi o gli estremi e poi dividere il risultato per il numero rimanente

*SE PROVANO A FARE CIO', TOGLIENDO UN "TERMINE" DALLA NOSTRA PROPORZIONE, SI PUO' CAPIRE CHE GLI INGREDIENTI NON HANNO LO STESSO RAPPORTO, INFATTI:

$$3:4 = x:5$$
$$x = \frac{3 \cdot 5}{4} = 3,7$$
$$3,7 \neq 4$$

Spiegazioni?

Comportamento
razionale?

“Evoluzione”?

Riflessione sulle
attività proposte e le
metodologie di
lavoro adottate

Spiegazioni?

Comportamento
razionale?

“Evoluzione”?

Argomentazione come **mezzo** per costruire i
significati matematici

Spiegazioni?

Comportamento
razionale?

“Evoluzione”?

Emerge presto la ricerca di garanzie di tipo “teorico”

Da funzione 1 e 5 a funzione 2 già al livello di scuola
primaria; funzione 6

Razionalità dello spiegare

Spiegazioni?
Comportamento
razionale?
“Evoluzione”?

Emerge presto la ricerca di garanzie di tipo “teorico”

Funzione 2 già al livello di scuola primaria; funzione 6

Razionalità dello spiegare

Spiegazione con funzione 1

- dimensione epistemica: correttezza della procedura
- dimensione teleologica: riferimento allo scopo
- dimensione comunicativa: organizzazione di una spiegazione comprensibile

Spiegazione con funzione 2

- dimensione epistemica: riferimento a proprietà matematiche
- dimensione teleologica: scelta della proprietà adatte allo scopo
- dimensione comunicativa: organizzazione di una spiegazione comprensibile

Spiegazione con funzione 3

- dimensione epistemica: correttezza dell'interpretazione
- dimensione teleologica: scelta del contesto adeguato/uso dell'interpretazione per sostenere il ragionamento
- dimensione comunicativa: chiarezza nell'esporre la relazione tra matematico e quotidiano

Spiegazioni?

Comportamento
razionale?

“Evoluzione”?

Emerge presto la ricerca di garanzie di tipo “teorico”

Funzione 2 già al livello di scuola primaria; funzione 6

Dimensioni del comportamento razionale

Produrre spiegazioni,
ascoltare e valutare
criticamente le spiegazioni
prodotte da altri, valutare
criticamente le proprie
spiegazioni

Spiegazioni?
Comportamento
razionale?
“Evoluzione”?

Riflessione sulle
attività proposte e le
metodologie di
lavoro adottate

Discussione matematica
Didattica del confronto

Cicli di lavoro individuale -
discussione - ripensamento