

Building Thinking Classrooms in Mathematics

Peter Liljedahl
Simon Fraser University
Canada

La ricerca di Liljedahl



20% degli studenti trascorrevano meno del 20% del tempo in classe a pensare

80% non pensava quasi mai!!!



La ricerca di Liljedahl

Organizzazione degli spazi



disposizione frontale



studenti passivi
nei banchi



La ricerca di Liljedahl

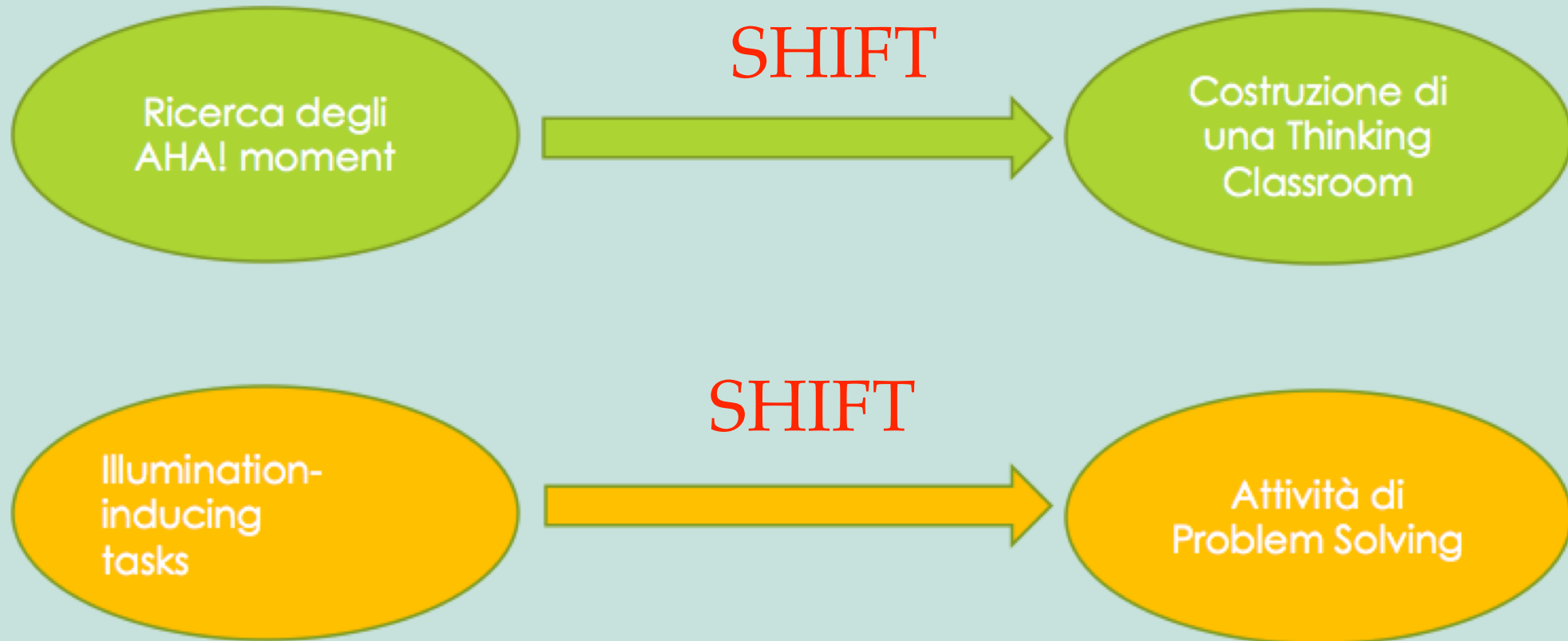
Ricerca sull'**AHA! Experience** (Liljedahl, 2004), cioè un'esperienza che porta ad **illuminazioni** matematiche.



Creare Task che inducessero AHA! Experience, in cui la soluzione ad un determinato problema, non necessariamente matematico, appare in un lampo di illuminazione in seguito ad una situazione di blocco.



La ricerca di Liljedahl



Cosa è una Thinking Classroom?



UNA CLASSE CHE NON SOLO
CONDUCA AL PENSIERO, MA CHE SIA
ANCHE OCCASIONE DI PENSIERO



UNO SPAZIO CHE SIA ABITATO DA
INDIVIDUI CHE PENSANO
INDIVIDUALMENTE E
COLLETTIVAMENTE



UN AMBIENTE CHE PERMETTA DI
COSTRUIRE CONOSCENZE E
COMPRESIONI ATTRAVERSO
ATTIVITÀ E DISCUSSIONE

I punti focali della Thinking Classroom

1. **Tipologia del Task:** coinvolgente e collaborativo
2. **Come proporre il Task (modo e tempi):** lo storytelling
3. **Come formare gruppi di lavoro:** visibilmente casuali
4. **Workspace dello studente:** superfici verticali non permanenti
5. **L'organizzazione dell'aula:** l'insegnante deve rivolgersi alla classe da vari punti dell'aula
6. **Come rispondere alle domande** degli studenti durante il compito
7. **Come dare suggerimenti ed estensioni** durante l'attività
8. **Autonomia dello studente:** incoraggiare l'interazione tra i gruppi e dentro ogni gruppo
9. **Quando e come** un insegnante decide di **portare** l'intera classe a **un certo livello**
10. **Annotazioni dello studente:** gli studenti dovrebbero fornire feedback sul lavoro fatto
11. **Domande pratiche:** le domande dovrebbero testare la comprensione dello studente
12. **Valutazione formativa:** informare gli studenti circa il livello di apprendimento
13. **Valutazione sommativa:** concentrata sui processi di apprendimento
14. **Esposizione:** concentrata nel riconoscere l'apprendimento dello studente.

Il Task

Se si vuole che gli studenti pensino bisogna dar loro qualcosa a cui pensare.

Task altamente **coinvolgente ed intrigante**: gli studenti non possono resistere e si devono cimentare nella sua risoluzione, appassionandosi alle riflessioni che esso stimola.

condizione in cui:
- si riscontra l'impegno del problem solving
- attivazione di pensiero.

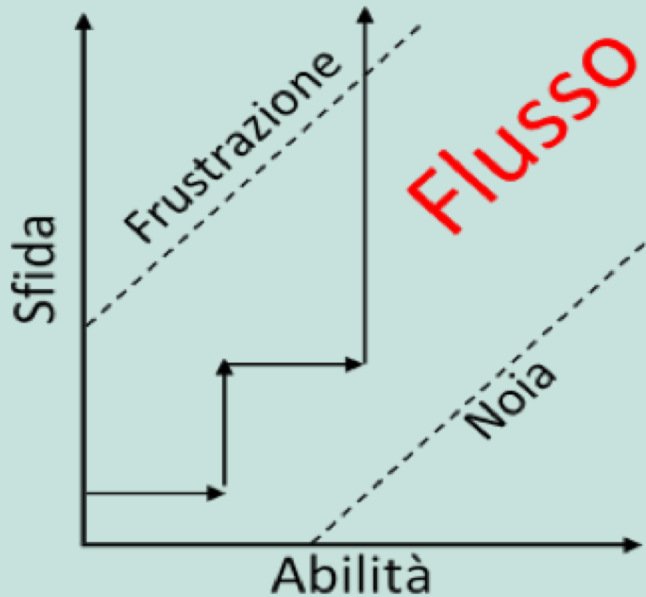
Giusto equilibrio tra **sfida** e **abilità**, senza creare **frustrazione** o **noia**.



Far "entrare" e mantenere gli studenti in questo flusso

Il Task

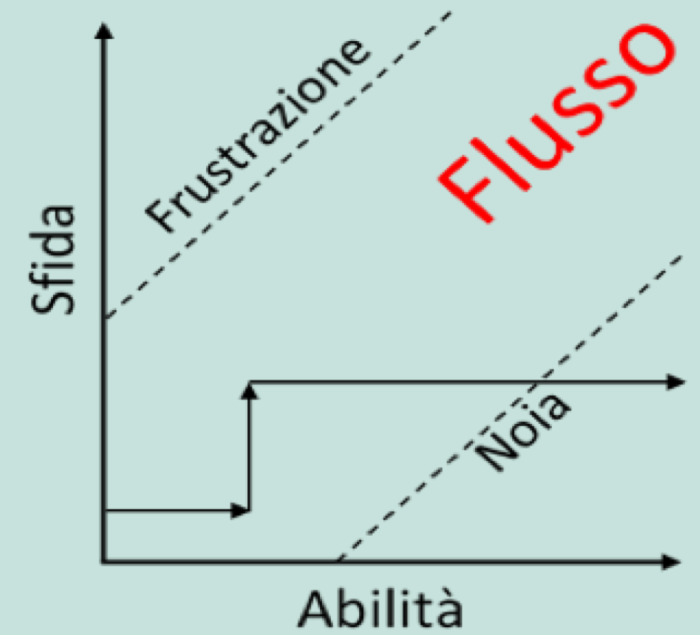
Fattore influente: il TEMPO



Se si aumenta la sfida di un compito prima che uno studente abbia avuto la possibilità di far crescere completamente la sua abilità



si spinge lo studente nella **frustrazione**



Troppo tempo prima di aumentare la sfida



si spinge lo studente alla **noia**

La nostra ricerca sulla Mathematical Thinking Classroom

- ❖ **Contesto:** Dipartimento di Matematica e Applicazioni «R. Caccioppoli», Corso di Laurea Magistrale in Matematica a indirizzo didattico
- ❖ **Formazione di futuri insegnanti di Matematica:** 4 workshop condotti da P. Liljedahl
- ❖ **Decostruzione** della metodologia da un punto di vista culturale
- ❖ **Progettazione e implementazione** di una Thinking Classroom da parte dei futuri insegnanti.



Tesi di Laurea Magistrale in Matematica

**UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI
"FEDERICO II"**



**SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE
AREA DIDATTICA IN SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E NATURALI**

CORSO DI LAUREA MAGISTRALE IN MATEMATICA

**TESI DI LAUREA
IN
DIDATTICA DELLA MATEMATICA**

**MATHEMATICAL THINKING CLASSROOM:
UN NUOVO MODO DI LAVORARE CON I PROBLEMI
IN AMBITO EDUCATIVO**

RELATORE:
**Ch.ma Prof.ssa
Maria Mellone**
CORRELATORE:
**Ch.ma Prof.ssa
Flavia Giannetti**

CANDIDATO:
**Roberta Speciale
Matricola N98/487**

ANNO ACCADEMICO 2019/2020

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI NAPOLI FEDERICO II



SCUOLA POLITECNICA E DELLE SCIENZE DI BASE
AREA DIDATTICA DI SCIENZE MATEMATICHE FISICHE E
NATURALI

Il Problem Solving Matematico in aula:

dall'approccio cognitivo di Polya

alla Mathematical Thinking Classroom di Liljedahl

Relatrice:

Ch.ma Prof.ssa Tiziana Pacelli

Correlatore:

Ch.mo Prof. Alessandro De Luca

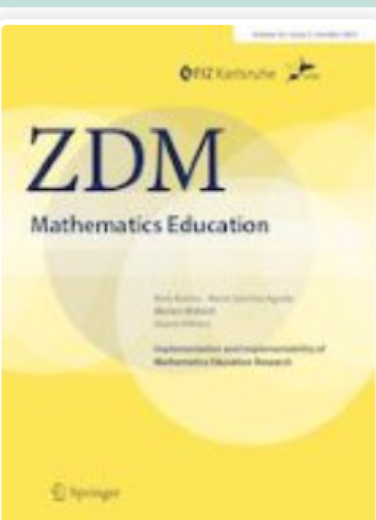
Candidata:

Federica Cicalese

Matricola N98/311

ANNO ACCADEMICO 2019-2020

La nostra ricerca sulla Mathematical Thinking Classroom



ZDM – Mathematics Education
https://doi.org/10.1007/s11858-021-01256-z

ORIGINAL PAPER

Cultural transposition of a thinking classroom: to conceive possible unthoughts in mathematical problem solving activity

Maria Mellone¹ · Tiziana Pacelli² · Peter Liljedahl²

Accepted: 12 March 2021
© The Author(s) 2021

Abstract

This study concerns a professional development course designed and implemented for prospective teachers, centred on a teaching method regarding problem-solving activity, namely, the Thinking Classroom. The study is framed in the theory of cultural transposition, a perspective about the encounter with teaching practices from different cultural/school contexts. Cultural aspects are considered crucial and this encounter between cultures is seen as an opportunity for actors to become aware of their own unthoughts, i.e., some of the ‘invisible’ cultural beliefs about teaching and learning absorbed by their own culture. According to this framework, we present the results from a questionnaire given to all the participants, and two case studies of prospective teachers involved in the professional development, in order to discuss the kind of unthoughts on which they have focused in thinking about this training experience.

Keywords Cultural transposition · Thinking classroom · Unthoughts · Mathematical problem solving

1 Introduction

How is the term ‘problem’ defined? In Chinese, it can be expressed with the ideogram 问题 [Wèntí] that means question, challenge, referring also to the pleasure derived from this process. However, in the Western part of the world, this word¹ is often understood to indicate difficulty. Many different nuances of meanings and feelings associated with the idea of problem solving, as well as different strategies and representations used by students to solve mathematical problems, are dispersed through different countries and cultures (e.g., Cai, 2004). In recent years, some scholars have started to examine how students’ ideas and attitudes—meant as a mix of emotions, beliefs, and perceived competences on mathematical problem—are related to the lived school experience (e.g., Di Martino, 2019). Empirical findings indicate that these factors can strongly influence students’ approaches to problem solving (Di Martino & Zan, 2011). The ideas that mathematics teachers have of mathematics

and problem solving are also strongly conditioned by their personal/professional experiences (Berk & Cai, 2019) and by their cultural context. In turn, these mathematics teachers’ ideas and attitudes shape their educational practices, thus influencing students’ mathematics learning (Berk & Cai, 2019). For this reason, we believe that it is interesting to build cross-cultural research experiences focused on different ways of looking at mathematics in general, and mathematical problem solving in particular.

In this study, we present an encounter of a group of Italian prospective teachers (PTs) with a different way of working with mathematical problem solving, coming from a different cultural context. In particular, we designed and implemented for them a professional development (PD) experience centred on the *Thinking Classroom* (TC) (Liljedahl, 2016, 2020). The study is situated in the larger context of teacher learning literature, including works on PD related to changes in beliefs, as effective PD should increase teachers’ knowledge while reflecting on their beliefs, which should be reflected in their educational practices with the aim of improving student learning (Berk & Cai, 2019; Cai et al 2019). Our aim was to ascertain if and how encountering

✉ Tiziana Pacelli
tiziana.pacelli@unina.it

¹ Department of Mathematics, Università degli studi di Napoli Federico II, Naples, Italy

² Faculty of Education, Simon Fraser University, Burnaby, Canada



2 2021 Archimede

MATHEMATICAL THINKING CLASSROOM: UN NUOVO MODO DI PORTARE I PROBLEMI IN CLASSE

di Maria Mellone e Tiziana Pacelli

INTRODUZIONE

La capacità di affrontare e risolvere problemi è ampiamente riconosciuta, sia in contesto internazionale (NCTM, 2020) che nazionale (MIUR, 2012), come una delle competenze matematiche più importanti da sviluppare negli studenti durante il loro percorso scolastico in matematica—non solo, naturalmente—e da portarsi come bagaglio per la vita. Nonostante i traguardi per competenze delle Indicazioni Ministeriali per il primo e secondo ciclo facciano esplicitamente riferimento alla competenza di problem-solving, l’impressione è che la risoluzione di problemi sia ancora la cenerentola dell’attività matematica a tutti i livelli scolari: sembrano prevalere, talvolta in modo quasi esclusivo, le attività che richiedono un approccio riproduttivo, piuttosto che quelle che mettono in gioco il pensiero produttivo.

In questo articolo parleremo di una metodologia di lavoro con il problem-solving matematico, sviluppata da Peter Liljedahl (Simon Fraser University, Vancouver, Canada): la *Mathematical Thinking Classroom*, metodologia che ha sperimentato per anni e descritto in un libro (Liljedahl, 2020).

Durante un recente periodo di *visiting* del professore canadese presso il nostro Dipartimento di Matematica e Applicazioni «R. Caccioppoli» dell’Università degli studi di Napoli Federico II, abbiamo avuto l’opportunità di osservarlo condurre attività coerenti con l’approccio della *Thinking Classroom* con studenti dell’indirizzo didattico. In questo articolo, dopo una breve descrizione di tale approccio, lo esemplificheremo a partire dall’esperienza di due studenti.

MATHEMATICAL THINKING CLASSROOM

La *Mathematical Thinking Classroom* nasce dall’esperienza di osservazione diretta, condotta da Liljedahl per più di 15 anni, delle realtà di classe nelle scuole canadesi e, in particolare, dello stato, per così dire, di torpore di molti degli studenti. Gli studi hanno evidenziato come in media gli studenti non attivano un pensiero autonomo per più del 20% del tempo della lezione, e come l’80% degli studenti non riesce nemmeno ad attivarsi nonostante i rari stimoli ricevuti (Liljedahl, 2020). D’altra parte, Liljedahl sottolinea come le strutture e le norme isti-

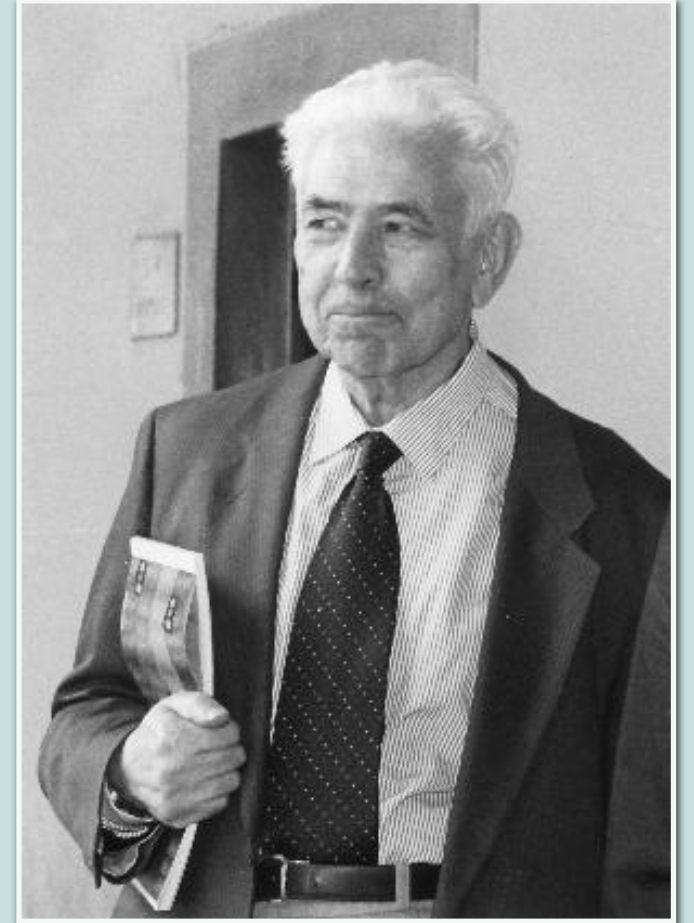
Trasposizione Culturale

La Trasposizione Culturale è una prospettiva che inquadra l'uso di **pratiche educative matematiche adottate in altri contesti culturali** come un'opportunità per **mettere in discussione le pratiche didattiche del proprio contesto culturale**, al fine di riconsiderare l'intenzionalità educativa alla base di ogni prassi educativa (Mellone, Pacelli, & Liljedahl, 2021)

Nell'adottare la prospettiva della Transizione Culturale, **l'obiettivo non è quello di realizzare uno studio comparativo, ma piuttosto di aprire un dialogo tra due culture diverse in cui ogni pensiero, incontrando l'altra cultura, mette in discussione il proprio impensato (Jullien, 2006).**

“Un bel problema, anche se non lo risolvi,
ti fa compagnia se ci pensi ogni tanto”

*Ennio De
Giorgi*



Emma Castelnuovo

LA NECESSITÀ DI UN CAMBIAMENTO

Per una visione democratica dell'apprendimento della matematica

Consideriamo le esperienze materiali e sensibili come elementi centrali del lavoro di insegnanti e studenti mentre sono coinvolti in attività matematiche.

Ci riferiamo in particolare all'opera magistrale e al pensiero di Emma Castelnuovo (1963) che nella sua metodologia didattica raccomanda vivamente di consentire agli alunni l'osservazione diretta, individuale e collettiva della realtà "facendo matematica con le mani sporche».



artefatti

Le esposizioni matematiche

Emma Castelnuovo

Figlia di Guido Castelnuovo, insegna per anni nella scuola secondaria di primo grado “Torquato Tasso” di Roma, dove mette a punto e migliora il suo metodo di insegnamento.

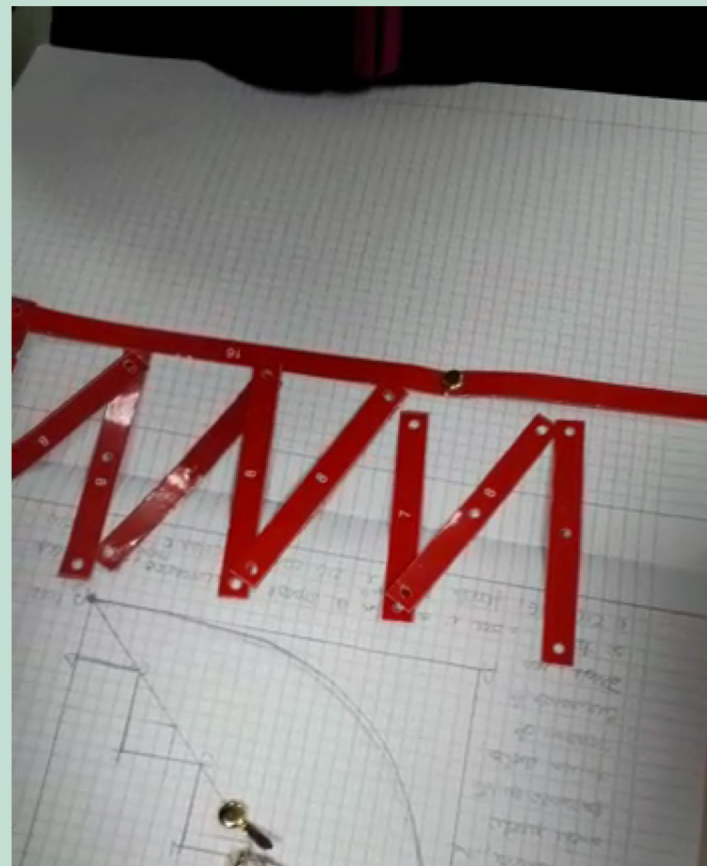
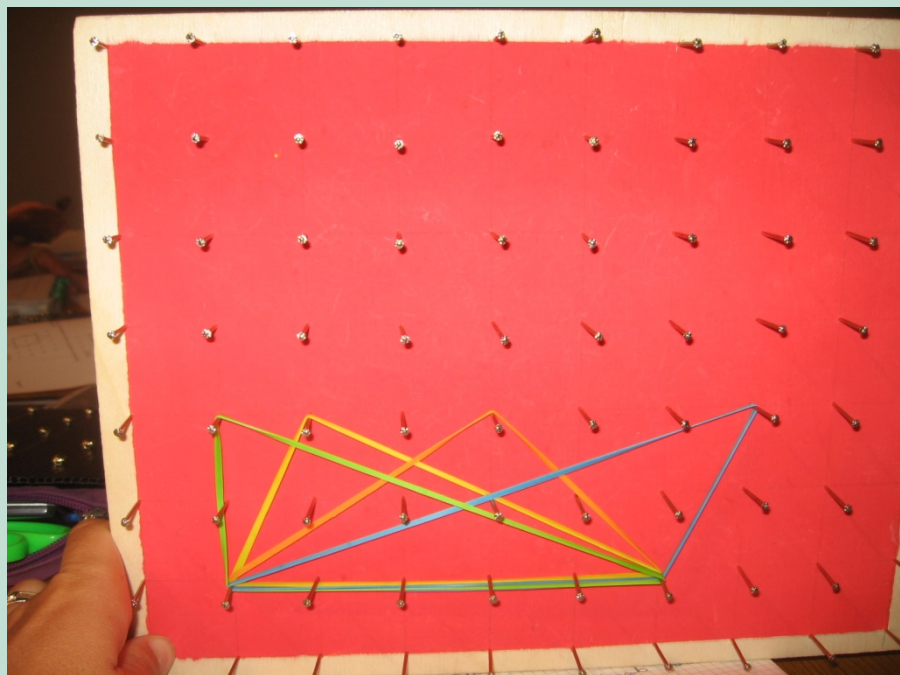
La base del metodo di insegnamento di Emma Castelnuovo è l'attività laboratoriale che si poggia su due cardini importanti:

- uso di **artefatti** e materiali;
- organizzazione di **Esposizioni di Matematica.**

Materiali

I materiali si dividono in:

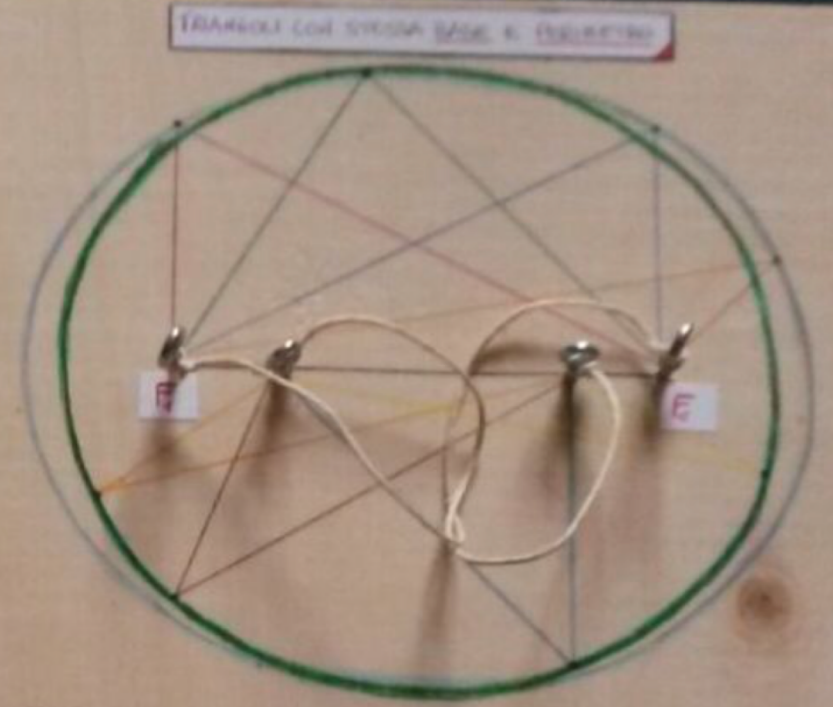
- materiale individuale



- materiale collettivo



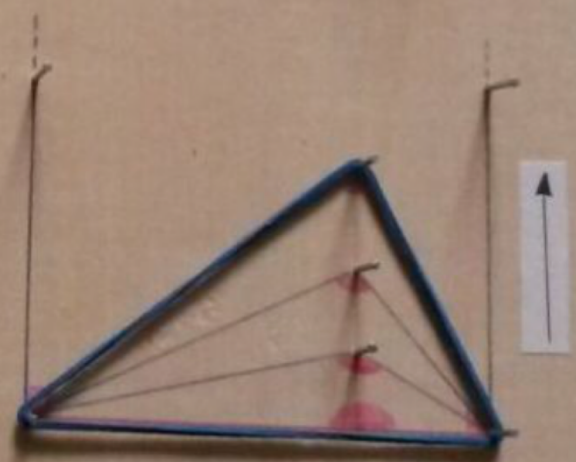
TRIANGOLI CON STESSA BASE
E STESSA AREA.
CASO DISCRETO



TRIANGOLI CON STESSA BASE E STESSA AREA



TRIANGOLI CON STESSA BASE
E STESSA AREA.
CASO CONTINUO



DIMOSTRAZIONE DEL TEOREMA
FONDAMENTALE DEI TRIANGOLI.
"IN UN TRIANGOLO LA SOMMA
DEGLI ANGOLI INTERNI E' UN
ANGOLO PIATTO"

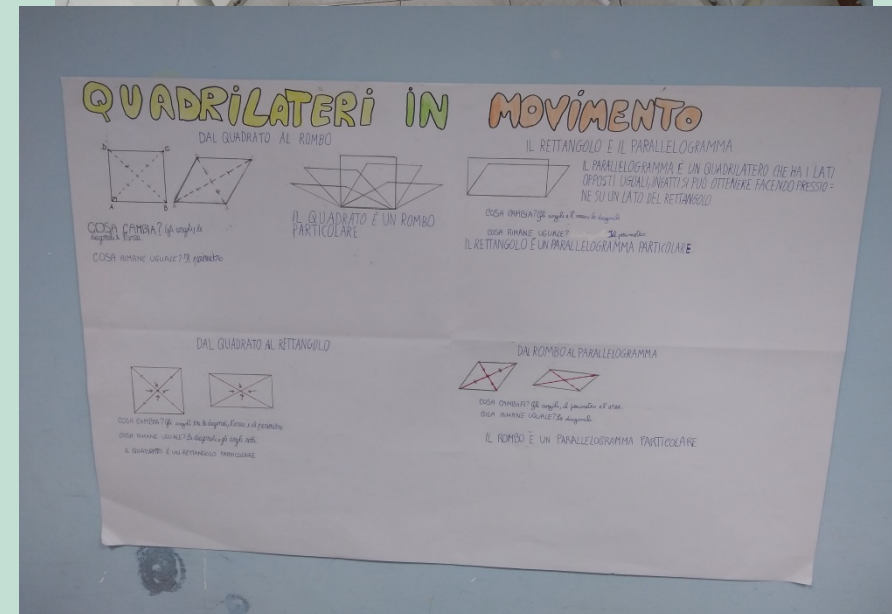
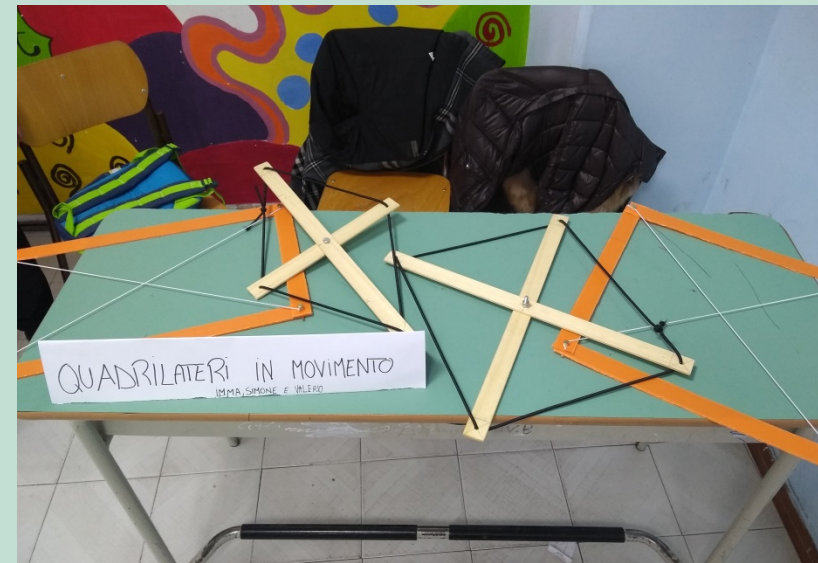
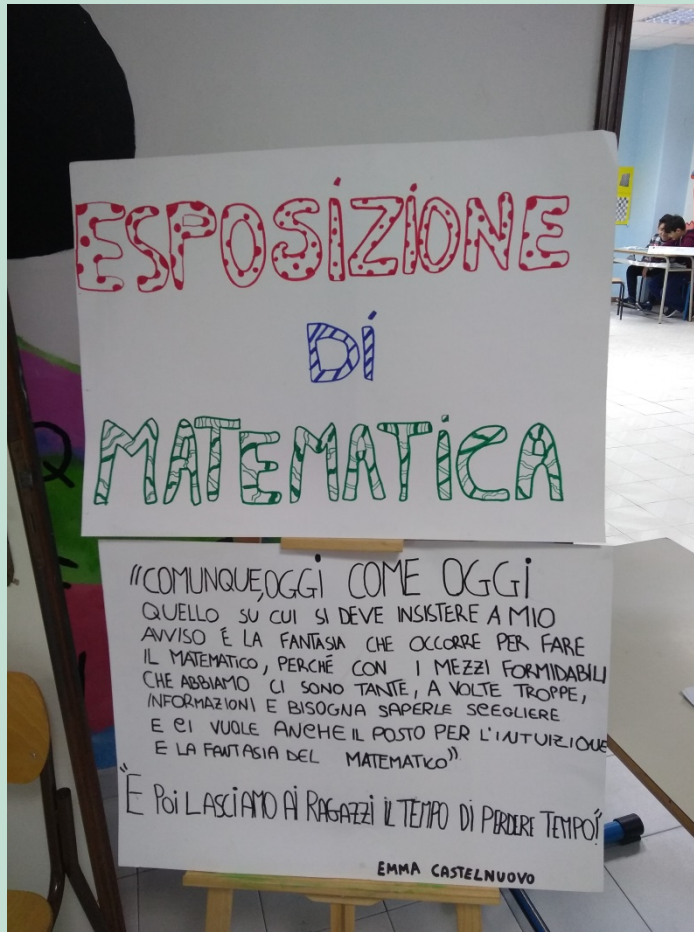
Embodied Cognition

Teoria che spiega come ogni forma di conoscenza e cognizione umana sia incarnata e passi attraverso l'esperienza corporea

Cfr. ad esempio:

- Alain Berthoz (1998);
- George Lakoff e Núñez (2000);
- Giuseppe Longo (2016);
- Luis Radford (2013).

Esposizioni della Matematica





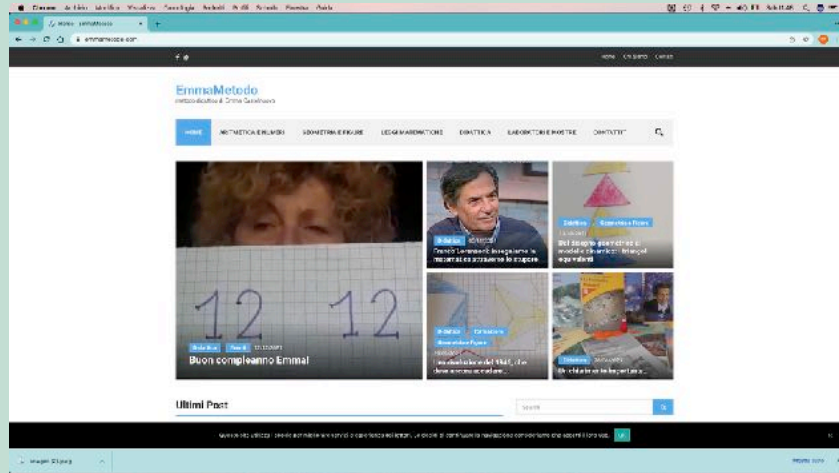
C'è un passaggio del testo del **Recovery Plan** che colpisce molto ed è quello (l'unico forse) in cui si parla esplicitamente di metodi di insegnamento.

Vediamo: *“Appare particolarmente carente la preparazione degli studenti del ciclo secondario nelle abilità di comunicare e dibattere, di comprensione della logica che sottostà alle tecnologie informatiche, nella capacità di risolvere i problemi – carenze cui si può far fronte recuperando ad esempio i metodi di **Emma Castelnuovo** per l'insegnamento della matematica nelle scuole”*

Dove oggi potete incontrare il lavoro di Emma



Dove potete incontrare oggi il lavoro di Emma



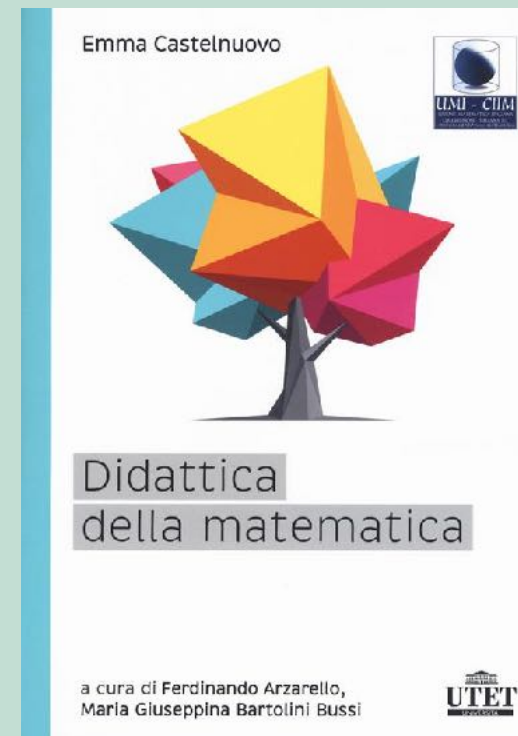
Nel sito emma metodo
www.emmametodo.com



[La biblioteca di Emma](#)

Dove potete incontrare oggi il lavoro di Emma

- Alcuni testi di riferimento



I suoi libri di testo per le scuole secondarie di primo grado (adottabili)



Primo anno

Numeri A

Figure piane A

Secondo anno

Numeri B

Figure Piane B

Terzo anno

Leggi matematiche

Figure solide

Nelle mente e nelle mani...

Le mani sono più democratiche, perché manipolando stecchini ed elastici e muovendo figure sul piano e nello spazio tutti possono arrivare a capire anche gli argomenti più complessi. Bisogna tuttavia «dare ai ragazzi il tempo di perdere tempo», cioè la possibilità di soffermarsi sulle cose: «Nella scoperta matematica la fantasia si unisce alla logica» .

E quindi...le
sperimentazioni in classe

Parliamo del lavoro di Emma e lo facciamo prendendo in prestito le parole del maestro Franco Lorenzoni suo allievo e pedagogista.



“Nel suo fare scuola applicava il principio elementare secondo cui, se si vogliono mettere in movimento le menti dei ragazzi, bisogna muoversi nello spazio e proporre attività che stimolino la ricerca.”

“La geometria è vedere con gli occhi della mente. Ma poiché, secondo lei, la mente è meno democratica delle mani, per dare la possibilità a tutti di fare scoperte inventò mille modi in cui insegnare la matematica con materiali semplici come spaghetti, elastici e barrette di ferro, dando la possibilità di arrivare a comprendere i concetti più difficili a chi aveva più difficoltà a misurarsi con l’astrazione. Quelle costruzioni, tuttavia, si riempivano di senso perché lei ci insegnava, giorno dopo giorno, ad imparare a guardare con pazienza e ad accorgerci delle trasformazioni che continuamente circondano la nostra vita, dal ritmo delle foglie che nascono sui ramoscelli a primavera alle cento diverse forme di ellissi che disegna a terra l’ombra del cerchio di un segnale stradale esposto al sole.”

Attualmente la ricerca pedagogica, supportata dalla ricerche neuroscientifiche, gli studi sui neuroni specchio e l'Embodied Cognition continuano a confermare che il corpo è un potente mediatore didattico capace di generare profondi e duraturi apprendimenti.

Le parole di Emma



Intervento plenario di Emma Castelnuovo
al festival della matematica a Roma 2007

<https://www.uninettuno.tv/Video.aspx?v=327>