

L'EDUCAZIONE MATEMATICA
TRA INTUIZIONE E RIGORE

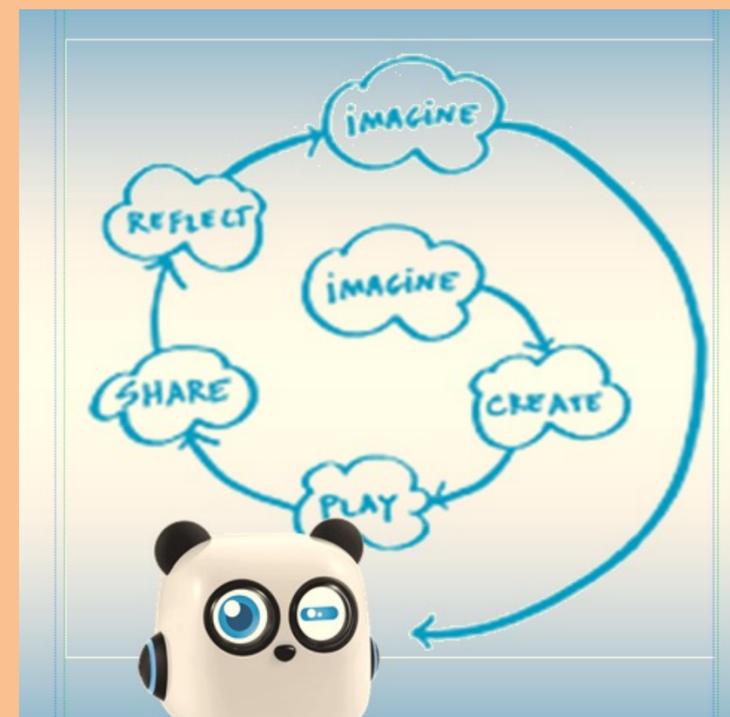
Bisceglie, 25-28 Agosto 2022

mTiny e il senso del numero

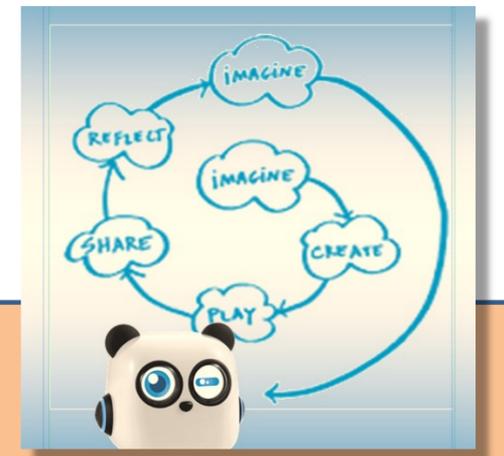
alla scoperta

delle proprietà

della moltiplicazione



Il Nostro Pomeriggio



- **mTiny e il senso del numero:
alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione**
- **Costruire il senso del numero**
- **Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»**
- **Tra Pensiero Matematico e Computazionale:
il creative learning a scuola**

Costruire il senso del numero



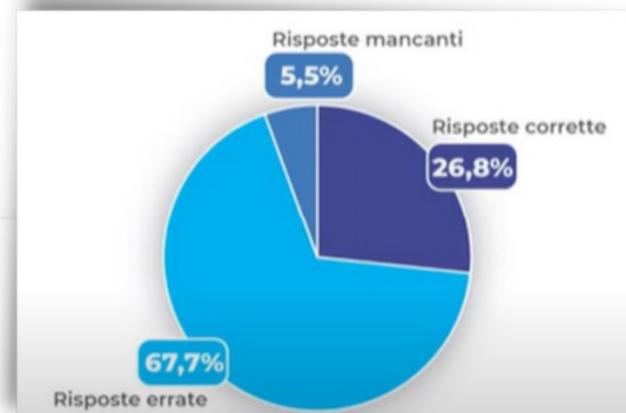
Costruire il senso del numero

D11. Osserva il riquadro:

$$17 + 46 = 60 + 3$$

Perché quello che è scritto nel riquadro è corretto?

- A. Perché ci sono due numeri a destra e due a sinistra del segno di uguale
- B. Perché il risultato della prima addizione è uguale al risultato della seconda addizione
- C. Perché 60 è il risultato di $17 + 46$



D17. Osserva il riquadro:

$$12 \times 3 = 12 + 12 + 12$$

Quello che è scritto nel riquadro è corretto?

- A. No, perché il risultato di 12×3 non è 12
- B. Sì, perché moltiplicare 12 per 3 è come sommare 12 tre volte
- C. No, perché da una parte c'è il segno \times e dall'altra il segno $+$



... ma perché?

mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola primaria

Numeri

- Contare oggetti o eventi, a voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre, ...
- Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, avendo consapevolezza della notazione posizionale; confrontarli e ordinarli, anche rappresentandoli sulla retta.
- Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo.
- Conoscere con sicurezza le tabelline della moltiplicazione dei numeri fino a 10. Eseguire le operazioni con i numeri naturali con gli algoritmi scritti usuali.
- Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali, rappresentarli sulla retta ed eseguire semplici addizioni e sottrazioni, anche con riferimento alle monete o ai risultati di semplici misure.

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



- Contesto: classe 3^a
- Pre requisiti: Concetto di moltiplicazione col diagramma rettangolo
- Obiettivi: Consolidare il calcolo mentale attraverso

➤ Spostamenti sulla linea dei numeri

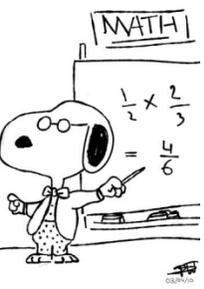
➤ Proprietà della moltiplicazione

Artefatti:

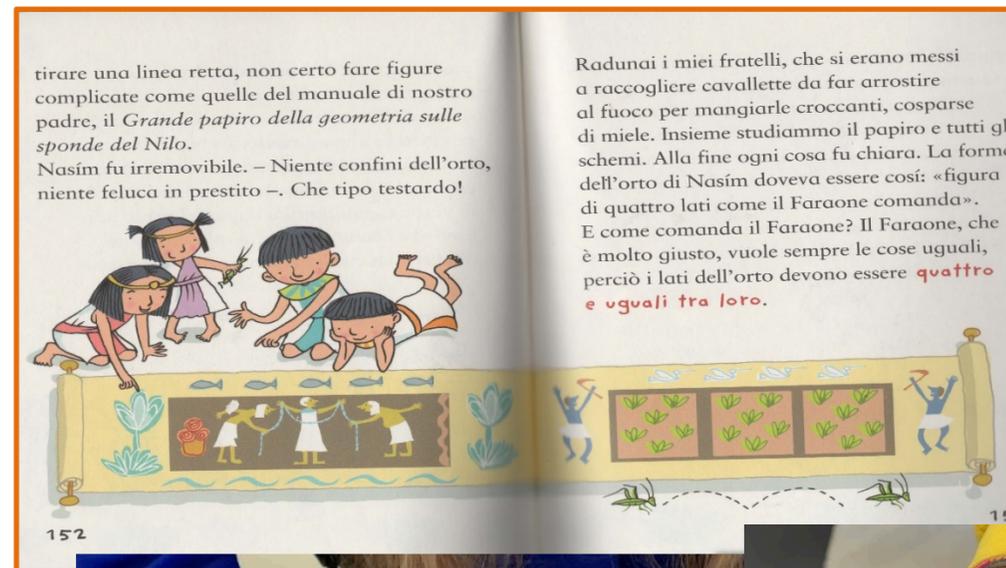
➤ linea dei numeri

➤ mTiny

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione

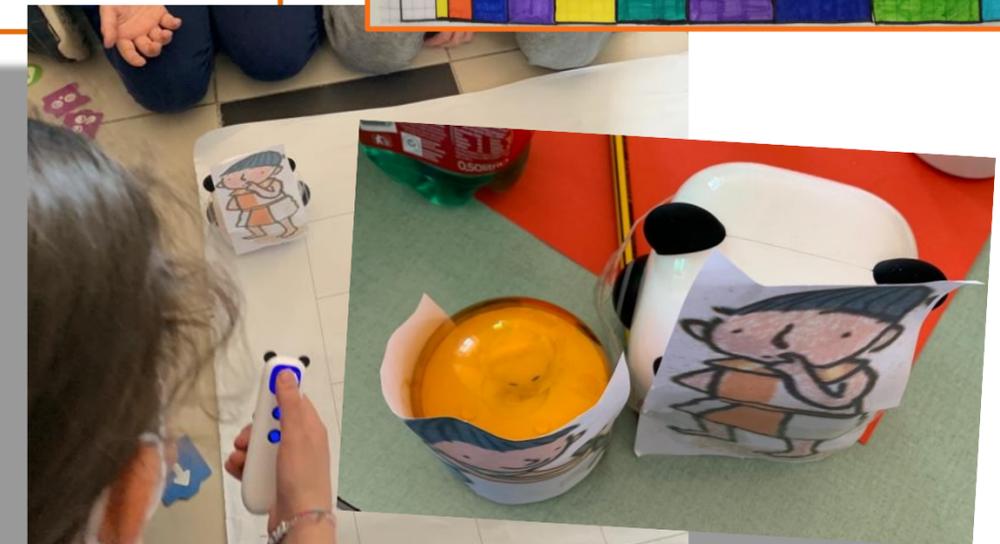
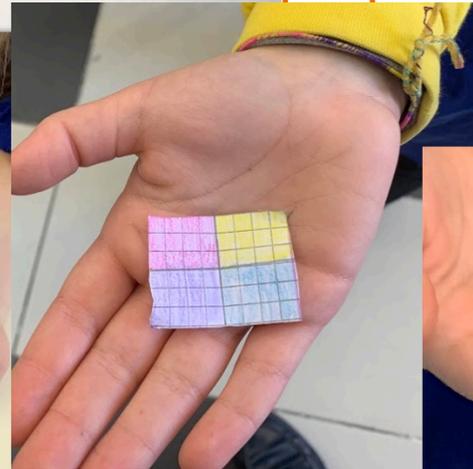
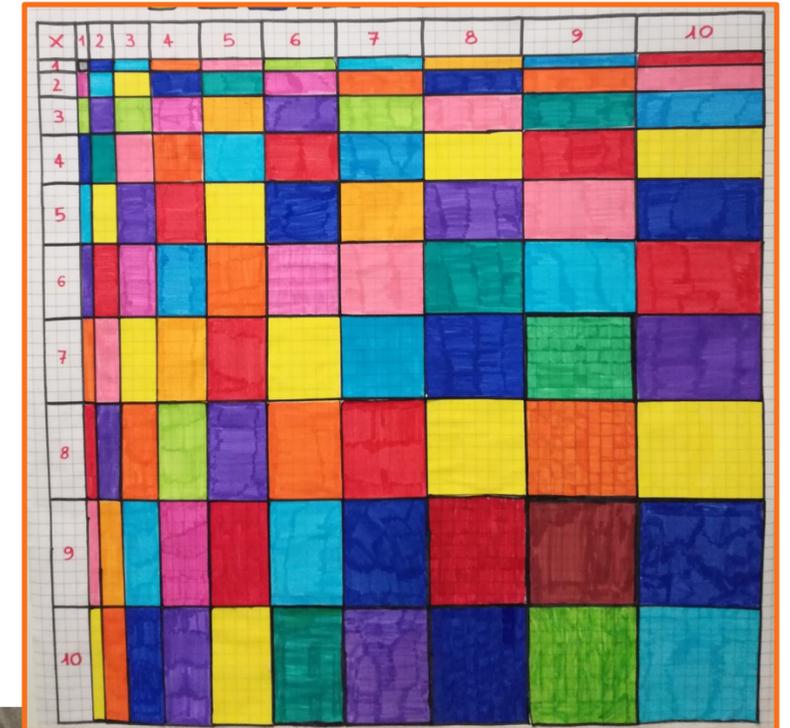


Pre requisiti: Concetto di moltiplicazione col diagramma rettangolo (CLASSE 2[^])



GLI ORTI DI AMES E AMOSE HANNO RISCOSSO GRANDE SUCCESSO, ORA IL FARAONE NE VUOLE ALTRI E DECIDE LUI LE QUANTITA':

- 1 ORTO CON SEZIONI DI 15 POMODORI, 9 ZUCCHINE, 3 PATATE. RAPPRESENTA LE SEZIONI DELL'ORTO CON I COLORI E POI
- CHE FORMA HA CIASCUNA SEZIONE DELL'ORTO?
- QUANTE PIANTINE DOVRA' USARE IN TUTTO PER L'ORTO CHE FORMA HA L'INTERO ORTO?
- QUANTO SARA' LUNGO IL CONFINO?
- AVRESTI POTUTO DISPORRE DIVERSAMENTE LE PIANTINE? SAREBBE CAMBIATA LA QUANTITA' TOTALE?



mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



COM'E' FATTO mTINY?

ANALISI A PRIORI



ROBOT

CONTROLLER

CARDS

MAPS

COME FUNZIONA mTINY?



mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



➤ 1° Obiettivo: eseguire semplici moltiplicazioni (tabelline) sulla linea dei numeri



BeeBot



POTENZIALE SEMIOTICO

mTiny



Input card



Goal card



Action card



Repeat card



Facial expression card



Loop card



Loop parentheses



COSA PUO' FARE mTINY?

mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



POTENZIALE SEMIOTICO

BeeBot



mTiny

Input card



Go! card



Action card



OLTRE BeeBot



Repeat card



Loop card



Loop parentheses

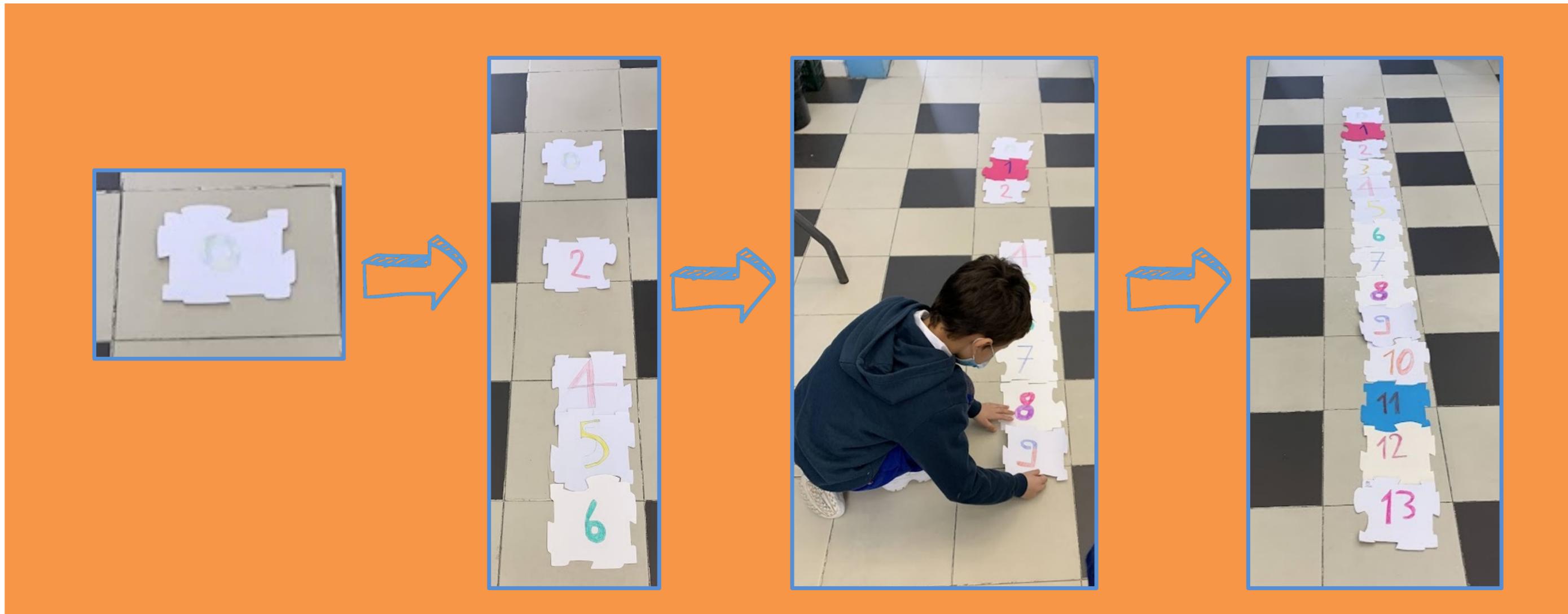


mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione

- 1° Obiettivo: eseguire semplici moltiplicazioni (tabelline) sulla linea dei numeri

LA LINEA DEI NUMERI PER mTINY

QUAL E' IL PASSO DI mTINY?



mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



Ora tocca a noi...

Problema

come possiamo aiutare Mtiny ad eseguire
una moltiplicazione tipo 2×3 ?

mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



PROBLEMA: come possiamo aiutare Mtiny ad eseguire una moltiplicazione come 2×3 ?



MOLTIPLICAZIONE



Lezioni 26/11/2020
 M. Tiny e la proprietà della moltiplicazione
 Proviamo ad eseguire semplici moltiplicazioni
 programmando il nostro piccolo amico.
 Calcoliamo 2×3
 $1 \times 2 = 2$ $2 \times 2 = 4$ $2 \times 3 = 6$
 1 0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10
 (1) + 3 x 2 (2) x 3 (3) (4)
 $2 \times 4 = 8$
 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12 13 14 15

**MOLTIPLICAZIONE
SULLA LINEA DEI
NUMERI**

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



- 2° Obiettivo: Consolidare il calcolo mentale con le proprietà della moltiplicazione
(LA PROPRIETA' ASSOCIATIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE)

POTENZIALE SEMIOTICO

Repeat card



Loop parentheses



COSA PUO' FARE mTINY?

mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



Ora tocca a noi...

Problema

come possiamo aiutare Mtiny ad
eseguire una moltiplicazione tipo 3×6 ?

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione

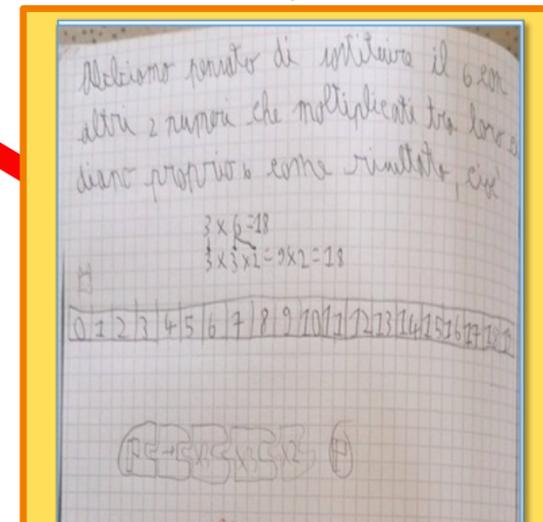


PROBLEMA: MTiny ha le tessere delle ripetizioni entro x5...
...come fare con moltiplicazioni tipo 3x6?

PROPRIETA' DELLA
MOLTIPLICAZIONE

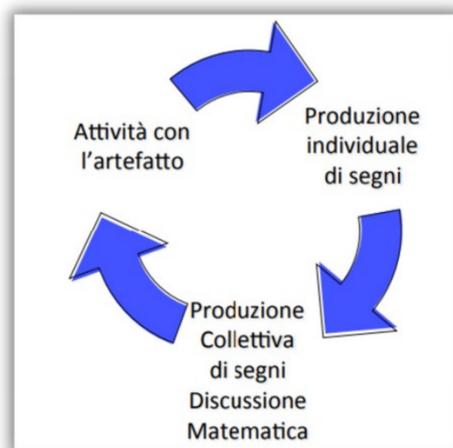


PROPRIETA'
ASSOCIATIVA



Sapere come un numero può essere composto e decomposto ed usare queste informazioni per essere flessibili ed efficienti nella soluzione di problemi (Parish, 2014)

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



- 2° Obiettivo: Consolidare il calcolo mentale con le proprietà della moltiplicazione (LA PROPRIETA' ASSOCIATIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE)

POTENZIALE SEMIOTICO

Repeat card



Loop parentheses



COSA PUO' FARE mTINY?

mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



Ora tocca a noi...

Problema

Come raggiungere lo stesso risultato,
usando il minor numero possibile di tessere?

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione

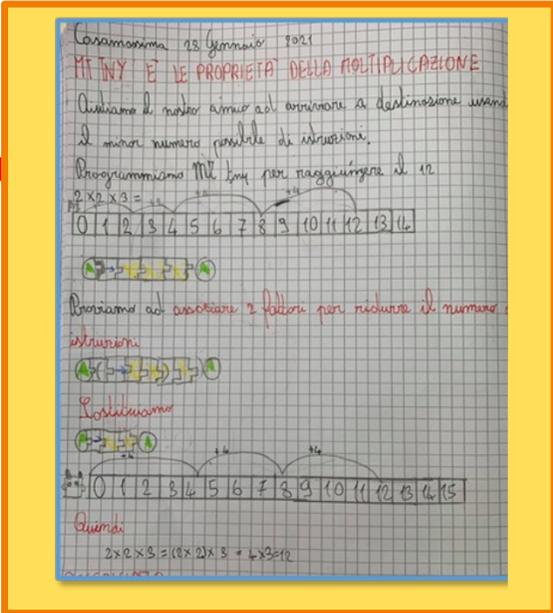


PROBLEMA: MTiny ha le tessere delle ripetizioni entro $x5$...
...come fare con moltiplicazioni tipo 2×6 ?

PROPRIETA' DELLA MOLTIPLICAZIONE



PROPRIETA' ASSOCIATIVA



«Impariamo meglio facendo, impariamo ancora meglio se colleghiamo il nostro fare con il parlare ed il pensare su ciò che abbiamo fatto» Seymour Papert (1928 – 2016)

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



➤ 3° Obiettivo: Consolidare il calcolo mentale con le proprietà della moltiplicazione
(LA PROPRIETA' DISTRIBUTIVA DELLA MOLTIPLICAZIONE)

POTENZIALE SEMIOTICO

Repeat card



Loop parentheses



COSA PUO' FARE mTINY?

**mTiny e il senso del numero:
alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione**

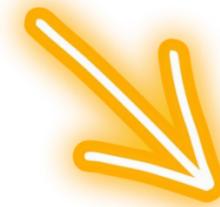


Ora tocca a noi...

Problema

come possiamo aiutare Mtiny ad eseguire
una moltiplicazione tipo 2×7 ?

MTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



PROBLEMA: MTiny ha le tessere delle ripetizioni entro $x5...$
...come fare con moltiplicazioni tipo 7×3 ?

PROPRIETA' DELLA MOLTIPLICAZIONE

PROPRIETA' DISTRIBUTIVA

Costruire il senso del numero



Cosa c'è dietro questa richiesta?

D11. Osserva il riquadro:

$$17 + 46 = 60 + 3$$

Perché quello che è scritto nel riquadro è corretto?

- A. Perché ci sono due numeri a destra e due a sinistra del segno di uguale
- B. Perché il risultato della prima addizione è uguale al risultato della seconda addizione
- C. Perché 60 è il risultato di $17 + 46$

Senso del numero



Manipolare i numeri

D17. Osserva il riquadro:

$$12 \times 3 = 12 + 12 + 12$$

Quello che è scritto nel riquadro è corretto?

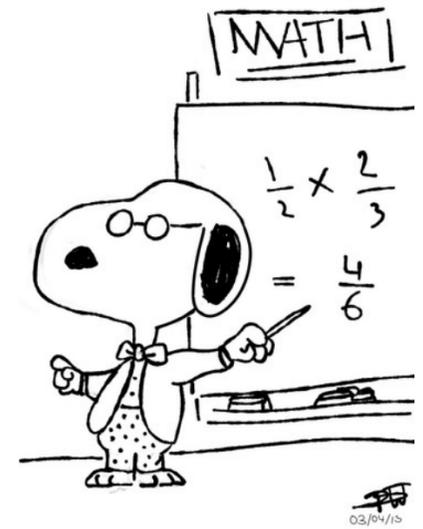
- A. No, perché il risultato di 12×3 non è 12
- B. Sì, perché moltiplicare 12 per 3 è come sommare 12 tre volte
- C. No, perché da una parte c'è il segno \times e dall'altra il segno $+$

Valore relazionale del segno =



Valore non procedurale delle operazioni

Costruire il senso del numero



Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

L'alunno si muove con **sicurezza nel calcolo scritto e mentale** con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.

Riesce a **risolvere facili problemi** in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul **processo risolutivo**, sia sui **risultati**. **Descrive** il procedimento seguito e riconosce **strategie di soluzione diverse** dalla propria.

Costruisce **ragionamenti** formulando ipotesi, **sostenendo le proprie idee** e **confrontandosi** con il punto di vista di altri.

Sviluppa un **atteggiamento positivo** rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

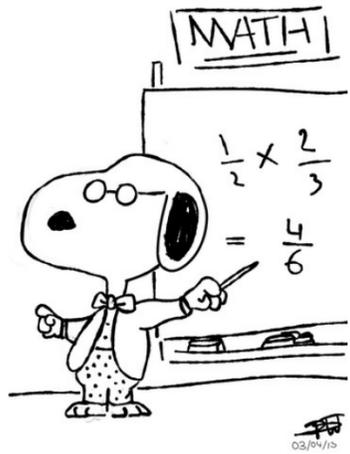
Costruire il senso del numero

FOCUS
ON

PROCESSI piuttosto che prodotti

RELAZIONI piuttosto che procedure

LINGUAGGIO piuttosto che solo tecniche di calcolo



COSTRUZIONE
DI
SIGNIFICATI
MATEMATICI

Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»





Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»

Dalle Indicazioni Nazionali
[...] Mettere in stretto rapporto il «pensare» e il «fare» [...]

Dall'intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»



Apprendimento Simbolico - Ricostruttivo

Tutto avviene nella **MENTE**, astraendo dalla realtà: sia gli oggetti ricostruiti che i processi con cui vi si opera sono mentali

Lo Spazio dell' Apprendimento si configura come **LUOGO** in cui addestrare specifiche abilità attraverso un processo ripetitivo che **NON** produce accrescimento, ossia **APPRENDIMENTO SIGNIFICATIVO**.

SPAZIO
ATTREZZATO

FOCUS
STRUMENTI

DIDATTICA
TRASMISSIVA



Apprendimento Perceptivo - Motorio

Si impara facendo "**ESPERIENZA**", in un continuo scambio di input e output con l'ambiente esterno

Lo Spazio dell'Apprendimento si configura quindi come **Ambiente di Apprendimento** in cui si realizza un processo naturalmente accrescitivo

AMBIENTE DI
APPRENDIMENTO

FOCUS
STRUMENTI
INTERAZIONI

DIDATTICA
LABORATORIALE

Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»



Dalle Indicazioni Nazionali

[...] Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione **situazioni problematiche**, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive.



Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»

LA DIDATTICA LABORATORIALE

- **PROGETTUALE**: il percorso prende avvio da un **PROBLEMA** da cui parte un processo dinamico e costruttivo finalizzato alla ricerca di una **SOLUZIONE**, anche attraverso percorsi pluridisciplinari
- **OPERATIVA**: La soluzione del problema si realizza attraverso il **FARE**
- **SOCIALE**: le attività si svolgono in **GRUPPO** e sono centrate sulla cooperazione e sulla condivisione.
- **METACOGNITIVA**: richiede un test e una valutazione che stimolano la **RIFLESSIONE** sui risultati e sulle strategie messe in campo.





Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»

LABORATORIO DI MATEMATICA

«Il laboratorio è un ambiente dove si costruiscono oggetti, si lavora concretamente, si ottiene qualcosa»

Bruno D'Amore.

LABORATORIO: luogo della pratica inventiva, centrato sulla progettazione e ideazione di qualcosa di **NON RIPETITIVO**

MATEMATICO: gli oggetti, i risultati finali siano con contenuto **MATEMATICO**

AMBIENTE in cui si **COSTRUISCONO** CONCRETAMENTE SIGNIFICATI MATEMATICI ATTRAVERSO LA **RISOLUZIONE** DI PROBLEMI



Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»

Dalle Indicazioni Nazionali

[...] Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. [...]

Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»

"Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta e non sa come raggiungerla" K. Duncker

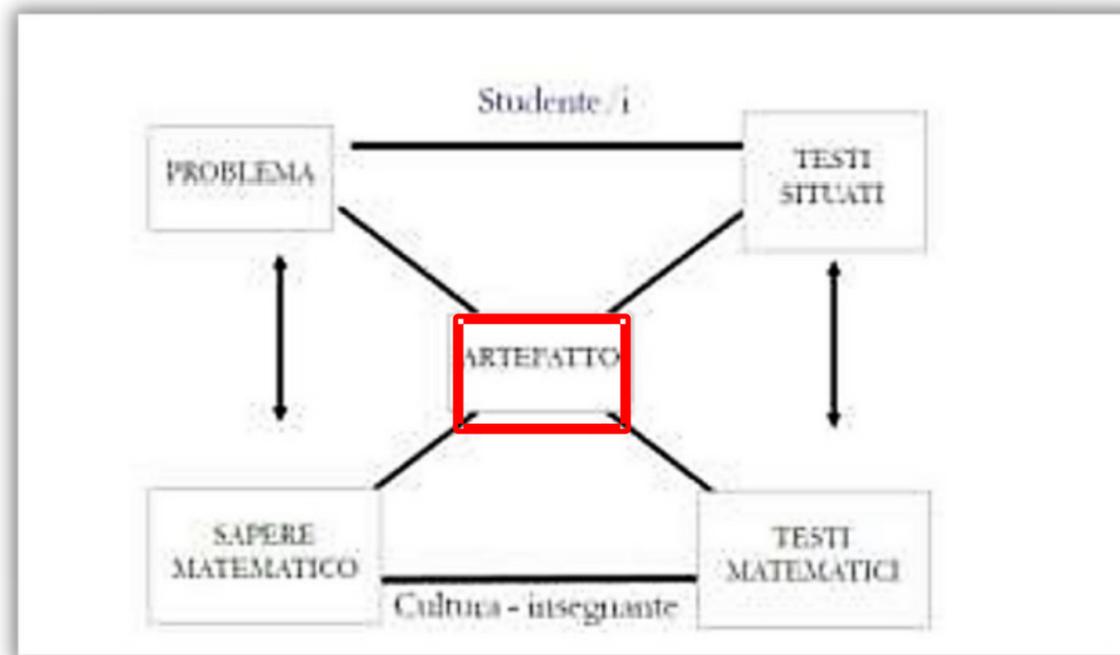


Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»



Nel Laboratorio di Matematica gli studenti sono sollecitati a risolvere un **problema**, progettato dall'insegnante in relazione ad un certo significato matematico, con l'uso di un artefatto.

Nella relazione con l'artefatto produrranno segni SITUATI che diventeranno segni MATEMATICI grazie ad una serie di attività orchestrate dall'insegnante.



Il ruolo chiave del docente è quello dell'esperto che, consapevole del potenziale semiotico dell'artefatto, organizza attività collettive finalizzate alla **costruzione di significati matematici**: sono attività orchestrate dall'insegnante le **discussioni matematiche**.

Dall'Intuizione al Rigore: «PENSARE» e «FARE»



PROCESSI piuttosto che prodotti

DIDATTICA LABORATORIALE

DISCUSSIONE E ARGOMENTAZIONE

LINGUAGGIO piuttosto che solo tecniche di calcolo

MEDIAZIONE SEMIOTICA E ARTEFATTI

RELAZIONI piuttosto che procedure



**COSTRUZIONE
DI
SIGNIFICATI
MATEMATICI**

**FOCUS
ON**

Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



Dai Nuovi Scenari 2018

SI RIBADISCE...

[...] La **matematica** fornisce strumenti per **indagare e spiegare molti fenomeni** del mondo che ci circonda, **favorendo un approccio razionale ai problemi** che la realtà pone e fornendo, quindi, un contributo importante alla costruzione di una cittadinanza consapevole. [...]

SI AGGIUNGE...

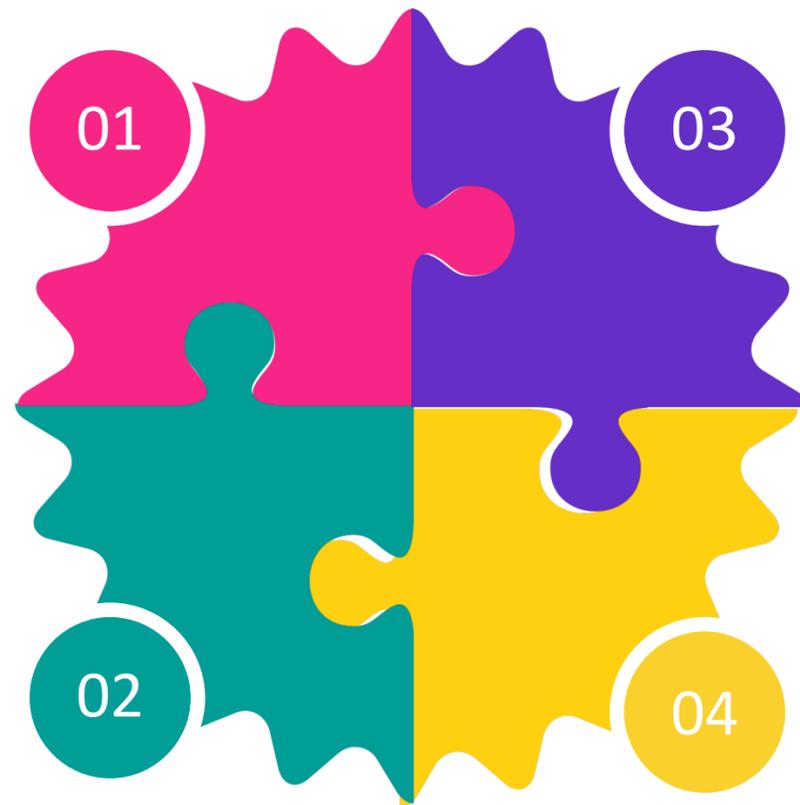


[...] Per **pensiero computazionale** si intende un **processo mentale che consente di risolvere problemi** di varia natura seguendo metodi e strumenti specifici pianificando una strategia. **È un processo logico creativo** che, più o meno consapevolmente, viene messo in atto nella vita quotidiana **per affrontare e risolvere problemi**. L'educazione ad agire consapevolmente tale strategia consente di apprendere ad affrontare le situazioni in modo analitico, scomponendole nei vari aspetti che le caratterizzano e pianificando per ognuno le soluzioni più idonee. [...]

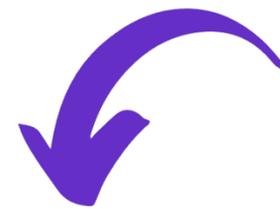
Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



DIMENSIONE COGNITIVA



Problem Solving

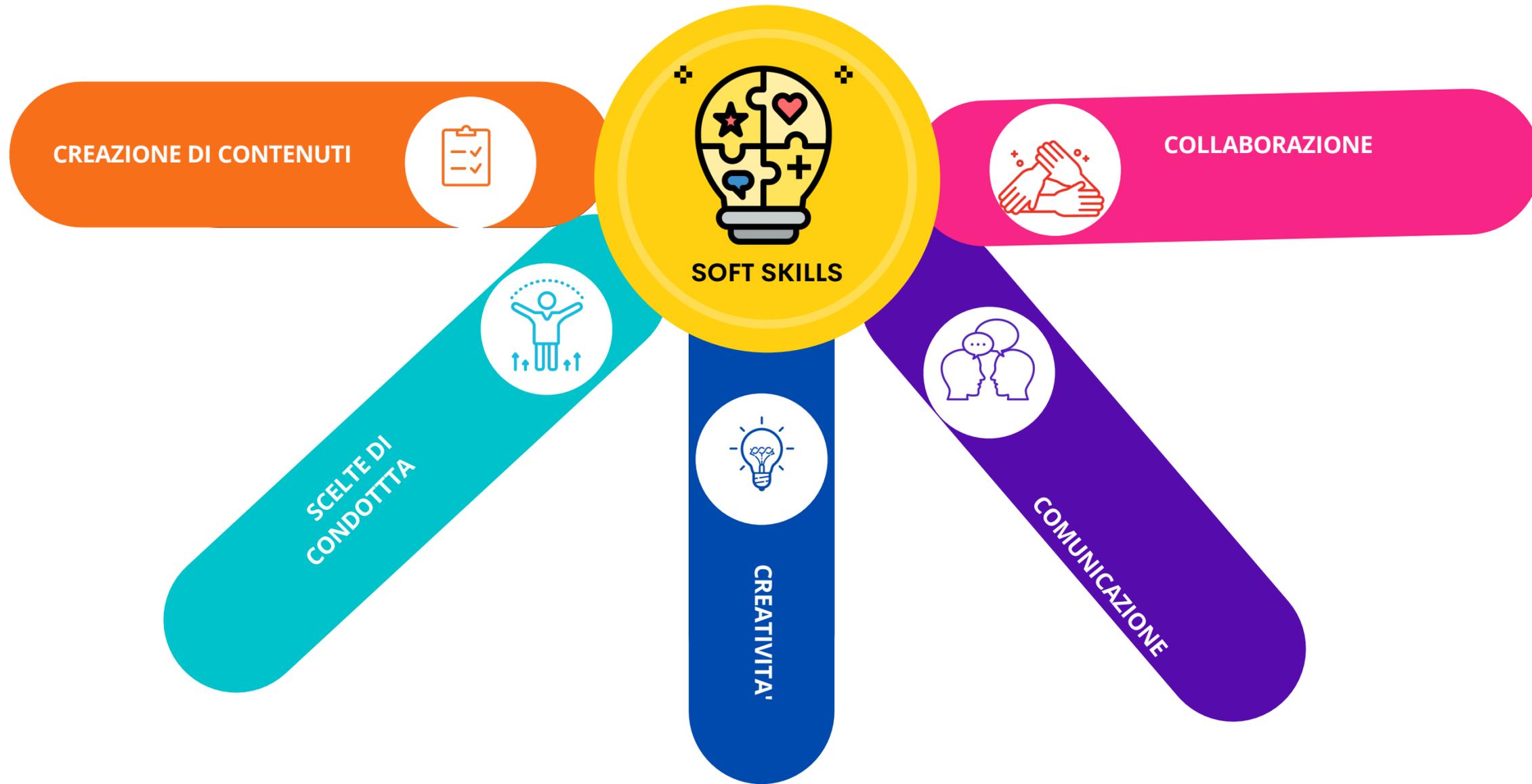


- analizzare lo spazio del problema
- decomporre problema in unità più piccole
- sviluppare un algoritmo
- verificare di aver raggiunto il proprio obiettivo

Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



DIMENSIONE SOCIALE



Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



DIMENSIONE DIGITALE

DigiCompEdu 2.2

- migliorare la comprensione dell'uso delle tecnologie informatiche
- non essere utenti passivi della tecnologia
- creare e sviluppare nuovi prodotti



Tra pensiero matematico e computazionale: creative learning a scuola

Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari



FINALITA'

Migliorare la
comprensione delle
tecnologie informatiche

Incoraggiare la creazione di
prodotti e non solo la loro
fruizione

Permettere di diventare
DECISORI, RISOLUTORI,
INNOVATORI CREATIVI

Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola

Indicazioni Nazionali e Nuovi Scenari



MEZZI

[...] la padronanza del **CODING** e del pensiero computazionale [...]

[...] Impiegandolo in contesti di gioco educativo (es. la **ROBOTICA**), dispiega al meglio le proprie potenzialità[...]

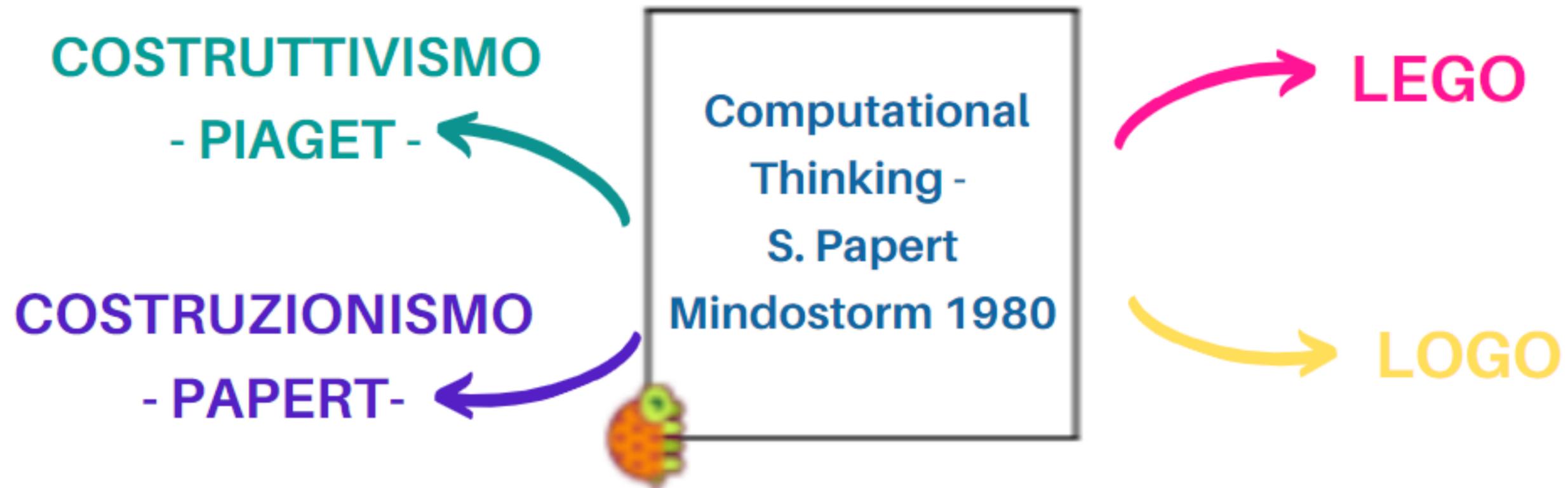
[...] attività legate al pensiero computazionale **ANCHE SENZA LE MACCHINE.**

Ogni situazione che presupponga una procedura da costruire, un problema da risolvere attraverso una sequenza di operazioni[...]

Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



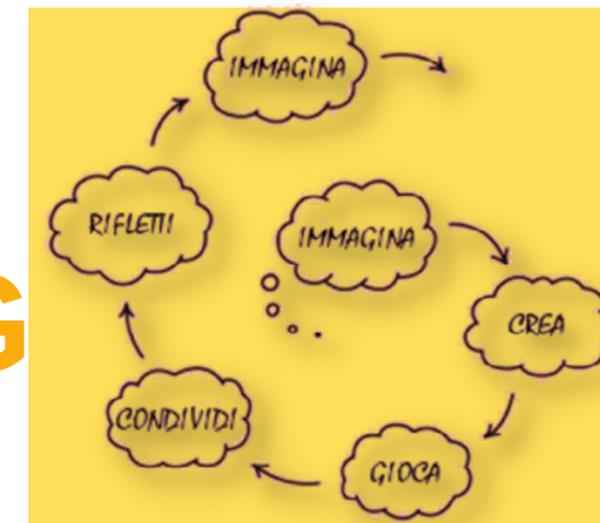
Il bambino programma il computer e, così facendo, acquisisce un senso di padronanza su uno strumento tecnologico moderno e potente e stabilisce un contatto stretto con alcune delle idee più profonde della scienza, della matematica e dell'arte di costruire modelli intellettuali". (Papert, 1980)



Nel Laboratorio di Intelligenza Artificiale del MIT Seymour Papert inventa il linguaggio di programmazione **LOGO** e la **GEOMETRIA della TARTARUGA** nei **MicroMondi**: considera la matematica una disciplina che permette ai bambini di diventare consapevoli dei loro processi d'apprendimento e di pensiero; i computer e il linguaggio informatico, strumenti per PENSARE, IMPARARE ad IMPARARE, COSTRUIRE, RISOLVERE PROBLEMI CREATIVAMENTE.

Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola

LE ORIGINI DEL CREATIVE LEARNING



COSTRUTTIVISMO
- PIAGET -

«la conoscenza non può essere trasmessa, ma costruita da chi apprende, nell'interazione tra l'esperienza attuale e le conoscenze precedenti»



COSTRUZIONISMO
- PAPERT -

«si apprende meglio quando si è coinvolti nella COSTRUZIONE di un artefatto, fisico o cognitivo, significativo per chi apprende»

Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



Tra Pensiero Matematico e Computazionale: il creative learning a scuola



PENSIERO
COMPUTAZIONALE

COGNITIVA

PROBLEM
SOLVING

SOCIALE

DISCUSSIONE
MATEMATICA

DIGITALE

ARTEFATTI

PENSIERO
MATEMATICO

STRUMENTI per
lo sviluppo del pensiero creativo

mTiny e il senso del numero: alla scoperta delle proprietà della moltiplicazione



Possibili sviluppi con artefatti digitali...



Costruito dal docente per gli alunni

<https://scratch.mit.edu/projects/394903682>

Costruito dagli alunni

<https://scratch.mit.edu/projects/717679961>

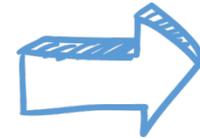


L'EDUCAZIONE MATEMATICA TRA INTUIZIONE E RIGORE



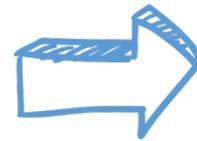
GRAZIE 😊

**DIDATTICA
LABORATORIALE**

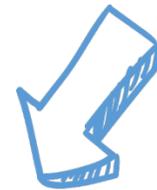


Attiva PROCESSI di CO COSTRUZIONE
DEL SENSO DEL NUMERO
Attraverso l'uso di

**ARTEFATTI
FISICI E DIGITALI**



Che consentono di realizzare percorsi
Didattici Multimodali
Che favoriscono



**DISCUSSIONE
MATEMATICA
E
ARGOMENTAZIONE**



**MANIPOLAZIONE
DEI NUMERI
FUNZIONALI
AL CALCOLO
MENTALE**

L'EDUCAZIONE MATEMATICA TRA INTUIZIONE E RIGORE

Bibliografia

Baccaglioni-Frank, A.E., & Bartolini Bussi, M.G. (2016). Buone pratiche didattiche per prevenire falsi positivi nelle diagnosi di discalculia: il progetto “PerContare”. Form@re-Open Journal per la Formazione in Rete.

Bartolini Bussi, M.G., & Mariotti, M.A. (2009). Mediazione semiotica nella didattica della matematica: artefatti e segni nella tradizione di Vygotskij. L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate.

Bartolini Bussi, M.G., Boni M., Ferri F. (2005). Interazione sociale e conoscenza a scuola: la discussione matematica, Modena, CDE.

Eleonora Faggiano, Antonella Montone, Pier Giuseppe Rossi TECNOLOGIE PER LA DIDATTICA ED EDUCAZIONE MATEMATICA CON LE TECNOLOGIE: DIALOGO TRA PROSPETTIVE DI RICERCA NELL'ERA DIGITALE. XXXIV SEMINARIO NAZIONALE DI DIDATTICA DELLA MATEMATICA “GIOVANNI PRODI” Rimini, 23-25 febbraio 2017

Arzarello F. & Robutti O. (2009), Embodiment e multimodalità nell'apprendimento della matematica

Maffei, L., & Mariotti, M.A. Mediazione semiotica: dalle proprietà della moltiplicazione alle espressioni aritmetiche. Form@re-Open Journal per la Formazione in Rete.

Maffei, L. Il laboratorio di matematica: luogo di intuizione e rigore. GRIMED, 2015

Giancarlo Navarra. Il progetto ArAl per un approccio relazionale all'insegnamento nell'area aritmetico-algebrica.

Alessia Zardi. (2015) ARTEFATTI E SEGNI NELLA SCUOLA DELL'INFANZIA

Boero, P. (2019). I riferimenti teorici.

In Galliani, E., Pesce, A.&Pollero, L. (Eds.), Oltre noi e il sole. Imparare a ragionare e argomentare. Edizioni Conoscenza.

INDICAZIONI NAZIONALI E NUOVI SCENARI, 2018

EAS e pensiero computazionale di Rita Marchignoli - ed. La Scuola

Umberto Margiotta. La didattica laboratoriale Ed. Erickson

Robot & scuola. Guida per la progettazione, la realizzazione e la conduzione di un Laboratorio di Robotica Educativa (LRE) di Giovanni Marciànò - Ed. Hoepli

Come i bambini IMMAGINA, CREA, GIOCA e CONDIVIDI. Coltivare la creatività con il Lifelong Kindergarten del MIT MITCHEL RESNICK - Ed. Erickson

Cerasoli, A. E' Matematico. EMME EDIZIONI