



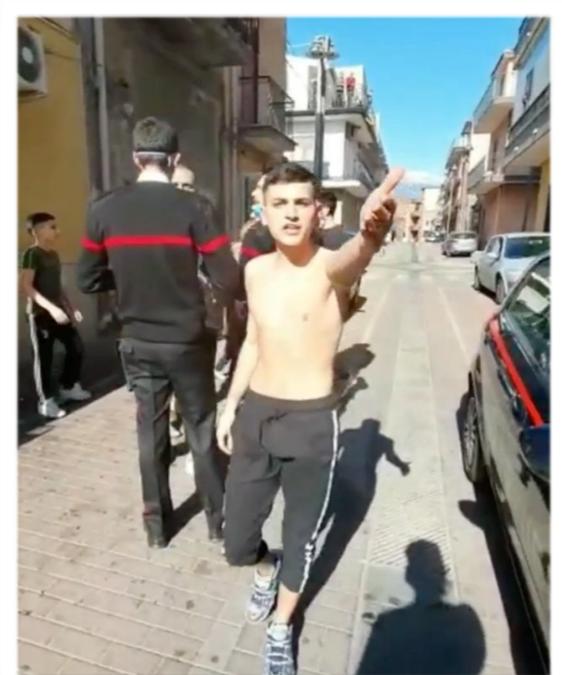
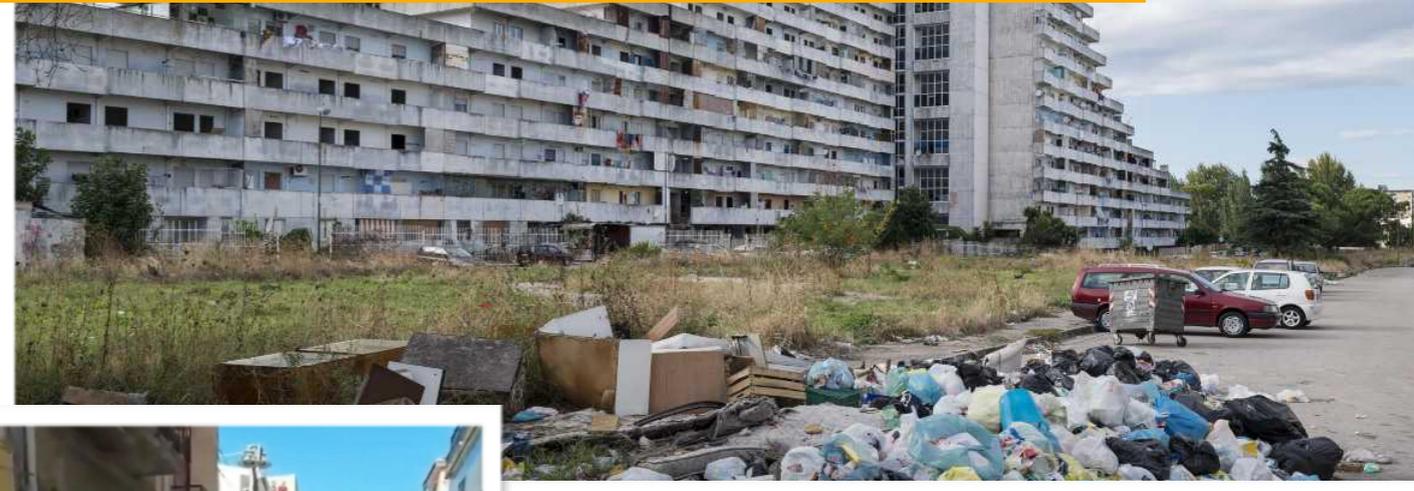
Corpo e movimento per l'inclusione: un progetto di educazione informale

Gemma Carotenuto
Università degli Studi di Salerno

VII SCUOLA ESTIVA UMI CIIM – AIRDM 2022
25-28 AGOSTO 2022 - BISCEGLIE

La città di Napoli

Periferie urbane/ghetti



Dispersione scolastica a Napoli, Anno 2018, avvio di PoY (ISTAT, 2019)

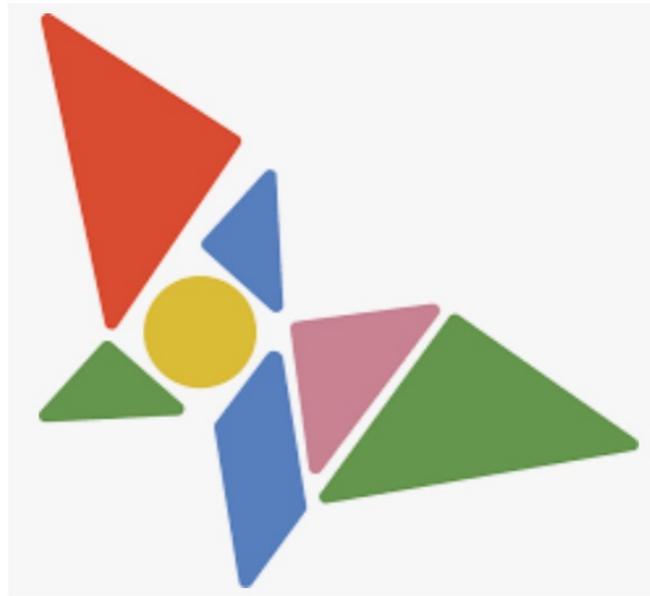


	ELET Early Leavers from Education and Training*
Napoli	22%
Italia	14.5%
Europa	10.6%

*Adulti tra i 18 e i 24 anni che non hanno completato la scuola secondaria e non sono inseriti in percorsi di educazione e formazione

Questi dati molto allarmanti riflettono la **marginalità urbana** delle grandi metropoli del Sud Italia, spesso accompagnata da **semi-alfabetismo** e **ostilità nei confronti delle istituzioni** (Camera dei deputati, 2000).

Il progetto Proud of You



Next Level
next-level.it



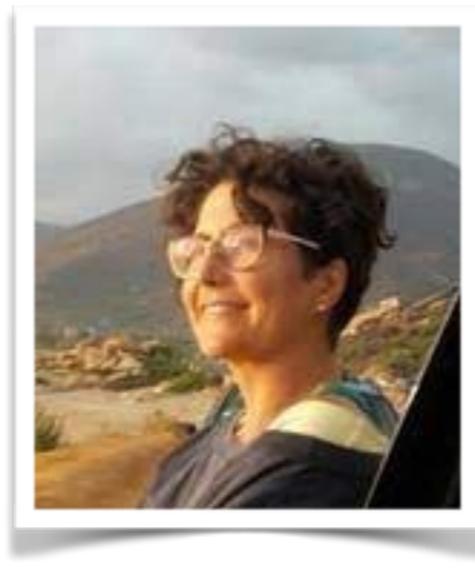
- **Prevenzione della dispersione scolastica** nelle aree socialmente più svantaggiate di Napoli e nella città di Polistena (RC):
- L'azione principale di PoY consiste nella progettazione e realizzazione di **percorsi didattici, extra-curricolari**, in matematica e lingua italiana all'interno di contesti informali, che vengono creati ad hoc dentro e fuori la scuola;
- Ad oggi, i partecipanti sono stati **600 studenti** di 4°, 5° primaria e 1° media. Tutti studenti che sono in prossimità o stanno attraversando il delicato passaggio dalla scuola primaria a quella secondaria.

Il progetto Proud of You

Il team per la didattica della matematica, negli anni



Maria Mellone



Cristina Sabena



Gemma Carotenuto



Rosalia Lo Sapio



Insegnanti-ricercatori



Studenti universitari tutor per PoY

**Che tipo di occasione formativa in
matematica può offrire un progetto come
Proud of You?**

Un settore di ricerca molto giovane... L'educazione matematica informale

Copyright © 2017, The Compendium for Research in Mathematics Education (stock no. 14330), published by The National Council of Teachers of Mathematics, Inc. www.nctm.org. All rights reserved. This material may not be copied or distributed electronically or in any other format without written permission from NCTM.

COMPENDIUM for Research in Mathematics Education

EDITED BY JINFA CAI

38

Toward a Vibrant and Socially Significant Informal Mathematics Education

RICARDO NEMIROVSKY
San Diego State University, United States

MOLLY L. KELTON
*Washington State University at Pullman,
United States*

MARTA CIVIL
The University of Arizona, United States

After we examine informal mathematics education as an emerging and critical field for learning mathematics, we start by tracing historical roots from

different from those taught in school. It is beyond the scope of this chapter to do an in-depth review of this large body of research. For a more detailed review see

Diversi tipi di contesto per l'apprendimento della matematica

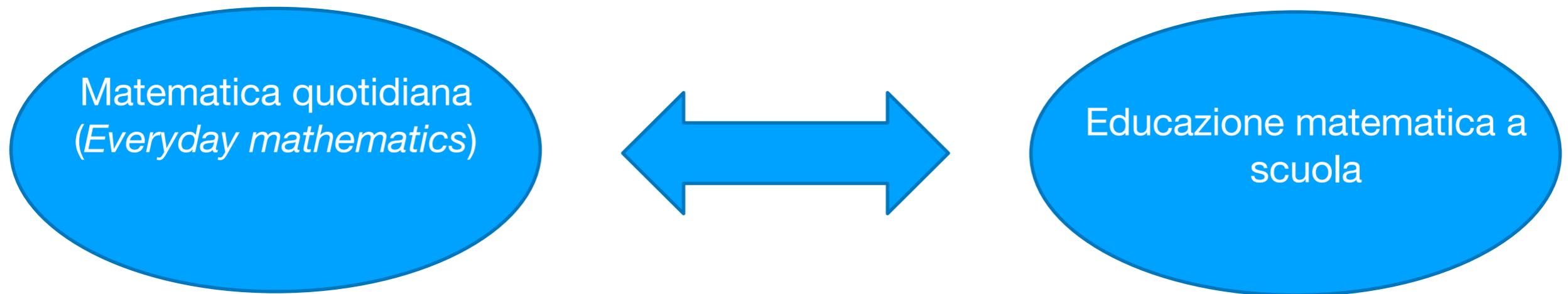
Matematica quotidiana
(*Everyday mathematics*)

Educazione matematica a scuola

La 'matematica quotidiana' comprende tutte le interazioni contingenti, momentanee e spontanee che potrebbero essere considerate matematiche, e che avvengono per lo più in **modi non intenzionali e non pianificati**.

Ad esempio, è il fare matematica mentre si lavora, si cucina, si fanno acquisti, si gioca.

Diversi tipi di contesto per l'apprendimento della matematica



- La ricerca ha documentato come nei contesti quotidiani le persone risolvano problemi matematici con **padronanza** e **flessibilità** seguendo **strategie apprese al di fuori della scuola**, strategie che erano, inoltre, significativamente diverse da quelle insegnate a scuola.
- Uno dei principali risultati della ricerca che ha confrontato la matematica quotidiana e quella a scuola è stata la **differenza nelle prestazioni, a favore dei i compiti quotidiani**, in quelli che "sembravano" compiti matematicamente simili (ad esempio, Nunes et al. , 1993).
- Da queste evidenze sono nati i cosiddetti '**problemi autentici**'.

Diversi tipi di contesto per l'apprendimento della matematica

Matematica quotidiana
(*Everyday mathematics*)

Educazione matematica
informale

Educazione matematica a
scuola

- Nuovi **spazi sociali** in cui i confini del lavoro matematico non siano necessariamente prestabiliti da tradizioni curriculari, libri di testo, e test, essendo quindi più **aperti a ciò che i partecipanti ricordano, inventano, associano o sentono**.
- Esempi tipici di questi spazi sono i Summer Camp e le esibizioni matematiche ospitate nei musei.

Vibrante

*Socialmente
significativa*

Diversi tipi di contesto per l'apprendimento della matematica



L'educazione matematica informale differisce dalla matematica quotidiana perché:

- gli ambienti di insegnamento della matematica informale sono **progettati intenzionalmente** per supportare l'apprendimento della matematica,
- sono strutturati attraverso **programmi** con orari regolari ed **educatori** assegnati,
- ospitano **tecnologie** o **strumenti** progettati per coinvolgere l'utente con la matematica.

Diversi tipi di contesto per l'apprendimento della matematica



Gli spazi di educazione matematica informale differiscono invece dalla educazione matematica *tipica della scuola* perché:

- **La partecipazione di chi apprende è libera:** cioè, gli allievi scelgono di parteciparvi volontariamente o sono relativamente liberi di seguire i propri interessi una volta che sono nello spazio;
- **I confini disciplinari sono fluidi:** in questo tipo di spazi sono usuali le connessioni con l'arte, i giochi, la letteratura, le altre scienze, la tecnologia ecc; tali connessioni seguono i bisogni e le intuizioni dei partecipanti;
- Tipicamente, **non prevedono forme tradizionali di valutazione.**

Educazione matematica informale: Potenzialità per l'apprendimento della matematica

Le possibilità rivelate dalla ricerca sull'apprendimento informale della matematica sono quelle di un **tipo di apprendimento** in cui gli studenti si impegnano in **questioni che li riguardano**, diversificano il loro senso di ciò di cui sono capaci, raggiungono la padronanza nell'apprendimento attraverso la **collaborazione** e perseguono **sperimentazioni impreviste**. Proponiamo che permettere questo tipo di apprendimento sia l'obiettivo chiave dell'educazione matematica informale.

L'educazione matematica informale è un campo emergente di apprendimento con un **potenziale unico per diffondere immagini alternative sulla natura della matematica e per realizzare il potenziale per tutti** di impegnarsi con la matematica in modi creativi e diversi.

Per quanto riguarda le **visioni della matematica e del suo apprendimento**, si può notare che molte mostre di matematica attualmente si basano su **tecnologie progettate per essere interattive, cinestetiche, multisensoriali o immersive per tutto il corpo...**

NEMIROVSKY, R., KELTON, M. L. & CIVIL, M., 2017

Il PoY progetto: il potenziale dal nostro punto di vista

Un progetto di educazione matematica informale obbliga (più dell'attività matematica curricolare) gli educatori e gli insegnanti a riflettere e a cercare il significato e l'accessibilità delle attività che offrono agli studenti.

Probabilmente, una delle maggiori potenzialità di progetti come PoY deriva dalla prima caratteristica degli spazi di educazione informale: **la natura volontaria della partecipazione dell'allievo.**

Inoltre, il supporto organizzativo, scientifico ed economico generalmente offerto da tali progetti permette agli insegnanti che vi partecipano di sperimentare nuovi approcci metodologici e di riflettere insieme all'interno di una comunità di pratica, con colleghi e ricercatori.

Il PoY progetto: il potenziale dal nostro punto di vista

Un contrasto efficace alla dispersione scolastica dovrebbe mirare a creare le condizioni affinché **ogni studente** sviluppi e mantenga un **atteggiamento positivo** verso la matematica **all'interno della scuola**.

Assumendo una prospettiva genuinamente inclusiva, questo significa che ci si dovrebbe concentrare su compiti che gli studenti percepiscono come **significativi** e che li fanno sentire sufficientemente competenti in matematica, quindi **accessibili**.

Questi sono obiettivi molto ambiziosi e impegnativi, soprattutto in territori come quelli in cui opera PoY.

Gli **insegnanti delle scuole coinvolte** ovviamente giocano un ruolo chiave. Un progetto come PoY deve coinvolgerli quanto più possibile e fin dall'inizio per la sua buona riuscita e, soprattutto, se vogliamo che ne avvantaggi anche l'attività curricolare.

A cosa serve l'educazione matematica in territori come quelli appena descritti?

A cosa serve, in generale, l'educazione matematica?

Imparare a ragionare,

in **matematica...**

e con **la matematica**



**Un passaggio tutt'altro
che scontato**

The logo for PISA (Programme for International Student Assessment) features the word "PISA" in a stylized, multi-colored font. Each letter is composed of several overlapping shapes in shades of blue, green, yellow, and red.

Definizione di *alfabetizzazione matematica* Pisa 2000

Per *alfabetizzazione matematica* si intende l'abilità di un soggetto di identificare e comprendere il ruolo che la matematica riveste nella realtà, la capacità di avere a che fare con la matematica in modo consapevole e rispondente alle esigenze della propria vita in quanto cittadino che esercita un ruolo costruttivo, impegnato e riflessivo.

Definizione di *alfabetizzazione matematica* Pisa 2022

L'*alfabetizzazione matematica* è la capacità di un individuo di ragionare matematicamente e di formulare, impiegare e interpretare la matematica per risolvere problemi in una **varietà di contesti reali**. Include concetti, procedure, fatti e strumenti per descrivere, spiegare e prevedere i fenomeni. Assiste gli individui a conoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo e a **formulare giudizi fondati e le decisioni necessarie** ai cittadini costruttivi, impegnati e riflessivi **del 21° secolo**.

Sul confronto tra il quadro teorico di Pisa 2022 con i quadri precedenti:

“La tendenza è quella di allontanarsi dalla necessità di eseguire calcoli di base, [per rispondere alle sfide di] un mondo in rapido cambiamento guidato da nuove tecnologie e tendenze in cui i cittadini sono creativi e impegnati, e danno giudizi per se stessi e per la società in cui vivono.”

Educazione matematica e Democrazia

Modern perspective on mathematics

La matematica è celebrata come strumento *intrinsecamente* democratico

La matematica ha bisogno di essere analizzata criticamente e non celebrata in generale, perché può asservirsi a interessi politici e socio-economici diversi, anche quelli meno democratici

Sviluppare tale **critica** è una importante sfida per la *Math Education*



Skovsmose & Penteado, 2012

Critical perspective on mathematics

La razionalità matematica può accompagnarsi a *diversi* tipi di valori

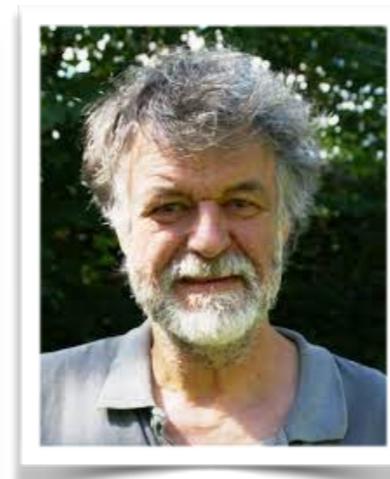
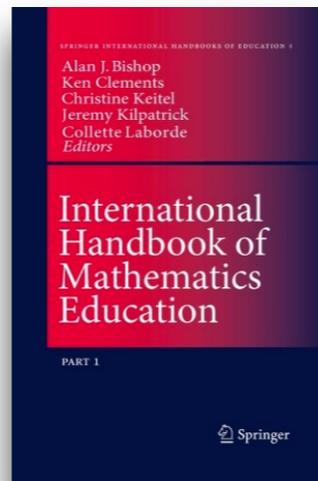
Educazione matematica e Democrazia

I rischi di una educazione matematica tradizionale

- Le attività sono definite da un libro di testo;
- Gli esercizi si riducono all'applicazione di procedure e hanno un'unica soluzione, che richiedono ruoli esecutori e in cui nulla viene posto in discussione;
- Uno degli obiettivi principali è eliminare gli errori (“fare esercizi senza errori” è equiparato a “imparare la matematica”);
- Le prestazioni degli studenti devono essere valutate (dal docente, da test standardizzati ecc.).

‘Prescription readiness’
‘Prontezza alla prescrizione’

Educazione matematica critica (in inglese, *Critical Mathematics education*)



Skovsmose & Nielsen, 1996

L'educazione matematica critica è descritta in termini di “preoccupazioni” che coprono le seguenti questioni:

- La comunità identifica la scuola come responsabile della preparazione degli studenti ad essere parte attiva della vita politica.
- La matematica può servire come strumento per identificare e analizzare le *caratteristiche critiche della società*, che possono essere globali così come avere a che fare con l'ambiente locale degli studenti.

- L'interesse degli studenti per queste tematiche sottolinea che l'obiettivo principale dell'educazione non può essere la semplice trasmissione della conoscenza (pura); invece, la pratica educativa deve essere compresa in termini di *persone che agiscono*.
- La società e i suoi conflitti sollevano domande fondamentali sulle discriminazioni. L'educazione matematica riproduce *disuguaglianze* che potrebbero essere stabilite da fattori esterni all'educazione ma, tuttavia, sono rafforzate dalla pratica educativa?
- La matematica stessa potrebbe essere problematica a causa della sua funzione nelle società tecnologiche che viviamo, che non può più essere rivista con ottimismo. La matematica non è solo uno strumento di critica, ma anche un *oggetto di critica*.
- L'educazione matematica critica si concentra sulla vita in classe nella misura in cui la *comunicazione* tra insegnante e studenti può riflettere le relazioni di potere.

I principi che hanno ispirato le nostre scelte progettuali all'interno di PoY

Una visione democratica dell'apprendimento della matematica

Ispirata ad Emma Castelnuovo e alla critical mathematical education

Consideriamo le **esperienze materiali e sensibili** come elementi centrali del lavoro degli insegnanti e degli studenti impegnati in attività matematiche.

In particolare, ci riferiamo al lavoro Emma Castelnuovo (1963) che nella sua metodologia didattica, raccomanda fortemente di permettere agli alunni **l'osservazione diretta individuale, innescando la fantasia e l'immaginazione per "fare matematica con le mani sporche"**

Il lavoro di classe iniziava con l'osservazione di forme concrete, anche grazie all'esplorazione di artefatti appositamente progettati.

Nel metodo di Emma Castelnuovo abbiamo trovato molti legami con e i valori democratici della corrente di ricerca della *critical mathematical education*. In particolare, abbiamo notato molti punti di contatto con l'idea di **paesaggio (inclusivo) di indagine**, sviluppata da Skomovse (2019) per delineare ambienti didattici che facilitino qualsiasi tipo di incontro, andando oltre le differenze.



Artefatti

Esposizione matematica

La nostra scelta di essere culturalmente reattivi: Intrecciare l'educazione matematica e l'educazione alla cittadinanza

Verso un'emancipazione degli studenti dai
loro confini geografici e sociali

Due caratteristiche chiave del progetto:

- **L'intera città di Napoli**, con i suoi siti storici e naturalistici, è concepita come contesto per implementare le attività di educazione matematica informale durante il progetto. Le attività di PoY sono concepite anche come un'occasione per gli allievi coinvolti di uscire dalle loro periferie e di **scoprire il patrimonio culturale e naturalistico della loro città**.

- Nella seconda edizione del progetto si è ricorsi all'**espediente narrativo della corrispondenza via mail con figure del mondo istituzionale e culturale**: l'assessore comunale alla cultura, un geometra della commissione comunale di Napoli, il direttore del Mattino di Napoli e alcune matematiche legate alla città.

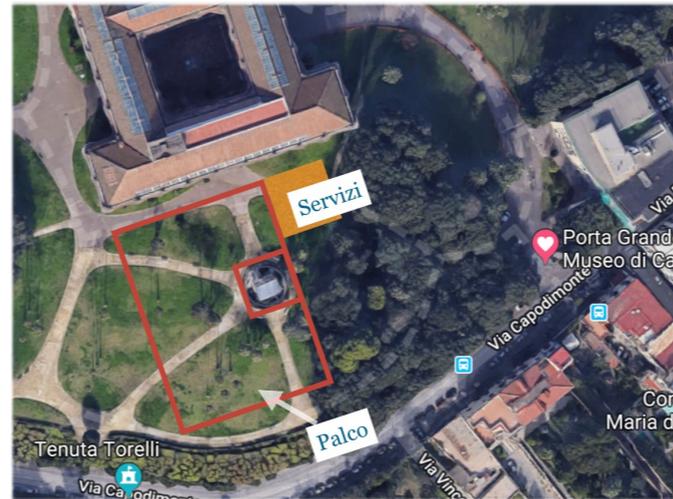


Un esempio di un attività *fuori dalla scuola*

Quante persone possono partecipare in sicurezza a un concerto nel cortile del palazzo reale di Capodimonte ?

At school

A letter from the city council member responsible for culture



Exploring *GoogleMaps's* view of the concert place



Constructing a smaller concert place for a simulation in schoolyard

At the royal palace and garden

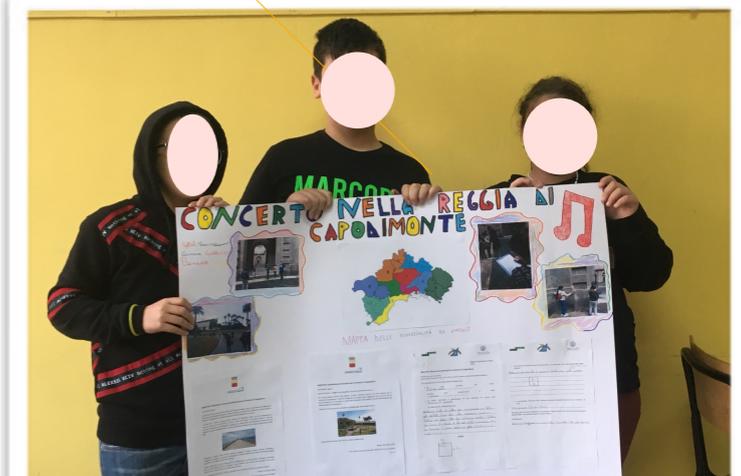


Exploring the place



Measurement activities

Back to school



Ready for the final *mathematical exhibition* (Castelnuovo, 1963)

Un esempio di percorso a scuola

Mary (Sommerville) and Ipazia's walks and dances

against gender bias

Tomb of the Scottish astronomer and mathematician Mary Sommerville



Mural of Hypatia, Greek mathematician, astronomer and philosopher

At school, in classroom

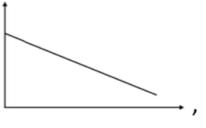


Motion sensor



Producing graphs by moving and Discussing on the observed phenomena

Perché quando mi allontano dal sensore il grafico è così: 

quando mi avvicino al sensore il grafico è così: 

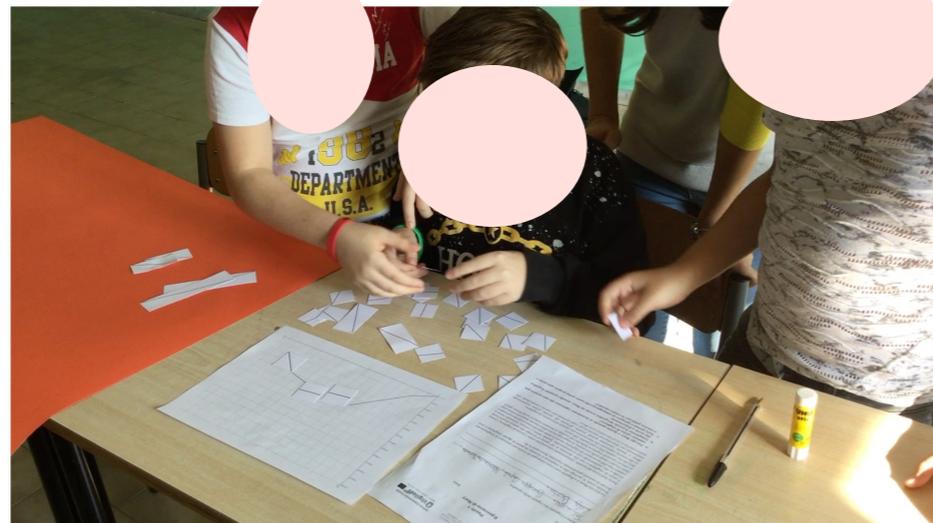
e quando rimango fermo il grafico è così  ?

Trying to explain the reasons for the phenomena observed

Un esempio di percorso a scuola

Mary (Sommerville) and Ipazia's walks and dances

At school, in classroom



against organized crime



A Modena City Ramblers 'I cento passi'

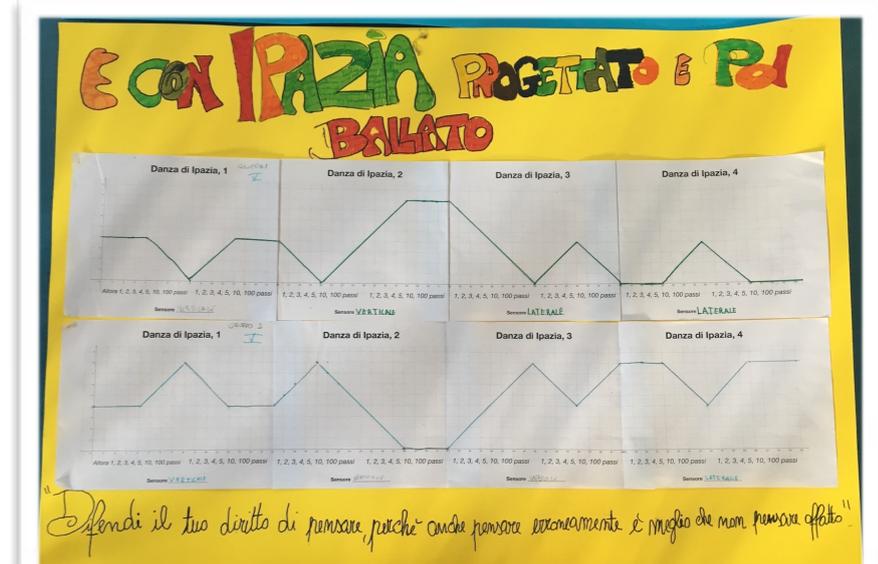
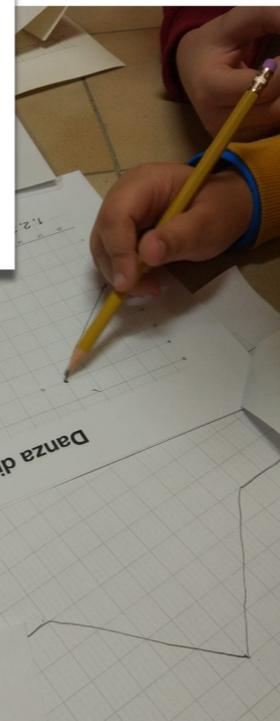
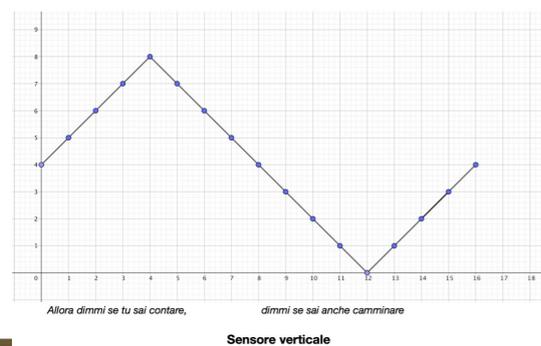


Listening, dancing and singing a song about Peppino Impastato, a mafia victim

From a story to a graph (and from a graph to a story)

In schoolgym

Danza di Mary, 1



Ready to explain their own dance



Reading graphs and interpreting dances

Inventing and representing dances

Il Progetto Proud of You: Terza edizione



Supporto alla DaD per insegnanti e studenti dell'IC "Radice Sanzio Ammaturo" (Napoli)
Ottobre 2020 – Marzo 2021

Studenti coinvolti	450
Docenti coinvolti	25
Tutor universitari coinvolti	22
Attività realizzate	120

Il Progetto Proud of You: Terza edizione



Polistena (RC), 1 istituto comprensivo

Summer Camp
Giugno 2021

Studenti coinvolti	80
Docenti coinvolti	8
Tutor universitari coinvolti	12
Moduli realizzati	10



Napoli, 2 istituti comprensivi,
5 plessi, 4 quartieri

Percorso extra-curricolare,
con 4 uscite sul territorio
Settembre - Dicembre 2021

Studenti coinvolti	310
Docenti coinvolti	27
Tutor universitari coinvolti	26
Moduli realizzati	10

Progettazione integrata per gli apprendimenti di matematica e di italiano



Maria Mellone,
Responsabile
scientifico



Gemma Carotenuto,
Coordinatrice scientifica



Rosalia Lo Sapia,
Responsabile dei
tutor e dottoranda



Lucia Moisis,
Sceneggiatrice



Annalisa Ambrosio,
Scrittrice



Ricerca-azione sul territorio,
a ogni livello scolastico

Lavoro di narrazione & story design

Metafore narrative
matematiche



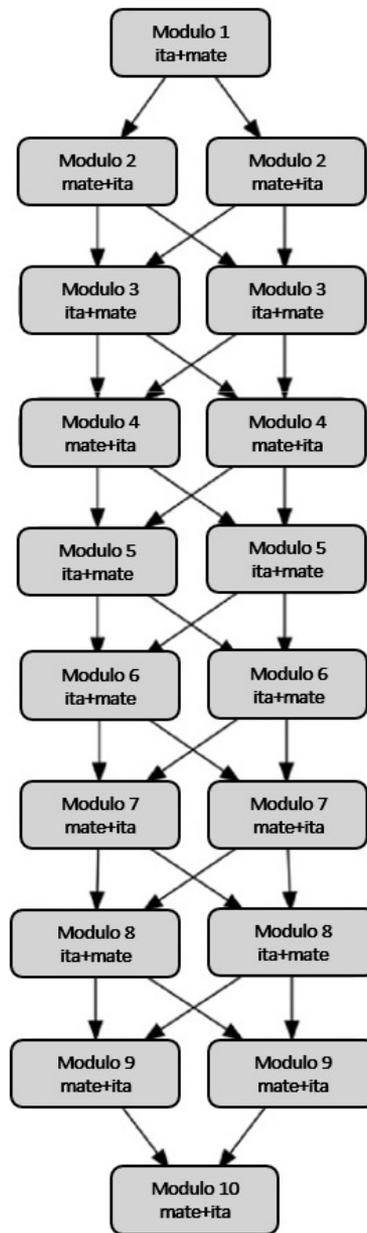
Valentina Leo,
Insegnante-ricercatrice

Supporto per i BES

LIBRO GAME

Che cos'è

- Un'avventura in dieci capitoli a spasso nel tempo.
- Una storia «a bivi» in cui sono i ragazzi a scegliere quale personaggio seguire e che direzione prendere.
- Un modo divertente e collaborativo per potenziare le competenze di italiano e matematica, in ogni tappa.





Contesto narrativo

Finiti del Medioevo, Alessia, Pietro e Prof. chiedono l'aiuto dei bambini per addobbare il castello in cui sta per essere celebrato un matrimonio.

Laboratorio di matematica

Insieme si riflette su **quanti festoni servono** per decorare le terrazze di copertura di tre edifici: quella del palazzo del Principe, con pianta ettagonale, quella della Chiesa, con pianta pentagonale e quella delle scuderie, con pianta esagonale.

In ogni *angolo* di ogni terrazza c'è un merlo in pietra. Si vuole ottenere un effetto "soffitto magico": si vuole appendere un festone che colleghi ogni merlo con tutti gli altri merli tranne i due che gli stanno subito vicini (cioè, se due merli *non* sono *consecutivi*, allora tra loro va disteso un festone).

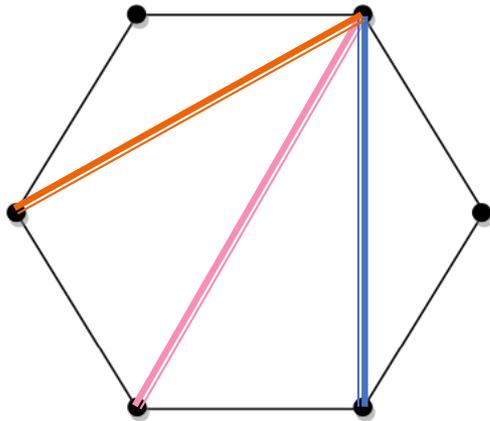


Ambiti: Spazio e figure;
Relazioni, dati e previsioni

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta

- Costruire e utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione;
- Rappresentare relazioni e dati e, in situazioni significative, utilizzare le rappresentazioni per ricavare informazioni, formulare giudizi e prendere decisioni;
- Riconoscere e descrivere regolarità in una sequenza di numeri o di figure.

A che cosa vi fanno pensare le terrazze dei tre edifici, i merli e i festoni?



Scuderie

Storia	Geometria (piana)
terrazza	poligono
merlo (situato in un 'angolo' della terrazza)	vertice
festone	diagonale

«Alessia/Prof. vuole ottenere un effetto "soffitto magico": in pratica, vuole collegare con un festone ogni merlo con tutti gli altri merli, tranne i due che gli stanno subito vicini (cioè, se due merli *non* sono *consecutivi*, allora tra loro va disteso un festone).»



La diagonale di un poligono è un segmento che ha come estremi due vertici *non consecutivi* del poligono.

Fase 1: Drammatizzazione, disegni e tabella

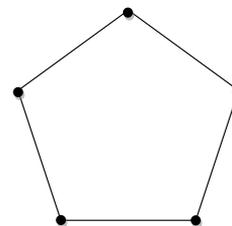
- Gli studenti si dispongono in cerchio, prima in gruppi da 5, poi da 6 e poi da 7 (edificio a base pentagonale, base esagonale e base ettagonale). Le braccia “del girotondo” rappresentano i contorni delle terrazze degli edifici (lati del poligono), gli incroci mediante l’utilizzo di lunghi nastri rappresentano i festoni da appendere (diagonali del poligono).
- Ciascuno studente è un merlo di una delle terrazze da decorare.



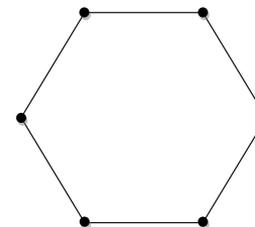
- Il lavoro continua poi con il supporto della prima parte della scheda «Il numero dei festoni»: si disegna e si riempie una tabella

Scheda Matematica 2
IL NUMERO DEI FESTONI
Classe 5a primaria

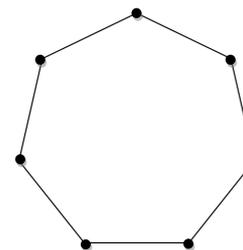
In basso sono rappresentate le terrazze dei tre edifici da decorare, i pallini rappresentano i merli.
Disegna i festoni così come hai deciso di appenderli.



Chiesa



Scuderie



Palazzo del Principe

EDIFICIO	NUMERO DI FESTONI APPESI A CIASCUN MERLO	NUMERO DI FESTONI TOTALI
Chiesa (5 merli)		
Scuderie (6 merli)		
Palazzo del Principe (7 merli)		

Fase 2: Dalle terrazze ai poligoni

- Al fine di riconoscere la geometria nella storia, con il supporto della scheda, si notano le corrispondenze tra gli elementi della **storia**, le configurazioni spaziali dagli allievi assunte durante la **drammatizzazione** e gli **elementi geometrici** dei poligoni rappresentati nella scheda.

merlo - allievo - vertice del poligono

pezzo del contorno della terrazza - braccio "del girotondo" – lato del poligono

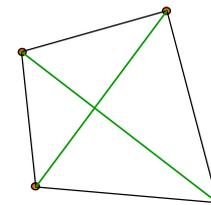
festone - nastro - diagonale del poligono

- Si completano le tabelle e si **cercano relazioni** tra i numeri che vi compaiono.

DALLE TERRAZZE AI POLIGONI

Il **vertice** di un poligono è il punto di incontro di due lati consecutivi del poligono.

La **diagonale** di un poligono è un segmento che ha come estremi due vertici non consecutivi del poligono.



Se pensiamo che le terrazze da decorare sono poligoni,

- cosa saranno i merli? _____
- e cosa saranno i festoni? _____

Nella tabella in basso, la prima colonna è occupata dai nomi di diversi poligoni, le altre tre colonne contengono dei particolari numeri. Prova a completarla:

POLIGONO	NUMERO DI VERTICI	NUMERO DI DIAGONALI DA OGNI VERTICE	NUMERO DI DIAGONALI TOTALI
Triangolo	3		
Quadrato	4		2
Pentagono	5	2	
Esagono			
Ettagono		4	
Ottagono			

Tutti insieme, proviamo a rispondere alle seguenti domande:

- Guardiamo alla seconda e alla terza colonna. Che relazione c'è tra i numeri di due righe successive?
- Che relazione c'è tra i numeri della seconda e della terza colonna?

Adesso un'ultima sfida. *Prof.* dice di conoscere un *trucchetto* per compilare più velocemente la tabella. Dobbiamo scoprirlo anche noi...proviamo a trovare i tre numeri del dodecagono!

POLIGONO	NUMERO DI VERTICI	NUMERO DI DIAGONALI DA OGNI VERTICE	NUMERO DI DIAGONALI TOTALI
Dodecagono (12 lati)			

Fase facoltativa

Scheda Matematica 2 bis (Facoltativa)
LA LEGGE SEGRETA DELLE DIAGONALI

Classe 1a secondaria

Dopo aver scoperto le relazioni tra i numeri della tabella precedente, ora potete immaginare un poligono con un qualsiasi numero di lati...e sapere con esattezza i 3 numeri che lo descrivono:

POLIGONO	NUMERO DI VERTICI	NUMERO DI DIAGONALI DA OGNI VERTICE	NUMERO DI DIAGONALI TOTALI
Poligono con _____ lati			

Siete quindi pronti a formulare la *legge segreta delle diagonali*, che sarà racchiusa in un'unica riga. Immaginiamo che n sia un numero qualsiasi, purché intero e maggiore di 2. Quindi un numero come 3, 5, 12, 1376 e così via. Ebbene, la seguente riga ci dirà tutto sulle diagonali del nostro poligono di n lati:

POLIGONO	NUMERO DI VERTICI	NUMERO DI DIAGONALI DA OGNI VERTICE	NUMERO DI DIAGONALI TOTALI
Poligono con n lati			





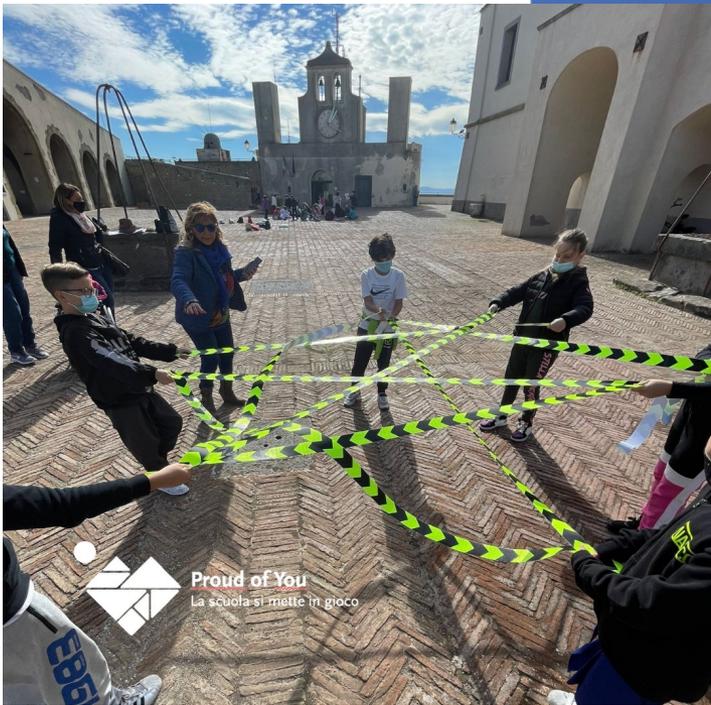
 Proud of You
La scuola si mette in gioco.



 Proud of You
La scuola si mette in gioco.



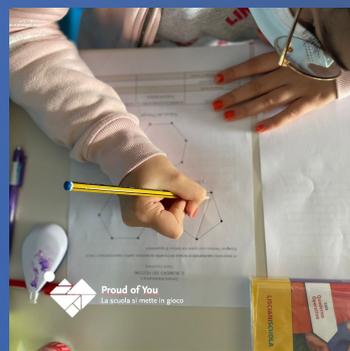
 Proud of You
La scuola si mette in gioco.



 Proud of You
La scuola si mette in gioco.



 Proud of You
La scuola si mette in gioco.

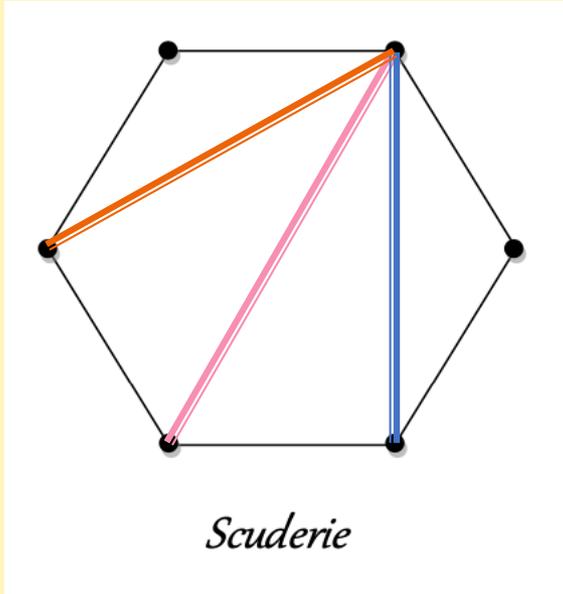


 Proud of You
La scuola si mette in gioco.



 Proud of You
La scuola si mette in gioco.

Percepire con i sensi una formula matematica



In generale, per contare il numero di diagonali di un **poligono di n vertici** basterà

- considerare il numero della diagonali da ogni vertice ($n-3$),
- moltiplicarlo per il numero dei vertici (n),
- e infine dividere per 2, per non contare due volte la stessa diagonale.

Da cui:

$$d = \frac{n(n-3)}{2}$$

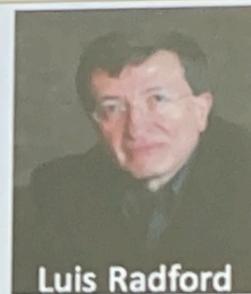
L'apprendimento avviene quando, nella loro interazione con il mondo materiale, gli studenti iniziano ad adottare un modo matematico, culturalmente determinato, di percepire attraverso i sensi, agire e pensare.

Radford, 2013

Un lungo processo di 'addomesticamento'...

che fare?

Luis Radford parla della necessità di addomesticare
l'occhio dello studente:



Luis Radford

Gli occhi dei matematici hanno subito un lungo processo di 'addomesticamento'. Che un tale processo non sia 'naturale' è derivato non solo dai risultati della psicologia interculturale, ma anche dalle risposte dei nostri giovani studenti.

L'addomesticamento dell'occhio è un lungo processo nel corso del quale arriviamo a vedere e riconoscere le cose secondo mezzi culturali "efficienti". È il processo che converte l'occhio (e altri sensi umani) in un sofisticato organo intellettuale - "teorico" come lo definì Marx. (L. Radford, 2010)

Radford, L. (2010). The eye as a theoretician: Seeing structures in generalizing activities.
For the Learning of Mathematics, 30(2), pp. 2-7.



***Embodiment* in Didattica della matematica**

Negli ultimi vent'anni circa, la ricerca ha sviluppato la consapevolezza del ruolo cruciale svolto dal **corpo** e dai **movimenti** nell'apprendimento della matematica.

Questo processo è stato facilitato dalla diffusione del lavoro di Lakoff e Núñez (2000) sulla *mente incarnata* e la sua relazione con la matematica astratta, proveniente dalla linguistica cognitiva, e dalla *visione enattivista* della cognizione proposta da Varela e dai suoi collaboratori (1991), con le sue radici biologiche.

Le risorse materiali e sensibili, come i **gesti**, la **postura**, le **azioni motorie**, gli **artefatti** e i **segni** sono stati concettualizzati come elementi centrali del pensiero matematico di studenti e insegnanti (Radford, Arzarello & Sabena, 2017).

“Il pensiero non avviene solo *all'interno* della testa, ma anche *all'interno* e *attraverso* una sofisticata coordinazione semiotica di dialogo, corpo, gesti, simboli e strumenti”

(Radford, 2009)

Sensuous cognition

La cognizione è concettualizzata come contemporaneamente

concettuale

embodied

materiale



Radford, 2013

“[...] il nostro dominio cognitivo può essere concepito come una forma culturalmente e storicamente determinata di reagire, agire, sentire, immaginare, trasformare e dare senso al mondo, creativamente.”

(Radford, 2013, p. 144)

Plasticità e multimodalità dei sensi

I nostri sensi *collaborano* tra di loro e si *sviluppano* in maniera integrativa, fornendoci una percezione sempre più complessa della realtà

Interazione con il mondo materiale

I nostri sensi evolvono con la materialità degli oggetti che ci circondano. Essa non è materia inerte, ma è già dotata di significato e *suggerisce un mondo di guardare al mondo.*

Sensuous cognition



Radford, 2013

Cultural shaping of senses

I sensi non devono essere considerati solo come una parte del nostro apparato biologico, in quanto subiscono un 'modellamento culturale'.

L'estensione del modellamento culturale dipende dall'immersione in una particolare società, e alla fine risulta in **un modo di percepire culturalmente e storicamente determinato**.

Nella *Sensuous cognition*, l'apprendimento avviene quando gli studenti iniziano ad adottare un modo culturale e storico matematico di percepire, agire e pensare nella loro interazione con il mondo materiale.

Il ruolo delle metafore



«Sosteniamo che un approccio all'apprendimento della matematica basato sulla *metaforizzazione enattiva* (agita dal corpo) possa aiutare in modo significativo ad alleviare l'*abuso cognitivo* che milioni di bambini in tutto il mondo subiscono quando sono esposti alla matematica»

Jorge Soto-Andrade (2018)

Il ruolo delle metafore

- Negli ultimi decenni è emersa una crescente consapevolezza nella comunità dell'insegnamento della matematica che le **metafore** non sono solo dispositivi retorici, ma **potenti strumenti cognitivi che ci aiutano a costruire o afferrare nuovi concetti**, nonché a risolvere i problemi in modo efficiente e amichevole;
- Come suggerito da Johnson e Lakoff (2003), il nostro sistema concettuale ordinario, nei termini del quale pensiamo e agiamo, è fondamentalmente di **natura metaforica**.

Jorge Soto-Andrade (2018)



Contesto narrativo

Alessia e Pietro si ritrovano nella grande sala al primo piano con un nuovo incarico da portare a termine: **inventare la coreografia di un minuetto**, una danza francese caratterizzata da piccoli passi.

Il video di un minuetto (vero) in
costumi d'epoca:

<https://www.youtube.com/watch?v=BOdDwl2GZUM>

Laboratorio di matematica

La geometria viene in aiuto con la bellezza della sua armonia! Gli allievi, in gruppi da quattro e disposti nei vertici di un quadrato immaginario, si muovono sulle note di un minuetto, effettuando **scambi di posizione** con piccoli passettini. I diversi tipi di scambio di posizione corrispondono a particolari **trasformazioni geometriche del quadrato: simmetrie e rotazioni**.

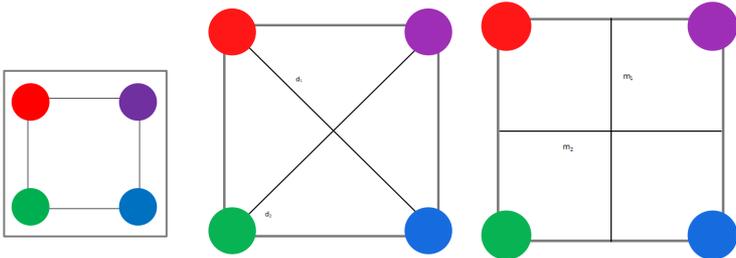
Scegliendo diverse trasformazioni, gli allievi inventano liberamente il loro 'minuetto'.

Obiettivi di apprendimento al termine della classe quinta

- Utilizzare modelli materiali nello spazio e nel piano come supporto a una prima capacità di visualizzazione;
- Riconoscere figure ruotate, traslate e riflesse.

Fase 1: 7 movimenti dei danzatori

- Con il supporto della *Scheda Matematica 8 - "Il minuetto"*, gli allievi esplorano insieme alcune **trasformazioni del quadrato**.
- Gli allievi avranno anche il supporto di **quadratini di cartoncino, da piegare e ruotare**; mentre gli insegnanti avranno quadrati più grandi da manipolare sotto gli occhi degli allievi, dove sono tracciate anche diagonali e mediane.



- A turno, un gruppetto di quattro allievi **interpreta attraverso i movimenti di tutto il corpo le trasformazioni** via via mostrate dall'insegnante. Gli altri allievi partecipano osservando e manipolando il proprio cartoncino (con pieghe e rotazioni).

Primo foglio

Scheda Matematica 8
IL MINUETTO
Classe 4a e 5a primaria

Alessia e Pietro si ritrovano nella grande sala al primo piano con un nuovo incarico da portare a termine: inventare la coreografia di un minuetto, una danza francese caratterizzata da piccoli passi. A questi balli partecipano sempre decine e decine di invitati e così, per creare una coreografia non troppo complicata da eseguire e al tempo stesso per nulla monotona, un'idea può essere dividere i ballerini in gruppetti da 4. Ogni ballerino occuperà il vertice di un quadrato immaginario e si muoverà durante la danza al suo interno o lungo il suo contorno con piccoli passettini. Sì, ma come scegliere questi movimenti? La geometria potrebbe venirci in aiuto con la bellezza della sua armonia!

Fase 1

Nello schema in basso ogni pallino rappresenta un danzatore nella sua configurazione-quadrato e ogni freccia indica una particolare trasformazione geometrica del quadrato: si tratta di simmetrie e rotazioni. In questo modo basta scegliere una trasformazione geometrica del quadrato per assicurarsi un armonioso movimento dei ballerini all'interno del loro spazio di danza.

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI PARTENZA

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI ARRIVO



Quindi, se si sceglie la simmetria rispetto alla diagonale d_1 , i danzatori verde e viola si scambiano di posto, mentre gli altri due eseguono dei passi sul posto.

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI PARTENZA

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI ARRIVO

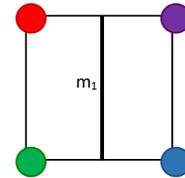


Fase 1: 7 movimenti dei danzatori

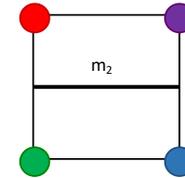
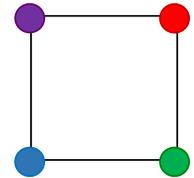
Secondo foglio

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI PARTENZA

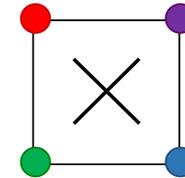
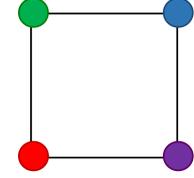
CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI ARRIVO



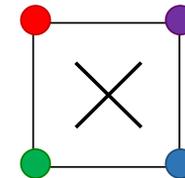
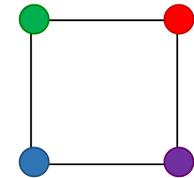
SIMMETRIA RISPETTO
ALLA MEDIANA m_1



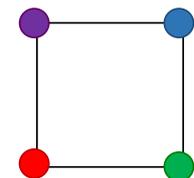
SIMMETRIA RISPETTO
ALLA MEDIANA m_2



ROTAZIONE DI 90° IN
SENSO ORARIO



ROTAZIONE DI 90° IN
SENSO ANTIORARIO



Scheda Matematica 8
IL MINUETTO
 Classe 4a e 5a primaria

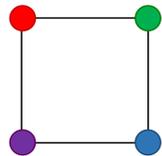
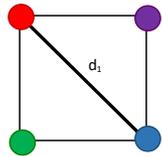
Alessia e Pietro si ritrovano nella grande sala al primo piano con un nuovo incarico da portare a termine: inventare la coreografia di un minuetto, una danza francese caratterizzata da piccoli passi. A questi balli partecipano sempre decine e decine di invitati e così, per creare una coreografia non troppo complicata da eseguire e al tempo stesso per nulla monotona, un'idea può essere dividere i ballerini in gruppetti da 4. Ogni ballerino occuperà il vertice di un quadrato immaginario e si muoverà durante la danza al suo interno o lungo il suo contorno con piccoli passettini. Sì, ma come scegliere questi movimenti? La geometria potrebbe venirci in aiuto con la bellezza della sua armonia!

Fase 1

Nello schema in basso ogni pallino rappresenta un danzatore nella sua configurazione-quadrato e ogni freccia indica una particolare trasformazione geometrica del quadrato: si tratta di simmetrie e rotazioni. In questo modo basta scegliere una trasformazione geometrica del quadrato per assicurarsi un armonioso movimento dei ballerini all'interno del loro spazio di danza.

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI PARTENZA

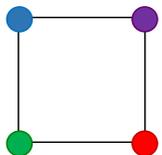
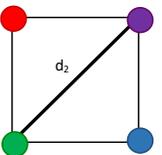
CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI ARRIVO



Quindi, se si sceglie la simmetria rispetto alla diagonale d_1 , i danzatori verde e viola si scambiano di posto, mentre gli altri due eseguono dei passi sul posto.

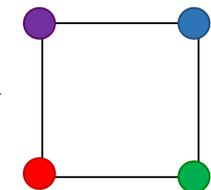
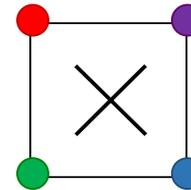
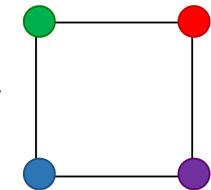
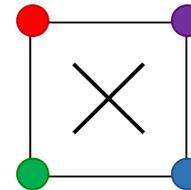
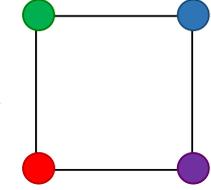
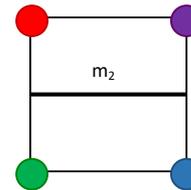
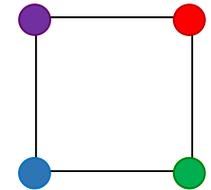
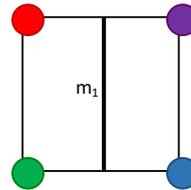
CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI PARTENZA

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI ARRIVO



CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI PARTENZA

CONFIGURAZIONE-QUADRATO DI ARRIVO





Con il sottofondo musicale
di un minuetto

Fase 2: La coreografia

Link a 19 Minuetti per orchestra di
Mozart:

<https://www.youtube.com/watch?v=sGExSV7FhTY>

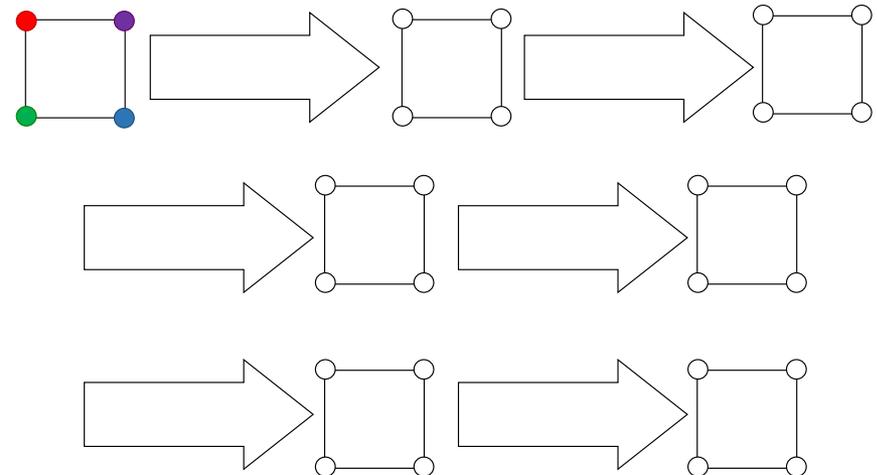
- Tenendo conto delle trasformazioni del quadrato, agli allievi è richiesto di inventare un minuetto.

Servendovi del “Libretto d’appunti del coreografo”, si prende nota del ballo che mano a mano viene inventato, **scrivendo nelle frecce le trasformazioni del quadrato scelte e colorando i pallini**, per indicare la posizione dei ballerini nelle configurazioni che si susseguono.

Fase 3: Si balla!

- Ciascun piccolo gruppo mostra alla classe il suo “Libretto del coreografo” e **interpreta la danza inventata**.

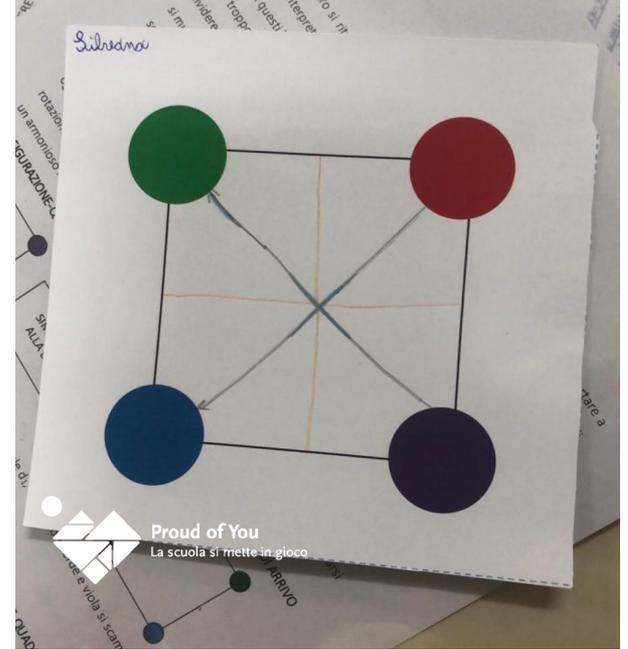
Il Libretto d'appunti del coreografo







Proud of You



Proud of You
La scuola si mette in gioco



Proud of You



Proud of You
La scuola si mette in gioco



Proud of You
La scuola si mette in gioco



Proud of You
La scuola si mette in gioco



Proud of You
La scuola si mette in gioco

Grazie per l'attenzione!

gcarotenuto@unisa.it