Bisceglie (BAT)
27 agosto 2022

Costruire, trasformare, smontare, assemblare e rompere oggetti matematici astratti

Samuele Antonini
Dipartimento di Matematica e Informatica 'Ulisse Dini', Università di Firenze

Perché insegnare/apprendere matematica?

Dalle Indicazioni Nazionale per il I ciclo

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità [...]

In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.

Conoscenza matematica ??????

«Devo ??»

9/135 + 7/227=

«Devo calcolare il
minimo comune
multiplo tra 135 e 227»

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $\quad x = -3 - 2 \quad x = -5$

b)

c) $3x - 1 = x - 1 \rightarrow 3x - x = 1 - 1 \quad \frac{2x}{2} = \frac{0}{2} \quad x = 0$

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $\quad x = -3 - 2 \quad x = -5$

b) $x = 5$

c) $3x - 1 = x + 1 \rightarrow 3x - x = 1 - 1 \rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{0}{2}$

$x = 0$

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $\quad X = -3 - 2 \quad X = -5$

b) $x = 5$ NON HA SOLUZIONE

c) $3x - 1 = x + 1 \rightarrow 3X - X = 1 - 1 \rightarrow \frac{2X}{2} = \frac{0}{2}$

$X = 0$

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $x = -3 - 2$ $x = -5$

b) $x = 5$ NON HA SOLUZIONE

c) $3x - 1 = x + 1$ $\rightarrow 3x - x = 1 - 1$ $\frac{2x}{2} = \frac{0}{2}$ $x = 0$

7) Inventa un'equazione che non abbia soluzione:

Studente di III media

6) Quale è la soluzione delle seguenti equazioni?

a) $2 + x = -3$ $X = -3 - 2$ $X = -5$

b) $x = 5$ NON HA SOLUZIONE

c) $3x - 1 = x - 1$ → $3X - X = 1 - 1$ → $\frac{2X}{2} = \frac{0}{2}$ $X = 0$

7) Inventa un'equazione che non abbia soluzione:

$X = 19$

Conoscenza concettuale e conoscenza procedurale (James Hiebert, 1986)

Conoscenza concettuale
(concetti e relazioni)

⟺

Conoscenza procedurale
(algoritmi, procedure, …)

Altri episodi…

Dialogo con una studentessa universitaria del I anno

Docente: *esiste un numero naturale che sia multiplo di 433 e di 1025?*

La studentessa inizia a fattorizzare i due numeri.

Il docente chiede spiegazioni.

La studentessa risponde che l'unico modo per vedere se esiste un numero che sia multiplo di entrambi è quello di fattorizzare i due numeri (e a questo punto descrive uno degli algoritmi usualmente insegnato nelle scuole per determinare il minimo comune multiplo).

La precisazione del docente che non viene richiesto di trovare il numero, ma solo di dire se esiste, sembra non essere compresa. Anche la richiesta esplicita di riflettere sul prodotto $433 \cdot 1025$ non sblocca la situazione.

Lo zero (studenti di vari livelli scolari, anche universitari)

Lo 0 è un numero pari?

Lo 0 non è né pari né dispari…

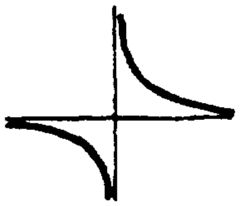
è sia pari sia dispari…

è parimpari…

??????!!!!?!?!?

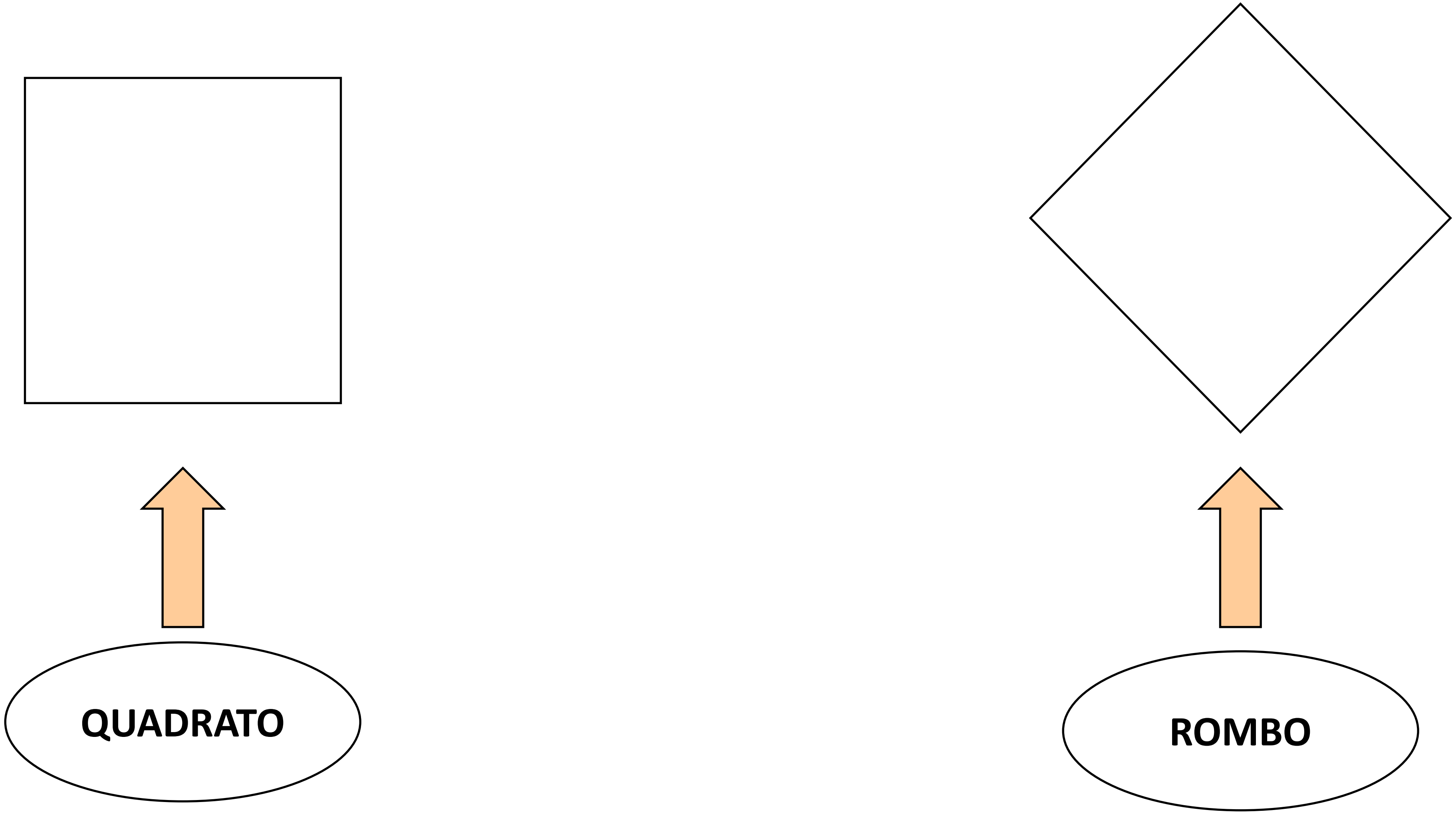
Funzione continua… o no?

$f(x) = \frac{1}{x} \quad (x \neq 0)$

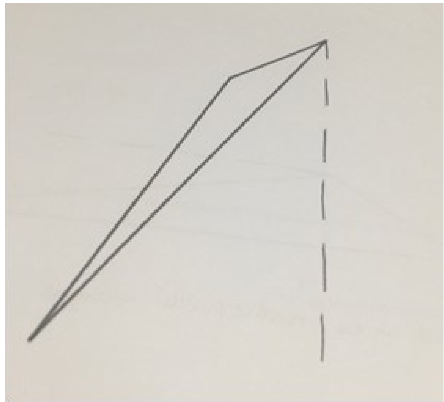


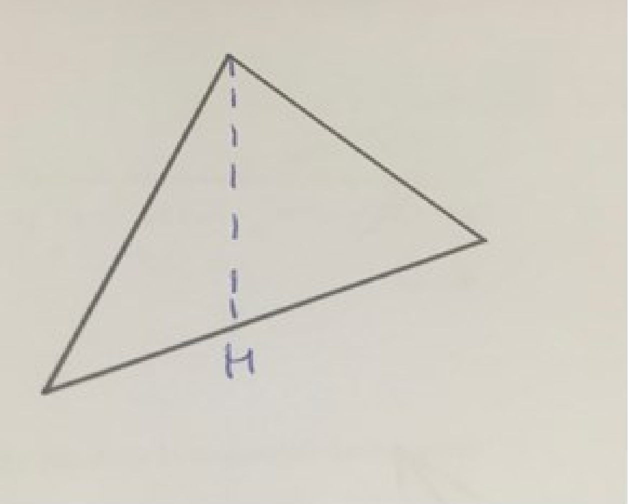
In uno studio di Tall & Vinner, 85% studenti universitari riteneva che la funzione f(x)=1/x NON fosse continua

Un classico…

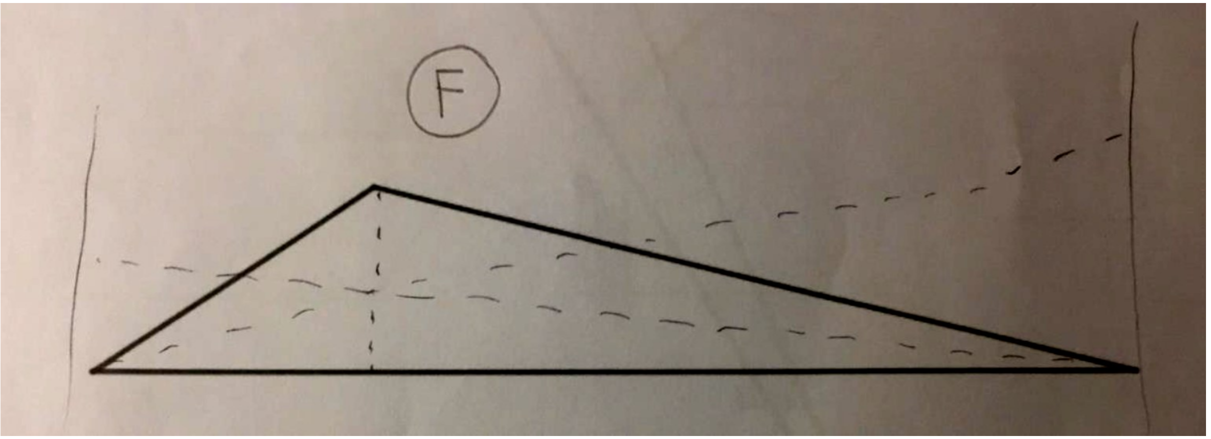


Altezze di triangoli



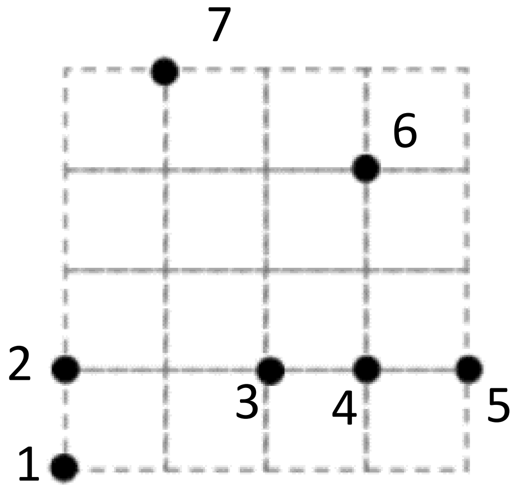


studente di una III della secondaria di I grado



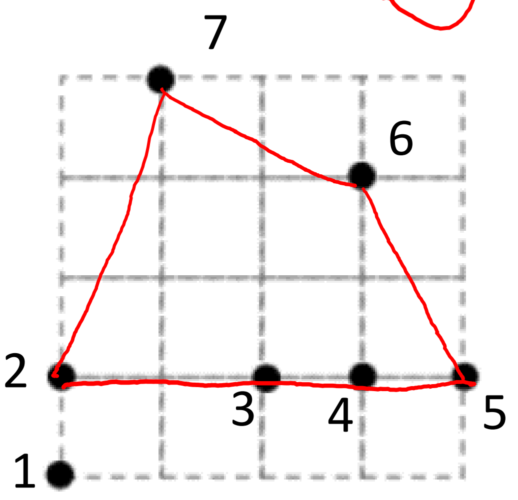
studente di IV liceo scientifico

Trapezi (studenti universitari, II anno)

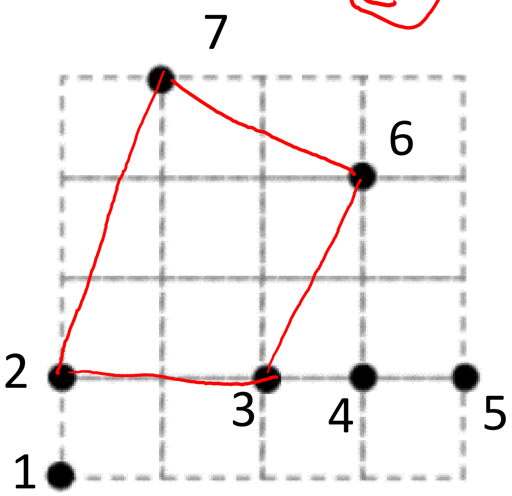


Trapezi? (studenti universitari, II anno)

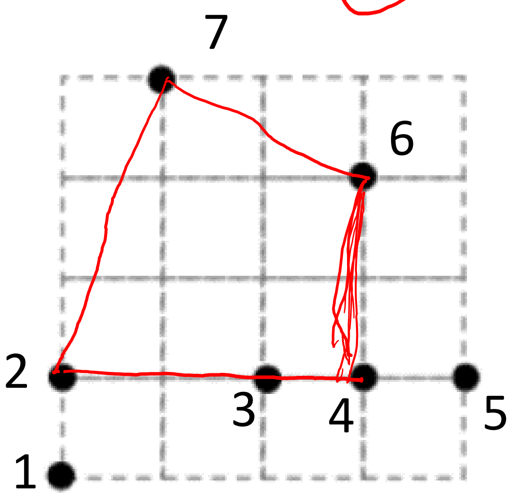
1



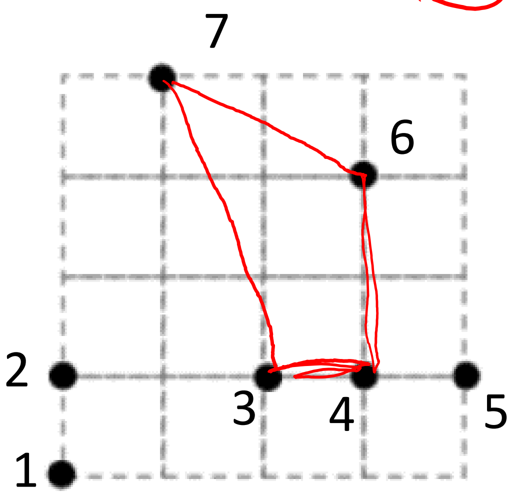
2



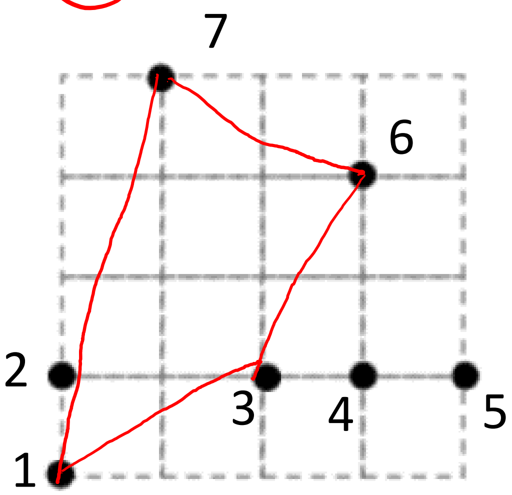
3



4

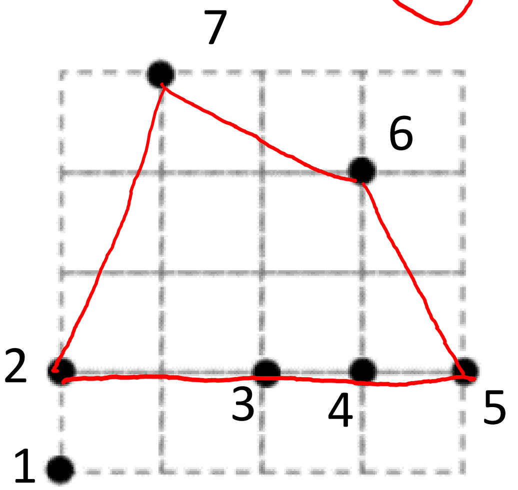


5

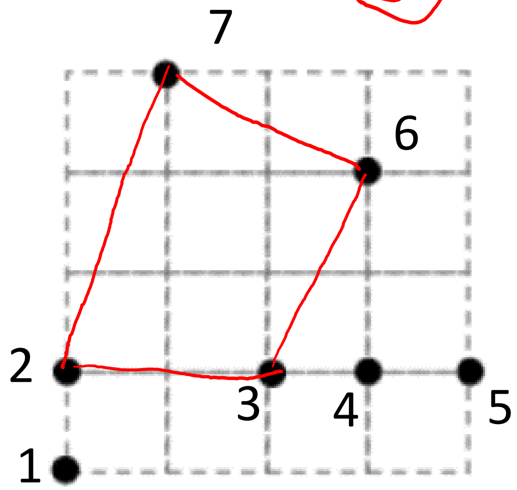


Trapezi? (studenti universitari, II anno)

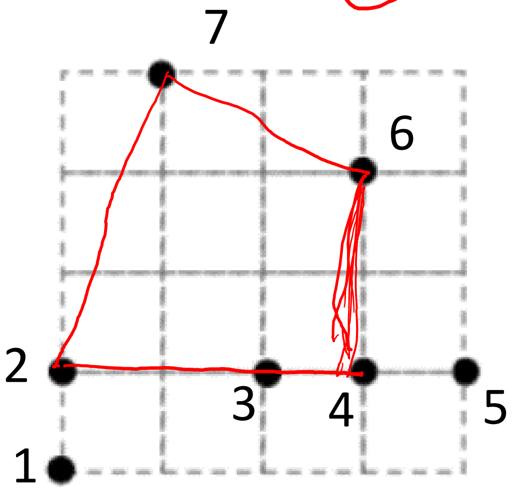
1



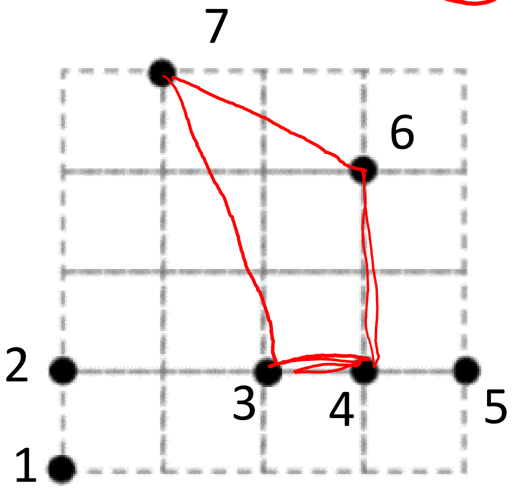
2



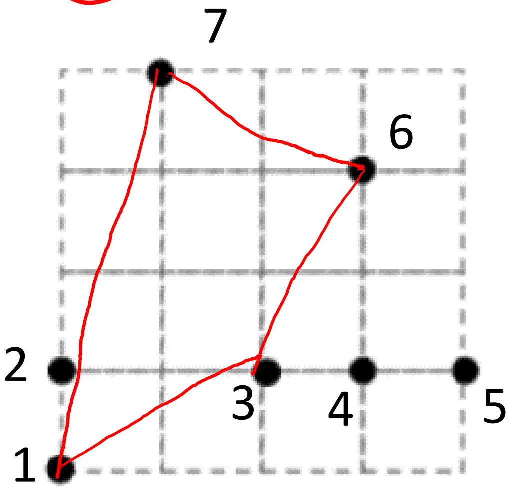
3



4



5



Abbiamo bisogno di altri quadri esplicativi…

Immagine del concetto – definizione del concetto

(David Tall & Shlomo Vinner)

Definizione del concetto

Rappresentazione linguistica del concetto. Può essere o non essere coerente con la definizione formulata dalla comunità scientifica.

Immagine del concetto – definizione del concetto

(David Tall & Shlomo Vinner)

Definizione del concetto

Rappresentazione linguistica del concetto. Può essere o non essere coerente con la definizione formulata dalla comunità scientifica.

Immagine del concetto

Controparte cognitiva associata al concetto. Include immagini mentali, processi, esperienze. Dipende fortemente dal soggetto e può cambiare nel tempo.

Immagine del concetto – definizione del concetto

(David Tall & Shlomo Vinner)

Definizione del concetto

Rappresentazione linguistica del concetto. Può essere o non essere coerente con la definizione formulata dalla comunità scientifica.

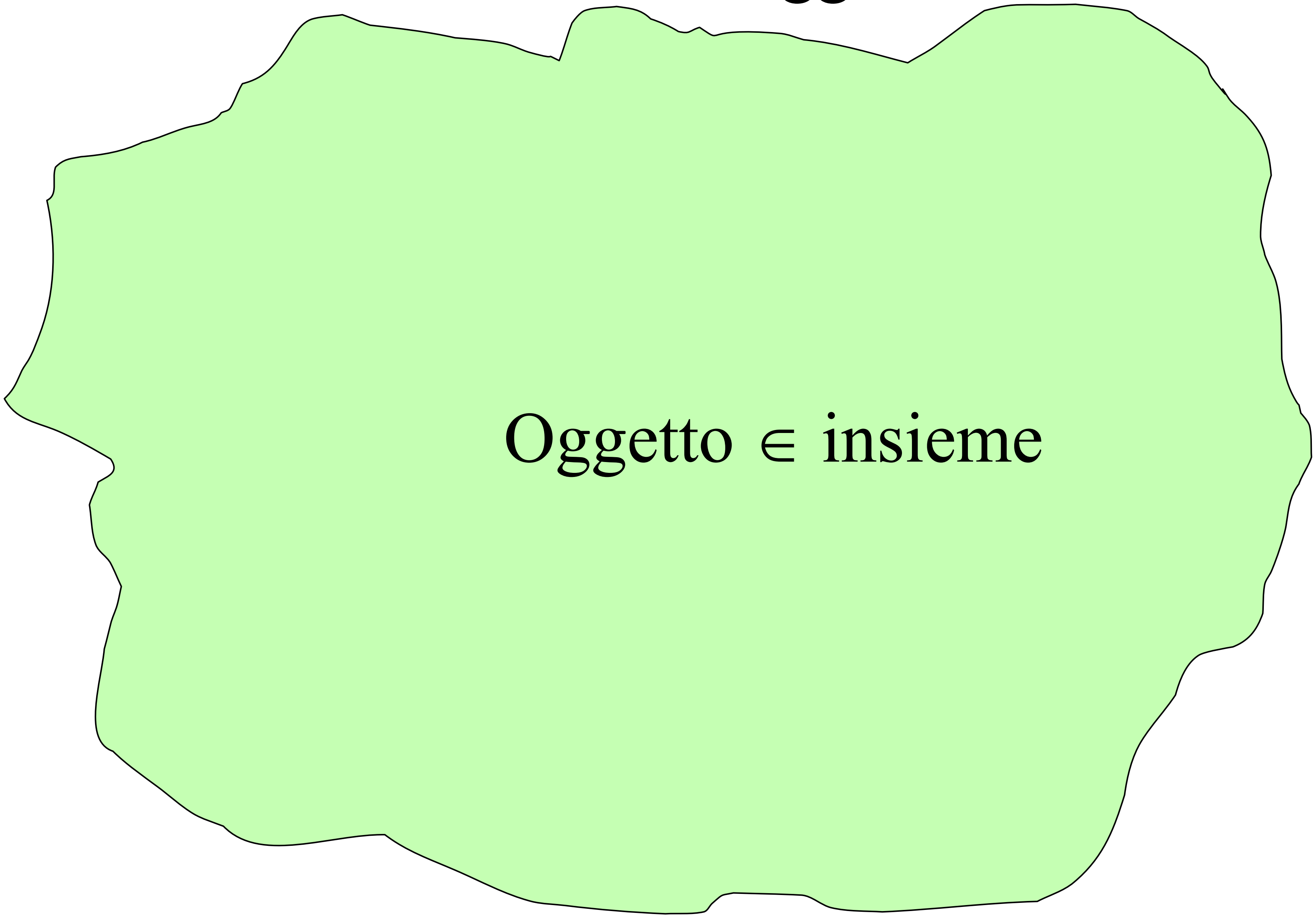
Immagine del concetto

Controparte cognitiva associata al concetto. Include immagini mentali, processi, esperienze. Dipende fortemente dal soggetto e può cambiare nel tempo.

I diversi aspetti della *immagine* di un soggetto non sono sempre coerenti con la definizione e coerenti tra loro. Queste incoerenze spiegano alcuni errori e difficoltà

Matematica

Oggetto $\notin$ insieme



Punto di vista cognitivo
Effetto prototipo

Categorie cognitive
(Lakoff, 1987, Rosch, 1977)

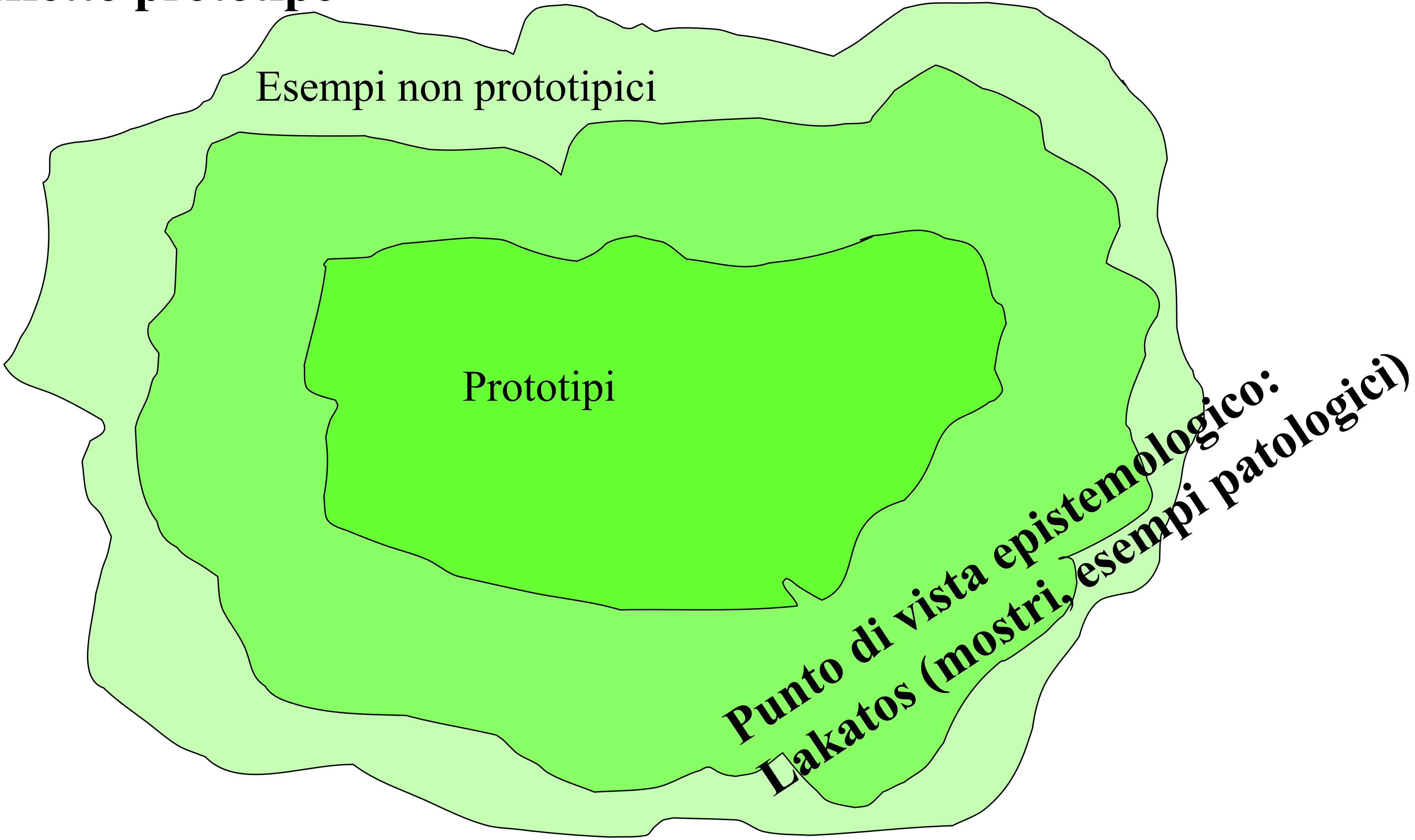


Immagine del concetto

Definizione

Conoscenza intuitiva e conoscenza formale

‘Ci sono frequenti situazioni in matematica in cui una convizione formale, che deriva formalmente da una certa dimostrazione, NON è associata a quel sottile feeling del “deve essere così”, “sento che deve essere così”.’ (Fischbein, 1982)

Distinzione: conoscenza formale – conoscenza intuitiva

Efraim Fischbein (1920-1998)

Intuizione e didattica della matematica

Gli oggetti matematici non sono accessibili ai sensi
Le loro proprietà sono determinate da assiomi e definizioni

$\Downarrow$

Conoscenza matematica: non immediata; mediata, acquisita con il ragionamento

MA: Necessità per il pensiero (per essere produttivo ed efficace) di punti di riferimento affidabili (come il comportamento pratico, reale, concreto in cui abbiamo certezze relative ad oggetti reali e ad operazioni su di essi)

Intuizione e didattica della matematica

‘Gli “oggetti” mentali (concetti, operazioni, enunciati) devono avere un tipo di consistenza ed evidenza diretta simile a quella degli oggetti e degli eventi reali, esterni e materiali, se il processo di ragionamento deve essere un’attività genuina e produttiva. Un’intuizione è, allora, un’idea che possiede due proprietà fondamentali della realtà concreta e oggettiva; l’immediatezza – cioè *l’evidenza* intrinseca – e la *certezza* (immanente, pratica e significative) ‘
(Fischbein, 1987, p. 21, corsivo originale, traduzione personale)

Intuizione e didattica della matematica

Conoscenza intuitiva: ha caratteristiche della conoscenza di oggetti reali e materiali (evidenza diretta, immediatezza, certezza, …) e della manipolabilità degli oggetti reali; ha il ruolo di conferire ad uno sforzo intellettuale le proprietà che garantiscono produttività ed efficienza

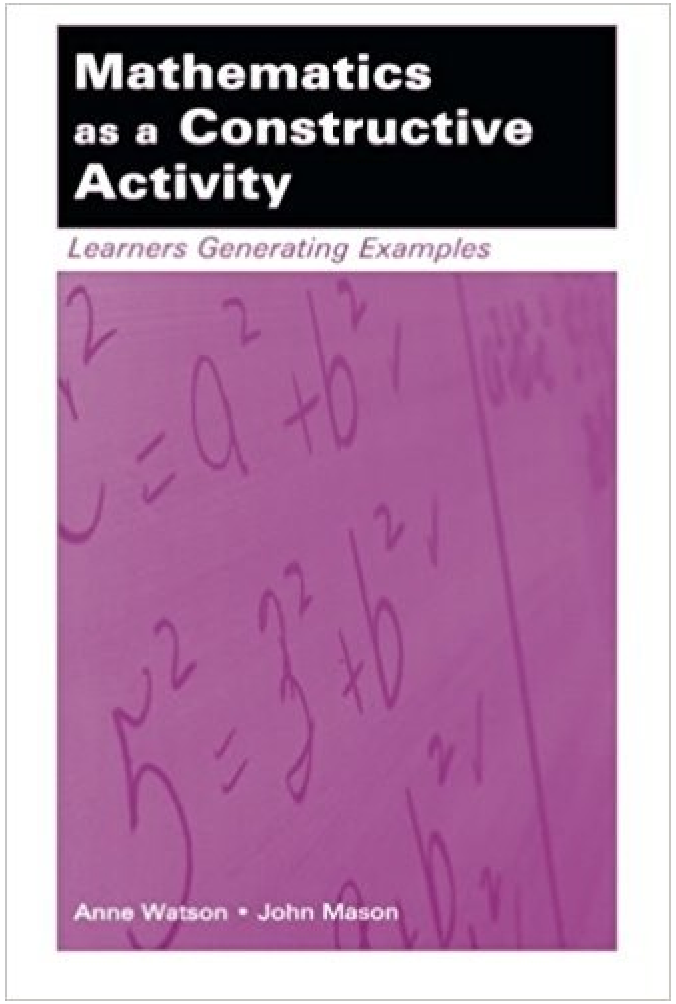
«*Facciamo un esempio concreto: consideriamo uno spazio vettoriale di dimensione n su un generico campo K*»….

“Una intuizione non può esser costruita tramite semplici esplorazioni verbali né attraverso procedure messe in pratica ciecamente […] Per creare nuove intuizioni […] chi apprende deve essere attivamente coinvolto…” (Fischbein, 1982)

Indicazioni nazionali per il primo ciclo

In matematica, come nelle altre discipline scientifiche, è elemento fondamentale il **laboratorio**, inteso sia come **luogo** fisico sia come **momento** in cui l’alunno è **attivo**, **formula** le **proprie** ipotesi e ne **controlla** le conseguenze, **progetta** e **sperimenta**, **discute** e **argomenta** le **proprie scelte**, impara a raccogliere dati, **negozia** e **costruisce significati**, porta a conclusioni temporanee e a nuove aperture la costruzione delle conoscenze personali e collettive.(p. 60)

Processi di costruzione di esempi



Importanza di costruire ed esplorare “spazi di esempi”

(Watson & Mason, 2005)

Gallerie di esempi e controesempi

Gelbaum, B.R. & Olmsted, J.M.H., *Counterexamples in analysis*, 1964

Capobianco, M. & Molluzzo, J.C., *Examples and Counterexamples in Graph Theory*, 1978

Khaleelulla, S.M., *Counterexamples in topological vector spaces*, 1982

Romano, J.P. & Siegel, A.F., *Counterexamples in probability and statistics*, 1986

Fornaess, J.E. & Stensones, B., *Lectures on counterexamples in several complex variables*, 1987

Stoyanov, J.M., *Counterexamples in probability*, 1987

Gelbaum, B.R. & Olmsted, J.M.H., *Theorems and counterexamples in Mathematics,* 1990

Wise, G.L. & Hall, E.B., *Counterexamples in probability and real analysis*, 1993

Steen, L.A. & Seebach, J.A.Jr, *Counterexamples in topology*, 1995

ecc. ecc. ecc.

Esempio: **teorema di Rolle**

Sia f: [a,b]->R, continua in [a,b] e derivabile in (a,b) tale che f(a)=f(b).

Allora esiste x_0 in (a,b) tale che $f'(x_0)=0$.

E se le funzione non è definita in tutto l'intervallo [a,b]?

E se il dominio non è un intervallo reale?

Esempio**: teorema di Rolle**

Sia f: [a,b]->R, continua in [a,b] e derivabile in (a,b) tale che f(a)=f(b).

Allora esiste x_0 in (a,b) tale che $f'(x_0)=0$.

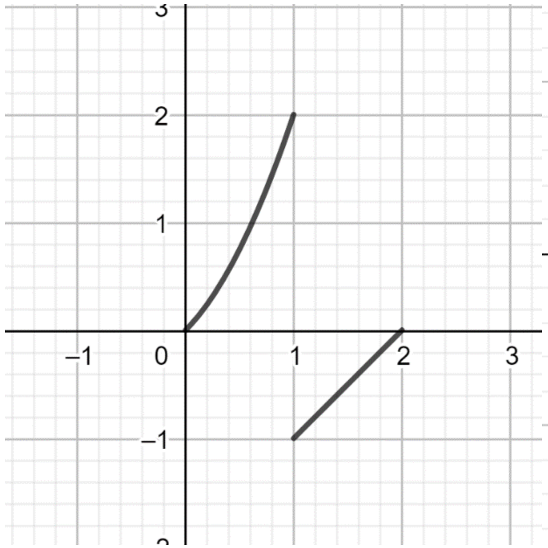
E se la f non è continua?

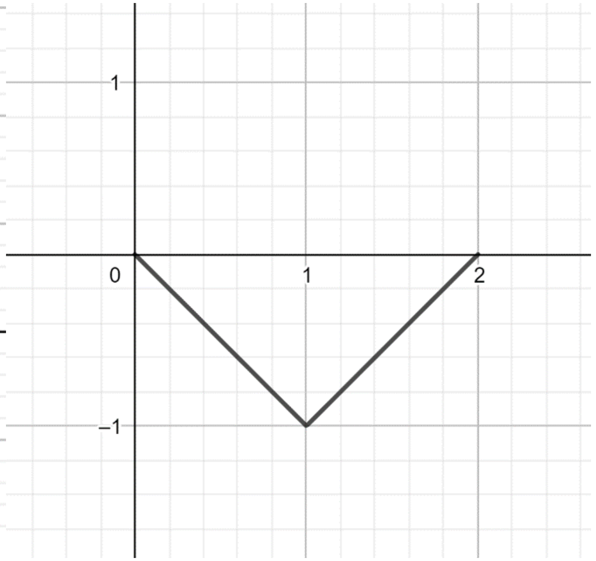
E se la f è continua e non derivabile?

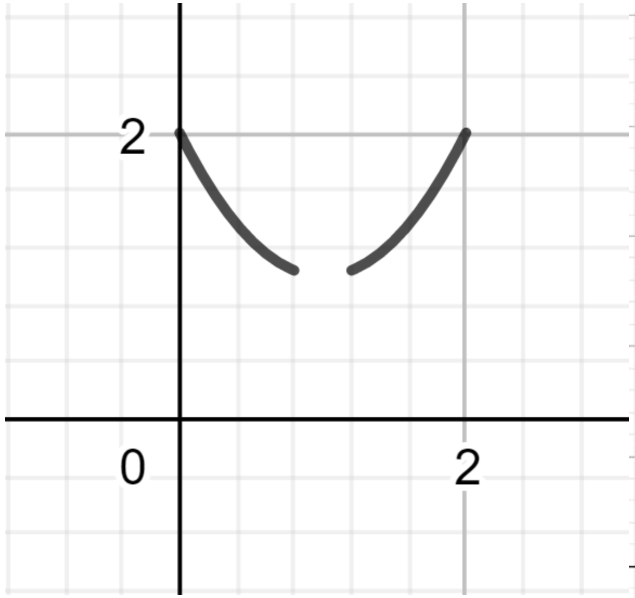
E se f(a)≠ f(b)?

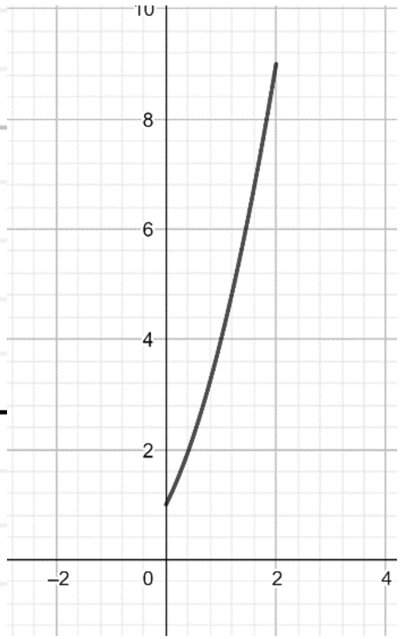
E se le funzione non è definita in tutto l’intervallo [a,b]?

E se il dominio non è un intervallo reale?









E se la f non è continua?

E se la f è continua e non derivabile?

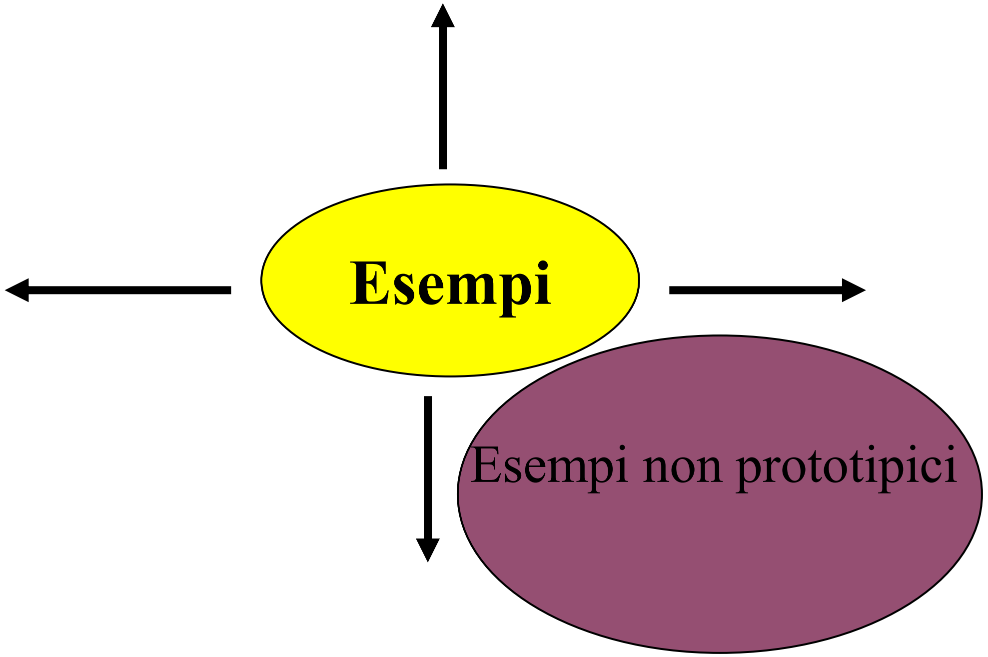
E se f(a)≠ f(b)?

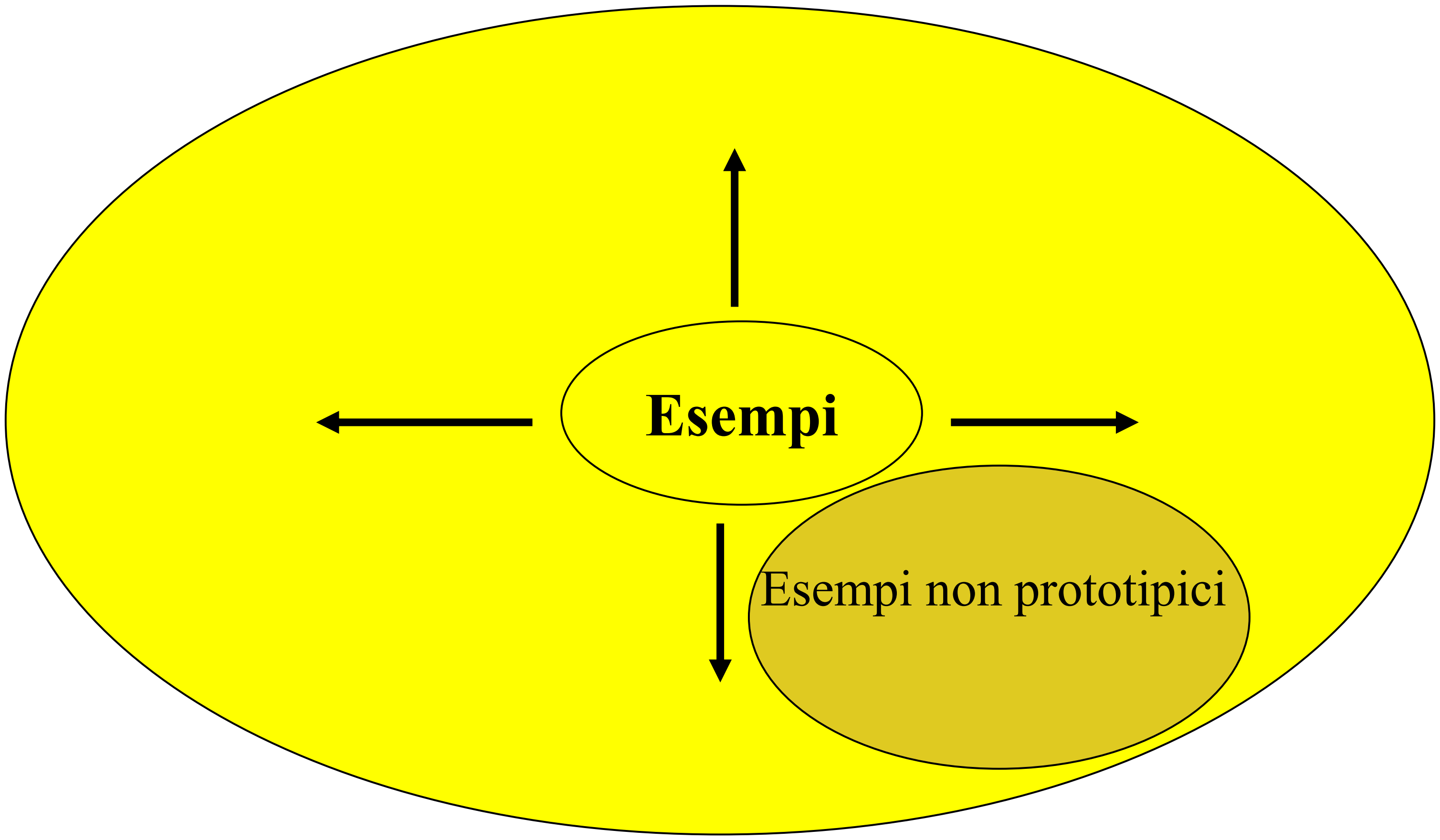
E se le funzione non è definita in tutto l’intervallo [a,b]?

E se il dominio non è un intervallo reale?

Esempi

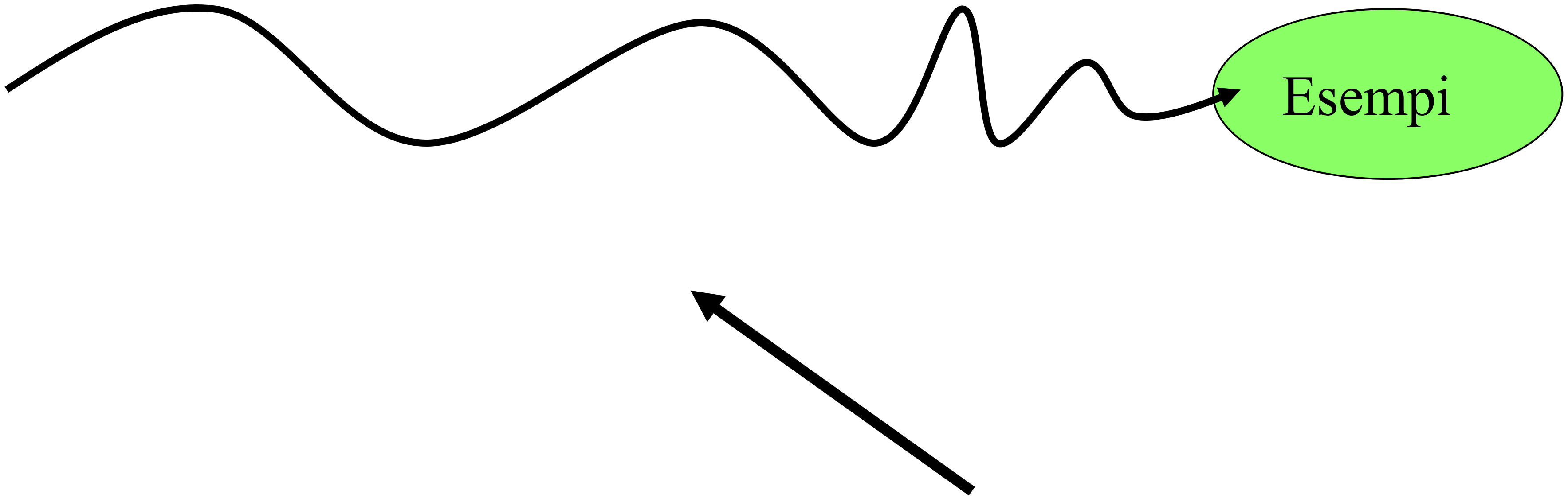
Esempi non prototipici


Esempi
Esempi non prototipici


Esempi
Esempi non prototipici

Esempi

Processi



Resnick and Greeno (Resnick & Greeno 1990; Resnick, 1992; Greeno, 1991): l’acquisizione dei concetti è fortemente legata alle azioni sugli oggetti

Piaget (1964): Conoscere un oggetto è agire su di esso. Conoscere è modificare e trasformare l’oggetto e capire il processo di questa trasformazione, e di conseguenza comprendere il modo in cui è costruito

Il bambino gioca, senza timore di rompere il giocattolo…
(e a volte lo rompe) ….

Il matematico esperto «aggeggia» con (e su) gli oggetti matematici

Altezze di triangoli

- https://www.geogebra.org/m/rnmqcvm3

Soldano, C. (2019). Apprendere con la logica dell’indagine: attività di giocoindagine all’interno di ambienti di geometria dinamica. *L’insegnamento della matematica e delle scienze integrate*, 42(3), 237-259.

Un’attività didattica alla secondaria di II grado

Ambito: funzioni reali di variabile reale, derivabilità, … …

In collaborazione con
Marina Ascari

Produzione di esempi (diverse rappresentazioni)

Fai l'esempio, se possibile, di grafici di funzione e di funzioni in forma algebrica per ognuno dei campi di esistenza proposti:

$(-\infty;-1)\cup(5;+\infty)$; [-1,5]; (-1, 5); [-1,5); (-1,5]

Produzione di esempi non prototipici

Fai l’esempio di funzioni (tracciando il grafico o esplicitando la corrispondenza), **i più strani possibile**, tali che…

Controesempi a «teoremi impliciti»

Controesempi (a «teoremi…. impliciti»)

Se possibile fai due esempi di funzione **continua** su [-3,4) senza massimo, almeno una anche limitata

Teoremi impliciti (falsi):

- Una funzione definita in [-3,4) non è limitata
- Una funzione senza massimo non è limitata

Controesempi (a «teoremi…. impliciti»)

- Fai un esempio, se possibile, di funzione definita in (0,1) limitata.
- Fai un altro esempio, un altro, un altro…

Teorema implicito (falso):

- Una funzione definita in un intervallo aperto non è limitata

Controesempi (a «teoremi…. impliciti»)

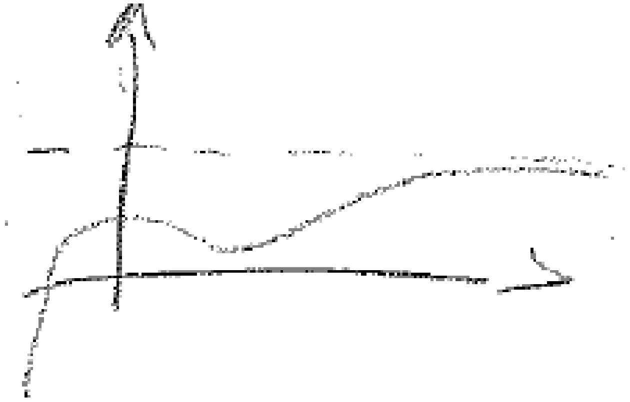
- Fai un esempio, se possibile, di funzione reale di variabile reale non limitata, tale che non esistano i limiti all'infinito e non abbia asintoti verticali

Teorema implicito (falso):

- Una funzione non limitata tale che non esistano $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ e $\lim_{x \to -\infty} f(x)$, ha un asintoto verticale

Controesempi (a «teoremi…. impliciti»)

Costruire, se possibile, una funzione avente la retta di equazione y=1 come asintoto orizzontale e tale che l'equazione f (x)=1 abbia infinite soluzioni in [0, +∞) .



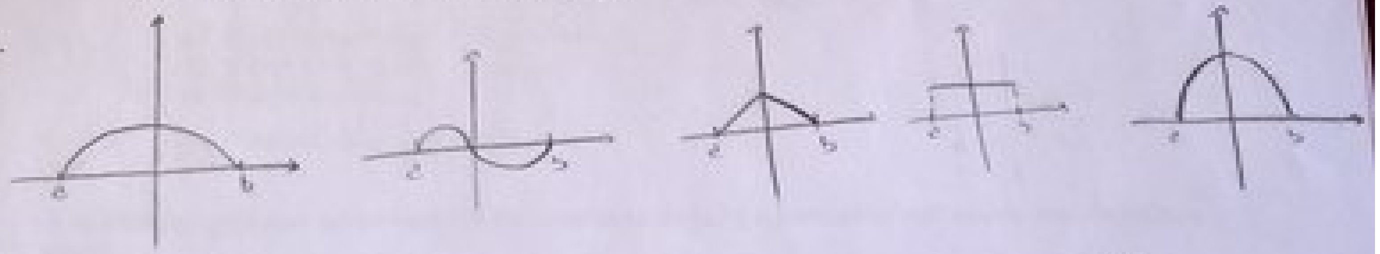
Teorema implicito (falso):

Se una funzione ha un asintoto orizzontale, il grafico della funzione non interseca l'asintoto (o comunque, non lo interseca definitivamente)

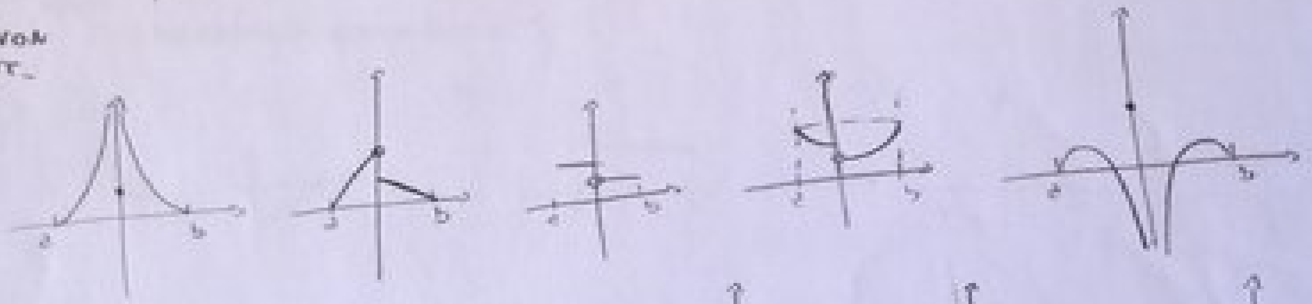
SCHEDA 3

1. Costruire 15 esempi di f(x) su un intervallo è [a,b] con f(a)=f(b) di cui 5 continue, 5 non continue e 5 non derivabili su tutto (a,b).

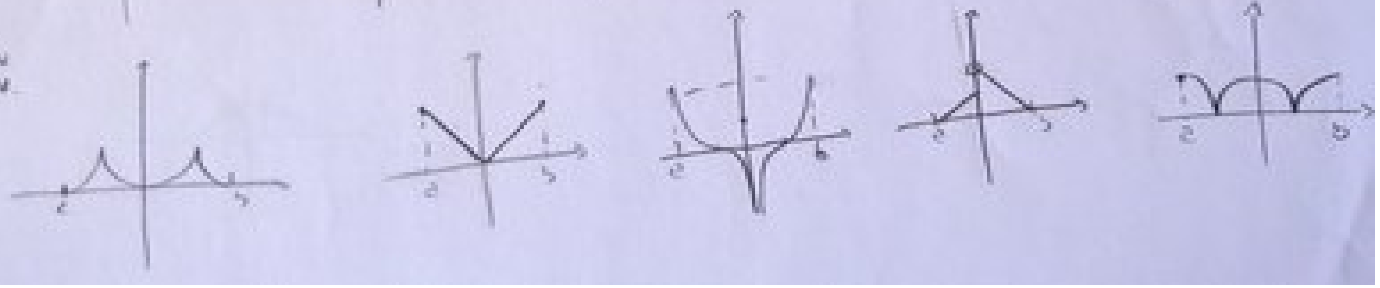
5 CONT.



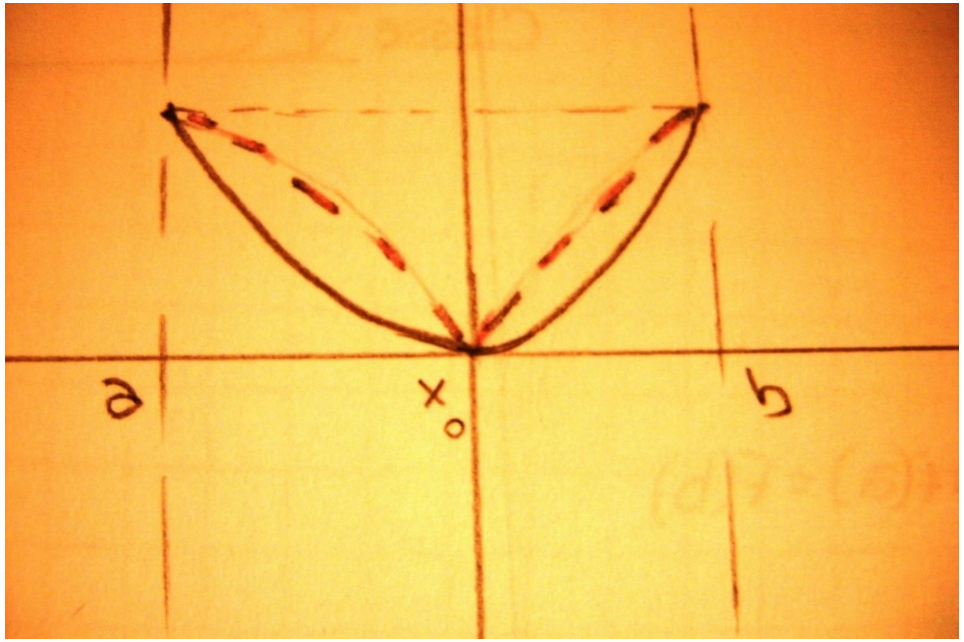
5 NON CONT.



5 NON DERIV.



Costruisci, se possibile, una funzione f continua su [a,b] e derivabile sull'aperto (a,b) tale che f(a)=f(b) e f'(x) sia diversa da zero per ogni x.

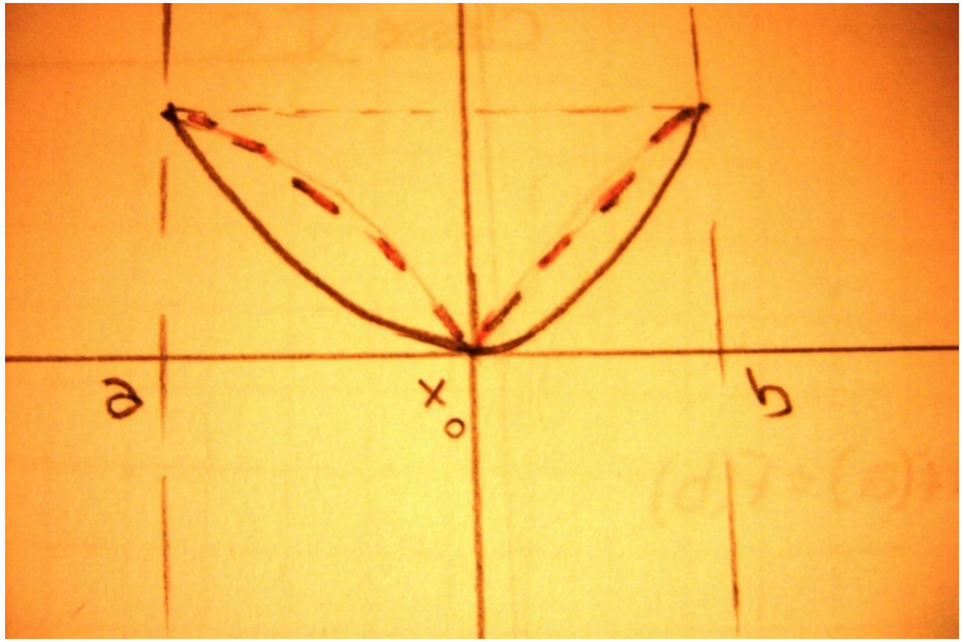


Giulia: *Non si può, perché non può avere massimi nè minimi relativi ma deve avere f(a)=f(b). Non può essere un segmento parallelo all'asse x perché la derivata sarebbe 0.*

Dimostrazione classica:

f costante

f non costante quindi max o min interno ad [a,b]



Giulia: *Non si può, perché non può avere massimi nè minimi relativi ma deve avere f(a)=f(b). Non può essere un segmento parallelo all'asse x perché la derivata sarebbe 0.*

“Prof, lei è proprio brava!

ci ha fatto un teorema e non ce ne siamo neanche accorti”

(una studentessa)

Esempio: minimo comune multiplo

Determinare il minimo comune multiplo tra 18 e 60

Procedura molto diffusa:

18	2
9	3
3	3
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

$18=2x3^2$ $60= 2^2 \times 3 \times 5$

Il minimo comune multiplo tra 18 e 60 è $2^2 \times 3^2 \times 5 = 180$

Esempio: minimo comune multiplo

Determinare il minimo comune multiplo tra 18 e 60

Procedura molto diffusa:

18	2
9	3
3	3
1	

60	2
30	2
15	3
5	5
1	

Dialogo con una studentessa universitaria del I anno

Docente: *esiste un numero naturale che sia multiplo di 433 e di 1025?*

La studentessa inizia a fattorizzare i due numeri.

Il docente chiede spiegazioni.

La studentessa risponde che l'unico modo per vedere se esiste un numero che sia multiplo di entrambi è quello di fattorizzare i due numeri (e a questo punto descrive uno degli algoritmi usualmente insegnato nelle scuole per determinare il minimo comune multiplo).

La precisazione del docente che non viene richiesto di trovare il numero, ma solo di dire se esiste, sembra non essere compresa. Anche la richiesta esplicita di riflettere sul prodotto $433 \cdot 1025$ non sblocca la situazione.

Un’attività didattica alla secondaria di I grado

Ambito: struttura moltiplicativa dell’insieme dei numeri naturali;
multiplo, divisore, numero primo, comune multiplo,
minimo comune multiplo, massimo comun divisore, … …

In collaborazione con
Federica Poli, Martina
Cecchetto, Giulia Lisarelli,
Anna Baccaglini-Frank

… qualche gioco

- Indovina il numero

- …………….

- Contratto didattico
- Concetti <-> strategie del gioco

Costruzione di successioni di multipli

Multipli di 3 — 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81, 84

Multipli di 4 — 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 80,

Multipli di 5 — 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65

Multipli di 6 — 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102, 108, 114, 120, 126, 132, 138, 144, 150,

⋮

Multipli di 0

Multipli di 1

Mondi da costruire e da esplorare

Costruzione ed esplorazione

Trovare cinque numeri che compaiono nella successione dei multipli di 2 ma non di 3

In quali successioni di multipli è presente il numero 12?
In quali successioni è presente il numero 9? (o il 17)? In quante successioni compare il numero 15?
....
In quali successioni di multipli sono presenti 24 e 36?
In quali successioni di multipli sono presenti 24 e 36 ma nessun numero compreso tra 24 e 36?
....
Ci sono numeri presenti in tutte le successioni di multipli?
Successioni di pari e di dispari…
Gioco: vince chi propone il numero (minore di un numero fissato) che appartiene a più (a meno) successioni possibili

Mondi da costruire e da esplorare

Costruzione ed esplorazione

Multipli di 6

6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102,

Quali successioni di multipli si possono ritrovare nella successione dei multipli di 6?

….

In quali successioni di multipli è inclusa la successione dei multipli di 6?

….

Mondi da costruire e da esplorare

Costruzione ed esplorazione

Trovare un numero che compare solo in una successione di multipli. Trovarne un altro, e un altro, e un altro ancora…

Trovare un numero che compare solo in due (solo in tre, ecc.) successioni di multipli. Trovarne un altro, e un altro, e un altro…. Spiegare per iscritto a un compagno come si possono trovare numeri con queste proprietà.

In quante successioni di multipli compare un numero primo, il quadrato di un numero primo, il cubo di un numero primo, il prodotto di due numeri primi, ecc.?

Mondi da costruire e da esplorare

Costruzione ed esplorazione

In una sperimentazione (I media) è stata proposta dai ragazzi una definizione: «numero primo è il numero che compare solo in due successioni di multipli»

Costruzione ed esplorazione

Multipli di 18 — 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, 216, 234, 252, 270, 288, 306, 324, 342, 360, 378,

Multipli di 60 — 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, 720, 780, 840

Multipli di 15 — 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165

Multipli di 7 — 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84. 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168

⋮

Multipli di 0

Multipli di 1

Mondi da costruire e da esplorare

Costruzione ed esplorazione

Multipli di 18   0, 18, 36, 54, 72, 90, 108, 126, 144, 162, 180, 198, 216, 234, 252, 270, 288, 306, 324, 342, 360, 378,

Multipli di 60   0, 60, 120, 180, 240, 300, 360, 420, 480, 540, 600, 660, 720, 780, 840

Multipli di 15   0, 15, 30, 45, 60, 75, 90, 105, 120, 135, 150, 165

Multipli di 7   0, 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56, 63, 70, 77, 84. 91, 98, 105, 112, 119, 126, 133, 140, 147, 154, 161, 168

⋮

⋮

⋮

Multipli di 0

Multipli di 1

Mondi da costruire e da esplorare

Comuni multipli

Multipli di 3 — 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81,

Multipli di 4 — 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 80,

Mondi da costruire e da esplorare

Multipli comuni a più successioni

Comuni multipli

Multipli di 3 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42, 45, 48, 51, 54, 57, 60, 63, 66, 69, 72, 75, 78, 81,

Multipli di 4 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 80,

Mondi da costruire e da esplorare

Multipli comuni a più successioni

Comuni multipli

Multipli di 6   6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102,

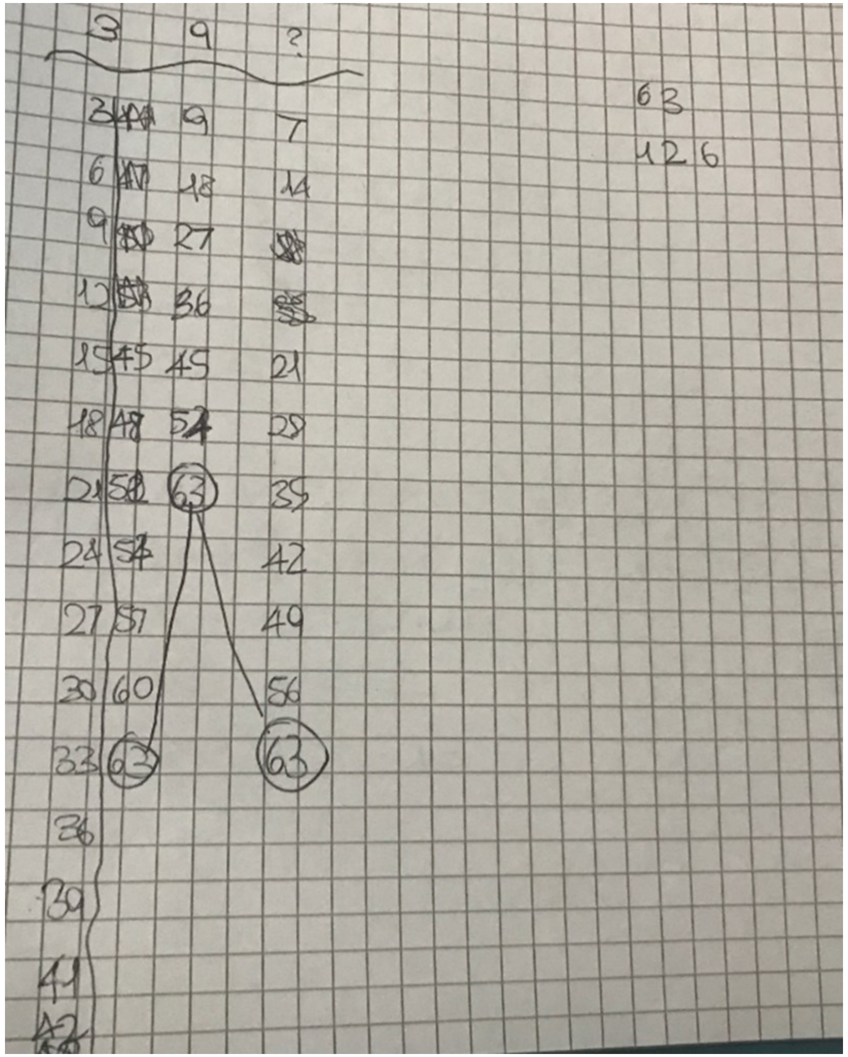
Multipli di 8   8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104,

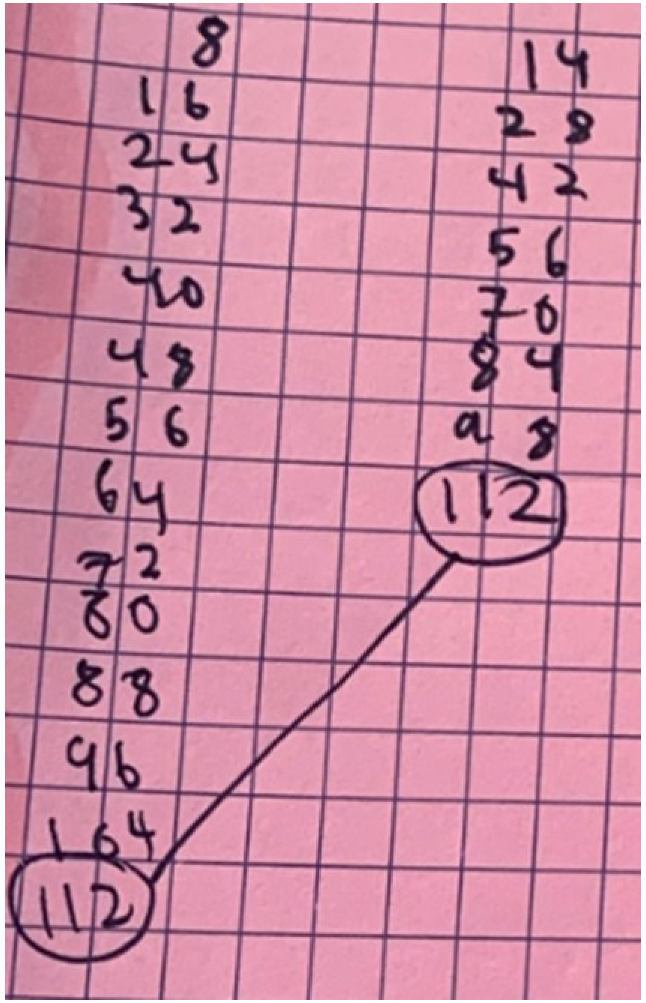
Ogni quanto si ripetono? Perché?

Mondi da costruire e da esplorare

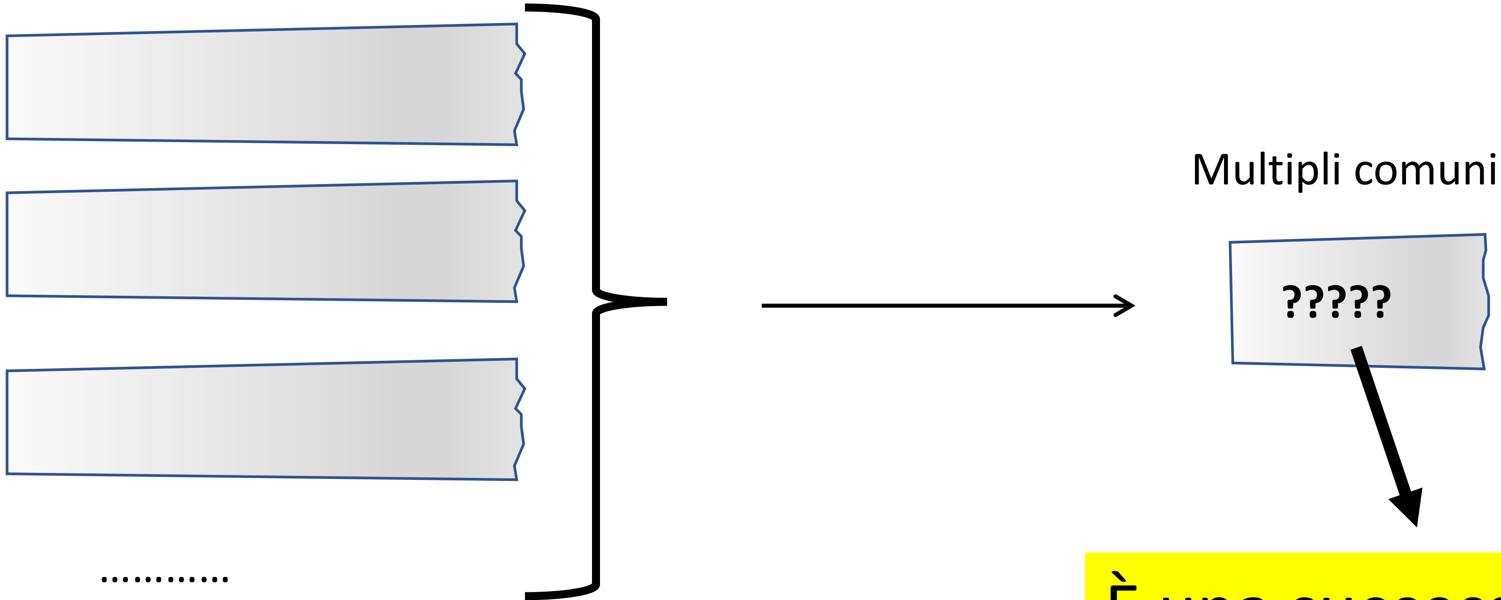
Multipli comuni a più successioni

	A	B	C	D	E
1	4	6	9		36
2	8	12	18		72
3	12	18	27		108
4	16	24	36		144
5	20	30	45		180
6	24	36	54		216
7	28	42	63		252
8	32	48	72		288
9	36	54	81		324
10	40	60	90		360
11	44	66	99		396
12	48	72	108		432
13	52	78	117		468
14	56	84	126		504
15	60	90	135		540
16	64	96	144		576
17	68	102	153		612
18	72	108	162		648
19	76	114	171		684
20	80	120	180		720
21	84	126	189		756
22	88	132	198		792



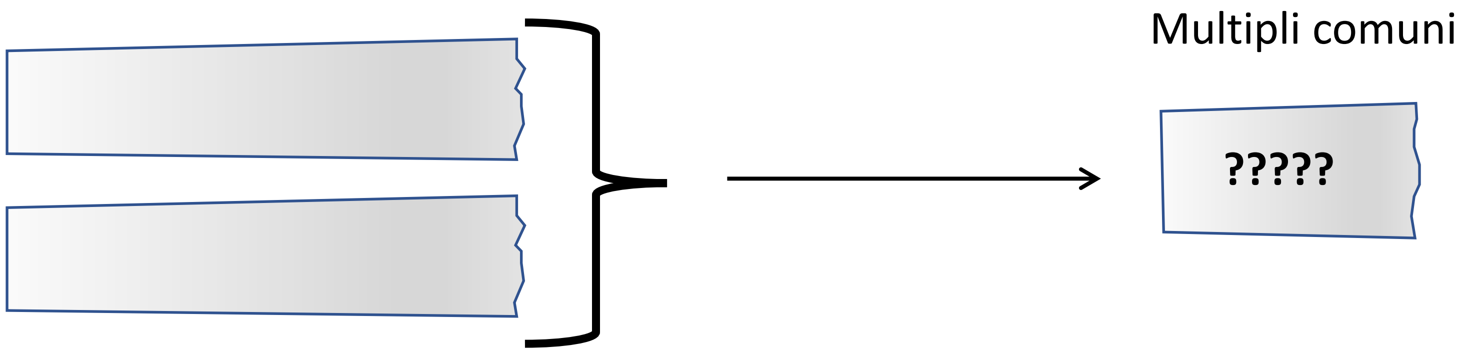


Comuni multipli



È una successione di multipli!!!
Perché?

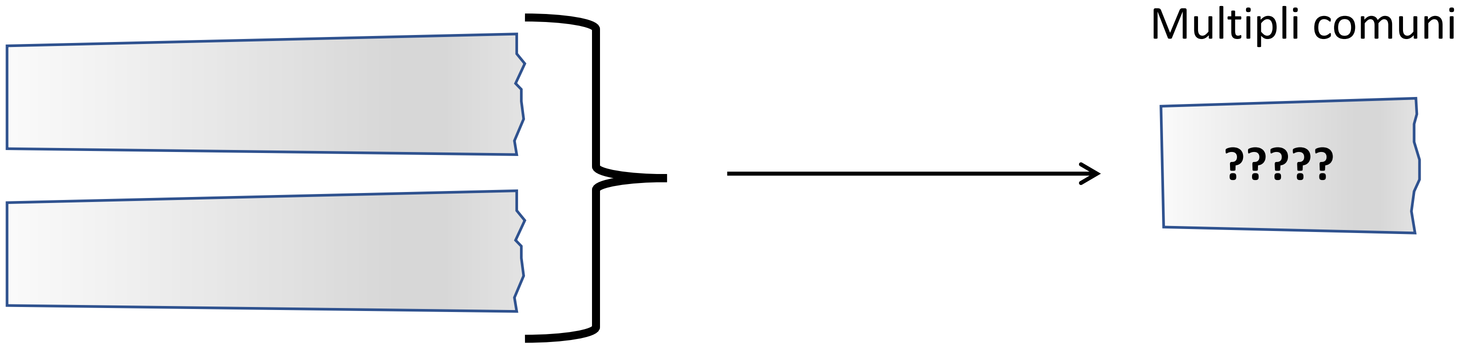
Comuni multipli



Strategie proposte in una classe (congetture false, vere sotto certe ipotesi, ma interessanti!!)

Il «capolista» («rappresentante») della successione comune è il prodotto dei due «capolista» («rappresentanti»)

Comuni multipli



Strategie proposte in una classe (congetture false, vere sotto certe ipotesi, ma interessanti!!

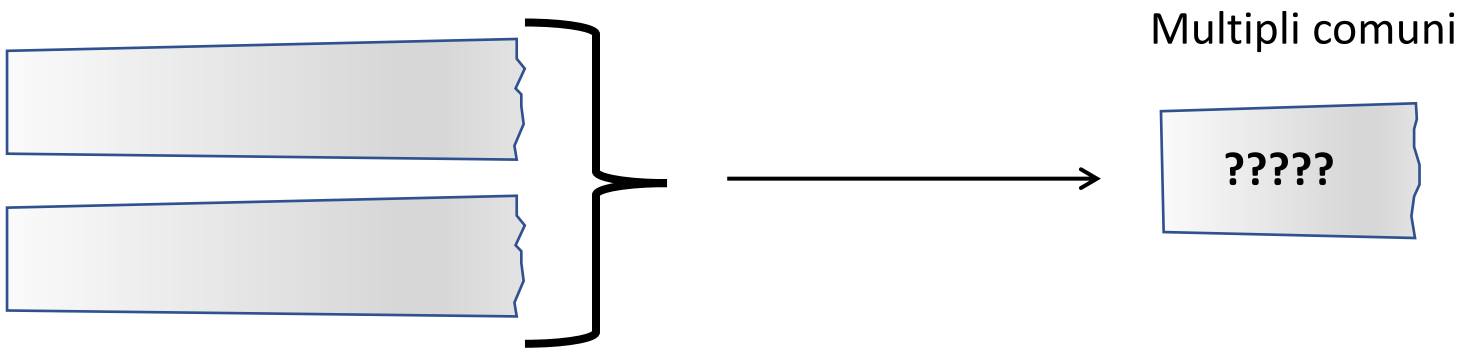
NON SEMPRE VERO,
MA IN QUALCHE CASO SI..

Il «capolista» («rappresentante») della successione comune è il prodotto dei due «capolista» («rappresentanti»)

Multipli di 6   6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60, 66, 72, 78, 84, 90, 96, 102,

Multipli di 8   8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72, 80, 88, 96, 104,

Comuni multipli

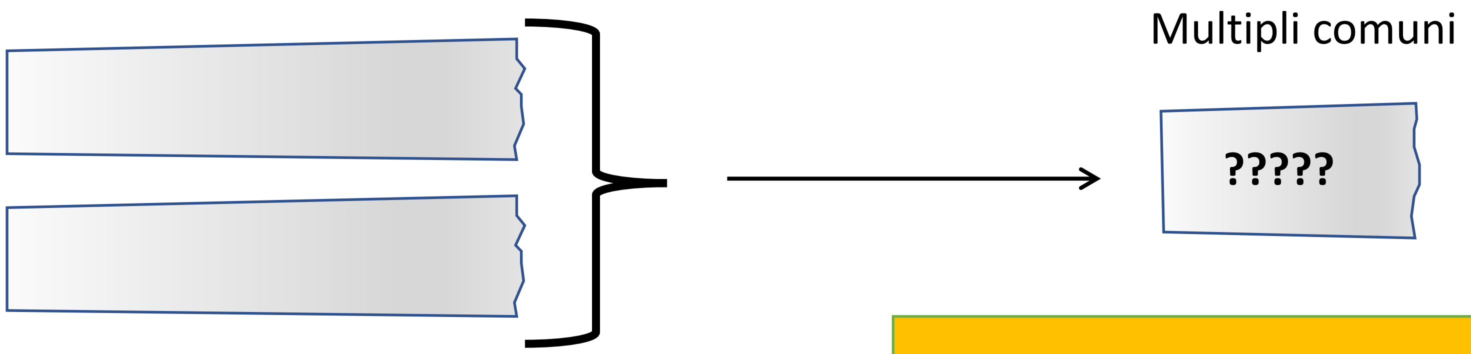


Strategie proposte in una classe (congetture false, vere sotto certe ipotesi, ma interessanti!!)

Il «capolista» («rappresentante») della successione comune è il prodotto dei due «capolista» («rappresentanti»)

Se i due numeri «capolista» sono pari, per trovare il capolista della successione comune, si moltiplicano i due numeri e si divide per 2.

Comuni multipli



NON SEMPRE VERO,
MA IN QUALCHE CASO SI..
(congettura estremamente interessante)

Se i due numeri «capolista» sono pari, per trovare il capolista della successione comune, si moltiplicano i due numeri e si divide per 2.

8, 16, 24, …

12, 24, 36, …

Multipli comuni

24, 48, …

6, 12, 18, …

4, 8, 12, 14, …

Multipli comuni

12, 24, …

NON SEMPRE VERO,
MA IN QUALCHE CASO SI..
(congettura estremamente interessante)

Se i due numeri «capolista» sono pari, per trovare il capolista della successione comune, si moltiplicano i due numeri e si divide per 2.

Multipli comuni

6, 12, 18, …

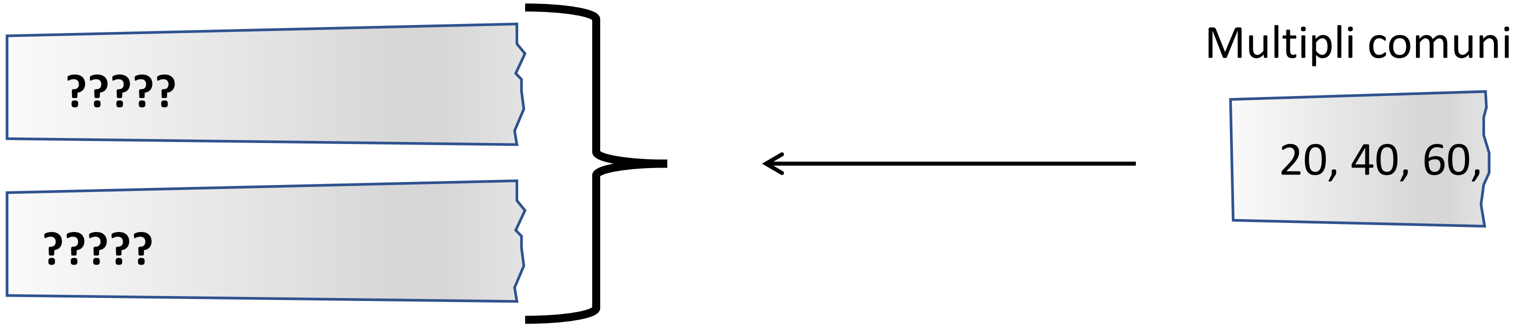
9, 18, 27, …

18, 36 …

OLTRE LA DISTINZIONE PARI-DISPARI
(congettura estremamente interessante)

Se i due numeri «capolista» sono pari, per trovare il capolista della successione comune, si moltiplicano i due numeri e si divide per 2.

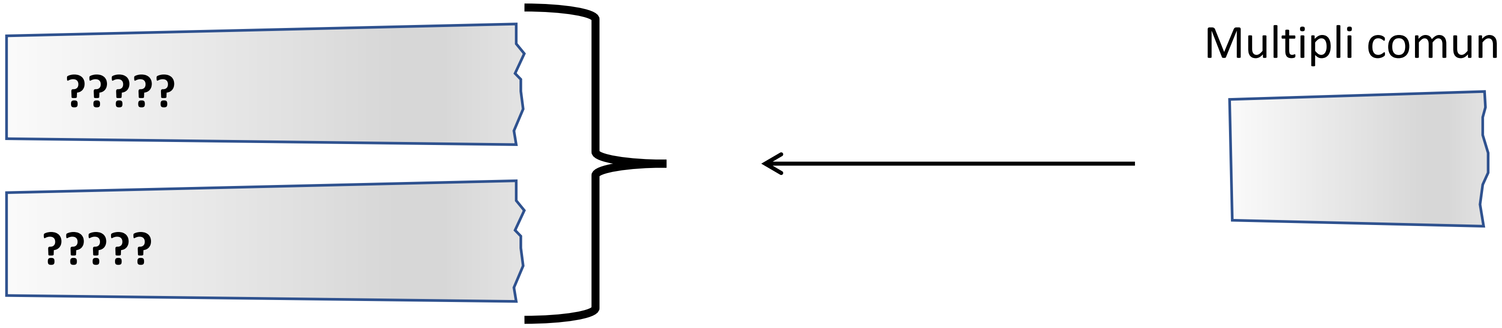
Comuni multipli



Proposte emerse:
(2,10)
(4,5)
(4,10)

«opzioni easy»: (1,20) e (20,20)

Comuni multipli



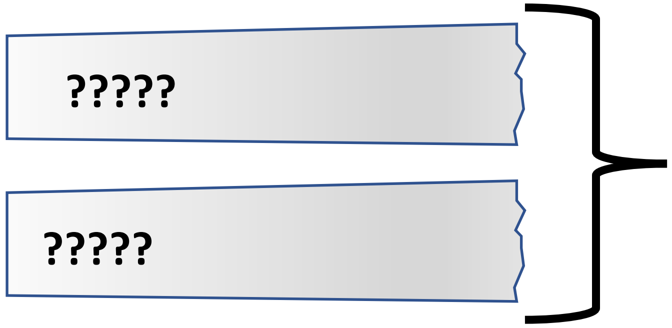
Cosa succede al crescere del «capolista» della successione dei multipli comuni?

Congetture (false):

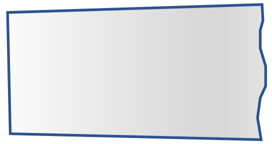
Ci sono più coppie quando il numero è grande

Ci sono più coppie quando il numero è pari

Comuni multipli



Multipli comuni



Cosa succede al crescere del «capolista» della successione dei multipli comuni?

Congetture (false):

Ci sono più coppie quando il numero è grande

Ci sono più coppie quando il numero è pari

Schema additivo → Schema moltiplicativo

Comuni multipli

Impossibile

?????

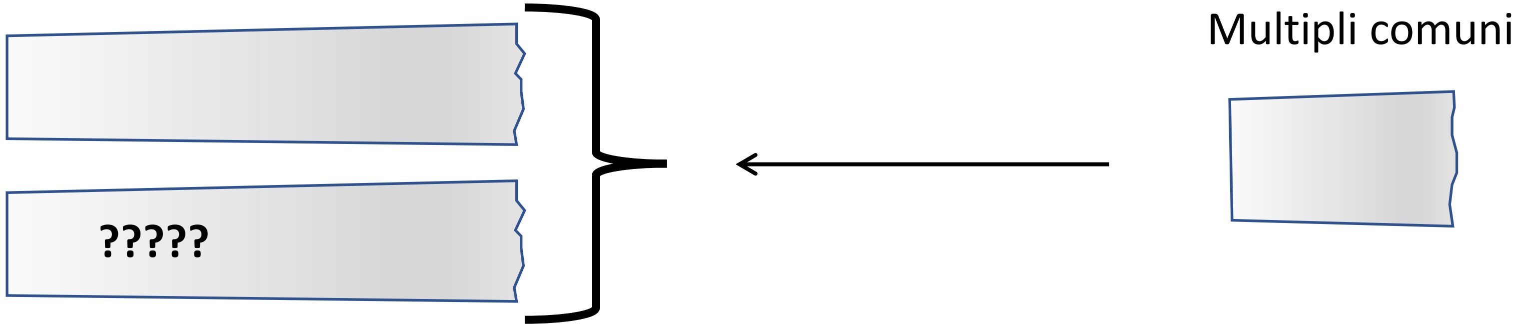
?????

?????

Multipli comuni

6, 15, 24, 33

Comuni multipli



Trovarne un’altra, un’altra, un’altra…

Con eventuali vincoli:
Il primo numero della successioni
minore di 20, pari, dispari, primo, ……

Congettura interessante (vera!)

- Il prodotto del massimo comun divisore e del minimo comune multiplo è uguale al prodotto dei due capolista ……

- E con tre?

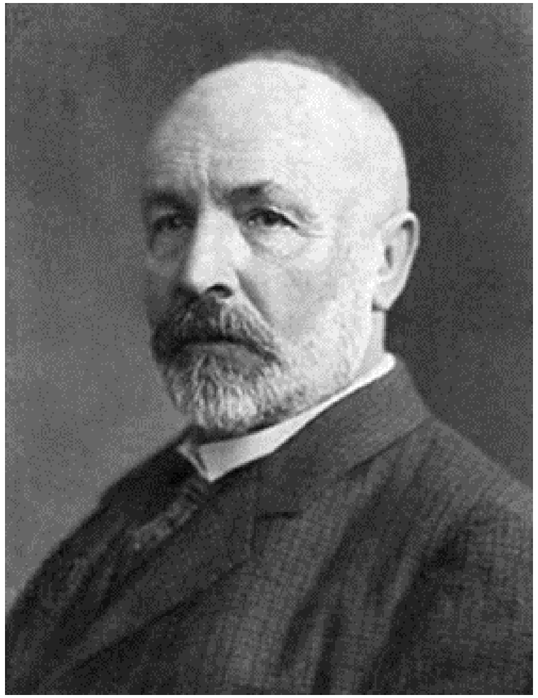
(«*peccato che è finita la scuola*!»)

La libertà di esplorare

- Libertà di giocare, di aggeggiare con gli oggetti matematici
- Libertà di perdersi, di fare errori!

CULTURA DI CLASSE

Georg Cantor :
”L’essenza della matematica sta proprio nella sua libertà” (*Grundlagen* del 1883)



Georg Cantor, 1845-1918