XXXV Convegno UMI-CIIM
Cagliari 4-6 ottobre 2018

Competenze nel pensare in ambito matematico, scientifico e computazionale: analogie e differenze da un punto di vista educativo

Riflessioni di

Michele Pellerey

Il motivo di un titolo così lungo sta nel dover includere il verbo «pensare» per sottolineare la dimensione considerata nel concetto di «competenza».

Spesso, infatti, quest’ultima parola, ancor oggi oggetto di discussioni, viene associata al fare, all’agire (se va bene), all’affrontare questioni pratiche.

Ma fin dal tempo dei greci antichi non era così e non è ancor oggi.

Platone nel dialogo Teeteto si è posto la questione: «che cosa significa pensare».
E ha risposto così:

«mi pare chiaro che, quando pensa, l'anima non fa nient'altro che dialogare, interrogando se stessa e rispondendosi da sé, affermando e negando. Quando è giunta a una definizione, sia che abbia proceduto lentamente, sia rapidamente, ormai afferma la medesima cosa, e non è più incerta, è questa che noi poniamo essere la sua opinione.

Per conseguenza, io chiamo l'opinare "discorrere" e l'opinione "discorso pronunciato", non tuttavia rivolto ad un altro né pronunciato con la voce, ma in silenzio rivolto a se stesso».

L'idea che il pensiero e la riflessione siano un dialogo interiore, un argomentare tra sé e sé, un porsi domande e cercare di rispondervi, una ricerca di soluzioni e insieme una critica serrata ad esse, è fondamentale per impostare qualsiasi progetto educativo e formativo, anche in matematica, scienze e informatica.

Ma quali sono le caratteristiche del pensiero matematico da promuovere nel contesto educativo scolastico?
Che apporto alla capacità di pensare viene dalla matematica, dalle scienze e dall'informatica?
Quali sono le differenze e le analogie tra il pensare in ambito matematico, il pensare ambito scientifico e il pensare in ambito computazionale?
Quali conseguenze ha tutto ciò sul piano dell'educazione scolastica?

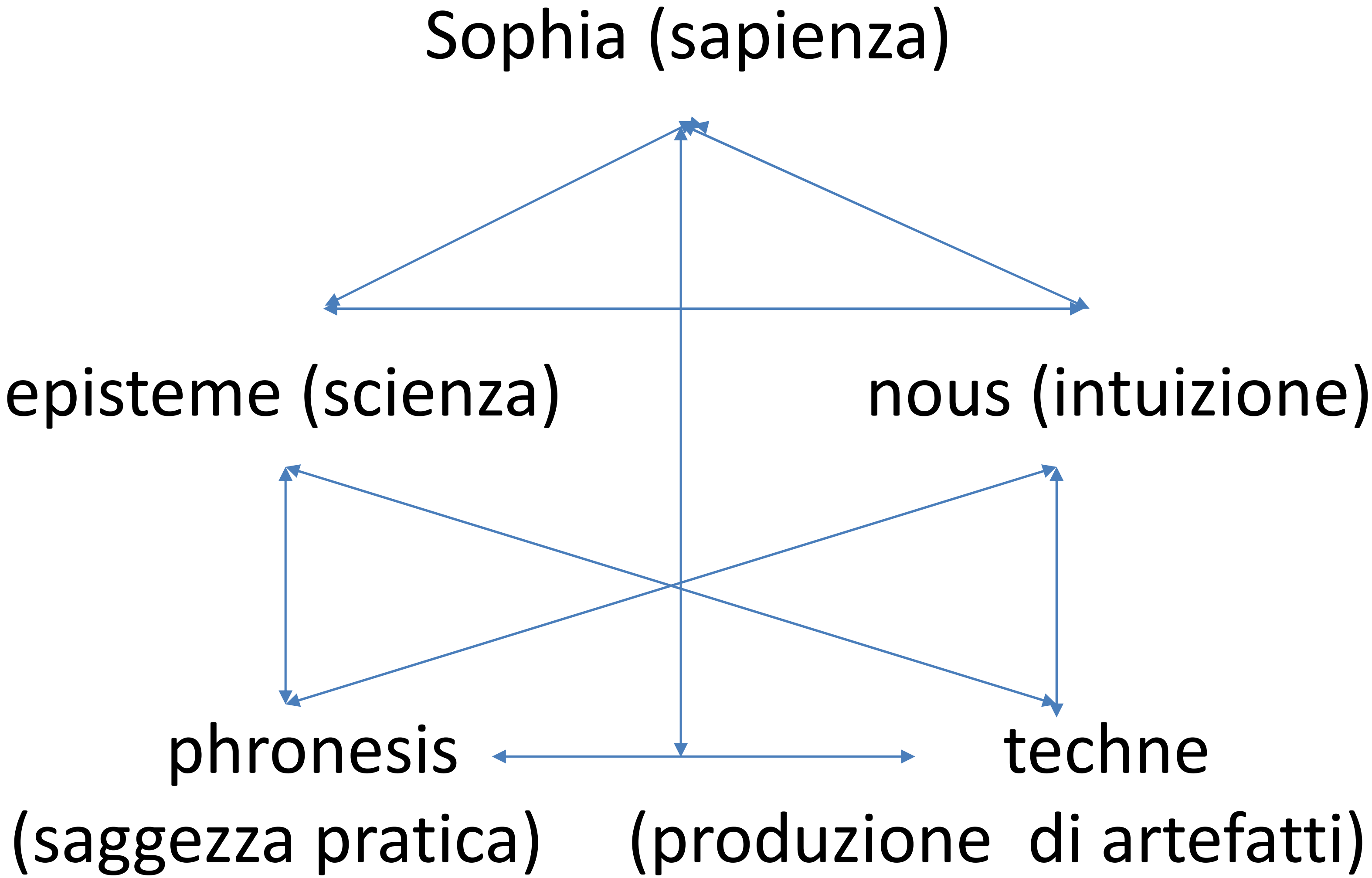
Per affrontare adeguatamente tali questioni occorre, a mio avviso, ricorrere ancora alla cultura greca antica e precisamente ad Aristotele.

Questi ha esplorato le competenze nel pensare chiamandole «virtù dianoetiche» o virtù intellettuali. E ne ha individuate cinque fondamentali (Cfr. Etica a Nicomaco). Esse formano la struttura fondamentale del saper pensare umano.

E' utile rieleggerle in termini attuali.

Occorre ricordare anche che Aristotele considera il pensiero sia come un ***processo***, da saper gestire validamente ed efficacemente, sia come un ***risultato***, il patrimonio acquisito, in uno sviluppo continuo nel quale intervengono varie modalità di procedere. Alcune di esse sono di natura più teoretica (dirette a costruire e controllare il patrimonio conoscitivo, il sapere teoretico), altre di natura più pratica (riferibili all’agire umano, il sapere pratico).
Eccole.

- **Sapienza (sophìa**): competenza nel ricercare i principi fondamentali di riferimento e nel dare senso e valore alle proprie conoscenze e alle vicende umane.
- **Scienza (epistéme):** competenza nel promuovere la propria conoscenza, nel controllarne la validità, nell'organizzarla attraverso la riflessione e il ragionamento (intelligenza discorsiva).
- **Intelligenza (noùs):** competenza nel capire, nel cogliere il significato, la soluzione di un problema, nel concettualizzare l'esperienza (intelligenza intuitiva).
- **Saggezza pratica (phrònesis), o prudenza**: competenza nel decidere come agire e come attuare quanto deciso.
- **Arte (tèchne):** competenza tecnico-pratica nel progettare, realizzare e utilizzare gli artefatti umani.


Sophia (sapienza)
episteme (scienza)
nous (intuizione)
phronesis
(saggezza pratica)
techne
(produzione di artefatti)

Si parla quindi di organismo virtuoso da un punto di vista intellettuale o di persona competente nel pensare, se ha sviluppato e riesce a gestire in maniera armonica questa cinque virtù o competenze particolari.

Quale contributo possono dare l’apprendimento della matematica, delle scienze e dell’informatica alla competenza nel pensare?

Iniziamo dalla matematica.

Quanto alla matematica, nel corso dei decenni si sono avute tendenze differenti. Per molto tempo il riferimento agli «Gli elementi» di Euclide favoriva lo sviluppo della capacità logico-argomentativa, mentre i procedimenti di calcolo (aritmetico-algebrico-analitico) consolidavano quello che oggi si definisce il pensiero algoritmico, procedurale.

La presenza di problemi da risolvere (in genere interni alla matematica) doveva favorire non solo l’applicazione e il consolidamento delle conoscenze acquisite ma anche l’intuizione.

Poi si è avuta una rivalorizzazione della matematica come modello di interpretazione e comprensione della realtà, anche quotidiana. Ricordo in particolare le posizioni di Hans Freudenthal, e l'influenza del suo allievo Jan de Lange nell'impostare il programma Ocse-Pisa per quanto riguarda le competenze matematiche (e poi l'Invalsi).
Oggi tra la competenze chiave dell'apprendimento permanente (2018), quella matematica è così definita.

«La competenza matematica è la capacità di sviluppare e applicare il pensiero e la comprensione matematici per risolvere una serie di problemi in situazioni quotidiane. Partendo da una solida padronanza della competenza aritmetico-matematica, l'accento è posto sugli aspetti del processo e dell'attività oltre che sulla conoscenza. La competenza matematica comporta, a differenti livelli, la capacità di usare modelli matematici di pensiero e di presentazione (formule, modelli, costrutti, grafici, diagrammi) e la disponibilità a farlo».

La questione che si pone dal punto di vista educativo è però che non è possibile utilizzare concetti, strutture, procedimenti matematici in vista dell’interpretazione e risoluzione di problemi di qualsiasi tipo (non solo di vita quotidiana), se non sono stati adeguatamente compresi, resi patrimonio conoscitivo stabile, e fruibile.

Così il problema della costruzione degli strumenti di pensiero matematico rimane centrale.

Basti qui evocare i quadri di pensiero legati ai concetti di rapporto e proporzionalità, di variabile e di funzione, ecc.

In altre occasioni ho cecato di evidenziare il lungo cammino costruttivo sia concettuale, sia applicativo, che la padronanza almeno iniziale di questi quadri di pensiero comporta.
Un cammino che si radica nella scuola dell'infanzia.

D’altra parte, l’apparato concettuale e procedurale matematico risulta indispensabile anche nel pensiero scientifico.

In questo caso modelli matematici sviluppati all’interno della matematica (coniche) sono stati poi utilizzati dalla scienza (Keplero), come la geometria differenziale (Bianchi, Ricci Curbastro, Levi-Civita) dalla relatività (Einstein). Molte volte modelli necessari per descrivere e spiegare situazioni e fenomeni fisici, chimici o naturali sono stati occasione per sviluppare concetti e procedimenti matematici.

Sia in ambito naturalistico, sia in ambiti di tipo scientifico non naturalistici (economico-finanziari, psicologici-sociologici, ecc.), la padronanza degli elementi fondamentali di probabilità e statistica è poi essenziale.
E' facile allora comprendere come il pensiero matematico tenda a pervadere gli altri campi di pensiero, diventandone un primo ed essenziale fondamento.
Vedremo che ciò è particolarmente evidente nell'ambito del pensiero computazionale.

Val la pena di ricordare subito come nel caso del **pensiero scientifico** il tribunale della verità o falsità di una spiegazione, o meglio del suo livello di probabilità e di applicabilità, è legato alla evidenze o prove empiriche riscontrate rispetto alle previsioni che ne derivano.

Nel caso **matematico** si tratta invece della coerenza logica del costrutto.

Vedremo subito che nel **pensiero computazionale** è l'effettività del procedimento risolutivo individuato.

L’insistenza sul processo di modellizzazione evidenzia l’esigenza, soprattutto odierna, di rappresentazione astratta di situazioni e processi.

Grandi progressi culturali sono stati segnati dalla identificazione di modelli astratti. A esempio: la scoperta dell’alfabeto fonetico (con una ventina di simboli riuscire a rappresentare il pensiero umano), del sistema di scrittura decimale dei numeri (con dieci simboli rappresentare qualsiasi numero), per non parlare del rigo musicale.

E qui si incontra anche il cuore del pensiero computazionale: il processo di astrazione.

E' stata Jannette Wing ad affermare la centralità del processo astrattivo nell'ambito del pensiero computazionale: "cercare di catturare le proprietà essenziali comuni a un insieme di oggetti, mentre si nascondono distinzioni irrilevanti".

Il processo di astrazione pervade il pensiero matematico, come quello scientifico e computazionale.
Il passaggio nel bambino da contare tre mele e il considerare il numero tre, che accomuna tutti gli insiemi equivalenti, è un primo essenziale processo astrattivo da affrontare. Più faticoso è quello che porta al concetto di variabile, come di funzione. Le formule per calcolare l'area e il volume delle figure geometriche sono esempi di rappresentazioni astratte.
Come le varie leggi scientifiche.

Ciò che caratterizza il pensiero computazionale, tuttavia, è che la soluzione del problema è un procedimento che deve poter essere comunicato, compreso ed eseguito da un automa, sia esso un essere umano o una macchina.

Il tribunale della qualità del pensiero computazionale è l'effettività di quanto individuato e descritto astrattamente.
Qui entrano in gioco non solo l'intelligenza discorsiva e intuitiva, ma anche la techne, l'intelligenza ingegneristica.

Così la stessa Jannette Wing ha affermato che nel pensiero computazionale hanno un ruolo centrale sia la matematica come rappresentazione e risoluzione astratta dei problemi incontrati nella realtà, sia l'ingegneria come necessaria considerazione del congegno che sarà in grado di portare a termine in maniera valida ed efficace il procedimento risolutivo individuato.
Con tutti i problemi di comunicazione che si hanno con un automa.

D’altra parte in matematica l’approccio algoritmico alla soluzione di problemi di natura computazionale risale almeno al tempo degli Egizi (papiro Rhind o Ahmes, 1650 a.C.), se non degli Assiri.

Già prima di Euclide era stato individuata una procedura fondamentale, in seguito detta «algoritmo euclideo», «la cui importanza è davvero incalcolabile» (P. Zellini, 2018)).

«Essa serve a confrontare tra loro due grandezze *a* e *b* con l'intento di trovare una grandezza che permette di misurare sia *a* che *b.* Se la procedura non ha termine le grandezze *a* e *b* non hanno una misura comune e sono dette incommensurabili: il loro rapporto è un numero irrazionale».

Tale procedura però, osserva Zellini, consente di approssimare tale rapporto finché si vuole, ma nella pratica (nella techne) ci si limita sempre a un certo punto.

E qui si ritrova la differenza tra analogico e digitale, tra continuo e discreto, tra matematica e informatica.

In Europa si è diffusa la consapevolezza dell'importanza degli algoritmi, compreso quello euclideo, dopo il *Liber abaci* di Leonardo Pisano il Fibonacci («dixit Algorismus»).

Le prime macchine di calcolo automatico sono state progettate e realizzate da Pascal per fare somme e sottrazioni e da Leibniz per fare le quattro operazioni aritmetiche.

Fin dall’inizio il procedimento o algoritmo matematico per essere eseguito da un automa necessitava di una buona conoscenza ingegneristica, in quel caso di tipo meccanico. Poi è stata valorizzata la conoscenza di tipo elettromeccanico e, infine, elettronico. Senza la considerazione dell’automa esecutore e del linguaggio che questo è in grado di comprendere non si ha un vero pensiero computazionale.

Gli informatici insistono sull’importanza di tale pensiero, che dal punto di vista delle competenze aristoteliche implica, a differenza sia del pensiero matematico, sia di quello scientifico, una combinazione dinamica di razionalità discorsiva, di razionalità intuitiva e di razionalità tecnico-ingegneristica.

Ma nel pensiero computazionale entra in gioco, come in matematica, la struttura logica non solo dei ragionamenti, ma anche dell’impianto concettuale.

La basi di dati e la loro progettazione, organizzazione e gestione si appoggiano su strutture logiche spesso abbastanza complesse (vedi le questioni relative ai big data).

Da quanto finora evocato si capisce subito la centralità del problema educativo riferito allo sviluppo del pensiero matematico, considerato nelle sue diverse dimensioni.

Il pensiero scientifico e quello computazionale ne sono, a mio giudizio, una estensione e particolarizzazione.

Anche il pensiero ingegneristico e in genere il pensiero tecnico vivono e prosperano sulla base di concetti e procedimenti matematici.

Viviamo, infatti, in un mondo culturale pieno di artefatti umani, non solo palazzi, monumenti, fontane, ma anche etichette, scontrini, orari, app di cellulari, carte stradali e mappe di città, bollettini metereologici, previsioni elettorali ed economiche, giochi più o meno d’azzardo, giornali pieni di grafici e statistiche, …. Tutti elementi che spesso per valorizzarli appropriatamente e utilmente, o per evitare di essere abbindolati, dobbiamo comprenderne gli aspetti matematici.

A esempio, un artefatto comune, presente oggi ovunque anche nella sala in cui si svolge questo incontro, è il foglio di carta A4. Esplorarne le caratteristiche e il perché si chiama così è un’attività utile da molti punti di vista.

Essa fa scoprire quanta matematica guida la progettazione e realizzazione di artefatti di questo tipo.

Ma è un’occasione anche per richiamare e valorizzare molte delle conoscenze e abilità da promuovere come: concetti di rapporto e di proporzione, saper misurare e approssimare, eseguire moltiplicazioni e divisioni (magari con l’uso della calcolatrice tascabile), distinguere numeri razionali e irrazionali, come radice di 2, ecc.

Ricordo solo alcune sue caratteristiche.

Il «folio» di carta è un rettangolo la cui area è di un metro quadrato

Le dimensioni reali sono: 841 mm x 1189 mm., per cui l’area è : 841 x1189 = 99949, cioè circa 100000 mm quadrati = 1 metro quadrato.

Il rapporto tra i lati del “folio” è 1189 : 841 = 1,4137, cioè circa la radice quadrata di 2.

Se si piega in due il «folio» si ha il cosiddetto foglio A2, se si piega ancora in due si ha il foglio A3, se si piega ancora in due si ha il foglio A4 e così via.

Si ha in mm :

A0 = 1189 x 841

A1 = 841 x 594

A2 = 594 x 420

A3 = 420 x 297

A4 = 297 x 210

Si viene a costruire una successione di fogli di carta che hanno la stessa forma, cioè che sono rettangoli simili.

Il rapporto tra i loro lati è sempre radice di 2.

Esplorare le caratteristiche del foglio A4 fa scoprire quanta matematica guida la progettazione e realizzazione di artefatti di questo tipo.

Uno stretto collegamento tra pensiero matematico e pensiero tecnico-pratico o ingegneristico si ha anche nel costruire e valorizzare le cosiddette macchine matematiche: artefatti umani che rappresentano fisicamente, anche dinamicamente, concetti e procedimenti matematici, soprattutto geometrici.

Conclusione

Il quadro inizialmente richiamato delle cinque modalità di pensiero aristoteliche ci deve aiutare a comprendere quanto impegnativo e a lungo termine debba essere considerato lo sviluppo della competenza nel pensare e qual grande contributo ad essa possa venire dalla matematica, se essa viene compresa nella sua più profonda e pervasiva natura e dalle scienze, come dall’informatica.

In primo luogo tale consapevolezza aiuta da dare senso, importanza e prospettiva al loro insegnamento e al loro apprendimento, soprattutto della matematica.

Poi in esse si trovano ampi spazi di sviluppo del pensiero discorsivo e di quello intuitivo, in particolare aiutando a sviluppare capacità di astrazione, di argomentazione, di interpretazione e intuizione, soprattutto quando si parla di modellizzazione.

Infine, nella matematica si trovano i fondamenti di molti aspetti del pensiero scientifico e di quello computazionale.

Tutto ciò sollecita nel nostro lavoro educativo lo sviluppo di quella che Aristotele definiva saggezza pratica, cioè la capacità di decidere nel concreto della nostra azione di insegnamento quotidiana cosa proporre all’apprendimento dei nostri studenti e come affrontare tale impresa, dato il loro stato di preparazione.
E non è cosa di poco conto.

Grazie

Bibliografia

E. Berti, *Le vie della ragione*, Bologna Il Mulino, 1987.

M. Pellerey, Educare al pensiero computazionale. Prima parte. *Rassegna Cnos*, 2018, 34, 2, pp. 37-52.

J. M. Wing, Computational Thinking, *Communications of the ACM*, march 2006, 49, 3, pp.33-35.

J. M. Wing, Computational thinking's influence on research and education for all, *Italian Journal of Educational Technology*, 2017, 25(2), pp. 7-14.

P. Zellini, *La dittatura del calcolo*, Milano, Adelphi, 2018.