Porsi e risolvere problemi: come, quando (e perché)

Francesca Morselli

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI GENOVA

Dipartimento di Matematica
Università di Genova

Perché

L'individuo che affronta il problema **vuole (o ha bisogno di)** trovare una soluzione

L'individuo non ha immediatamente disponibile una **procedura** risolutiva

L'individuo deve compiere dei **tentativi** e **impegnarsi** per trovare una soluzione

(Charles & Lester, 1982)

Perché

Risolvere problemi significa trovare una strada per uscire da una difficoltà, una strada per aggirare un ostacolo, per raggiungere uno scopo che non sia immediatamente raggiungibile.

Risolvere problemi è un'impresa specifica dell'intelligenza e l'intelligenza è il dono specifico del genere umano: si può considerare il risolvere problemi come l'attività più specifica del genere umano

Polya, 1945

Perché

Benefits of Teaching through Problem Solving

Diana V. Lambdin

Risolvere problemi promuove la comprensione e la costruzione di significati matematici

Una profonda comprensione (*conceptual understanding*) è necessaria per la risoluzione di problemi

Perché

Caratteristica della pratica matematica è la **risoluzione di problemi**, che devono essere intesi come **questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana**, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola.

Perché

Si impegna per portare a compimento il lavoro iniziato da solo o insieme ad altri

Dimostra originalità e spirito di iniziativa. Si assume le proprie responsabilità, chiede aiuto quando si trova in difficoltà e sa fornire aiuto a chi lo chiede

È disposto ad analizzare se stesso e a misurarsi con le novità e gli imprevisti

Profilo delle competenze (primo ciclo)

Perché

Rileva le caratteristiche principali di eventi, oggetti, situazioni, **formula ipotesi, ricerca soluzioni a situazioni problematiche di vita quotidiana**

È attento alle consegne, **si appassiona**, porta a termine il lavoro, diventa consapevole dei processi realizzati e **li documenta**

Traguardi per lo sviluppo delle competenze

Perché

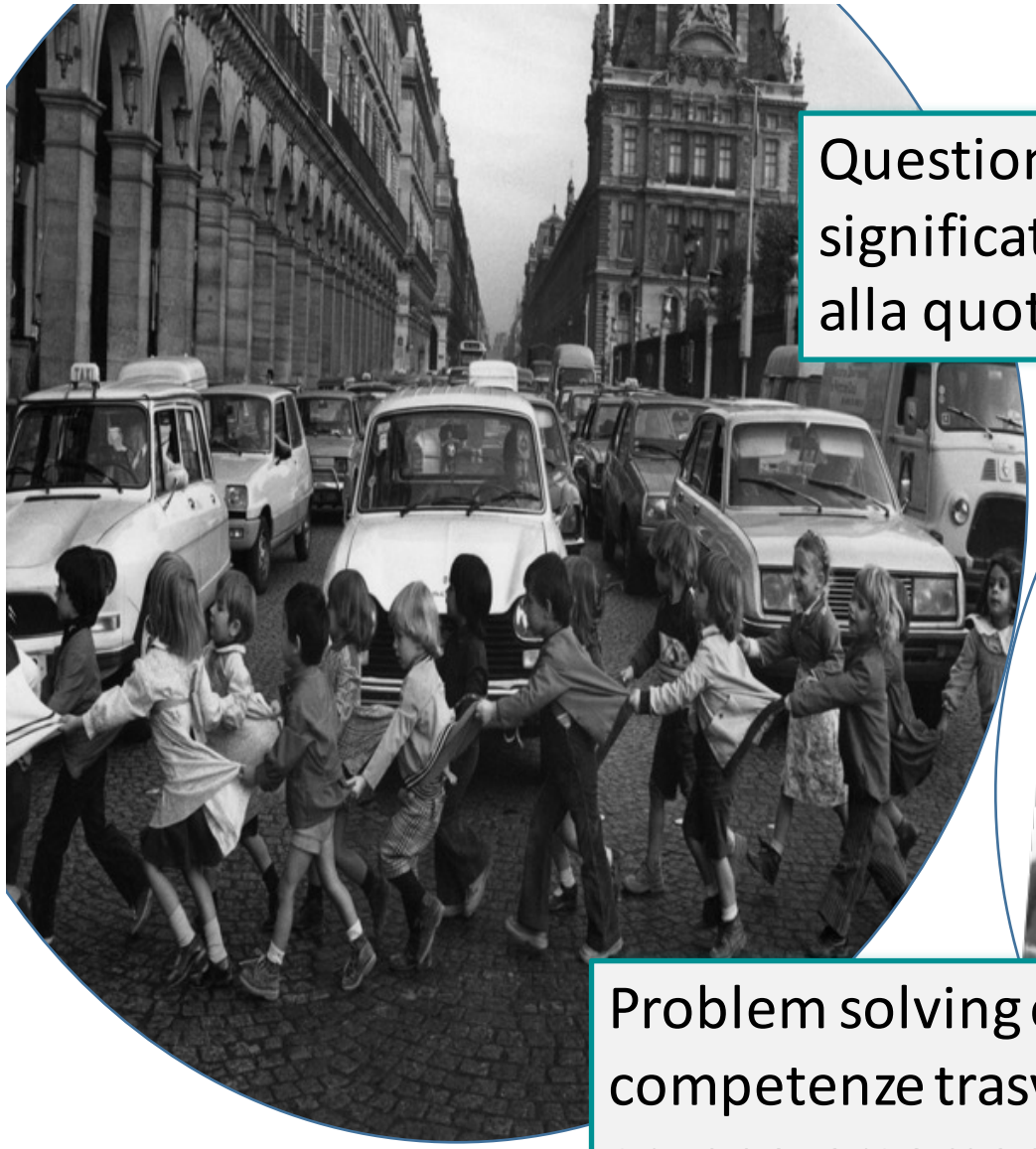
Traguardi (scuola primaria)

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. **Descrive il procedimento seguito** e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, **sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri**.

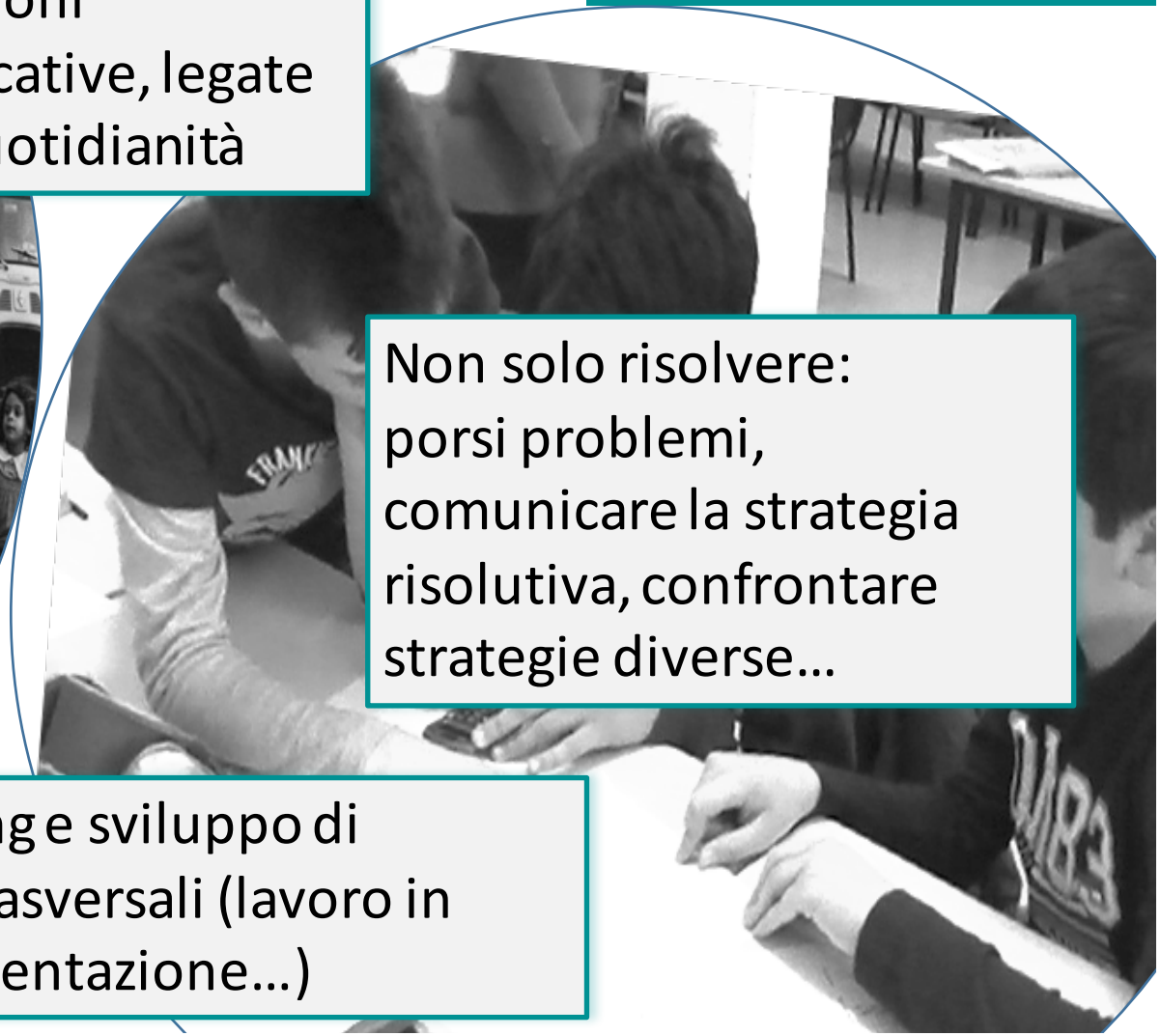
Traguardi (secondaria primo grado)

Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. **Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Confronta procedimenti diversi** e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.

Come



Questioni significative, legate alla quotidianità



Non solo risolvere: porsi problemi, comunicare la strategia risolutiva, confrontare strategie diverse…

Problem solving e sviluppo di competenze trasversali (lavoro in gruppo, argomentazione…)

Come

Come

La **buona** situazione problematica

Si accorda con la storia personale e scolastica degli studenti

Si accorda con l'esperienza extrascolastica (vita familiare, contesto sociale, tradizioni…)

Tiene conto dell'aspetto individuale e di quello collettivo (cfr Vygotskij)

Tiene conto non solo delle conoscenze ed esperienze pregresse ma anche della zona di sviluppo prossimale (cfr Vygotskij)

La **buona** situazione problematica

Come

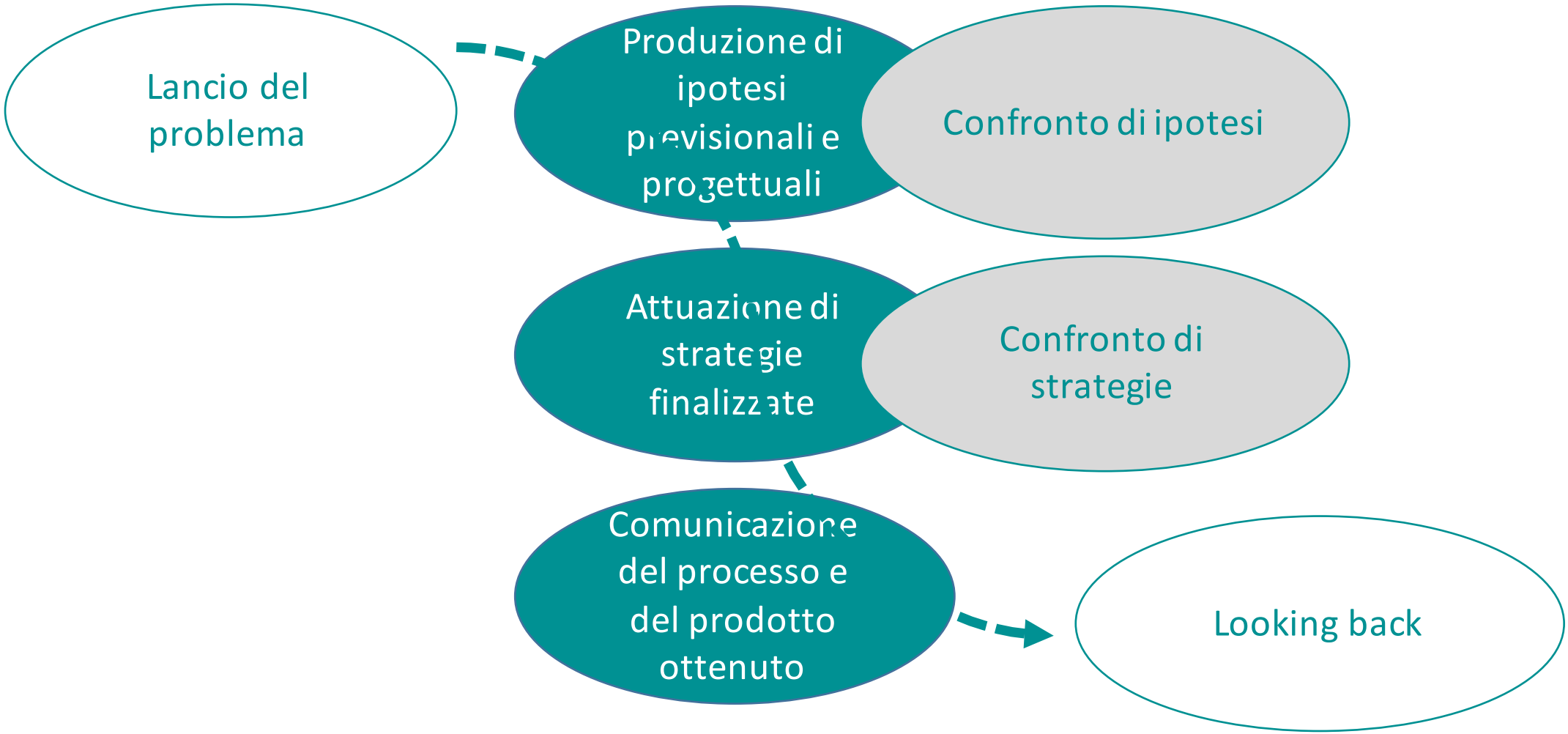
Fornisce occasioni per un uso ragionato di diversi registri di rappresentazione (linguistico, gestuale, grafico…)

Fornisce occasioni perché gli studenti riflettano sul loro apprendimento e sulle potenzialità di alcuni strumenti di pensiero (es: alcune rappresentazioni)

Fornisce occasioni per la costruzione di una storia del gruppo classe

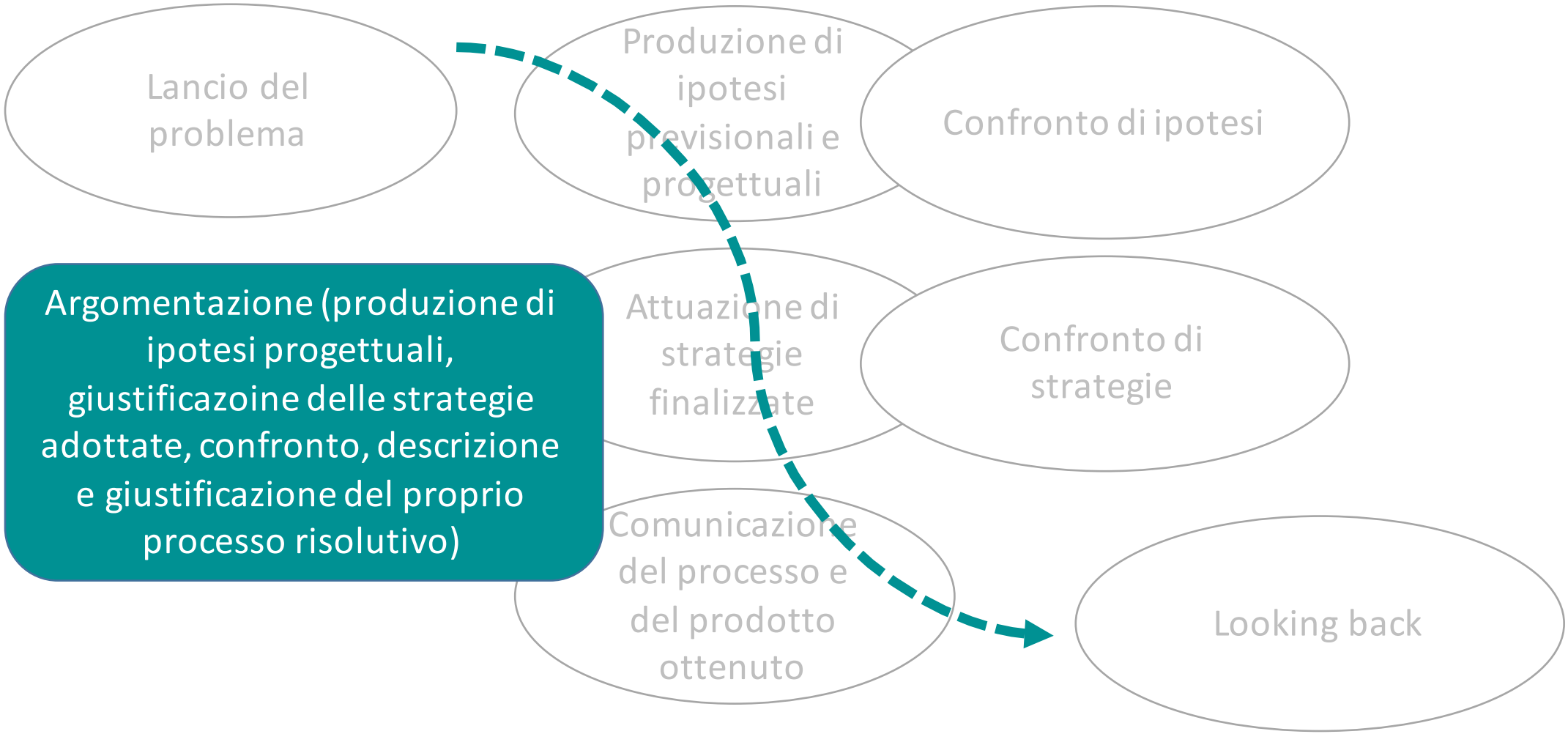
Task design

Come



Task design

Come



Argomentazione (produzione di ipotesi progettuali, giustificazoine delle strategie adottate, confronto, descrizione e giustificazione del proprio processo risolutivo)

Spiegare…

Spiega che cosa hai fatto

Descrizione del ragionamento compiuto nella risoluzione di un problema

Spiega perché hai deciso di procedere in questo modo

Giustificazione della strategia di risoluzione di un problema

È vero o falso? Spiega perché

Spiegazione come risposta a una domanda che implica l'utilizzo di proprietà matematiche

Spiega ai tuoi compagni

Spiegazione come mezzo di comunicazione

(Levenson, Barkai, & Larson, 2013)

Task design

Come

Lavoro individuale

Discussione di classe

Lavoro in piccoli gruppi

Alcuni esempi

Dai passi ai chilometri… un mondo su misura

Classe 4 - Scuola primaria Mele- IC Voltri I

Insegnanti: Lia Zunino, Verdiana Frau

Un campo di esperienza è un settore della cultura umana identificabile dagli allievi come parte della loro esperienza (effettiva o potenziale), con specifiche caratteristiche che lo rendono (sotto la guida dell'insegnante) adatto per attività di modellizzazione matematica, di problem solving matematico, di costruzione e sviluppo dei concetti matematici, ecc.

(Boero, Douek, Garuti, 2011)

Dall'obiettivo didattico alla situazione problematica

Misure di lunghezza, sistema metrico decimale

La **situazione problematica** si colloca all'interno di un'**esperienza ripetuta** (spostamento dalla scuola alla palestra)

Le prime consegne

Secondo te, quanto è lunga la strada dal Ronco a scuola? **Perché**?

Secondo te, come possiamo misurarla o capire quanto è lunga? **Perché**?

Riferimento all'esperienza personale

Secondo te, quanto è lunga la strada dal Ronco a scuola? Perché?

Secondo me la strada è lunga 1km e 5 m perché **mi ricordo abbastanza bene la strada** e secondo me ricordandola bene è lunga così

Sara

Per me dal Ronco a scuola ci vogliono 550 Km perché **per me i passi sono tanti** e quindi ho messo un numero grande (corregge poi il 550 Km con 2 Km)

Ryan

Secondo me la strada è lunga 1,3 km perché **ho ipotizzato che la palestra sia lunga 100 m** e nella mente la strada quanto la palestra sta .....

Tommaso

Dall'ipotesi previsionale all'ipotesi progettuale

Secondo te, come possiamo misurarla o capire quanto è lunga? Perché?

Mentre faccio la strada conto i passi. Quando ho finito di contare scrivo quanti passi ho fatto, misuro quanto è lungo un passo e moltiplico le due cifre e verrà il risultato.

TOMMASO

Dall'ipotesi previsionale all'ipotesi progettuale

Secondo te, come possiamo misurarla o capire quanto è lunga? Perché?

ALESSIO T

Secondo me ci sono due modi:

Primo: usare il telefono dotato di contapassi attivarlo e andare a scuola. Arrivati a scuola **bisogna fare un calcolo che non so quale è** si trasforma in mm cm m dm chilometri. Così scopriamo quanto è lunga.

Secondo: attenzione: bisogna avere almeno 1,30 ore di tempo! Dotarsi di metro fettuccia che si può usare anche in curva. **MA CI VUOLE TANTO!**

Dal confronto all'attuazione di una strategia

Secondo te, come possiamo misurarla o capire quanto è lunga? Perché?

In discussione sono **confrontate** le diverse strategie

Alcune sono riconosciute come corrette ma poco pratiche (metro fettuccia, …).

Si sceglie di utilizzare il contapassi

Venerdì siamo tornati a scuola dal Ronco a piedi. Ci siamo domandati quanta strada avremmo dovuto fare e abbiamo deciso di usare un contapassi.
Verdiana ha tenuto il contapassi e, come possiamo vedere dalla fotografia, la strada dal Ronco a scuola misura 3044 passi di Verdiana.
Ora come possiamo fare a trovare una misura che vada bene per tutti quelli che non conoscono Verdiana?

Per trovare una misura che vada bene a tutti possiamo misurare un **passo** di Verdiana e ripeterlo 3044 volte.

Io ho pensato di misurare il piede di Verdiana, e così poi moltiplichiamo la misura del **piede** di Verdiana per i 3044 passi

Secondo me un passo di Verdiana sono 40 cm perché il mio è 30 cm, quindi poco più grande. Per vedere il risultato bisogna fare 40 (circa) X 3044.
Dato che per me la strada era 2100 metri lo dividi per 3044 volte, quindi 2100: 3044 ottieni la misura di un passo

Magari possiamo ipotizzare che i 3044 passi di Verdiana siano lunghi 50 cm; poi voglio provare a fare 50 cm fino a 3044 il 50 è ripetuto 24 volte nel 3044 e per me fa 24 Km e 44 m

Visto che nessuno conosce Verdiana, i miei genitori e quasi tutti gli altri genitori dei miei compagni, allora visto che ho quasi il passo come tutti gli altri allora faccio che misuro il mio passo così poi scopro quante volte i miei passi stanno dentro a quello di Verdiana.

3044 passi = 3044 metri perché 3044 Km sarebbe impossibile perché ci avremmo messo molto di più di 30:24 minuti, poi 3044 cm secondo me sarebbe troppo poco.

Dividiamo il 4,2 km orari in 2 parti perché
i km orari sono quanti chilometri fai da…. a …..
e mezz'ora= 30:00 30X2= 60= 1 ora.
4,2 :2=2,1 km
Se qualcuno cammina per ½ ora con il contapassi acceso vedi quanti chilometri orari fai e lo dividi per due. Ecco quanto hai camminato.

S: mi auto-obietto […] se il numero dei passi di Verdiana fosse, mettiamo caso grosso, per 3044 verrebbe un numero ….. esagerato

IO OBIETTO L'OBIEZIONE DI S, perché anche se venisse un numero esagerato, la soluzione verrebbe

A.T: se prendo la misura del passo di Verdiana e lo moltiplico per 3044 verrà un numero molto grande, esagerato. Ma se il passo di Verdiana fosse piccolo piccolo verrà un numero ancora più grande.

Maestra: leggiamo bene l'ipotesi di Se: "Se misura il proprio passo e mette il suo passo dentro il passo di Verdiana, per vedere quante volte ci sta." [...] Il problema è, qual è il nostro scopo? Sapere quanto è lunga la strada da Ronco a scuola. Giusto? Se?

[*Se misura il suo passo e quello di Verdiana, pi non sa come proseguire.. Altri bambini intervengono sul confronto di misure*]

Maestra: manca qualcosa. Il metodo di Se quindi... se io fossi il robottino stupido... eseguo alla lettera. Misuro il passo di Verdiana. Misuro il passo di Se.
Guardo quante volte il passo di Serena sta in quello di Verdiana. Ci sta una volta e un pezzettino. Fine: il robottino stupido ha finito le sue azioni. Ho trovato la distanza dal Ronco fino alla scuola?

TUTTI: noo!

sappiamo solo che il piede di Serena sta una volta e un po' in quello di Verdiana

Maestra: esatto. E se facessimo la stessa cosa con me potremmo sapere che il suo passo nel mio ci sta una volta e un pezzo un pochino più grande, **ma scopro la distanza?** Quindi cosa succede Sere alla tua ipotesi?

SE: la possiamo cancellare

Maestra: perché?

SE: Perché **non è completa**.

CONSEGNA PER LA DISCUSSIONE DI CLASSE:

Concentriamoci sulle tre ipotesi che rimangono e discutiamone:

1. Misuro un passo di Verdiana e moltiplico la misura del passo per 3 044, che sono i passi che abbiamo fatto.
2. Misuro il passo di Verdiana e conto quante volte il passo sta dentro a 3.044.
3. Misuro il piede di Verdiana e lo moltiplico per 3 044.

AT: Secondo me è sbagliato perché se si moltiplica il piede per 3044 verrà un numero più piccolo dei passi che abbiamo fatto. Perché se il piede di Verdiana dentro al passo ci sta più volte in 3044 ci starà tantissimo

CONSEGNA PER LA DISCUSSIONE DI CLASSE:

Concentriamoci sulle tre ipotesi che rimangono e discutiamone:

1. Misuro un passo di Verdiana e moltiplico la misura del passo per 3 044, che sono i passi che abbiamo fatto.
2. Misuro il passo di Verdiana e conto quante volte il passo sta dentro a 3.044.
3. Misuro il piede di Verdiana e lo moltiplico per 3 044.

F: [...] quando Verdiana camminava lasciava tanto spazio, non camminava con i piedi tutti attaccati.

CONSEGNA PER LA DISCUSSIONE DI CLASSE:

Concentriamoci sulle tre ipotesi che rimangono e discutiamone:

1. Misuro un passo di Verdiana e moltiplico la misura del passo per 3 044, che sono i passi che abbiamo fatto.
2. Misuro il passo di Verdiana e conto quante volte il passo sta dentro a 3.044.
3. Misuro il piede di Verdiana e lo moltiplico per 3 044.

S: [...] la prima mi convince ma di più perché la seconda conta quante volte un passo sta dentro al 3044 però se tu fai in questo modo trovi soltanto il risultato di quante volte il passo sta dentro al 3044 ma non trovi quanto è lunga la strada.

CONSEGNA PER LA DISCUSSIONE DI CLASSE:

Concentriamoci sulle tre ipotesi che rimangono e discutiamone:

1. Misuro un passo di Verdiana e moltiplico la misura del passo per 3 044, che sono i passi che abbiamo fatto.
2. Misuro il passo di Verdiana e conto quante volte il passo sta dentro a 3.044.
3. Misuro il piede di Verdiana e lo moltiplico per 3 044.

AT: Per me la prima è giusta e la seconda è sbagliata. Perché se un passo di Verdiana è 70 cm ripetuto per 3044 volte quel risultato non saranno più passi ma saranno cm e quindi quello sarà lo spazio tra il Ronco e la scuola. La seconda non mi convince perché un passo di Verdiana nel 3044 ci sta 3044 volte … non ti viene la strada

Concentriamoci sulle tre ipotesi che rimangono e discutiamone:

1. Misuro un passo di Verdiana e moltiplico la misura del passo per 3 044, che sono i passi che abbiamo fatto.
2. Misuro il passo di Verdiana e conto quante volte il passo sta dentro a 3.044.
3. Misuro il piede di Verdiana e lo moltiplico per 3 044.

AT: Per scoprire la strada non bisogna ragionare solo sui passi ma bisogna anche metterci la misura se no non ti viene la lunghezza

CONSEGNA INDIVIDUALE:

Dalla discussione abbiamo capito che il metodo 1 è corretto per scoprire la lunghezza della strada Ronco-scuola. Sapendo che un passo di Verdiana è lungo circa 70 cm e che lei ha fatto 3.044 passi, calcola la lunghezza della strada percorsa dal Ronco a scuola.

70 x 3044 = 213080
La strada è lunga 213.080 cm

3044 x 70 = 213080 metri
La strada dal Ronco alla scuola è di 213080 metri

70 x 3044 = 213 080 = 2 130,80 m = 2 km,130m,80 cm
Secondo me la strada dal Ronco a scuola è: 2km,130m e 80 cm.

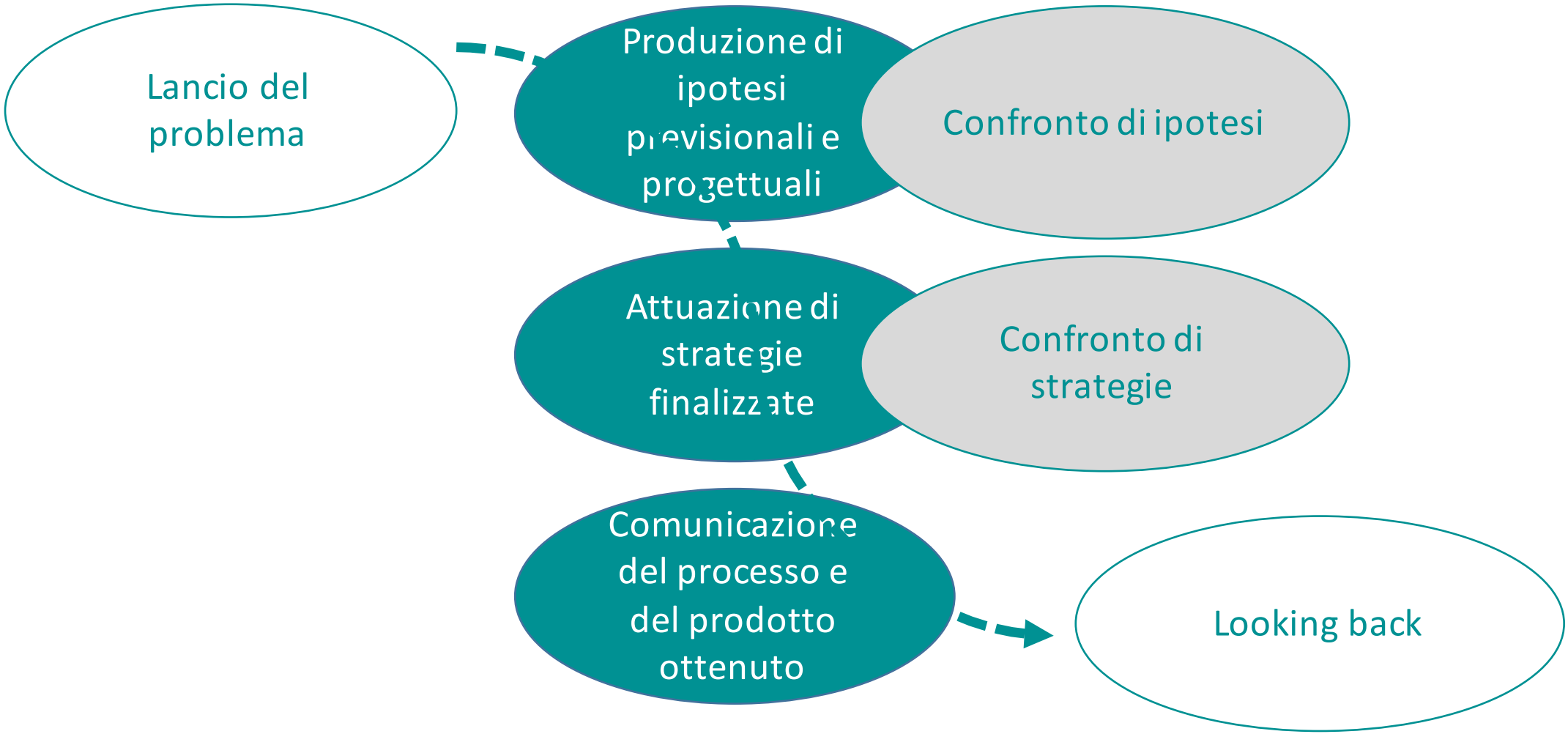
70 X 3044= 213080 cm
Il problema che ho è che non so dove mettere la virgola

CONSEGNA INDIVIDUALE:

Dalla discussione abbiamo capito che il metodo 1 è corretto per scoprire la lunghezza della strada Ronco-scuola. Sapendo che un passo di Verdiana è lungo circa 70 cm e che lei ha fatto 3.044 passi, calcola la lunghezza della strada percorsa dal Ronco a scuola.

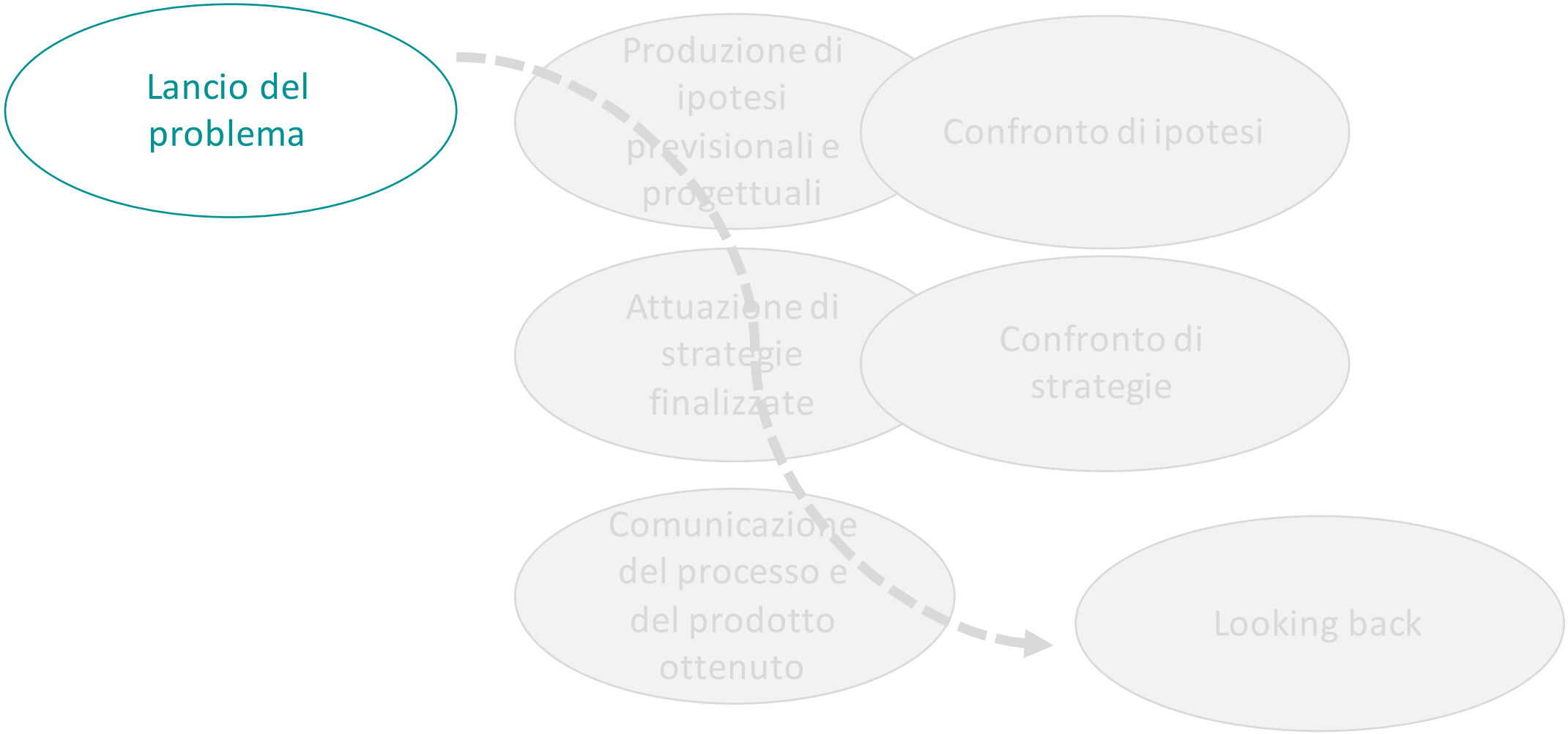
Task design

Come



Task design

Come



Task design

Come

Lancio del problema

Task design

Come

Lancio del problema

Facciamo i matematici!

Classe 5 - Scuola primaria Mele- IC Voltri I

Insegnante: Lia Zunino

Classe 4 - IC Riberi – Caraglio (CN)

Insegnante: Gabriella Mellano, Sinoma Beccaria

Task design

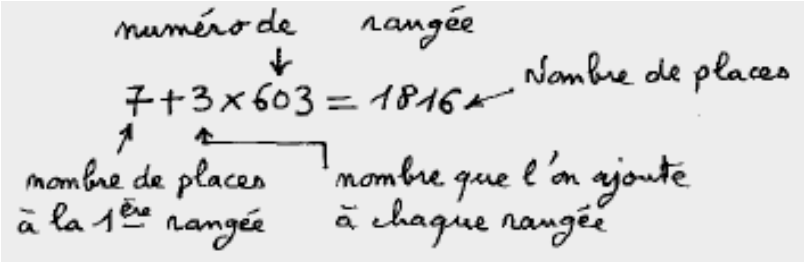
Come

Lancio del problema

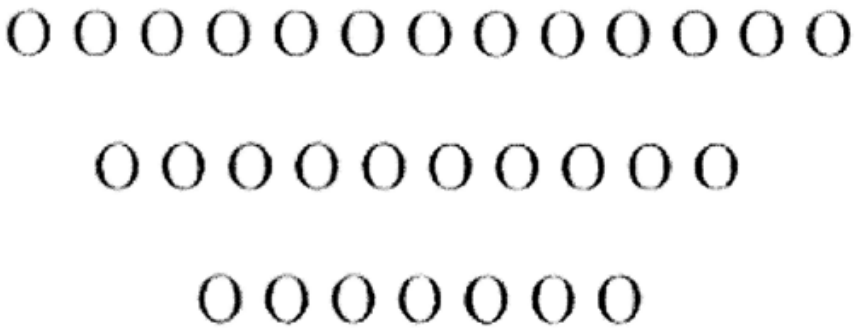
Caro amico francese…

Classe III secondaria primo grado
IC Carcare (SV)

Insegnate: Monica Testera



Prima consegna (individuale)



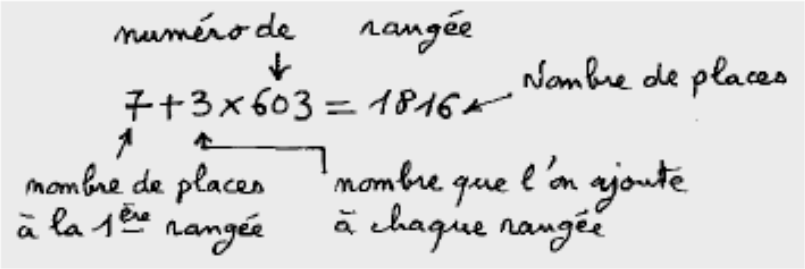
Nella prima fila della platea di un teatro ci sono 7 posti.
Passando alle file successive, il numero di posti aumenta sempre nello stesso modo, come indicato nello schema.
Quanti posti ci sono nella quarta fila ? E nella quinta ? E nella decima ?

Riesci a trovare, senza calcolare il numero di posti delle file intermedie, il numero di posti della trentottesima fila ? E il numero di posti della centesima fila ?

Descrivi un metodo che permetta di calcolare il numero di posti di una qualunque fila (stiamo immaginando di essere in un teatro molto grande!)

Texte d'Alexandre (1 A)

On imagine que l'on doit savoir le nombre de places de la rangée 604. Voici une façon de trouver en associant addition et multiplication :



Pourquoi 603 et non 604 ? car je fais 3 fois le nombre qui le sépare de la 1ière rangée (7 places) de la 604 ième (ou une autre).

Texte de Marco (1 B)

Potete trovare, senza calcolare il numero di sedie di una fila intermedia, il numero dei posti che c'é alla trentottesima fila e nella centesimo?

[(X-1).3]+7 = *X= fila*

X-1 si fa per calcolare il numero di file che si sono tra la 1° e *X*
3 si fa perché tra una fila e la succesiva si aggiungono tre posti in più
+7 si fa perché la prima fila e composta da sette posti

Marco et Alexandre ont-ils raisonné de la même manière ?

- Qu'est-ce qui est pareil ?
- Qu'est-ce qui est différent ?

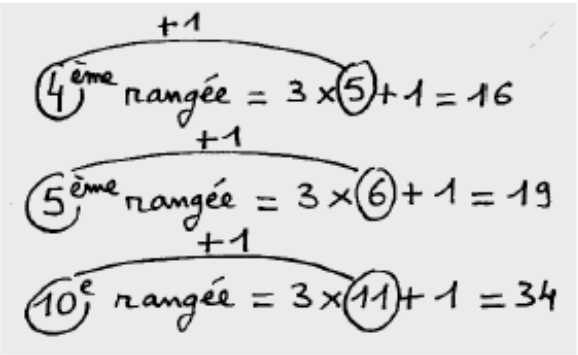
Texte de Ashalew (2)

Il metodo generico per calcolare i posti : basta moltiplicare il 3 che sono i posti che aumentano regolarmente per il numero della fila e aggiunge il sette sottraendo ad esso 3.

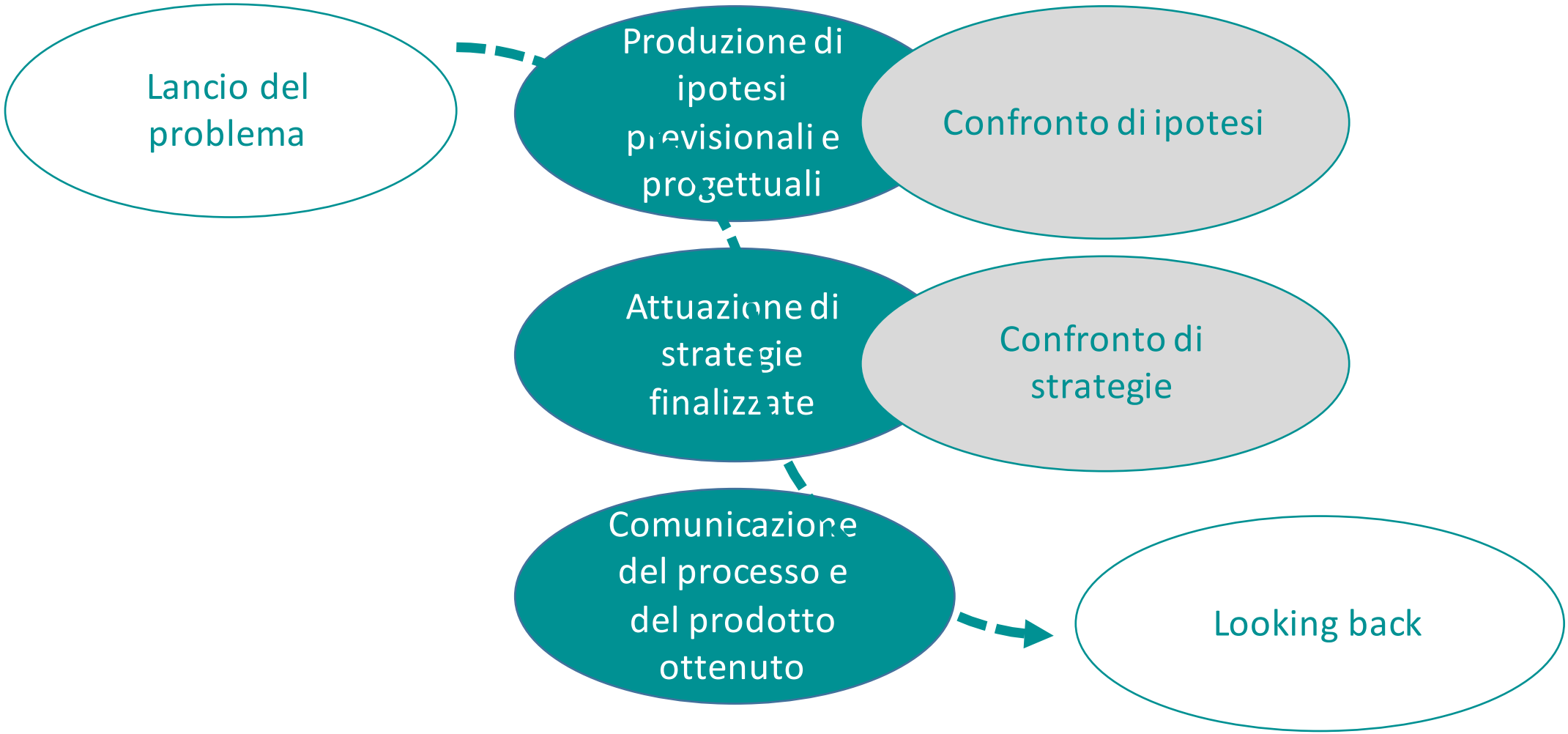
Vale a dire $3n+7-3 = 3n+4$
n sta per numero della fila

Expliquer le calcul de Rexe « avec des flèches » comme l'a fait Alexandre.

Texte de Caroline (3)



Expliquer la méthode de Caroline et l'écrire à la façon de Marco et Aschalew

Task design

Come