5a SCUOLA ESTIVA PER INSEGNANTI

UMI CIIM – AIRDM

*"IL PROBLEMA DEI PROBLEMI"*

*L'uso dei problemi nell'insegnamento della matematica*

27-31 agosto 2018

Frascati (RM)

# Il problem solving e le prove INVALSI


Pietro Di Martino

Dipartimento di Matematica

Università di Pisa

# La centralità del problem solving

**La scuola del primo ciclo**
**L'ambiente di apprendimento**

"*Favorire l'esplorazione e la scoperta,* al fine di promuovere il gusto per la ricerca di nuove conoscenze. **In questa prospettiva, la problematizzazione svolge una funzione insostituibile**: sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste d'indagine, a cercare soluzioni originali."

# La centralità del problem solving

Programmi per la scuola elementare 1985

*"Il pensiero matematico è caratterizzato dall'attività di risoluzione di problemi e ciò è in sintonia con la propensione del fanciullo a porre domande e a cercare risposte. Di conseguenza le nozioni matematiche di base vanno fondate e costruite partendo da situazioni problematiche concrete, che scaturiscano da esperienze reali del fanciullo e che offrano anche l'opportunità di accertare quali apprendimenti matematici egli ha realizzato, quali strumenti e quali strategie risolutive utilizza e quali sono le difficoltà che incontra"*

# La centralità del problem solving

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Indicazioni nazionali per il curricolo

*"Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola. Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche, rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati [...] Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti"*

IN SUPREMÆ DIGNITATIS · 1343 ·

Indicazioni nazionali per il curricolo

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

# Quali somiglianze?

La centralità della risoluzione di problemi nell'attività e nell'educazione matematica

Il riferimento a "esperienze reali del fanciullo" da una parte e alla "autenticità e significatività delle situazioni" dall'altra

Programmi per la scuola elementare DPR 14 giugno 1955

potrà proporre anche svariati esercizi di calcolo, pure non sostenuti da problemi. Ricordi ad ogni modo che in mancanza di meglio è preferibile far eseguire operazioni a titoli di esercizio anziché proporre problemi artificiosi, astrusi, non rispondenti a realtà. In particolare, si

# Osservazione 1

La differenza tra riferimenti concreti e realismo/significatività/concretezza del problema

Margaret Donaldson, criticando gli studi e le conclusioni di Piaget, propone una particolare interpretazione, legata al "dare senso", della dicotomia **concreto/astratto**

Un problema (un compito) è "concreto" non in quanto fa riferimento ad oggetti o situazioni realistiche, ma se è vicino a "gli scopi, i sentimenti e gli sforzi umani fondamentali"

# Osservazione 1

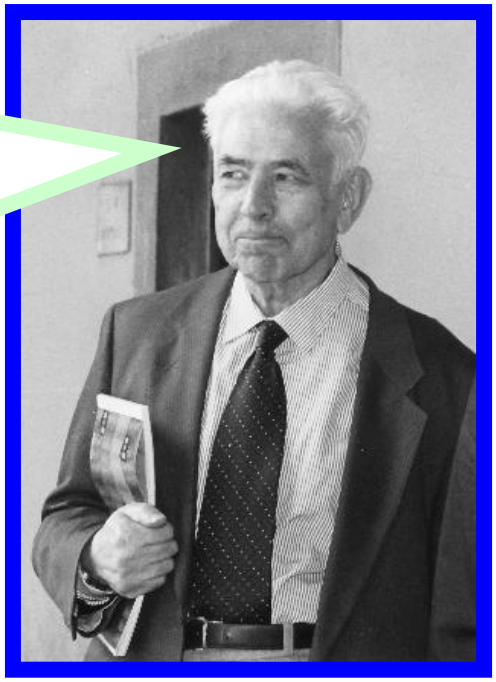
La risoluzione di problemi è una delle attività principali nell'insegnamento della matematica, ma è anche quella in cui si riscontrano le maggiori difficoltà degli allievi. In molti casi esse hanno a che fare con la comprensione del problema: l'allievo non costruisce un'adeguata rappresentazione mentale della situazione descritta oppure si sofferma su dettagli irrilevanti perdendo di vista la domanda

Indicazioni nazionali per il curricolo

Quali differenze?

Un vago riferimento al gusto di risolvere problemi

"Un bel problema, anche se non lo risolvi, ti fa compagnia se ci pensi ogni tanto"



E. De Giorgi

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Indicazioni nazionali per il curricolo

# Quali differenze?

La problematizzazione come strategia didattica per introdurre concetti

IN SUPREMÆ DIGNITATIS · 1343 ·

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Indicazioni nazionali per il curricolo

Quali differenze?

Il tentativo di definire cosa NON è un problema!

Ma cosa è un problema?

Importanza di condividere (o almeno esplicitare) una definizione

IN SUPREMÆ DIGNITATIS · 1343 ·

# Breve digressione: l'enantiosemia

## Enantios (opposto) e semaino (significare)

TRECCANI

**enantiosemìa** s. f. [comp. di *enantio-* e *-semia*]. – In linguistica, la condizione semantica di un vocabolo che nel suo svolgimento storico ha assunto un sign. opposto a quello etimologico; per es., l'agg. *feriale* che, derivato del lat. *feriae* «giorni di riposo», significa in origine «festivo» mentre oggi vuol dire «lavorativo»; così *ministro*, in origine «aiutante, servo» (in lat. *minister* è un der. di *minus* «meno», come *magister* di *magis*).

Altri ESEMPI in lingua italiana
- OSPITE
- SBARRARE

IN SUPREMÆ DIGNITATIS 1343

# Breve digressione: l'enantiosemia

Enantios (opposto) e semaino (significare)

TRECCANI

**enantiosemìa** s. f. [comp. di *enantio-* e *-semia*]. – In linguistica, la condizione semantica di un vocabolo che nel suo svolgimento storico ha assunto un sign. opposto a quello etimologico; per es., l'agg. *feriale* che, derivato del lat. *feriae* «giorni di riposo», significa in origine «festivo» mentre oggi vuol dire «lavorativo»; così *ministro*, in origine «aiutante, servo» (in lat. *minister* è un der. di *minus* «meno», come *magister* di *magis*).

In educazione

ESPERTO

In educazione matematica

PROBLEMA

Indicazioni nazionali per il curricolo

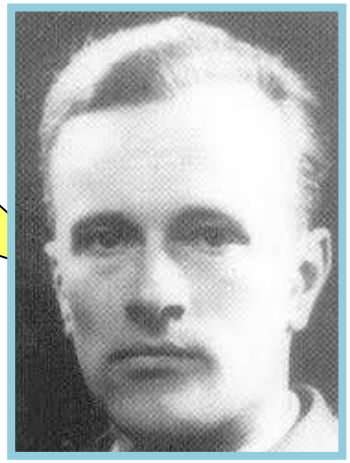
Quali differenze?

Il tentativo di definire cosa NON è un problema!

Ma allora come possiamo definire un problema?

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla

**Karl Duncker, 1945**



Nella pratica scolastica si tende a far fare ai ragazzi tanti problemi o tanti esercizi?

**problema / esercizio**

Indicazioni nazionali per il curricolo

Qu

Il tentativo di definire cos

Ma allora come pos

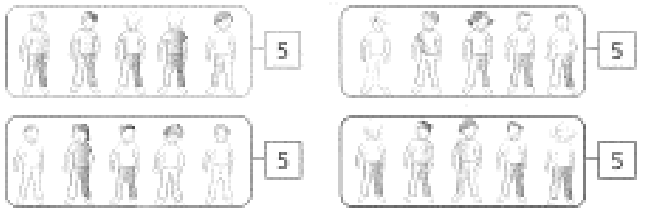
Un problema sorge quand
ha una met ma non sa c
**Karl Dunke**

Nella pratica scolastica si tende a far fare ai ragazzi tanti problemi o tanti esercizi?

**pro**

# PROBLEMI CON LA MOLTIPLICAZIONE

1° problema
In palestra, per fare dei giochi, si formano 4 squadre. Se in ogni squadra ci sono 5 giocatori, quanti bambini partecipano ai giochi?




Calcolo → 5 x 4 = ... bambini

Hai considerato i bambini di ogn ... e li hai contati per 4 volte.

2° problema
Nel suo vivaio, il signor Verdi ha piantato 3 file da 6 alberi ciascuna. Quanti alberi ha piantato in tutto?

Calcolo → 6 x 3 = ...

Hai considerato il numero degli alberi di una ... e li hai considerati per 3 volte.

Per risolvere situazioni simili a questa, l'operazione più veloce è la moltiplicazione.

Quale altra operazione poteva essere utilizzata?

Anche se abbiamo rappresentato i problemi in maniera diversa, in entrambe le situazioni hai applicato l'operazione della moltiplicazione, perché dovevi ripetere più volte uno stesso numero per ottenerne un altro.



IN SUPREMÆ DIGNITATIS 1343

Indicazioni nazionali per il curricolo

Il tentativo di definir

Ma allora com

Un problema sorge
ha una met ma no
**Karl Du**

Nella pratica scolastica si tende a far fare ai ragazzi tanti problemi o tanti esercizi?

**problema / esercizio**

# L'effetto contratto didattico

"Una nave si trova in mare, è partita da Boston carica di indaco, ha un carico di duecento barili, fa vela verso Le Havre, l'albero maestro è rotto, c'è del muschio sul castello di prua, i passeggeri sono in numero di dodici, il vento soffia in direzione NNE, l'orologio segna le tre e un quarto del pomeriggio, si è nel mese di maggio. Si richiede l'età del capitano."
Il problema è posto il 15 marzo 1843 da Gustave Flaubert che scriveva a sua sorella Caroline … Gustave aveva avuto problemi con la matematica!

*Su una nave ci sono 26 montoni e 10 cani. Qual è l'età del capitano?*

Stella Baruk, *L'Âge du capitaine : de l'erreur en mathématiques, Éditions du Seuil, Paris, 1985*

I risultati : 71 su 91 risposero 36!

# L'effetto contratto didattico

L'esperimento è stato ripetuto con vari problemi

Hai dieci caramelle nella tasca destra e dieci caramelle nella tasca sinistra. Quanti anni hai?

In un ovile ci sono 125 pecore e 5 cani. Qual è l'età del pastore?

Un pastore ha 360 montoni e 10 cani qual è l'età del pastore?

In una classe ci sono 12 bambine e 13 bambini. Qual è l'età della maestra?

In una nave ci sono 36 montoni e 10 cadono nel'acqua. Qual è l'età del capitano?

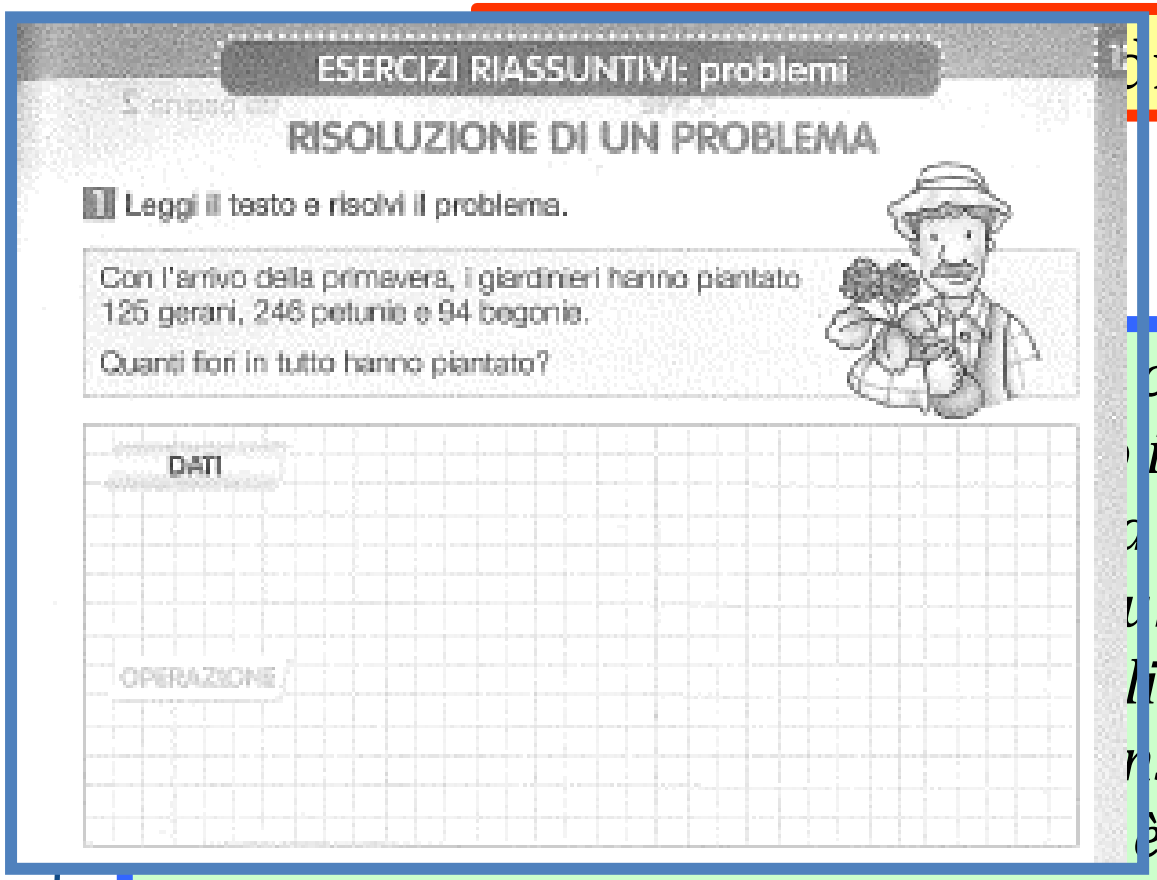
In classe ci sono 7 file di 4 banchi ciascuna. Qual è l'età della maestra?

Risultati molto simili

# L’effetto contratto didattico

*"Ho sempre pensato che la mancata comprensione del senso fosse la causa prima dell'insuccesso in Matematica. Questa idea è diventata per me una certezza quando, all'inizio degli anni '80, ho esaminato i risultati di una ricerca svolta da un équipe dell'IREM, che aveva posto agli alunni delle elementari problemi deliberatamente privi di senso comune: su una nave ci sono 26 persone e 10 capre; qual è l'età del capitano? E i bambini rispondevano: 36 anni! Oppure, sempre senza batter ciglio, davano una risposta numerica che combinava (in diversi modi) i numeri presenti nella domanda! L'episodio - altro che barzelletta! - mi ha talmente colpito che L'âge du capitaine è diventato il titolo del mio libro”*

idattico



ESERCIZI RIASSUNTIVI: problemi

RISOLUZIONE DI UN PROBLEMA

1 Leggi il testo e risolvi il problema.

Con l'arrivo della primavera, i giardinieri hanno piantato 125 gerani, 246 petunie e 94 begonie.

Quanti fiori in tutto hanno piantato?

DATI

OPERAZIONE

*comprensione del senso*
*in Matematica. Questa*
*quando, all'inizio degli*
*una ricerca svolta da un*
*li alunni delle elementari*
*nso comune: su una nave*
*è l'età del capitano? E i*
*bambini rispondevano: 36 anni! Oppure, sempre senza batter ciglio, davano una risposta numerica che combinava (in diversi modi) i numeri presenti nella domanda! L'episodio - altro che barzelletta! - mi ha talmente colpito che L'âge du capitaine è diventato il titolo del mio libro"*

# La differenza tra problemi ed esercizi

## Differenze fra problemi ed esercizi

| Esercizi | Problemi |
| --- | --- |
| Chi li affronta sa già quale procedura applicare per raggiungere l'obiettivo. | Chi li affronta non sa a priori quale procedura permette di raggiungere l'obiettivo. |
| Prevedono un comportamento esecutivo e riproduttivo. | Richiedono di prendere decisioni, e quindi un comportamento strategico. |
| L'*errore* è indicatore di un'applicazione scorretta della procedura. | L'*errore* può essere parte del percorso risolutivo e va dunque messo nel conto. |
| Il *tempo* è quello dell'esecuzione della procedura. | È necessario *tempo*: per riflettere, per comprendere, per esplorare, per congetturare, per controllare… |
| Permettono di lavorare su conoscenze e abilità. Le competenze coinvolte si limitano all'applicazione corretta della procedura. | Permettono di lavorare su conoscenze e abilità, di adattarle a situazioni nuove, ovvero di mettere in gioco *competenze*. |

Indicazioni nazionali per il curricolo

Quali differenze?

Nelle Indicazioni Nazionali c'è un'attenzione ESPLICITA alla promozione di una certa visione della matematica

REGOLE | MEMORIA | TECNICHE

PORSI, AFFRONTARE E RISOLVERE PROBLEMI

DA PENSIERO RIPRODUTTIVO A PRODUTTIVO

Indicazioni nazionali per il curricolo

Quali differenze?

Nelle Indicazioni Nazionali l'attività con i problemi non si focalizza esclusivamente sulla risoluzione, ma è scandita in diverse fasi tutte particolarmente importanti

**Affrontare** situazioni problematiche

**Rappresentarle**

**Esplorarle**

**Congetturare**

**Individuare** possibili strategie risolutive

**Esporre** e **argomentare**

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca

Indicazioni nazionali per il curricolo

L'alunno imparerà ad **affrontare** con fiducia e determinazione **situazioni problematiche**

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto **per affrontare e porsi problemi significativi**

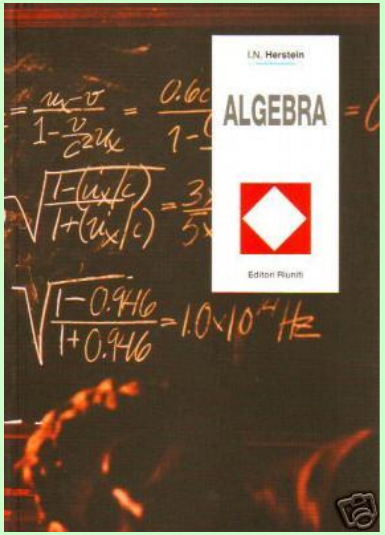
Caratteristica della pratica matematica è **la risoluzione di problemi**

PORSI, AFFRONTARE E RISOLVERE PROBLEMI

DA PENSIERO RIPRODUTTIVO A PRODUTTIVO

Due parole sui problemi. Ve ne sono molti, e solo un studente eccezionale potrebbe risolverli tutti. Alcuni servono solo a completare dimostrazioni del testo, altri hanno lo scopo di illustrare i risultati ottenuti e far pratica su di essi.

Molti non vengono proposti **tanto per essere risolti, quanto per essere affrontati**. Il valore di un problema non sta tanto nel trovarne la soluzione, quanto nelle idee che fa sorgere in chi la affronta e nei tentativi messi in atto”



“Quale è il modo migliore per imparare a risolvere problemi? Affrontare problemi”

PORSI, AFFRONTARE E RISOLVERE PROBLEMI

DA PENSIERO RIPRODUTTIVO A PRODUTTIVO

ARGOMENTARE

RIPETERE

"Demonte (…) non è un genio, non è nemmeno particolarmente bravo. È un ragazzo assolutamente normale. Direi medio. Ma ha una caratteristica che lo rende unico: studia (…) meno male che esiste, almeno lui. Mica per niente, è solo che Demonte **mi dà la prova della mia esistenza** (…) sono veramente arrivata in classe (…) e ho detto veramente le cose che ho detto (…) tant' è vero che oggi lui, **me le ha ripetute tali e quali**.

Vorrei una classe tutta di Demonti? **Sì** (…) E sapete perché? Perché **sarebbe solo normale** che chi viene a scuola, al pomeriggio aprisse i libri e studiasse."

# ARGOMENTARE

Beppo Levi, citato da Livia Giacardi Convegno CIIM - Bari

*Se un alunno mi ripete una dimostrazione troppo bene io sento il dovere di disturbarlo: egli conosce bene una strada maestra; occorre cacciarlo nei prati perché impari a ritrovare la strada o il viottolo, non importa.*

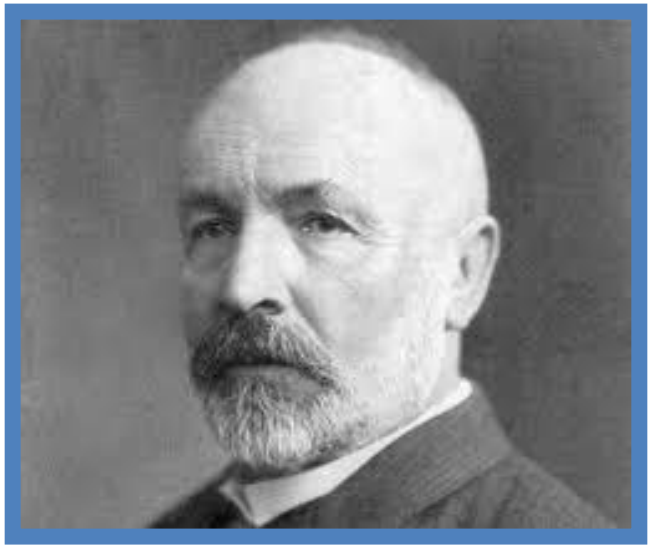
(B. Levi 1908, Opere, p. 624)

# RIPETERE

Il bravo è chi impara ad adeguarsi...

?

*L'essenza della matematica sta nella sua libertà*



La mia 'non simpatia' per la matematica è dovuta al fatto che in questo tipo di disciplina manca la possibilità di esprimere un pensiero, un parere, un'opinione da parte di colui che la svolge (Carlo, 3a sup)

# Il far lavorare su problemi significativi e richiedere di argomentare è...

Focus sui processi

Focus sui problemi, sul *nuovo e difficile*

Per questo testi INVALSI possono essere utili, ma quelli come altri...

**Strumento didattico**
Per poter intervenire in maniera mirata su eventuali difficoltà

**Occasione di formazione per gli allievi**
Lavorare sulla fondamentale competenza argomentativa, confrontarsi con gli altri

**Occasione di formazione per l'insegnante**
minare le proprie certezze, ampliare il proprio bagaglio interpretativo

# *Le prove INVALSI come risorsa nella pratica didattica dell'insegnante*

**Le prove INVALSI**

**come risorsa didattica in classe**

Prove 2013 per il primo ciclo

Ambito: Relazioni e Funzioni

Lavoro realizzato nell'ambito della Convenzione stipulata fra il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa e INVALSI su una "Ricerca didattica relativamente alle prove dell'area matematica del primo ciclo del S.N.V."

A cura di: Anna Baccaglini-Frank, Pietro Di Martino, Laura Maffei, Maria Alessandra Mariotti, Maria Pezzia, Giulia Signorini e Rosetta Zan

Con la collaborazione degli insegnanti del gruppo di ricerca-azione in didattica della matematica dell'Università di Pisa sulle prove INVALSI.

Esperienza di ricerca-azione condotta presso il Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa:

- oggetto della ricerca: Prove INVALSI 2012-2013 del primo ciclo;
- sperimentazione di alcune prove con modifiche del testo, senza limiti di tempo, con richiesta di descrivere il ragionamento;
- alcune riflessioni di carattere didattico.

Materiale disponibile **http://fox.dm.unipi.it/invalsi**

# *Le prove INVALSI come risorsa nella pratica didattica dell'insegnante*

## Aspetti positivi

A differenza della maggior parte dei problemi dei libri di testo, sono:

- coerenti con gli obiettivi e i traguardi di competenza delle Indicazioni Nazionali
- effettivamente spesso "problemi" e non esercizi per gli allievi

Sono un archivio pubblico e facilmente reperibili

Offrono dati statistici che possono fornire spunti di riflessione interessanti

## Aspetti critici

I tempi

Il fatto che siano per lo più a risposta chiusa

Talvolta la scelta dei distrattori, che "indirizza" le risposte dei bambini

L'attenzione al prodotto (risposta) più che al processo e lo stabilire a priori cosa è giusto e cosa è sbagliato

Son tutti aspetti legati alle modalità d'uso. L'insegnante può modificarle!

# *Le info sulle guide INVALSI*

| Domanda | Caratteristiche | Descrizione e commento |
|---|---|---|
| D2. Osserva questi cartellini.<br>0 1 3 3 8 9<br>Utilizza tutti i cartellini una volta sola per comporre un numero che abbia tutte queste caratteristiche:<br>- è maggiore di novecentocinquantamila<br>- è divisibile per 10<br>- ha la cifra delle decine uguale a quella delle centinaia.<br>Risposta: il numero è | **AMBITO PREVALENTE**<br>Numeri<br>**SCOPO DELLA DOMANDA**<br>Comporre un numero tenendo conto di alcune condizioni date<br>**Indicazioni nazionali: TRAGUARDO**<br>Riconosce e utilizza rappresentazioni diverse di oggetti matematici (numeri decimali, frazioni, percentuali, scale di riduzione, ...)<br>**Indicazioni nazionali: OBIETTIVO**<br>*Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, avendo consapevolezza della notazione posizionale; confrontarli e ordinarli, anche rappresentandoli sulla retta*<br><br>**DIMENSIONE**<br>Conoscere | **Risposta corretta: 981330**<br><br>Il quesito richiede di usare le cifre date per comporre un numero che rispetti le caratteristiche indicate. Per fare questo occorre che l'allievo conosca il valore posizionale delle cifre nella scrittura decimale e sappia confrontare numeri naturali. Il numero richiesto deve essere composto dalle cifre indicate e deve avere diverse proprietà descritte a parole nel testo della domanda.<br>Un possibile errore potrebbe essere quello di tenere conto solo di alcuni dei vincoli forniti, ad esempio scrivere il numero 983310 non tenendo conto dell'ultima caratteristica scritta nel testo. |

# *Dall'introduzione ai quaderni prodotti*

*"L'insegnante, prendendosi il tempo necessario per sviluppare le sue attività, può decidere se una domanda di una prova INVALSI è coerente con la propria programmazione didattica, può utilizzare la stessa domanda, o parti di essa, con modalità diverse per avere informazioni di tipo qualitativo più puntuali o per perseguire obiettivi specifici"*

*"L'attenzione ai processi e ai motivi dei comportamenti degli allievi, che sfugge in una rilevazione di sistema com'è quella INVALSI, è possibile solo per l'insegnante, che nella propria classe ha l'opportunità di interagire con gli allievi, di osservarli in diversi modi, momenti e contesti, e che da tale osservazione può trarre spunti importanti per la propria pratica didattica"*

# *Dall'introduzione ai quaderni prodotti*

*"Non interessa ottenere una risposta corretta ad una o più domande INVALSI, ma usare l'analisi a posteriori delle risposte a tali domande come uno degli strumenti per rilevare eventuali difficoltà nell'apprendimento matematico degli allievi e fare ipotesi interpretative sulle cause di tali difficoltà per poter intervenire in maniera mirata e dunque più efficace"*

L'insegnante ha **strumenti** diversi rispetto ad INVALSI e soprattutto ha **obiettivi diversi**

PROCESSI

TEMPO

ERRORI

ARGOMENTAZIONE

INTERPRETAZIONE
DIFFICOLTÀ

## *Le prove INVALSI come risorsa nella pratica didattica dell'insegnante*

- utilizzare un quesito in modo naturale all'interno della propria programmazione
- proporre i quesiti dando agli alunni tempi più distesi
- richiedere agli allievi di scrivere come hanno ragionato
- procedere al confronto delle differenti risposte a uno stesso quesito
- orientare gli allievi a individuare ed esprimere le difficoltà che hanno incontrato nel rispondere

- proporre il quesito in modalità risposta aperta invece che chiusa
- modificare in parte il testo del quesito
- modificare la rappresentazione grafica
- inserire una rappresentazione grafica
- richiedere agli allievi di proporre modifiche al quesito e testarlo successivamente in un'altra classe

# Esempio

Seconda primaria
Ambito Numeri

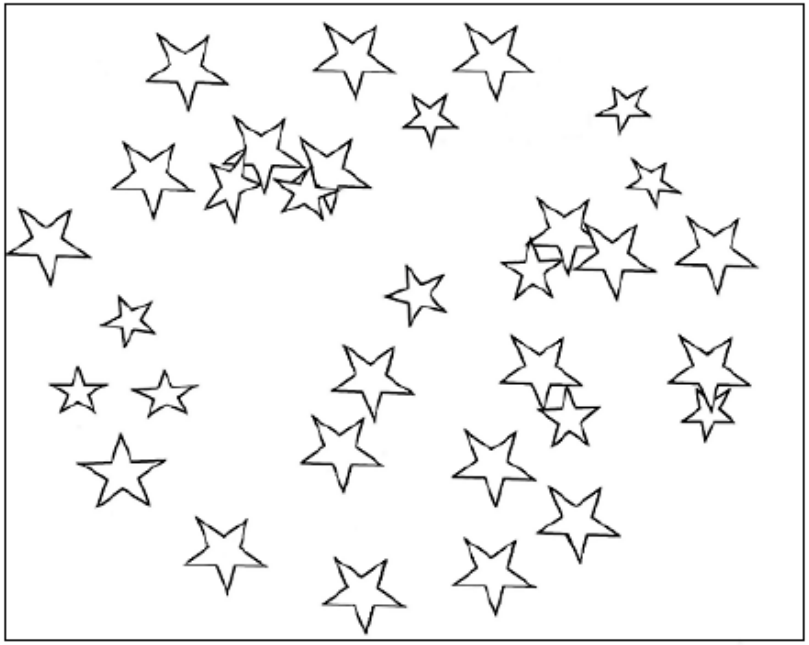
Le difficoltà necessarie per spostare l'attenzione sui processi

Quali difficoltà?
Quali possibili processi?

Risultati del campione nazionale

| Item | Risposta omessa | Risposta errata | Risposta Corretta |
|---|---|---|---|
| D1 | 1,3 | 42,6 | 56,1 |

**D1. Conta le stelle.**



**Quante sono in tutto le stelle?**

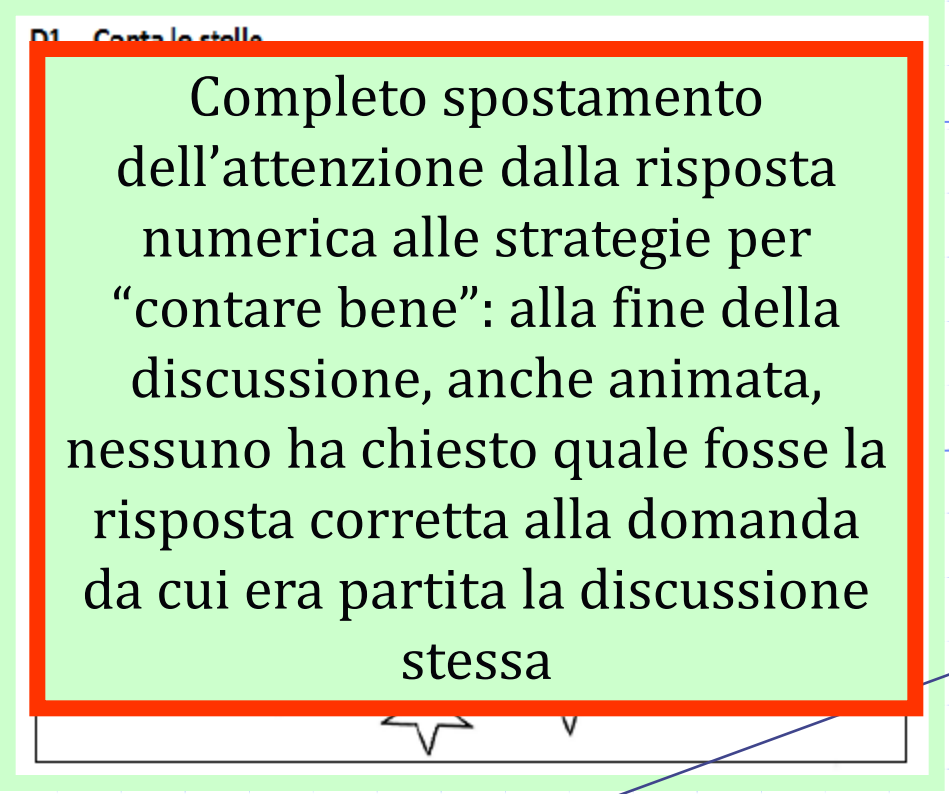
**Risposta:** .....

**Caratteristiche**

**SCOPO DELLA DOMANDA**
Verificare il possesso di strategie di conteggio.

**Indicazioni nazionali**
Contare oggetti o eventi, a voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre, …

# Esempio




Completo spostamento dell'attenzione dalla risposta numerica alle strategie per "contare bene": alla fine della discussione, anche animata, nessuno ha chiesto quale fosse la risposta corretta alla domanda da cui era partita la discussione stessa

La maestra non fornisce la risposta giusta, ma rilancia: "*Come facciamo per essere sicuri di aver contato nel modo giusto?*"

Molte risposte diverse!

Difficoltà di almeno due tipi

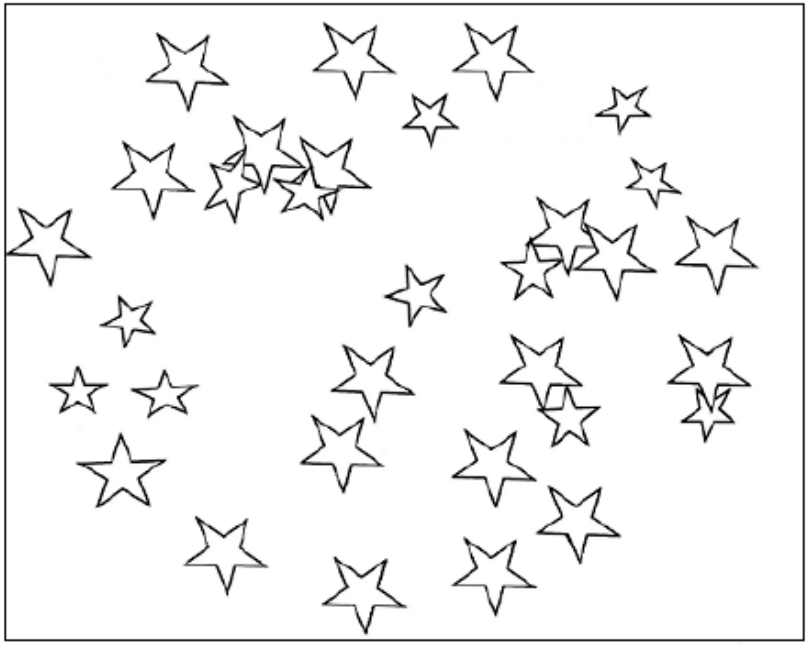
**Generali** rispetto allo scopo della domanda: uso di strategie non efficienti, difficoltà nel conteggio

Relative al **particolare** insieme di oggetti: non manipolabile, con oggetti sovrapposti e disposti in modo caotico

Si continua con le stelle
P. Maggi
I.C. Gamerra Pisa

**Maestra:** "Vi siete divertiti?
SI 24, NO 2
**Cristian:** "erano difficili da contare perché una sopra l'altra ed erano sparpagliati"

D1. Conta le stelle.



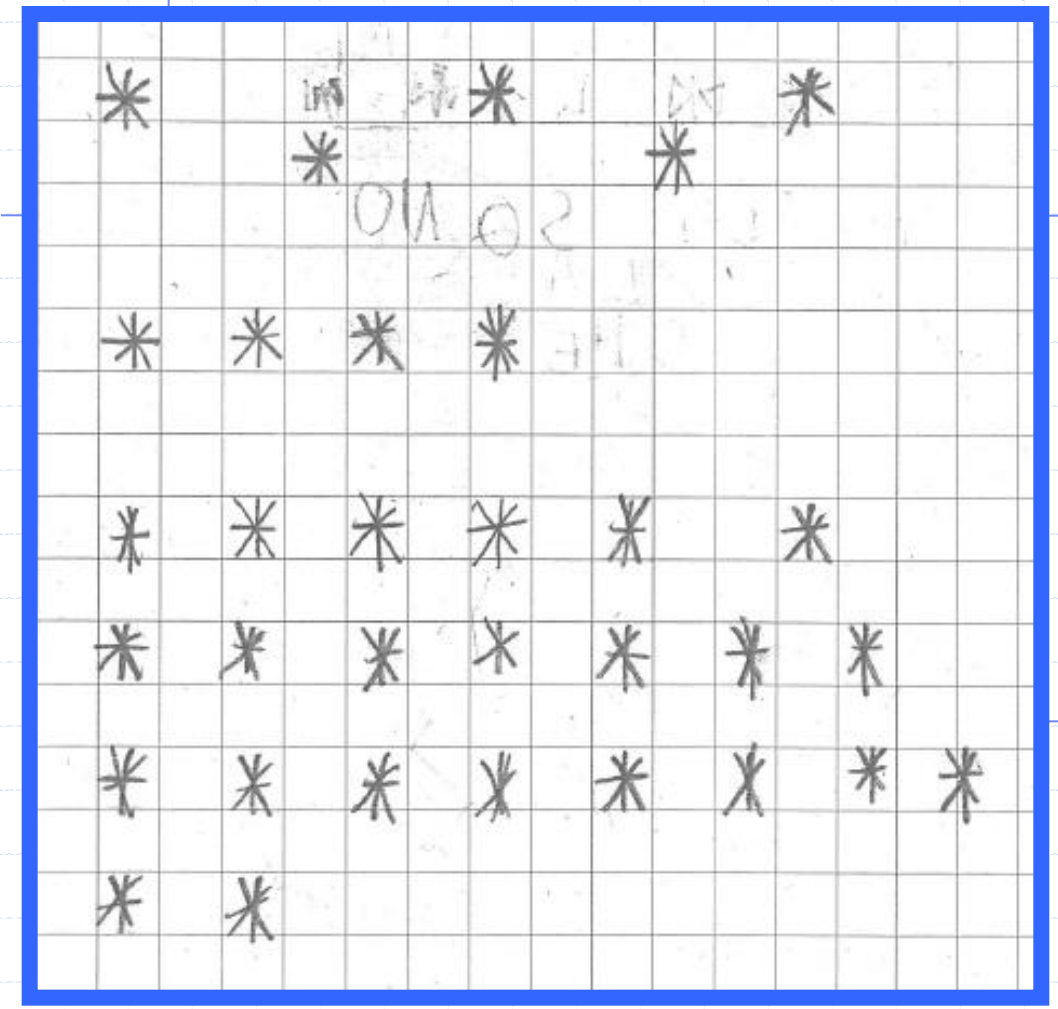
Quante sono in tutto le stelle?

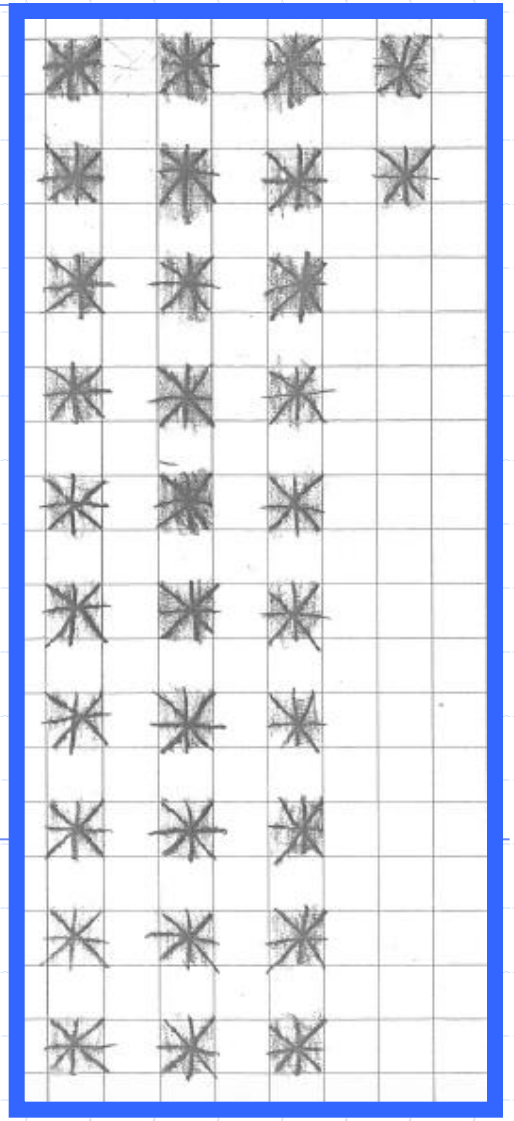
Vi siete divertiti? SI 24
NO 2 Cristian: erano difficili da contare xchè una sopra l'altra e erano sparpagliati

Si continua con le stelle
P. Maggi
I.C. Gamerra Pisa

**Consegna:** disegna le stelline in modo da facilitarne il conteggio

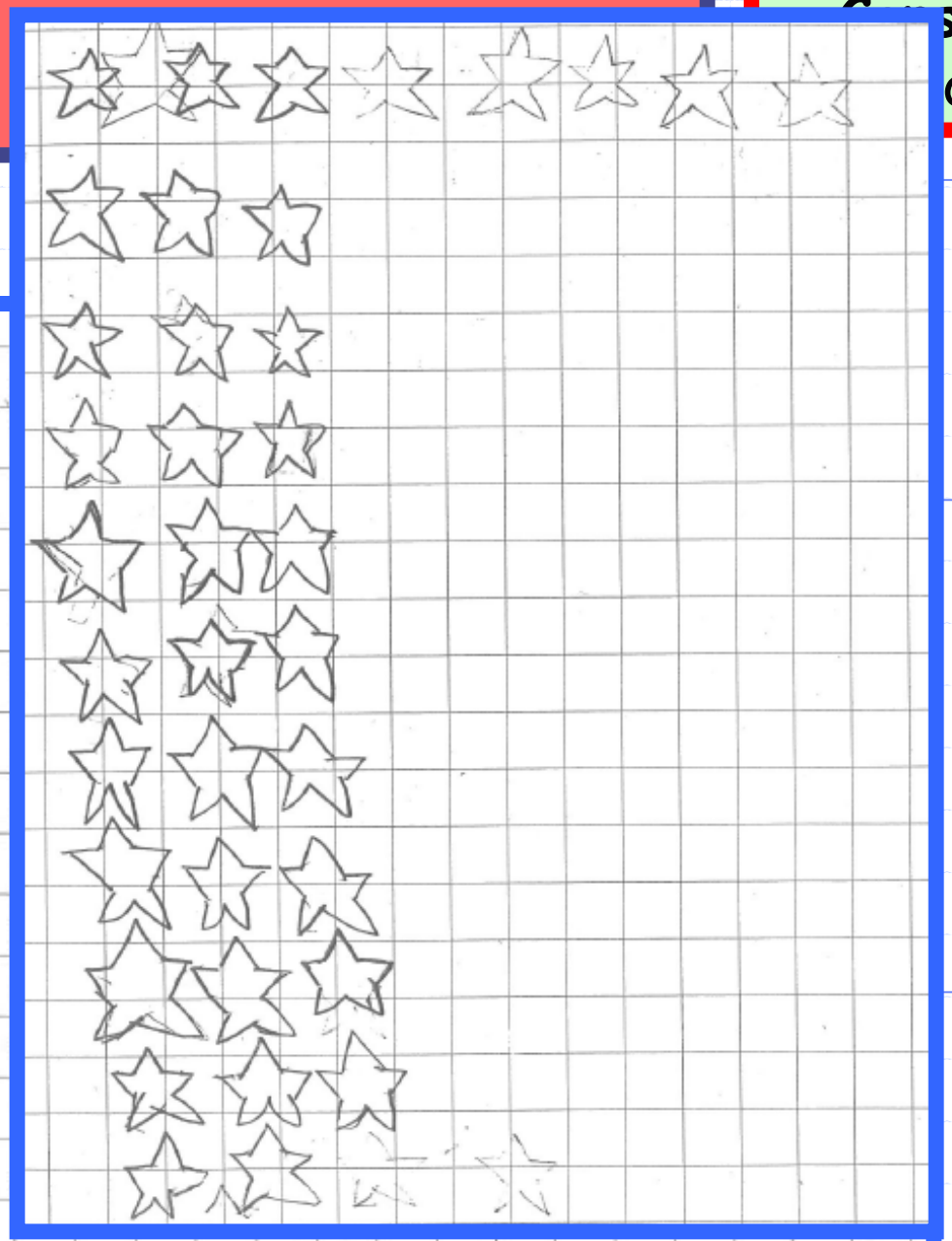
CRISTIAN

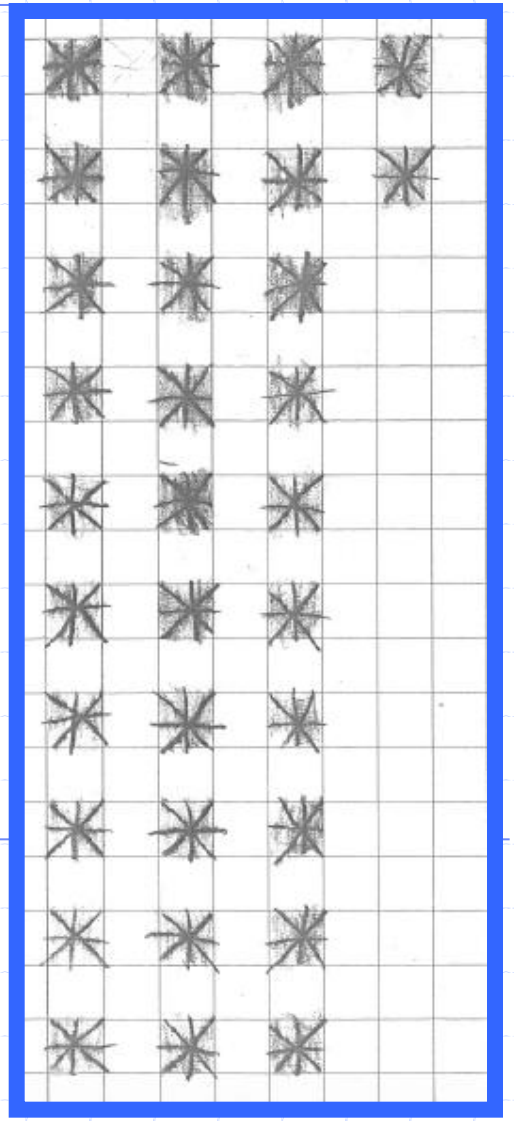




Si continua con le stelle

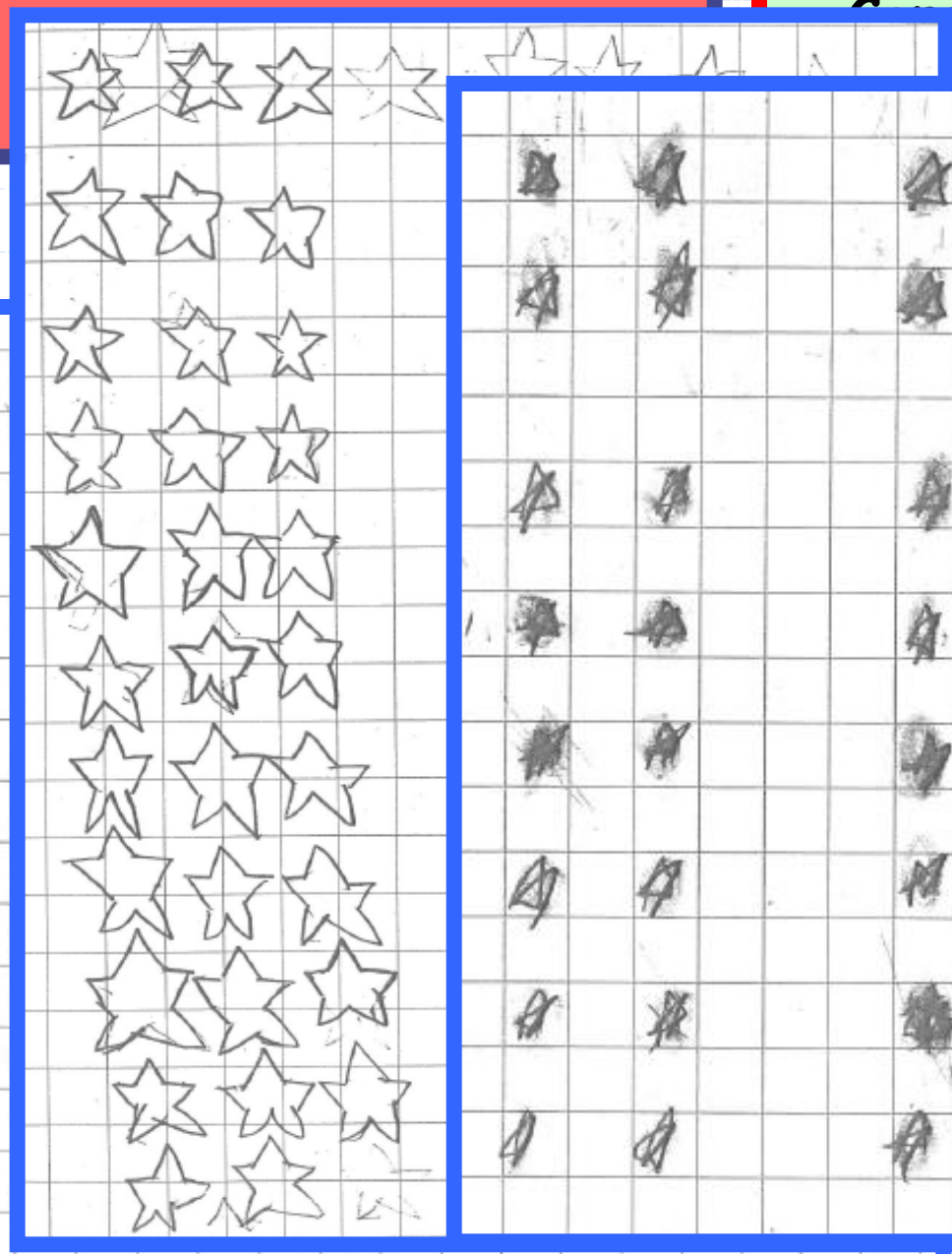
**segna:** disegna le stelline in
o da facilitarne il conteggio



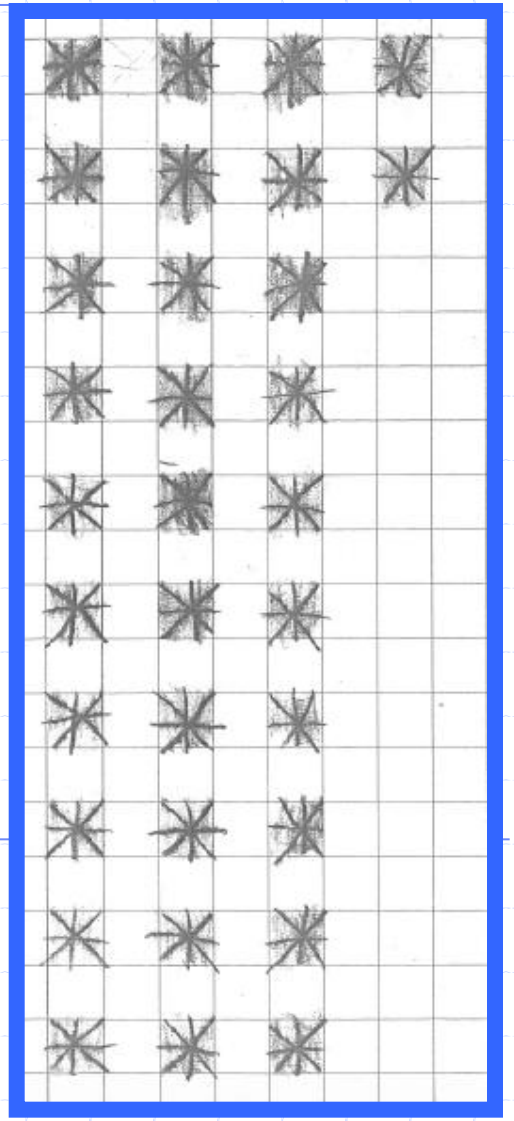


Si continua con le stelle

**segna:** disegna le stelline in
cilitarne il conteggio

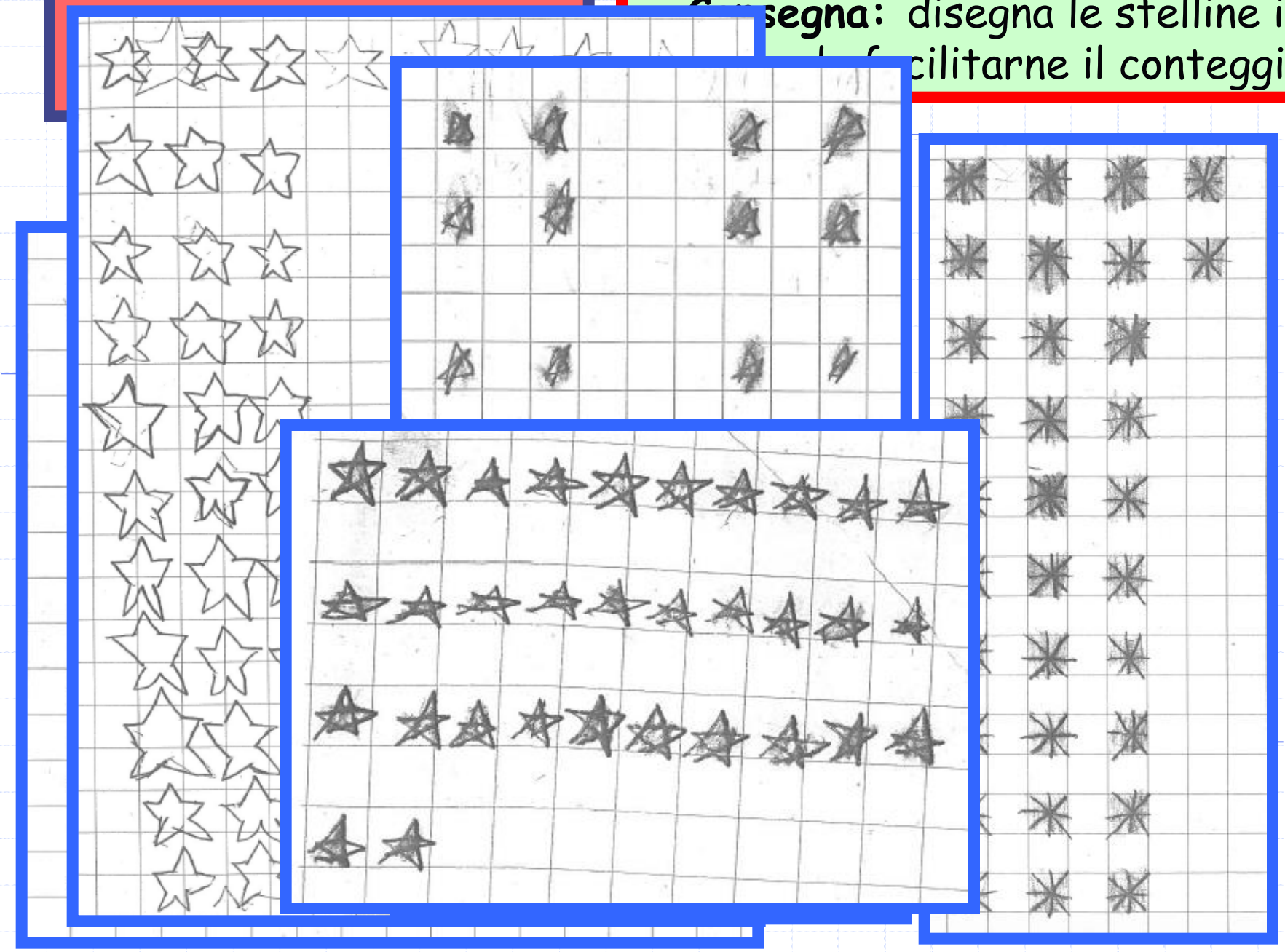






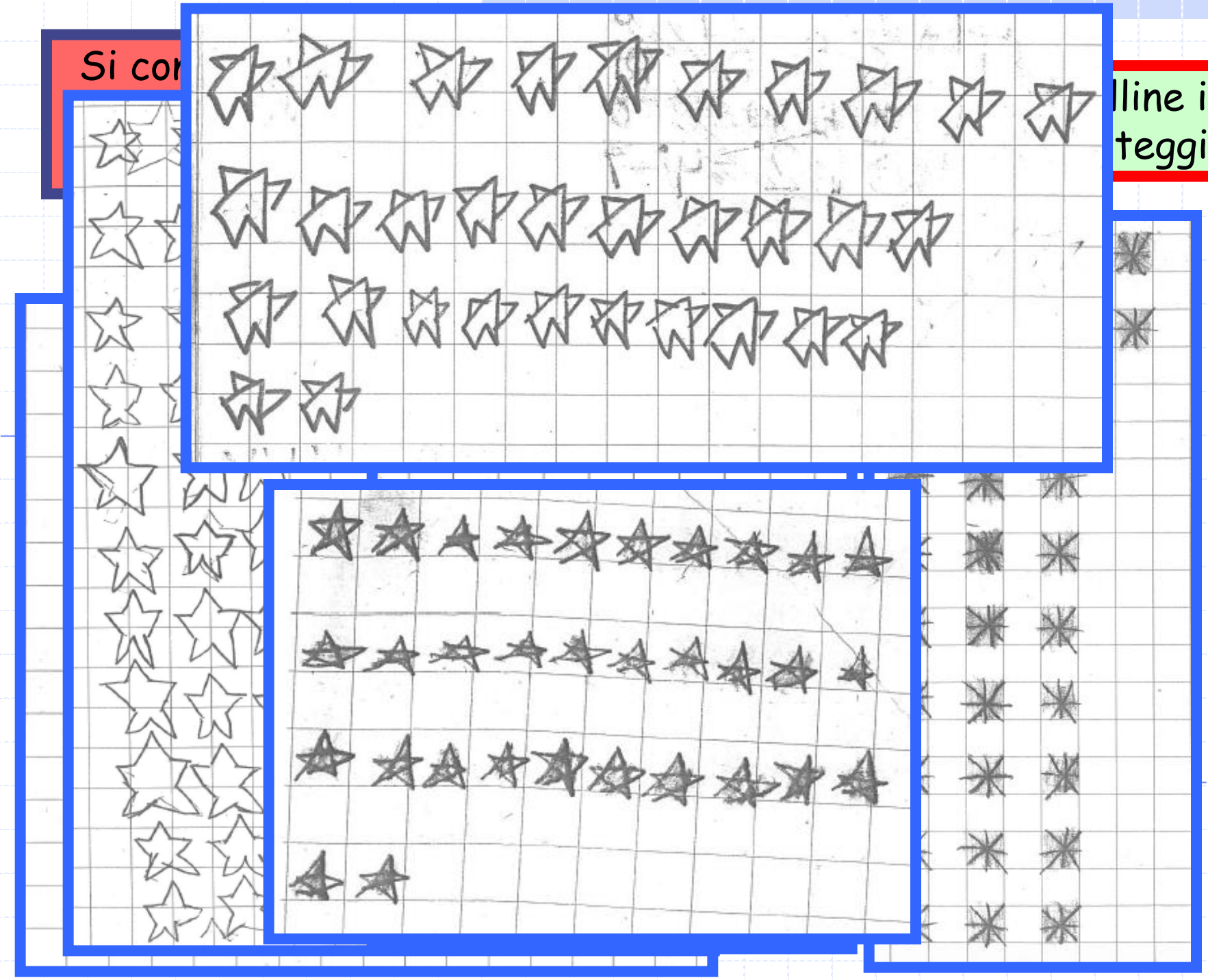
Si continua con le stelle

**Consegna:** disegna le stelline in modo da facilitarne il conteggio



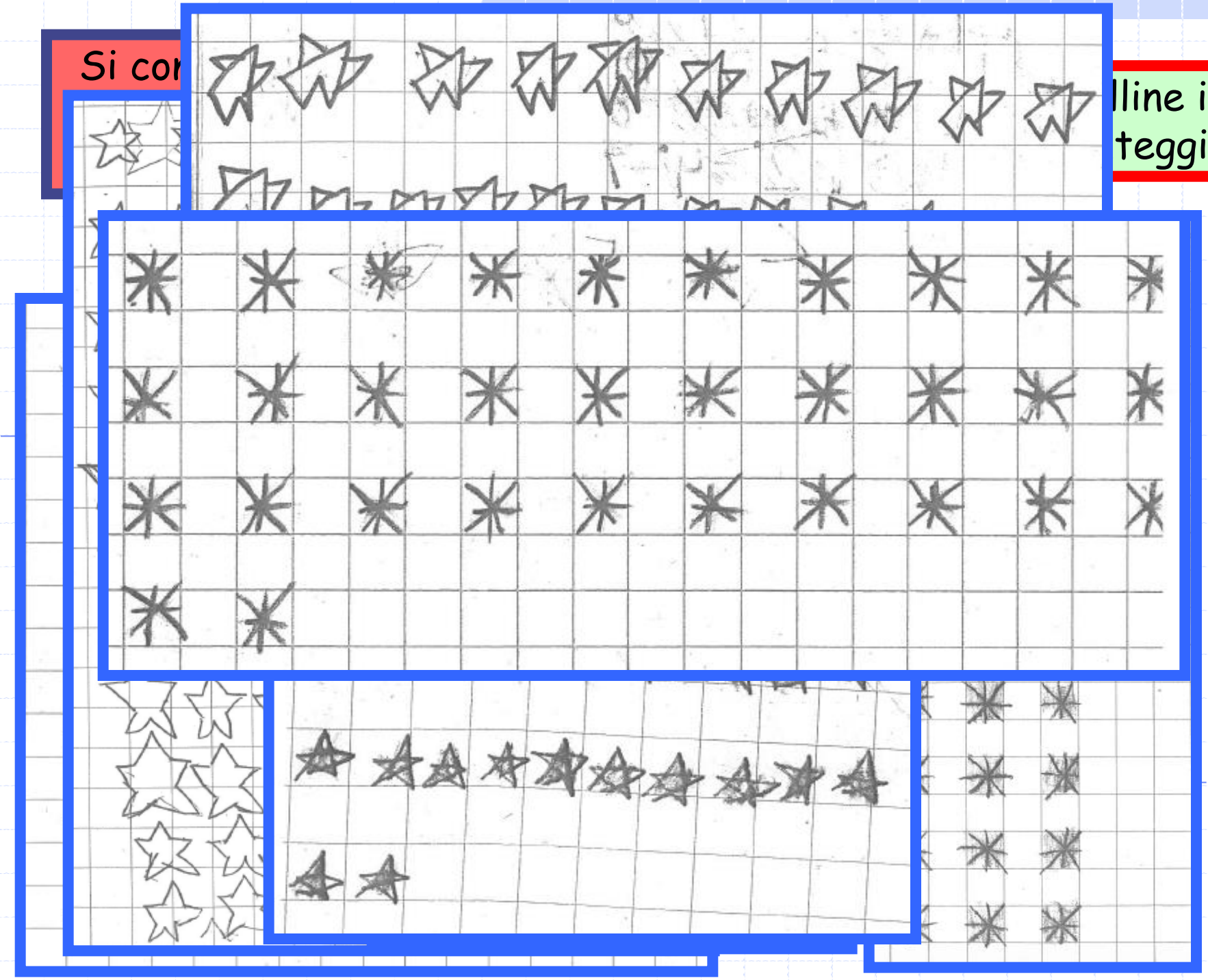
Si con

lline in
teggio



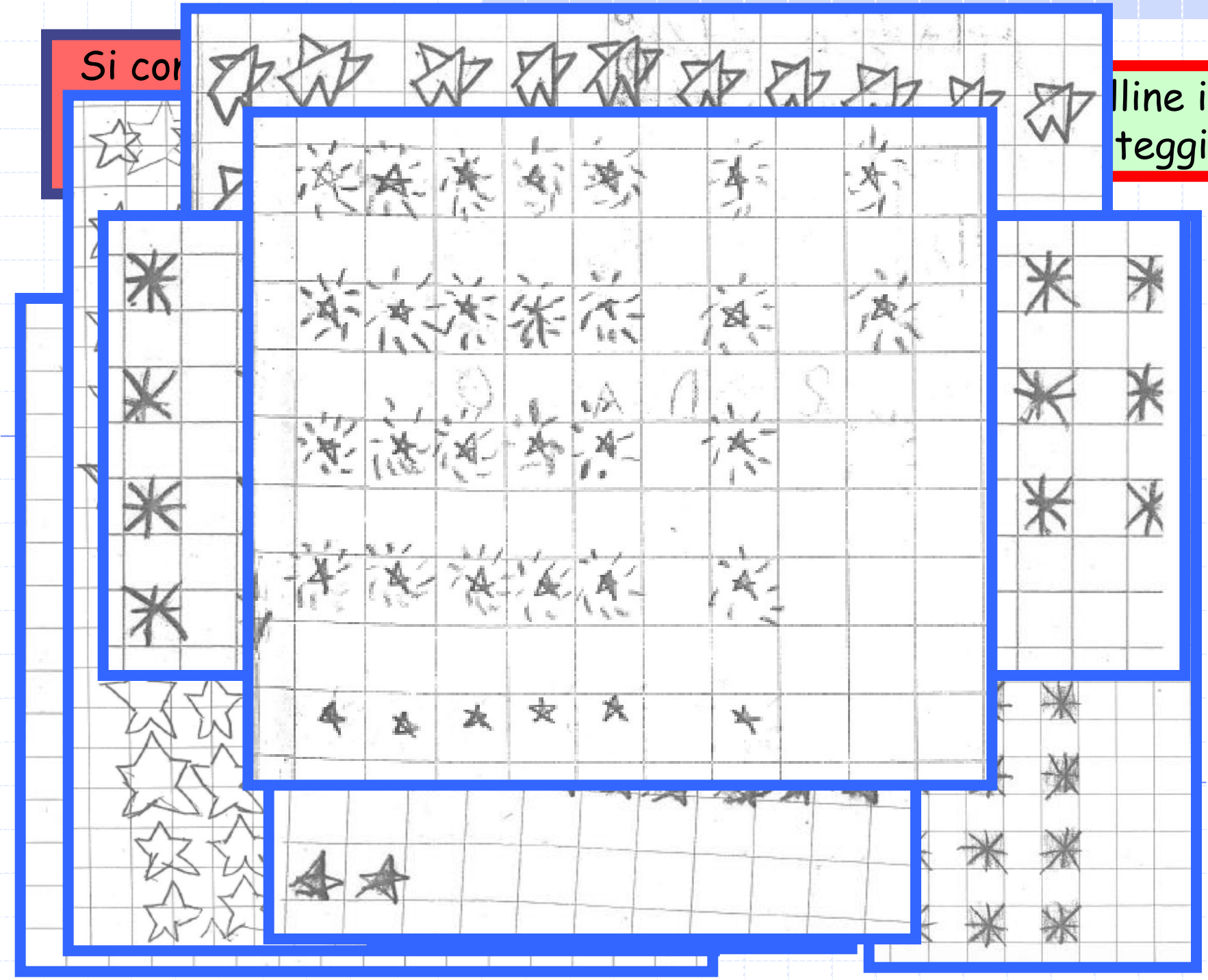
Si con

lline in
teggio



Si con

lline in
teggio



# Un esempio

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Tesi di Laurea

L'interpretazione delle difficoltà nella risoluzione di problemi INVALSI: il ruolo della formulazione del testo e degli stereotipi

*Candidato:* *Marta Lemmi*

*Relatore:* *Prof. Pietro Di Martino*

Problemi veri (non esercizi ripetitivi)

Problemi in contesto

Legame esplicito con le Indicazioni Nazionali

Dati statistici su campione nazionale

# Un esempio

Importanza di far emergere, di dare valore ai processi

L'analisi qualitativa delle risposte degli studenti

Dati statistici su campione nazionale

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PISA

Corso di Laurea Magistrale in Matematica

Tesi di Laurea

L'interpretazione delle difficoltà nella risoluzione di problemi INVALSI:
il ruolo della formulazione del testo e degli stereotipi

*Candidato:*

*Marta Lemmi*

*Relatore:*

*Prof. Pietro Di Martino*

# *L'analisi prima dell'utilizzo*

Il quesito si può inserire in modo naturale nella tua programmazione usuale?

In relazione a quali obiettivi?

In relazione a quali competenze?

In quali modalità lo proporresti?

Quali tipi di difficoltà possono incontrare gli allievi?

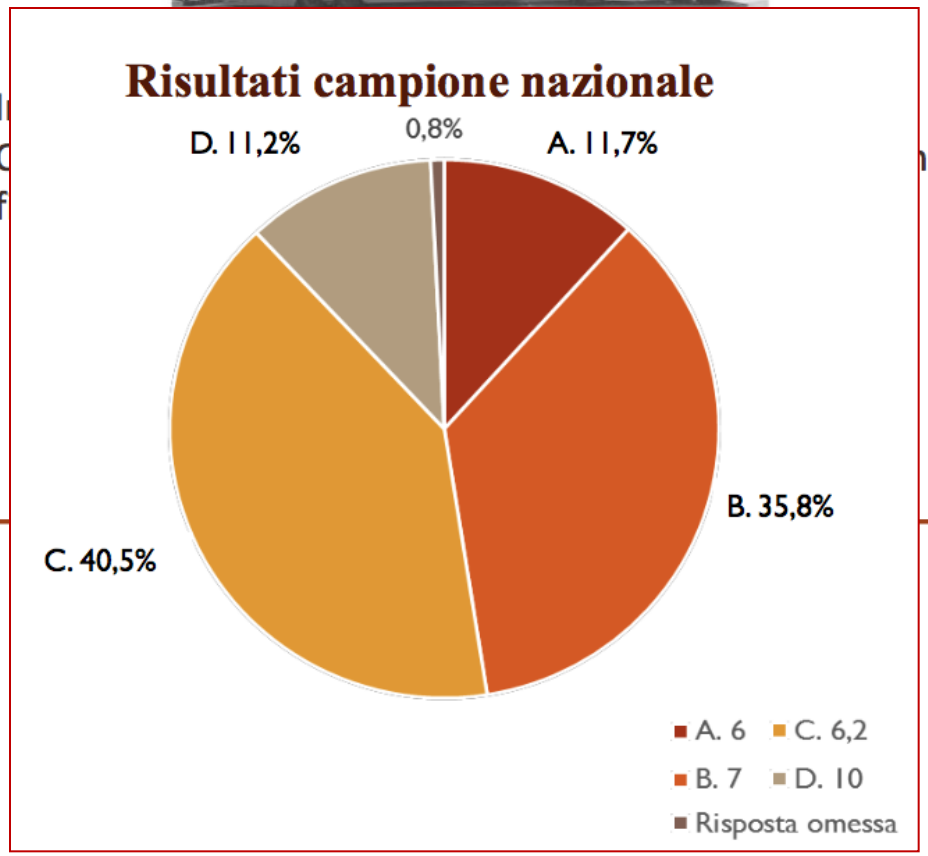
Quali tipologie di processi risolutivi ti aspetti?

Alla luce dell'analisi fatta, introdurresti delle modifiche al quesito? Se sì quali?
Perché introdurre/non introdurre modifiche?

# Un esempio: il problema dei camion

**Camion (Livello 05 - 2016)**

Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.




**Ambito**: Numeri

**Scopo**:

**Dare significato a una divisione con resto.**

**Processo**:

**Risolvere problemi utilizzando strategie in ambiti diversi** - numerico, geometrico, algebrico

**Indicazioni nazionali:**

- Traguardi: Riesce a risolvere **facili problemi [...] mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.**

- Obiettivi: **Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali.**

# Analisi a priori

**Camion (Livello 05 - 2016)**

Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.

In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare. Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

A. 6

B. 7

C. 6,2

D. 10

**Ambito**: Numeri

**Scopo**:

**Dare significato a una divisione con resto.**

**Processo**:

**[…] mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.**

- Obiettivi: **Eseguire la divisione con resto fra numeri naturali**

## Caratteristiche generali

1. Presenza alternative
2. Test a tempo
3. Contesto

## Caratteristiche specifiche

1. Presenza di massimo e minimo
2. Problema di contenenza
3. Contratto didattico

# Versione sperimentata 1

**Camion (Livello 05 - 2016)**

Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.

In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare. Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

A. 6

B. 7

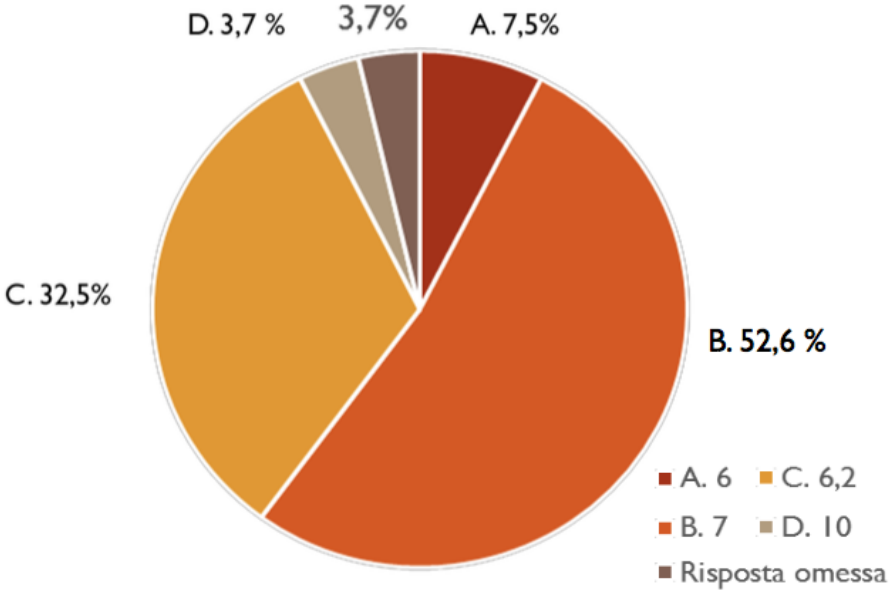
C. 6,2

D. 10

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

**134 ragazzi provenienti da:**
- **7 classi di livello 06**
- **5 classi di livello 07**
- **1 classe di livello 08**

**Risultati nostro campione**




**Risultati migliori – ipotesi**

Livello scolare

Tempo

Resta forte attrattiva distrattore C

# L'importanza dell'argomentazione

## Processi risolutivi di chi risponde 7

| | |
|---|---|
| Tramite divisione esatta: 62 : 10 = 6,2 e quindi 7 | *26,9 %* |
| Tramite moltiplicazione andando per prove | ***52,5%*** |
| Altro (esclusione di alternative, altri processi) | ***14,9%*** |
| Non giustifica | *5,[illegible]%* |

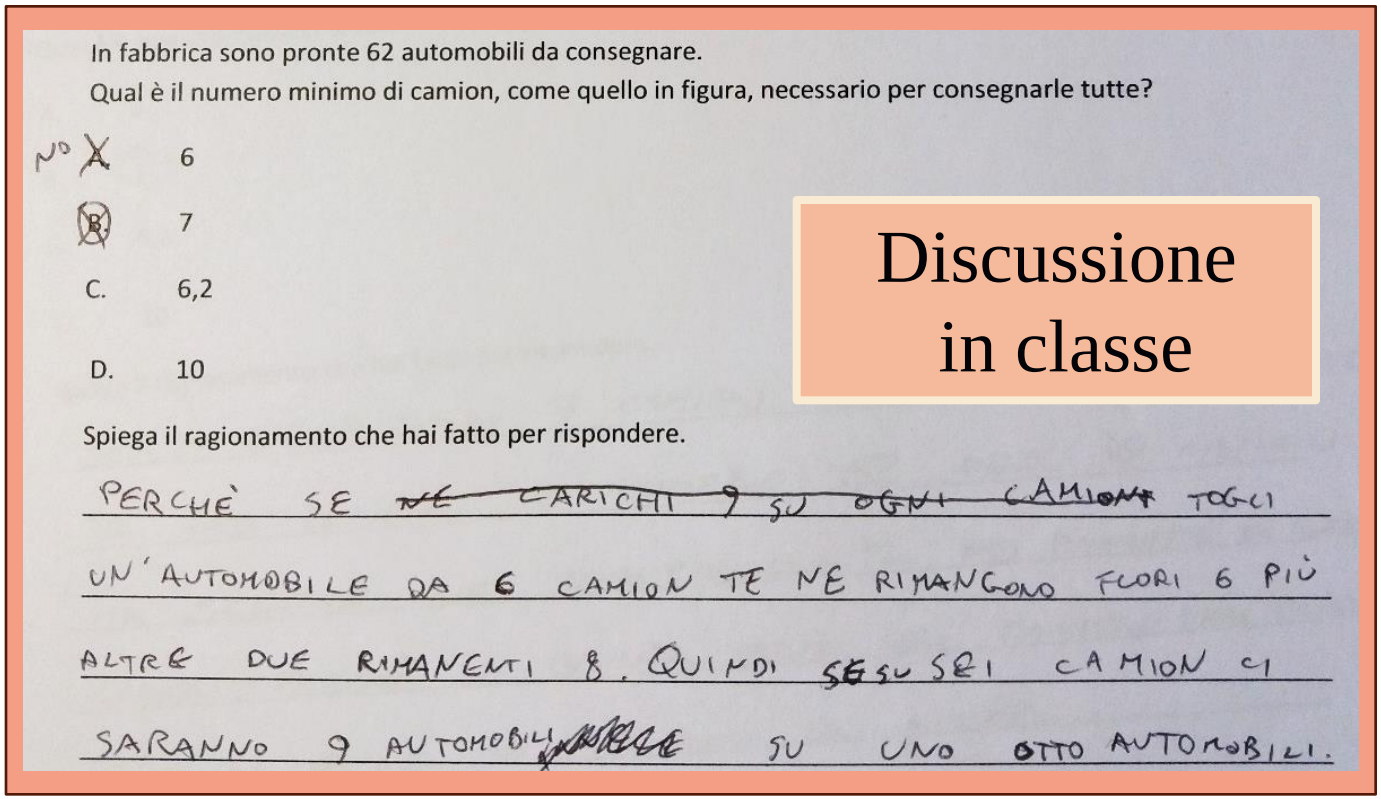
**Non considera la divisione!**

**Scopo:**

**Dare significato a una divisione con resto.**

# L'importanza dell'argomentazione

## Ottimizzazione



In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.
Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

NO A. 6

B. 7

C. 6,2

D. 10

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

PERCHÈ SE ~~NE CARICHI 9 SU OGNI CAMION~~ TOGLI UN'AUTOMOBILE DA 6 CAMION TE NE RIMANGONO FUORI 6 PIÙ ALTRE DUE RIMANENTI 8. QUINDI ~~SE~~ SU SEI CAMION CI SARANNO 9 AUTOMOBILI SU UNO OTTO AUTOMOBILI.

Discussione in classe

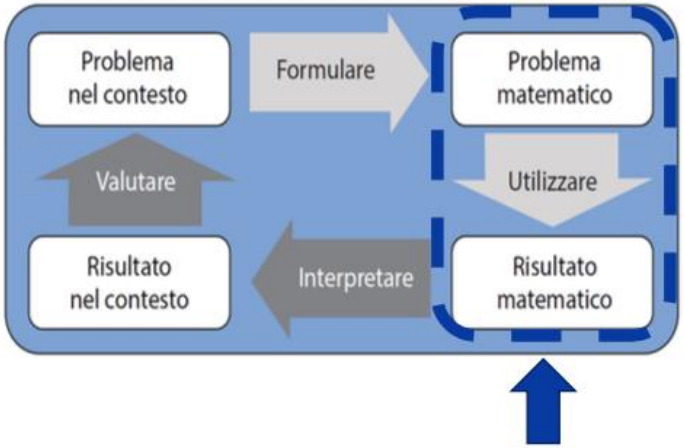
Francesco (1SP)

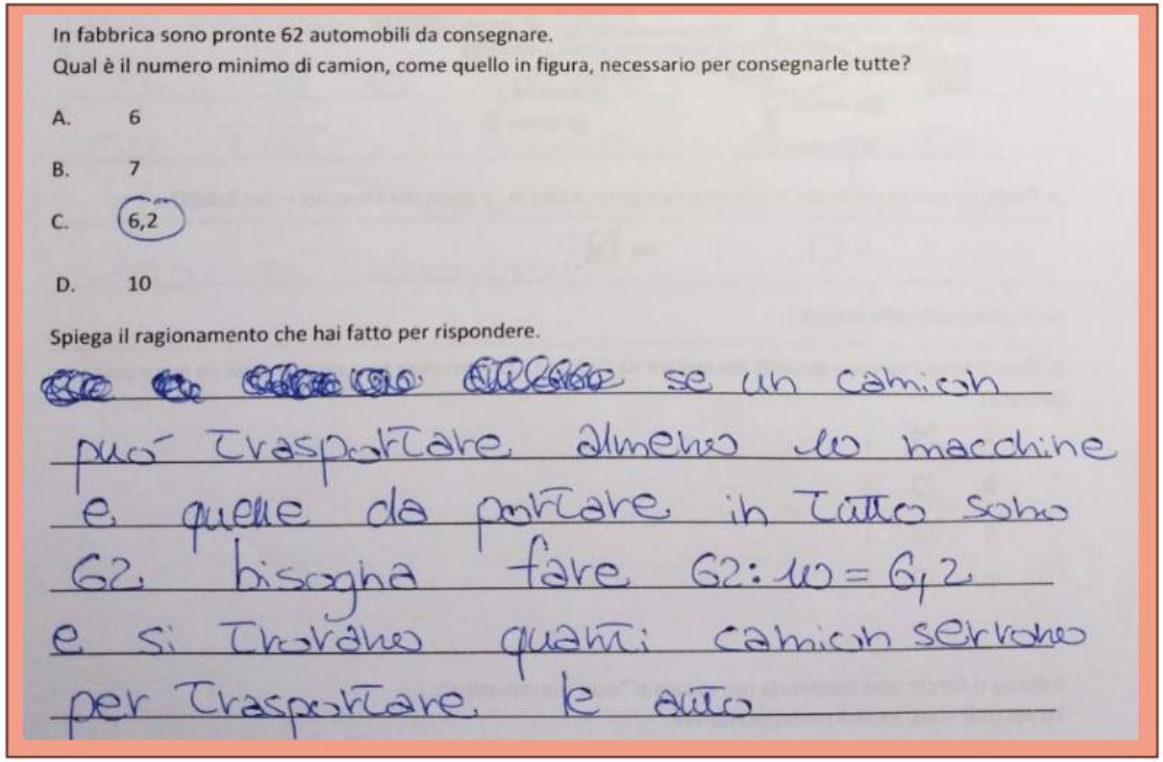
**IMMERSIONE NELLA SITUAZIONE REALE (ESPLICITAZIONE DI ESPERIENZE E CONVINZIONI PERSONALI)**

# L'importanza dell'argomentazione

## Processi risolutivi di chi non risponde 7

- **Problema di contenenza**



In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.
Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

A. 6

B. 7

C. 6,2

D. 10

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

se un camion può trasportare almeno 10 macchine e quelle da portare in tutto sono 62 bisogna fare 62:10 = 6,2 e si trovano quanti camion servono per trasportare le auto

Giulia
(1SP)

**Analisi a priori**: problema di contenenza

# L'importanza dell'argomentazione

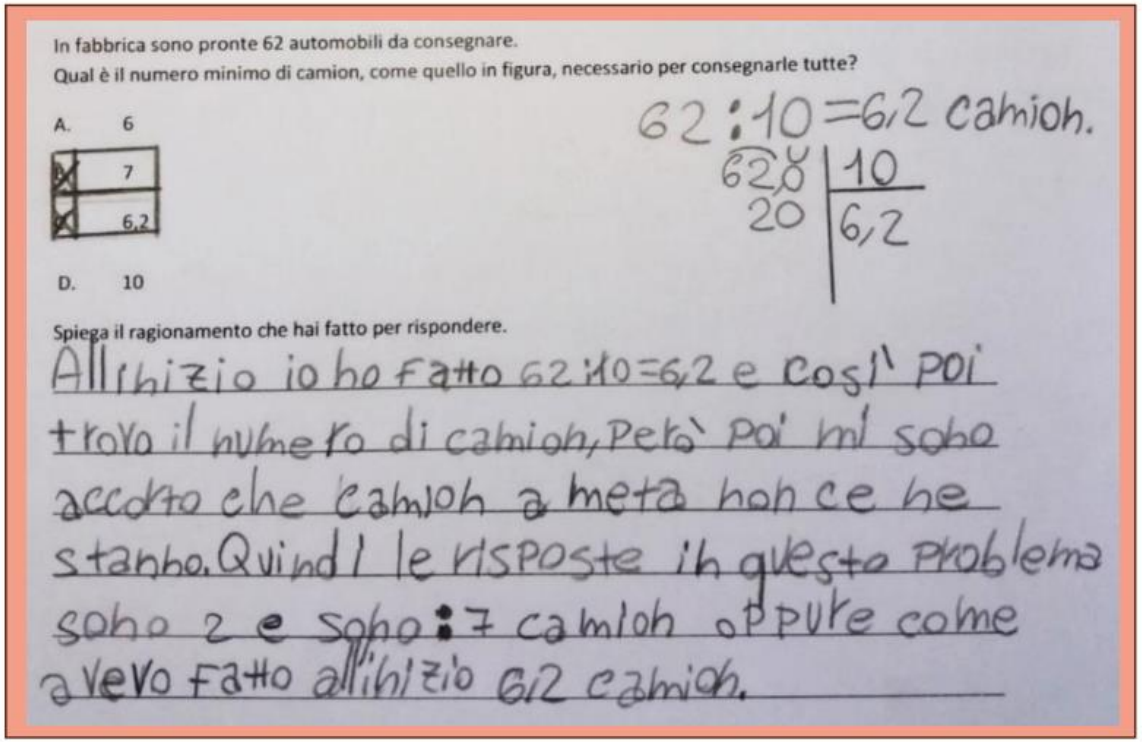
## Processi risolutivi di chi non risponde 7

- **Contratto didattico**

Tensione della scelta

**Vogliono vedere se so fare la divisione?**

**Vogliono la risposta 'realistica'?**



In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.
Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

A. 6

7

6,2

D. 10

62 : 10 = 6,2 camion.

62,0 | 10
20 | 6,2

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

All'inizio io ho fatto 62 : 10 = 6,2 e così poi trovo il numero di camion, però poi mi sono accorto che camion a metà non ce ne stanno. Quindi le risposte in questo problema sono 2 e sono: 7 camion oppure come avevo fatto all'inizio 6,2 camion.

Mattia (1SP)

**Analisi a priori**: contratto didattico

# Una versione alternativa

D18. Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.

In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.
Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

Risposta: _____

**139 ragazzi**

Una riformulazione per testare l'incidenza di un fattore

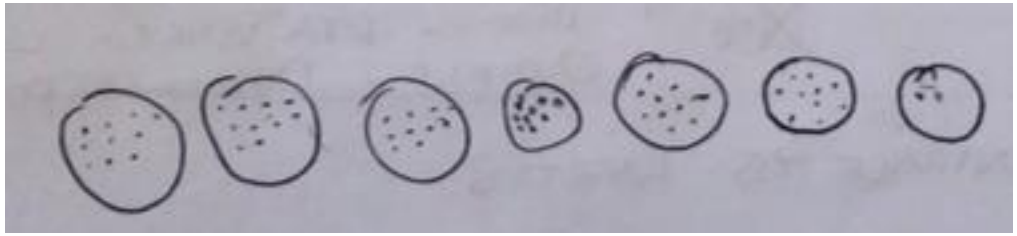
| Item | Risposta omessa | Opzioni | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | 6 | 7 | 6,2 | ALTRO |
| **D18-L05-2016** Campione nostra sperimentazione | *4,3 %* | *13,7 %* | ***67,6 %*** | *5,8 %* | *8,6 %* |

**Analisi a priori**: presenza di alternative

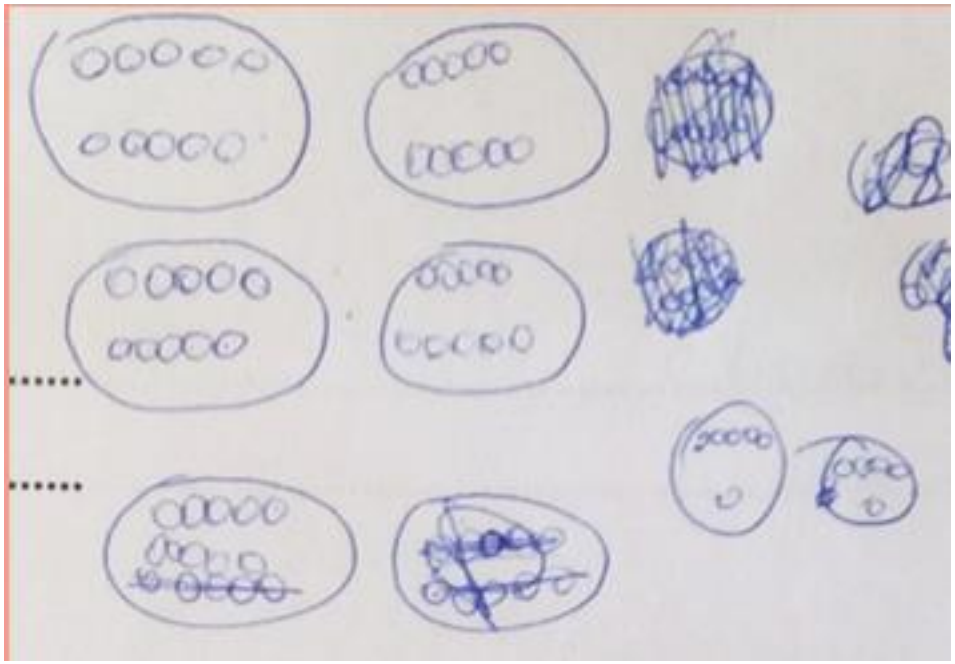
# Una versione alternativa

## Maggiore varietà nei processi di chi risponde 7

Tramite divisione esatta:
62 : 10 = 6,2



Tramite moltiplicazione andando per prove

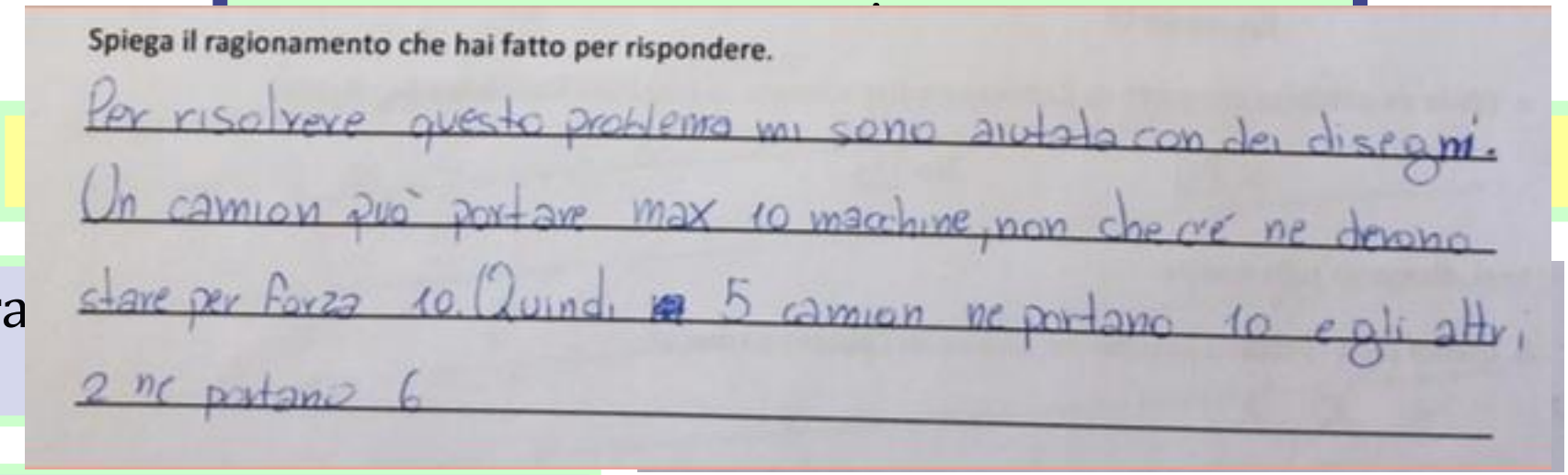


~~Tramite esclusione di alternative~~

Tramite somma

Tramite diverse rappresentazioni grafiche

Altri processi



Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

Per risolvere questo problema mi sono aiutata con dei disegni. Un camion può portare max 10 macchine, non che ce ne devono stare per forza 10. Quindi 5 camion ne portano 10 e gli altri 2 ne portano 6

Tra

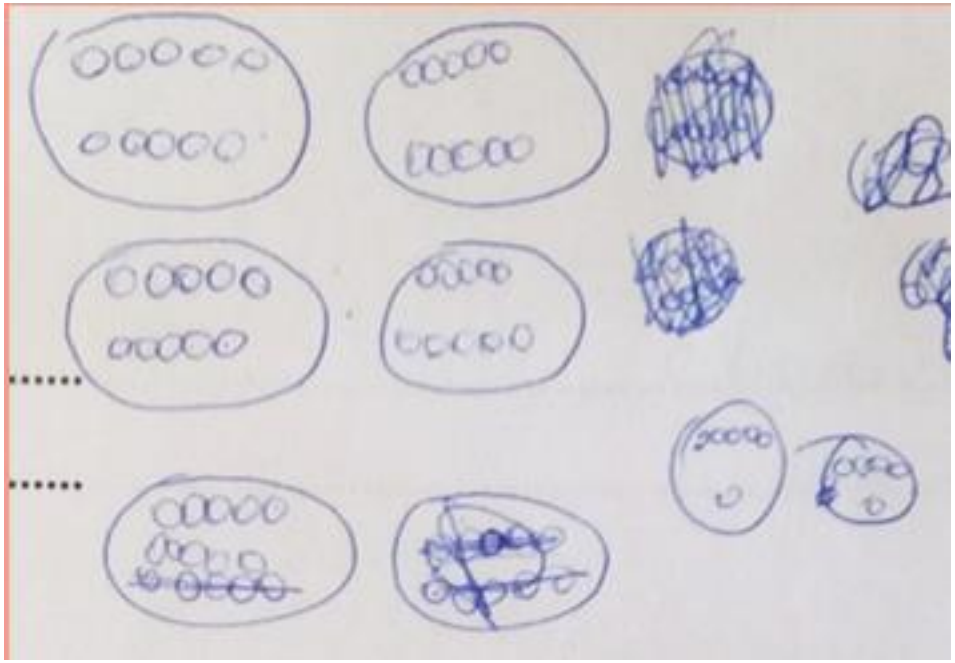
Tramite moltiplicazione andando per prove

~~Tramite esclusione di alternative~~

Tramite somma

Tramite diverse rappresentazioni grafiche

Altri processi



# L'inaspettato

## Rilevanza dell'immagine

In fabbrica sono pr

Qual è il numero m

A. 6

B. 7

C. 6,2

D. 10

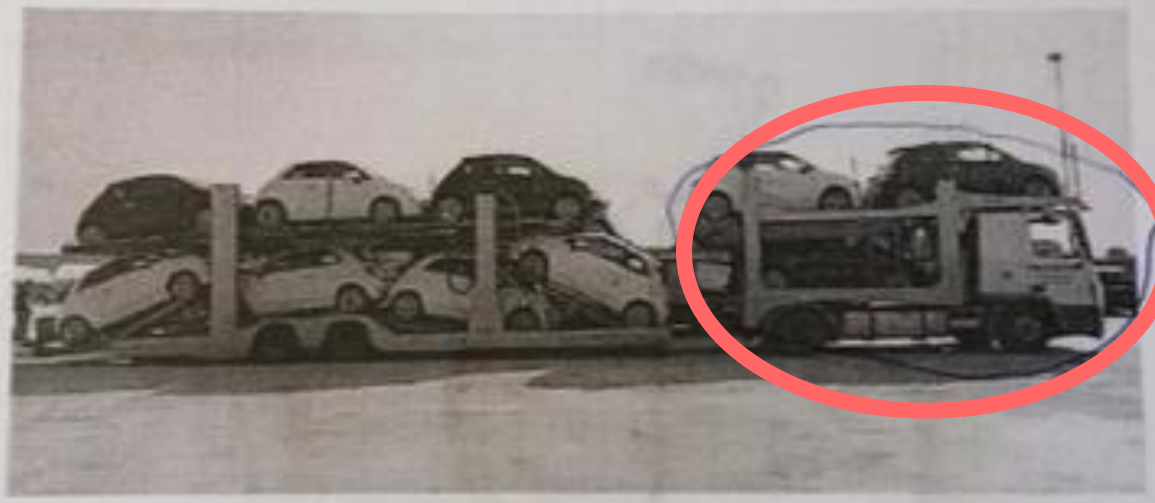
Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

SAPENDO CHE LE AUTO NEL CAMION SONO 9
HO FATTO IL CONTO (9x7=63); I CAMION MINIMI
SONO 7 perchè in ogni camion ne STANNO 9

# L'inaspettato

## Rilevanza dell'immagine

Il camion che vedi in figura può trasportare al massimo 10 automobili.



Il nome camion è questo

In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.

Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

Risposta: 6 camion e 1 mezzo camion

# L'inaspettato

Rilevanza dell'immagine

Uso *stenografico* della scrittura decimale

Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

2 ~~A.~~ 6

B. 7

~~C.~~ 6,2

D. 10

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

SECONDO HE 6,2 CAMION PERCHÉ COSÌ 6 CAMION SONO PIENI E L'ULTIMO CAMION TRASPORTA SOLO 2 ANTI

# Un'altra versione alternativa

| Item | Risposta omessa | Opzioni | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A. 7,6 | B. 7 | C. 7,75 | **D. 8** |
| **D18-L05-2016** Campione nostra sperimentazione | *1,9%* | *12,4 %* | *10,5 %* | *33,3 %* | ***41,9 %*** |

In fabbrica sono pronte 62 automobili da consegnare.

Qual è il numero minimo di camion, come quello in figura, necessario per consegnarle tutte?

A. 7,6

B. 7

C. 7,75

D. 8

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

# Un'altra versione alternativa

| Item | Risposta omessa | Opzioni | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A. 7,6 | B. 7 | C. 7,75 | **D. 8** |
| **D18-L05-2016** Campione nostra sperimentazione | *1,9%* | *12,4 %* | *10,5 %* | *33,3 %* | ***41,9 %*** |

In fabbrica sono p

Qual è il numero

A. 7,6

B. 7

C. 7,75

D. 8

Spiega il ragiona

A. 7,6

B. 7

C. 7,75

D. 8

Spiega il ragionamento che hai fatto per rispondere.

HO HATTO 62:8, (UN CAMION PIENO) ED È VENUTO 7,R.6. CIOÈ IN TUTTO I CAMION SONO 7 + UN CAMION CON 6 MACCHINE

# GRAZIE!

Pietro Di Martino

pietro.dimartino@unipi.it