

Problema 1

Indichiamo con D l'insieme dei numeri naturali compresi tra 1 e 20; cioè $D = \{1, 2, 3, \dots, 19, 20\}$.
Determinare l'insieme $S = \{n \in D \mid \text{se } n \text{ è un numero pari, allora } n + 1 \text{ è un numero primo}\}$.

Problema 2.

Proposizione: In un rombo le diagonali sono perpendicolari.

Domanda: La diagonali del quadrilatero $ABCD$ sono perpendicolari. È un rombo? Giustificate la vostra risposta.

Problema 3

Sia a un numero naturale diverso da zero. Se a non è divisibile per 2 e a non è divisibile per 3, allora $a^2 - 1$ è divisibile per 24.

Problema 4

Nell'insieme ∞ dei numeri naturali, si considerino i divisori dei numeri diversi da zero che sono quadrati perfetti. Quale congettura si può fare esaminando il numero di tali divisori? Cercare di dimostrare tale congettura.

Problema 5

Dimostrare che la somma di una qualsiasi terna pitagorica è sempre pari. In altre parole, data una terna di interi positivi (a, b, c) con $a^2 + b^2 = c^2$, $a + b + c$ è un numero pari.

Problema 6

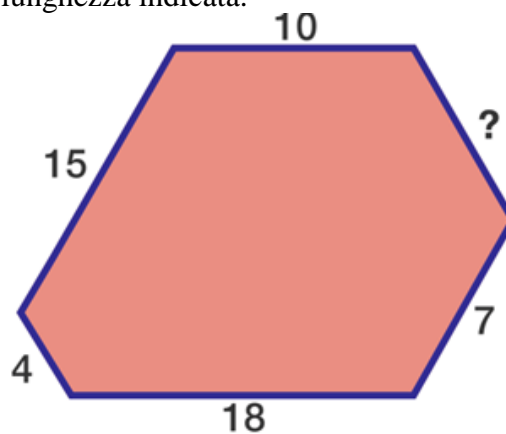
È possibile determinare una partizione dell'insieme dei primi 2026 interi positivi $\{1, 2, 3, \dots, 2026\}$, cioè in esattamente due sottoinsiemi disgiunti, in modo tale che il prodotto di tutti gli elementi di ogni sottoinsieme sia lo stesso?

A. Sì perché

B. No perché

Problema 7

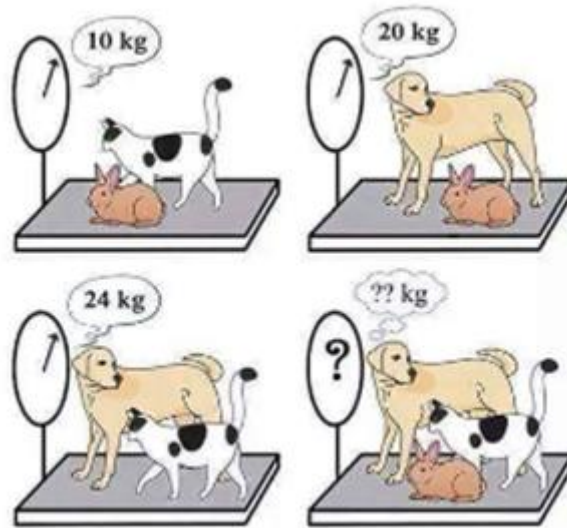
La seguente figura rappresenta un esagono che ha tutti gli angoli interni della stessa ampiezza e cinque dei suoi lati hanno la lunghezza indicata.



Quanto vale la lunghezza incognita?

Problema 8

Paolo ha tre animali domestici: un cane, un gatto e un coniglio. La seguente figura mostra il peso di ognuna delle possibili coppie di tali animali.



Qual è il peso complessivo dei tre animali?

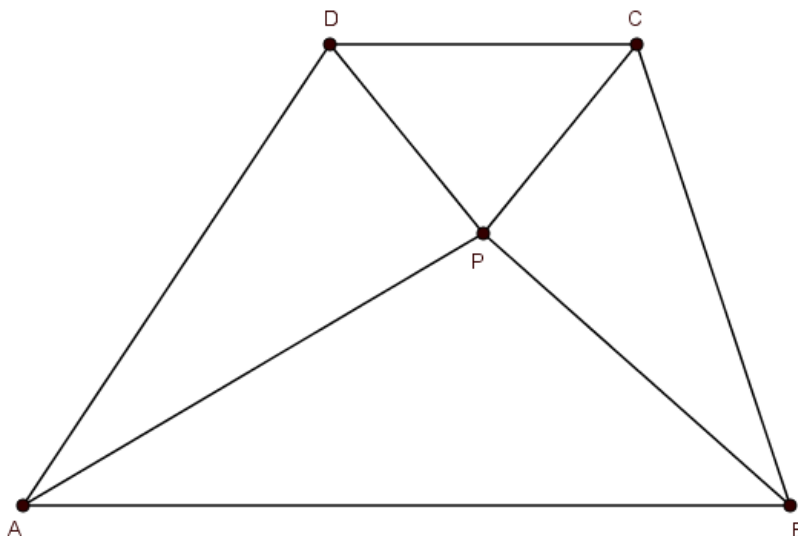
- A. 25 kg
- B. 27 kg
- C. 29 kg
- D. 22 kg

Problema 9

Indichiamo con A un numero (in base 10) di cinque cifre. Se aggiungiamo la cifra 1 a destra diventa tre volte più grande che se poniamo la cifra 1 davanti. Di che numero si tratta?

Problema 10

È dato un trapezio $ABCD$ con una sola coppia di lati paralleli. È possibile determinare un punto P interno al trapezio tale che, dopo aver tracciato i segmenti AP , BP , CP e DP come indicato in figura, il trapezio stesso risulti suddiviso in quattro triangoli aventi la stessa area?



- A. Sì, sempre
- B. Sì, a volte
- C. No, mai

Giustificare la scelta fatta.

Problema 11

Qual è il più piccolo numero formato dalle cifre da 1 a 9 prese una sola volta e che è divisibile per 99?