

Autore: Giacomo Albi (Università di Verona)

Titolo: *Kinetic approximation, stability and control of collective behavior in self-organized systems*

Sommario: Self-organization in social interactions is a fascinating mechanism, which inspired the mathematical modeling of multi-agent interactions towards formation of coherent global behaviors, with applications in the study of biological, social, and economical phenomena.

In this talk, I will focus on some recent developments in the context of efficient simulation and control of multi-agent systems where the number of agent is very large, and whose dynamics exhibit self-organizing properties. In particular, I will discuss a novel class of numerical methods able to cope with the high-dimensionality and non-linearities of these models. In order to reduce the complexity, we propose a general framework based on the approximation of the microscopic dynamics through a Boltzmann-type equation, showing that under suitable scaling this is equivalent to the mean-field description of the original problem. Several numerical examples will show the effectiveness of the proposed strategies for the stabilization and control of collective behaviors, such as opinion formation, crowd motion, and swarming dynamics.

Autore: Matteo Muratori (Politecnico di Milano)

Titolo: *Effetti regolarizzanti per equazioni diffusive degeneri in contesti Euclidei e non*

Sommario: È ben noto che l'equazione del calore dà luogo ad un effetto regolarizzante che trasforma funzioni integrabili (o misure finite) in funzioni globalmente limitate, con una stima quantitativa che è intrinsecamente legata alla disuguaglianza di Sobolev. Simili risultati sono stati estesi in tempi relativamente recenti a equazioni diffusive degeneri (come ad esempio mezzi porosi e p -Laplaciano).

In questa esposizione parlerò degli ultimi sviluppi riguardanti connessioni tra disuguaglianze funzionali ed effetti regolarizzanti per equazioni di tipo mezzi porosi, in contesti Euclidei pesati e su opportune varietà Riemanniane.

Autore: Maurizia Rossi (Université Paris Descartes)

Titolo: *Geometria nodale e chaos di Wiener*

Sommario: Verso la fine del XVIII secolo il fisico e musicista tedesco Chladni fece un'importante scoperta: se si impartiscono delle vibrazioni a lastre metalliche ricoperte di sabbia, quest'ultima si allontana dalle zone di maggiore vibrazione raggruppandosi in curiose figure geometriche. Solo nella seconda metà del XIX secolo, soprattutto grazie ai lavori di Kirchhoff e Lamb, si capì che le figure di Chladni corrispondono agli zeri (o punti nodali) di autofunzioni del bi-Laplaciano con free boundary conditions. Nel 1982 Yau ha congetturato che il volume (la lunghezza nel caso bidimensionale) dell'insieme nodale di autofunzioni del Laplaciano

su una varietà Riemanniana compatta è comparabile alla radice quadrata dell'autovalore corrispondente. Nel caso di superfici caotiche generiche, nel 1977 Berry ha congetturato che il comportamento locale delle autofunzioni "ad alta energia" è universale, nel senso che è comparabile al comportamento di un particolare campo aleatorio Gaussiano definito sul piano Euclideo - ad oggi noto come modello di Berry.

In questa comunicazione si studiano le proprietà geometriche degli insiemi nodali di autofunzioni aleatorie ad alta energia. Nel caso del toro o della sfera in dimensione 2, si definisce una misura Gaussiana su ogni autospazio; si è interessati alla lunghezza delle curve nodali corrispondenti: la sua media, la sua varianza asintotica e la sua distribuzione limite. Risultati sulle prime due ottenuti da Rudnick e Wigman alcuni anni fa confermano la congettura di Yau in questo caso. Uno dei risultati principali della mia tesi di Dottorato, in collaborazione con Marinucci, Peccati e Wigman, è un teorema limite per la lunghezza nodale sul toro che ne afferma la non Gaussianità e non universalità. Nel caso della sfera invece, un risultato ottenuto recentemente con Marinucci e Wigman ne prova la Gaussianità asintotica. Le dimostrazioni si basano sull'espansione caotica di Wiener e Ito per funzionali non lineari di campi Gaussiani, e un'attenta analisi dei termini dello sviluppo. Nel caso di varietà generali (rimaniamo comunque in dimensione 2 per il momento), non è possibile definire un modello Gaussiano come per il toro o la sfera. Si lavora quindi con le monochromatic random waves introdotte da Zelditch nel 2009, cioè combinazioni lineari Gaussiani di autofunzioni che corrispondono ad uno stretto intervallo (o finestra) di frequenze, il cui scaling limit è il modello di Berry introdotto in precedenza. Da quest'ultima proprietà si deducono dei risultati locali sul legame tra il comportamento nodale delle monochromatic random waves e quello del modello di Berry. Un recente risultato in collaborazione con Nourdin e Peccati svela il comportamento asintotico Gaussiano della lunghezza nodale di quest'ultimo, anch'esso ottenuto con tecniche di espansione caotica. Alcune domande sono quindi spontanee: perché sul toro la lunghezza nodale non è asintoticamente Gaussiana ma sulla sfera e sul piano sì? È possibile dedurre il comportamento globale asintotico della lunghezza nodale delle monochromatic random waves dalle informazioni locali sul legame con il modello di Berry? I risultati ottenuti sono universali, cioè indipendenti dalla legge delle autofunzioni? Cosa accade in dimensione maggiore di due? Le risposte a queste domande fanno parte degli sviluppi presenti e futuri del lavoro svolto durante la mia tesi di Dottorato.

Autore: Andrea Seppi (Università del Lussemburgo)

Titolo: *Immersioni isometriche del piano iperbolico nello spazio di Minkowski*

Sommario: Lo spazio di Minkowski è l'analogo Lorentziano dello spazio Euclideo, ed è noto che esiste un'immersione isometrica del piano iperbolico nello spazio di Minkowski di dimensione $2+1$, la quale è analoga all'immersione isometrica della sfera nello spazio Euclideo.

A differenza del caso Euclideo, questa immersione isometrica non è unica a meno di isometrie globali. Discuterò alcuni risultati sul problema della classificazione di tali immersioni isometriche.