

# Promuovere processi di valutazione formativa attraverso l'argomentazione matematica (e viceversa)

**Cristina Sabena** (*Università di Torino*)

XXXIV Convegno UMI-CIIM  
*La matematica nella società in rapida evoluzione.  
Guardare al passato per le sfide del presente e del futuro*

Bari, 6-8 ottobre 2017



# Menu

- Il progetto FaSMEd – La valutazione formativa
- Il lavoro del team italiano – L'argomentazione
- L'ingegneria didattica elaborata
- Esempio di iter didattico
- Esempio dalle classi
- Conclusioni

# Il progetto FaSMEd

# Improving Progress for Lower Achievers through



## Formative Assessment in Science and Mathematics Education

Progetto Europeo FP7  
Azione: Science in Society  
Collaborative Project (n.612337)



**Durata: 36 mesi (2014-15-16)**

**Università coinvolte:**

University of New  
University of Nott  
Ecole Normale Sup  
National Universit  
University Of Duis

## **Gruppo di lavoro:**

**Annalisa Cusi  
Francesca Morselli  
Cristina Sabena**

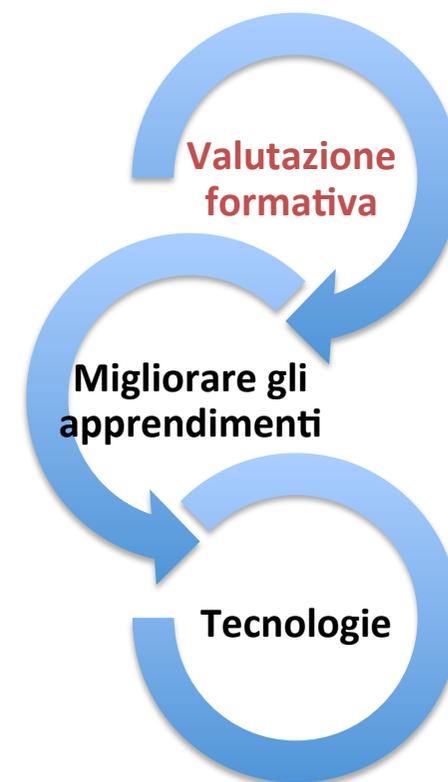
**Università di Torino, Italia**

University Of Utrecht, The Netherlands

African Institute for Mathematical Sciences Schools Enrichment Centre  
(AIMSSEC), South Africa

## OBIETTIVO

indagare l'uso delle **tecnologie** per la messa a punto di pratiche didattiche **di *valutazione formativa***, finalizzate a migliorare gli apprendimenti in matematica e scienze e a motivarli in queste discipline



<https://research.ncl.ac.uk/fasmed/>  
<https://fasmedtoolkitblog.wordpress.com/>

# Il ruolo complesso della valutazione

- Valutazione *dell'*apprendimento (logica di *controllo*)
- Valutazione *per* l'apprendimento (logica di *sviluppo*)
- Apprendimento per *competenze*

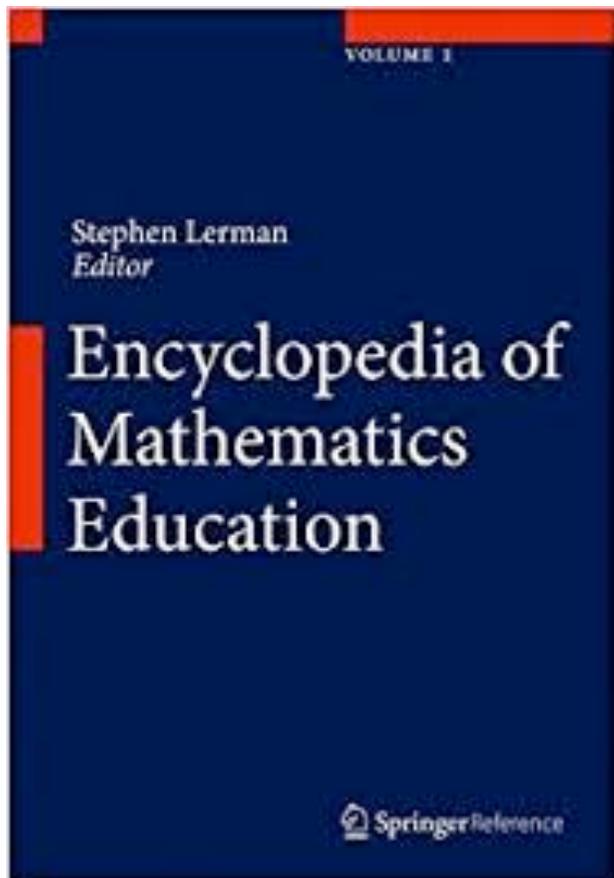


Approcci  
alla  
valutazione  
in classe

Assessment Reform Group (1999)

Castoldi (2016)

# Nuovi approcci: la *valutazione formativa* in matematica



## Mathematics Classroom Assessment

Merrilyn Goos

School of Education, The University of  
Queensland, Brisbane, QLD, Australia

### Keywords

Formative assessment; Assessment tasks;  
Questioning; Assessment rubrics; Feedback;  
Self-assessment

# *Valutazione formativa*

un *vero e proprio metodo di insegnamento*, nel quale

“elementi di evidenza relativi ai risultati degli studenti vengono **raccolti, interpretati ed utilizzati** da **insegnanti, studenti e loro pari** per **prendere decisioni** sui passi successivi da fare nel processo di istruzione, che possano essere migliori, o meglio fondate, rispetto alle decisioni prese in assenza di tali elementi di evidenza”

(Black & Wiliam, 2009)

# Valutazione formativa

## la valutazione

*“procede, accompagna e segue i percorsi curricolari. Attiva le azioni da intraprendere, promuove il bilancio critico su quelle condotte a termine. **Assume una prevalente funzione formativa,** di accompagnamento dei processi di apprendimento e di stimolo al miglioramento continuo”*

*(Indicazioni Nazionali per il curricolo, 2012)*

# Il ruolo centrale del feedback

(Hattie & Timperley, 2007)

Il feedback va fornito con l'obiettivo di **monitorare i progressi** compiuti dagli allievi, consentendo loro di diventare **consapevoli degli obiettivi di apprendimento**, delle **problematiche evidenziate** e di **ciò che possono fare per superarle**.



**DOMANDE CHIAVE ALLE QUALI UN FEEDBACK EFFICACE  
DOVREBBE CONSENTIRE DI RISPONDERE:**

**Dove sto andando?**

**Come ci sto  
andando?**

**Qual è il passo  
successivo da fare?**

# Il ruolo centrale del feedback

(Hattie & Timperley, 2007)

Il feedback va fornito con l'obiettivo di **monitorare i progressi** compiuti dagli allievi, consentendo loro di diventare **consapevoli degli obiettivi di apprendimento**, delle **problematiche evidenziate** e di ciò che **possono fare per superarle**.



**DOMANDE CHIAVE ALLE QUALI UN FEEDBACK EFFICACE  
DOVREBBE CONSENTIRE DI RISPONDERE:**

**Quali sono gli  
obiettivi dell'attività  
che sto svolgendo?**

**Come ci sto**

**Quale progresso  
ho fatto verso  
l'obiettivo  
prefissato?**

**Cosa devo fare  
ancora per  
raggiungere  
l'obiettivo?**

# Cinque strategie chiave di valutazione formativa

(William & Thomson, 2007)

	<b>Dove sta andando?</b>	<b>Dove si trova?</b>	<b>Come può raggiungere la meta?</b>
<b>Insegnante</b>			
<b>Compagni</b>			
<b>Studente</b>			

# Cinque strategie chiave di valutazione formativa

(William & Thomson, 2007)

	<b>Dove sta andando?</b>	<b>Dove si trova?</b>	<b>Come può raggiungere la meta?</b>
<b>Insegnante</b>	1) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		
<b>Compagni</b>	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		
<b>Studente</b>	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		

# Cinque strategie chiave di valutazione formativa

(William & Thomson, 2007)

	<b>Dove sta andando?</b>	<b>Dove si trova?</b>	<b>Come può raggiungere la meta?</b>
<b>Insegnante</b>	1) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	2) Progettare discussioni di classe efficaci ed attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti.	
<b>Compagni</b>	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		
<b>Studente</b>	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		

# Cinque strategie chiave di valutazione formativa

(William & Thomson, 2007)

	<b>Dove sta andando?</b>	<b>Dove si trova?</b>	<b>Come può raggiungere la meta?</b>
<b>Insegnante</b>	1) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	2) Progettare discussioni di classe efficaci ed attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti.	3) Fornire feedback che consente allo studente di migliorare.
<b>Compagni</b>	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		
<b>Studente</b>	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.		

# Cinque strategie chiave di valutazione formativa

(William & Thomson, 2007)

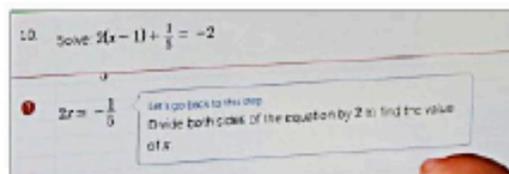
	Dove sta andando?	Dove si trova?	Come può raggiungere la meta?
<b>Insegnante</b>	1) Chiarire gli obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	2) Progettare discussioni di classe efficaci ed attività che consentano di mettere in luce l'apprendimento degli studenti.	3) Fornire feedback che consente allo studente di migliorare.
<b>Compagni</b>	Capire e condividere obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	4) Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri.	
<b>Studente</b>	Capire obiettivi di apprendimento ed i criteri di valutazione.	5) Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento.	

# L'uso della **tecnologia** per promuovere la valutazione formativa

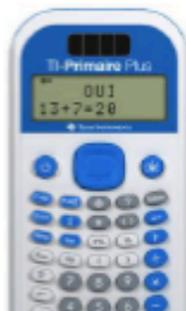
Mini-whiteboard



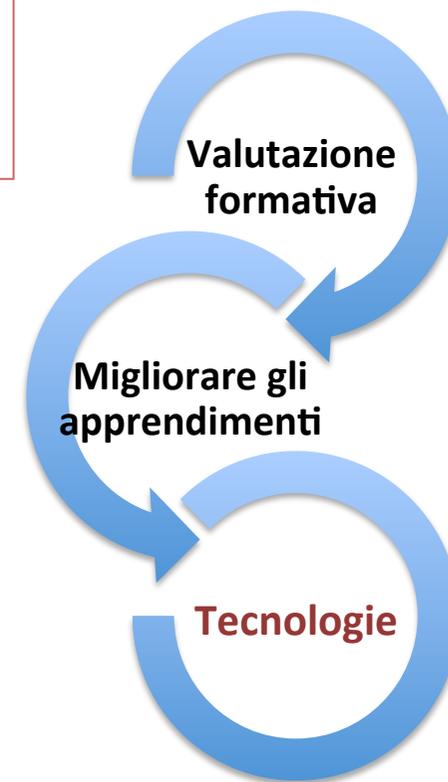
Software appositi con feedback immediato



Calcolatrice – generatrice di quiz



Connected classroom



## *Il lavoro del Team italiano*

- **Prospettiva vygotkijana** sull'insegnamento-apprendimento: ruolo dei **pari** e dell'**insegnante**; ruolo dei **segni** (Vygotskij, 1978)
- Ruolo dei **fattori metacognitivi** nello sviluppo delle competenze matematiche complesse (Schoenfeld, 1992)



## *Il lavoro del Team italiano*

### **OBIETTIVI:**

**Supportare gli studenti nel**

**→ rendere visibile il proprio pensiero** (Collins, Brown & Newmann, 1989) ai pari e all'insegnante

**→ sviluppare riflessioni continue sui propri processi di apprendimento**



**ARGOMENTAZIONE**



## *Il ruolo dell'argomentazione*

ARGOMENTAZIONE come  
*strumento per la*  
VALUTAZIONE  
FORMATIVA

VALUTAZIONE  
FORMATIVA *su* attività ad  
alto contenuto  
ARGOMENTATIVO

**Attività ad alta componente argomentativa**, con la richiesta costante di accompagnare ogni risposta con opportune motivazioni (*Motiva la tua risposta, Spiega ciò che hai fatto*)

## Il ruolo dell'*argomentazione*

ARGOMENTAZIONE come  
*strumento per la*  
VALUTAZIONE  
FORMATIVA

- Per rendere lo studente più  
c  
r  
r  
**Strategia 5 della valutazione  
formativa**  
proprio processo di apprendimento

- Per rendere **visibile** il processo di  
pensiero, che così è più facilmente

**Strategia 3 della valutazione  
formativa**

**Attività ad alta componente argomentativa**, con la richiesta costante di accompagnare ogni risposta con opportune motivazioni (*Motiva la tua risposta, Spiega ciò che hai fatto*)

# *Il ruolo dell'argomentazione*

## CRITERI:

- **Correttezza:** mancanza di errori di tipo matematico nella risposta e nella giustificazione data
- **Chiarezza:** comprensibilità della risposta da parte di un interlocutore (i compagni, l'insegnante)
- **Completezza:** esplicitazione dei vari passaggi che conducono alla conclusione dell'argomento

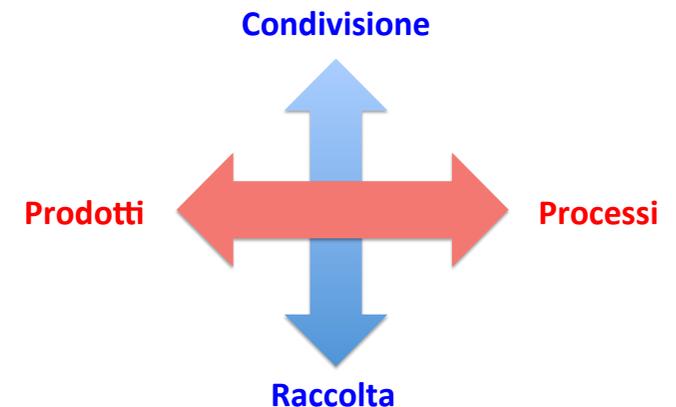
VALUTAZIONE  
FORMATIVA *su* attività ad  
alto contenuto  
ARGOMENTATIVO

- “Comunicazione e apprendimento” di Radford e Demers (2006)
- “Linguaggio e argomentazione” (Boero)
- Progetto Avimes-Piemonte

Obiettivo di apprendimento è il **miglioramento delle competenze argomentative** stesse

# Quale tecnologia?

- **Condividere** i processi e i prodotti finali
- **Raccogliere** le opinioni degli studenti **durante l'attività** e **alla fine** sul piano:
  - Matematico (*es: questo risultato è corretto? Questa argomentazione è completa?*)
  - Metacognitivo (*es: è stato difficile capire il testo del problema?*)

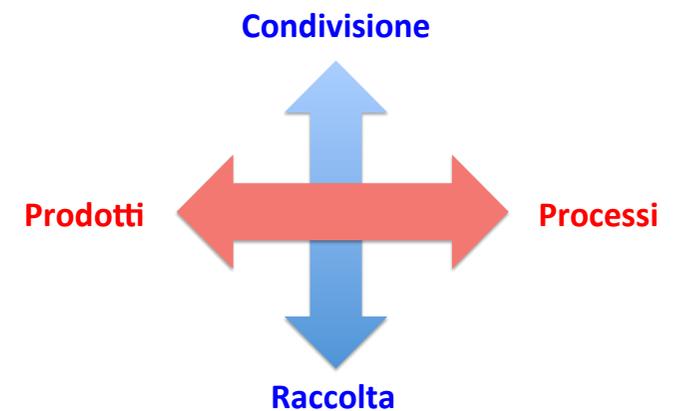


# La scelta della tecnologia



Connected classroom  
technology

IDM  
Tclass



# La scelta della tecnologia

PC insegnante



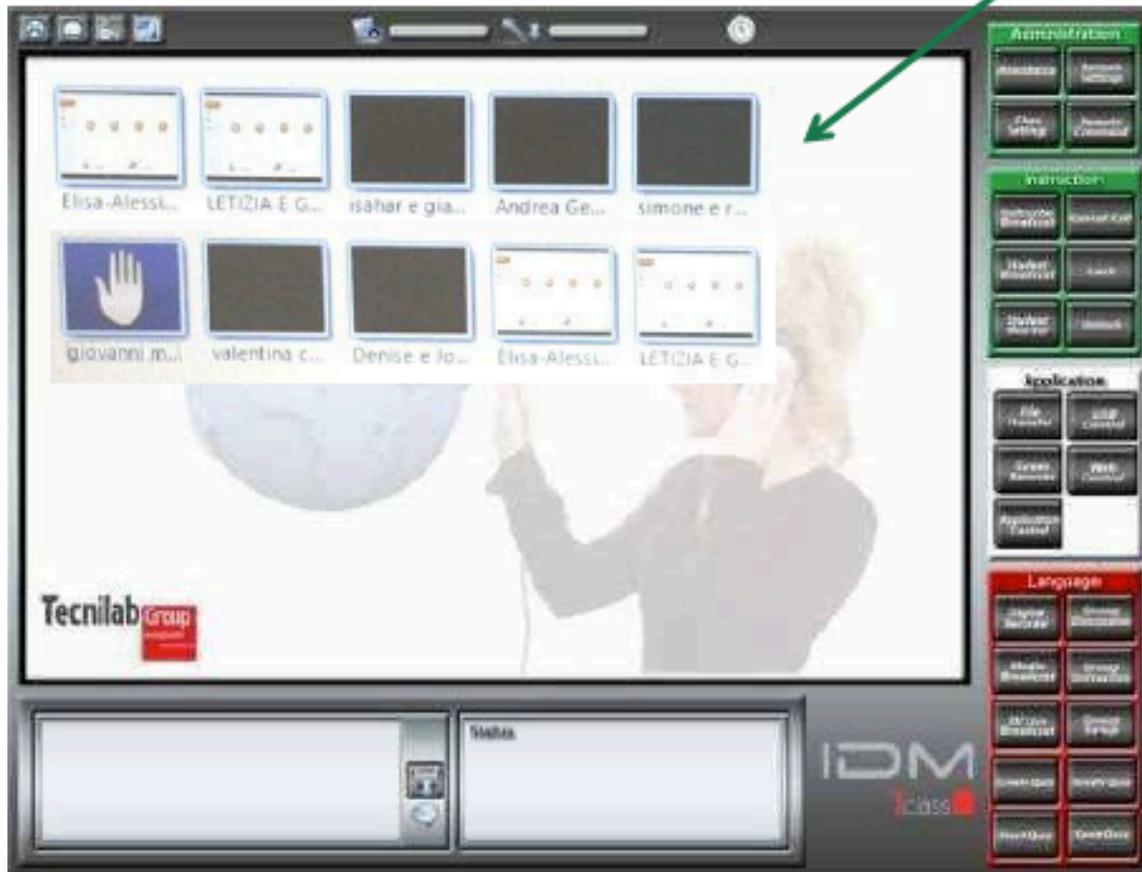
Tablet studenti (un tablet per gruppo)



# La scelta della tecnologia

Software: **IDM T-class**

Visualizzare gli schermi degli studenti



Distribuire file

Ricevere file

Sondaggio istantaneo

**INSEGNANTE**

# La scelta della tecnologia

Software: **IDM T-class**

The image displays two screenshots of the IDM T-class software. The left screenshot shows a classroom management interface with student names and icons. The right screenshot shows a poll results screen with a bar chart and a table of student responses.

Nome studente	Tempo	Resp...
student6	02:22	C
student10	02:29	B
student7	02:41	B
student4	02:51	B
student9	03:09	B
student1	03:41	C
student12	03:52	B
student11	04:02	B

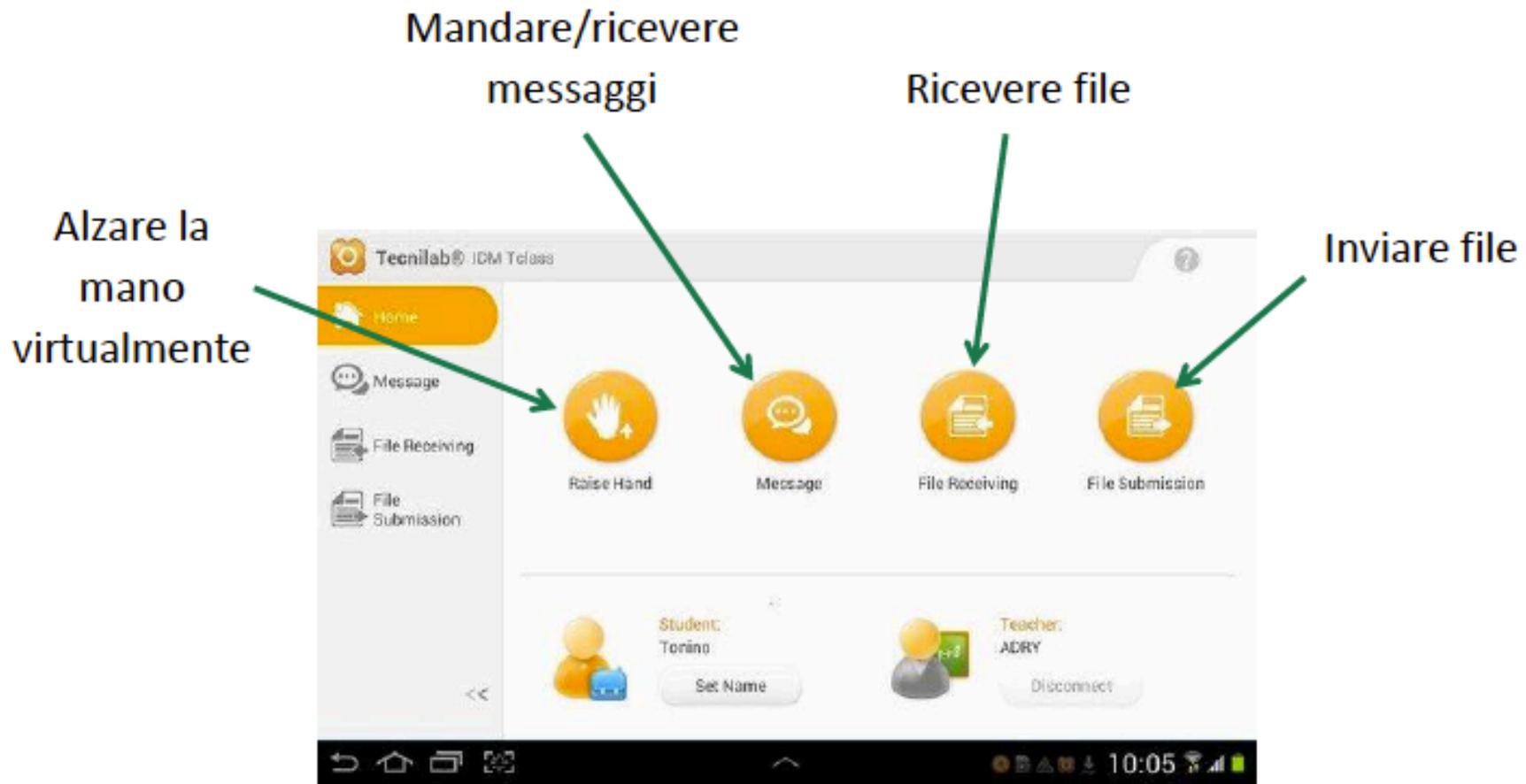
The bar chart shows the distribution of responses for options A, B, and C. Option B is the most selected, with approximately 70% of the class choosing it.

Sondaggio  
istantaneo

**INSEGNANTE**

# La scelta della tecnologia

Software: **IDM T-class**



**GRUPPO DI STUDENTI**

## *Il lavoro in classe*

LAVORO DI GRUPPO  
SU SITUAZIONI  
PROBLEMA →  
elaborazione e invio di  
un testo argomentato  
scritto

DISCUSSIONI DI  
CLASSE:  
analisi critica dei  
testi inviati  
+  
sondaggi



**“laboratorio di matematica”**



# *L'ingegneria didattica*

- Le ***schede di lavoro***
- L'organizzazione delle **discussioni di classe**

DESIGN-BASED RESEARCH  
(Cobb et al., 2003)

RICERCA PER L'INNOVAZIONE  
(Arzarello & Bartolini Bussi, 1998)



Classi dalla IV primaria alla III secondaria di primo grado



# Le schede di lavoro

Relazioni e funzioni e le loro varie rappresentazioni



ArAl  
(<http://www.progettoaral.it/>)

Adattamenti da



MARS  
Mathematics  
Assessment  
Resource  
Service  
(<http://map.mathshell.org/materials/lessons.php>)



# Le schede di lavoro

- Schede “problema”
- Schede “di aiuto”
- Schede per “sondaggi”



# UNA "TIPICA" LEZIONE



# UNA "TIPICA" LEZIONE



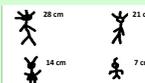
On the ARAI mountain, in the middle of the desert, the archaeologist Giancarlo has found some graffiti engraved on the rock. He reproduced the incisions on his notebook, writing their heights. This is the page where Giancarlo reproduced the incisions:

Giancarlo's collaborators discuss a lot on the relation hidden in the graffiti.

**Nicola says:** "You can find the height of an incision only if you multiply 7 by the number of the tips on its head".

**Battista concludes:** "It is evident that , dividing the height of the incisions by 7, you can find the number of tips".

**And Paolo:** "What are you saying? The number of tips is the result of the division of the height by 7!".



(1) What do you think about Nicola, Battista and Paolo's statements? Do you agree with them? Explain why.

Una **SCHEDA PROBLEMA** viene inviata agli studenti.



# UNA "TIPICA" LEZIONE



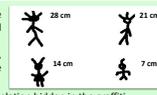
On the Arai mountain, in the middle of the desert, the archaeologist Giancarlo has found some graffiti engraved on the rock. He reproduced the incisions on his notebook, writing their heights. This is the page where Giancarlo reproduced the incisions:

Giancarlo's collaborators discuss a lot on the relation hidden in the graffiti.

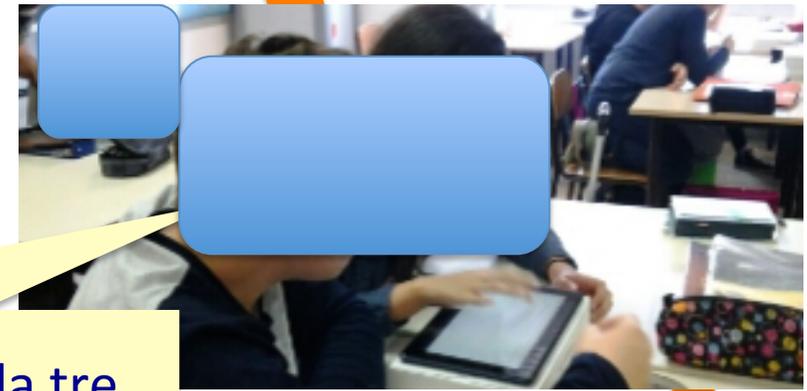
**Nicola says:** "You can find the height of an incision only if you multiply 7 by the number of the tips on its head".

**Battista concludes:** "It is evident that , dividing the height of the incisions by 7, you can find the number of tips".

**And Paola:** "What are you saying? The number of tips is the result of the division of the height by 7!".



(1) What do you think about Nicola, Battista and Paola's statements? Do you agree with them? Explain why.



Gli studenti **lavorano** a coppie o gruppi da tre, **rispondono** alle domande e **spediscono** le loro **risposte** all'insegnante



Scheda n.1

**L'archeologo Giancarlo**

Sul monte Arai, in pieno deserto, l'archeologo Giancarlo ha trovato delle figure incise nella roccia, che ha riprodotto sul suo taccuino di appunti, segnando anche l'altezza delle incisioni. Ecco la pagina in cui sono riprodotte:

C'è molta discussione: con i suoi collaboratori su una relazione nascosta nei graffiti. In particolare Nicola dice: "Basta moltiplicare per 7 il numero di punte sul capo, solo così si può trovare l'altezza di una incisione". Battista invece sostiene che: "Ma insomma, è chiaro che dividendo per 7 l'altezza delle incisioni si ha il numero delle punte". E Paolo: "Ma cosa dite, il numero delle punte è dato dall'altezza diviso per 7!".

(1) Cosa pensi delle affermazioni di Nicola, Battista e Paolo? Sei d'accordo con loro? Spiega perché.

Secondo noi sono giuste tutte e tre le affermazioni perché:

- Nicola dice che bisogna moltiplicare per 7 i punti sulla testa  
ESEMPIO:  $7 \cdot 4 = 28$ ;  $7 \cdot 3 = 21$ ;  $7 \cdot 2 = 14$
- Battista dice che bisogna dividere per 7 l'altezza dell'incisione  
ESEMPIO:  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$ .
- Paolo dice la stessa cosa di Battista ma con parole diverse  
ESEMPIO:  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$ .

PERCHÉ: se moltiplichiamo per 7 i punti sulla testa viene il numero dell'altezza...  
Se dividiamo per 7 l'altezza ti viene il numero dei punti sulla testa. La stessa cosa succede con l'ultimo (Paolo) che dividendo l'altezza delle incisioni ti viene il numero dei punti in testa.

# UNA "TIPICA" LEZIONE



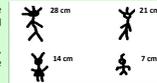
On the Arai mountain, in the middle of the desert, the archaeologist Giancarlo has found some graffiti engraved on the rock. He reproduced the incisions on his notebook, writing their heights. This is the page where Giancarlo reproduced the incisions:

Giancarlo's collaborators discuss a lot on the relation hidden in the graffiti.

**Nicola says:** "You can find the height of an incision only if you multiply 7 by the number of the tips on its head".

**Battista concludes:** "It is evident that , dividing the height of the incisions by 7, you can find the number of tips".

**And Paolo:** "What are you saying? The number of tips is the result of the division of the height by 7!".



(1) What do you think about Nicola, Battista and Paolo's statements? Do you agree with them? Explain why.

Scheda n.1

**L'archeologo Giancarlo**

Sul monte Arai, in pieno deserto, l'archeologo Giancarlo ha trovato delle figure incise nella roccia, che ha riprodotto sul suo taccuino di appunti, segnando anche l'altezza delle incisioni. Ecco la pagina in cui sono riprodotte:

C'è molta discussione con i suoi collaboratori su una relazione nascosta nei graffiti. In particolare Nicola dice: "Basta moltiplicare per 7 il numero di punte sul capo; solo così si può trovare l'altezza di una incisione". Battista invece conclude che: "Ma insomma, è chiaro che dividendo per 7 l'altezza delle incisioni si ha il numero delle punte." E Paolo: "Ma cosa dite, il numero delle punte è dato dall'altezza diviso per 7?".

**AIUTO**

Lo stesso cosa succede con l'ultimo (Paolo) che dividendo l'altezza delle incisioni ti viene il numero dei punti in testa.

Students' tablet

Home, Message, File Receiving, File Submission, Raise Hand, Message, File Receiving, File Submission

Student: Tonino, Teacher: ADRY

Eventuali **SCHEDE DI AIUTO** sono inviate ad alcuni gruppi



Scheda n.1

**L'archeologo Giancarlo**

Sul monte Arai, in pieno deserto, l'archeologo Giancarlo ha trovato delle figure incise nella roccia, che ha riprodotto sul suo taccuino di appunti, segnando anche l'altezza delle incisioni. Ecco la pagina in cui sono riprodotte:

C'è molta discussione con i suoi collaboratori su una relazione nascosta nei graffiti. In particolare Nicola dice: "Basta moltiplicare per 7 il numero di punte sul capo; solo così si può trovare l'altezza di una incisione". Battista invece conclude che: "Ma insomma, è chiaro che dividendo per 7 l'altezza delle incisioni si ha il numero delle punte." E Paolo: "Ma cosa dite, il numero delle punte è dato dall'altezza diviso per 7?".

(1) Cosa pensi delle affermazioni di Nicola, Battista e Paolo? Sei d'accordo con loro? Spiega perché.

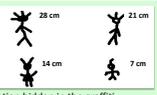
Secondo noi sono giuste tutte e tre le affermazioni perché:

- Nicola dice che bisogna moltiplicare per 7 i punti sulla testa  
ESEMPIO:  $7 \times 4 = 28$ ;  $7 \times 3 = 21$ ;  $7 \times 2 = 14$ ;  $7 \times 1 = 7$
- Battista dice che bisogna dividere per 7 l'altezza dell'incisione  
ESEMPIO:  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$
- Paolo dice la stessa cosa di Battista ma con parole diverse  
ESEMPIO:  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$ .

PERCHÉ: se moltiplichiamo per 7 i punti sulla testa viene il numero dell'altezza.  
Se dividiamo per 7 l'altezza ti viene il numero dei punti sulla testa.  
La stessa cosa succede con l'ultimo (Paolo) che dividendo l'altezza delle incisioni ti viene il numero dei punti in testa.

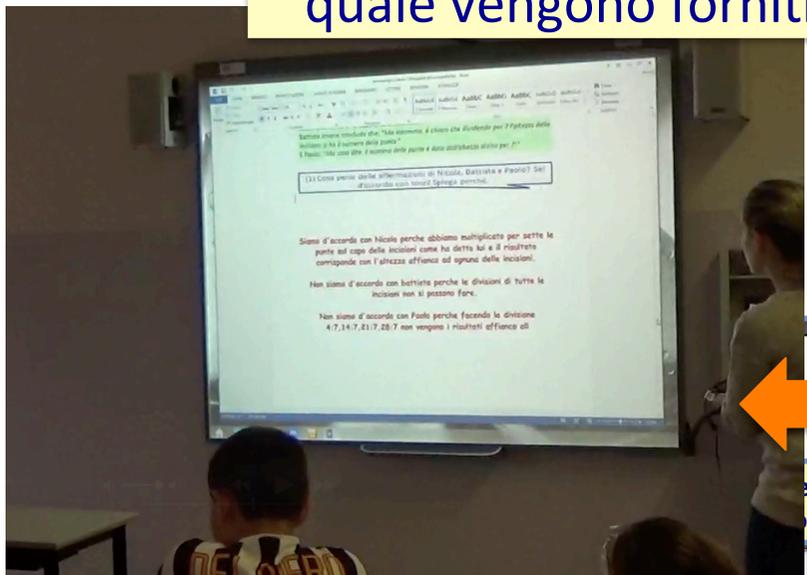
# UNA "TIPICA" LEZIONE

On the Arai mountain, in the middle of the desert, the archaeologist Giancarlo has found some graffiti engraved on the rock. He reproduced the incisions on his notebook, writing their heights. This is the page where Giancarlo reproduced the incisions:  
 Giancarlo's collaborators discuss a lot on the relation hidden in the graffiti.  
**Nicola says:** "You can find the height of an incision only if you multiply 7 by the number of the tips on its head".  
**Battista concludes:** "It is evident that , dividing the height of the incisions by 7, you can find the number of tips".  
**And Paolo:** "What are you saying? The number of tips is the result of the division of the height by 7!".



(1) What do you think about Nicola, Battista and Paolo's statements? Do you agree with them? Explain why.

Le risposte degli studenti vengono **proiettate** sulla LIM e vengono analizzate e confrontate attraverso una discussione di classe (*discussione di bilancio*), durante la quale vengono forniti **feedback** agli allievi.



**Scheda n.1**

**L'archeologo Giancarlo**

Sul monte Arai, in pieno deserto, l'archeologo Giancarlo ha trovato delle figure incise nella roccia, che ha riprodotto sul suo taccuino di appunti, segnando anche l'altezza delle incisioni. Ecco la pagina in cui sono riprodotte:

È molto discussa con i suoi collaboratori su una relazione nascosta nei graffiti. In particolare Nicola dice: "Basta moltiplicare per 7 il numero di punte sul capo, solo così si può trovare l'altezza di una incisione". Battista invece sostiene che: "Ma insomma, è chiaro che dividendo per 7 l'altezza delle incisioni si ha il numero delle punte". E Paolo: "Ma cosa dite, il numero delle punte è dato dall'altezza diviso per 7!".

(1) Cosa pensi delle affermazioni di Nicola, Battista e Paolo? Sei d'accordo con loro? Spiega perché.

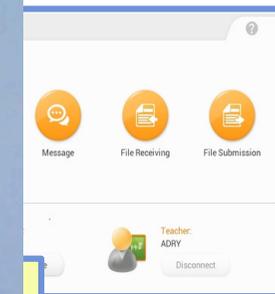
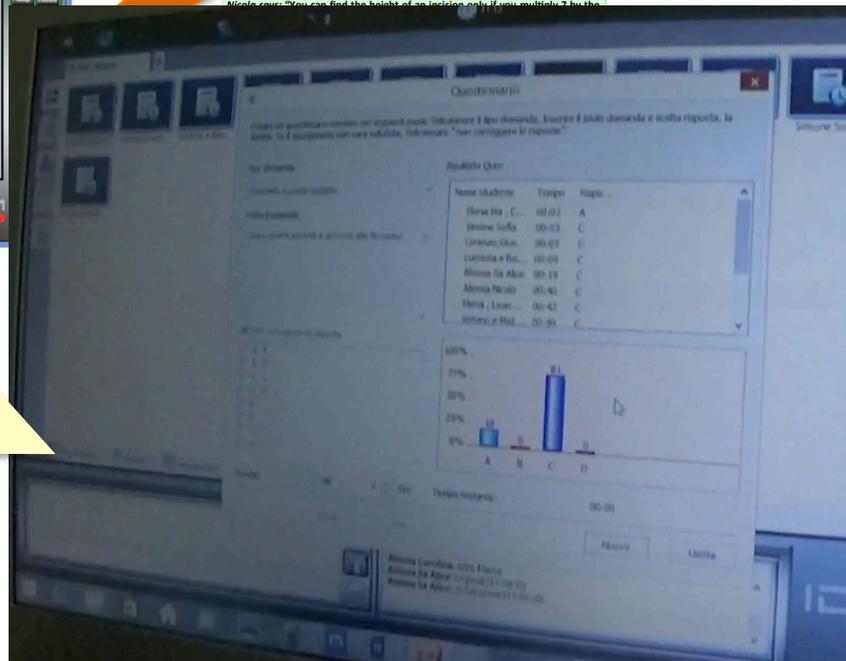
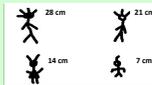
Secondo noi sono giuste tutte e tre le affermazioni perché:  
 -Nicola dice che bisogna moltiplicare per 7 i punti sulla testa  
**ESEMPIO:**  $7 \cdot 4 = 28$ ;  $7 \cdot 3 = 21$ ;  $7 \cdot 2 = 14$ ;  $7 \cdot 1 = 7$   
 -Battista dice che bisogna dividere per 7 l'altezza dell'incisione  
**ESEMPIO:**  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$   
 -Paolo dice la stessa cosa di Battista ma con parole diverse  
**ESEMPIO:**  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$ .

PERCHÉ: se moltiplichiamo per 7 i punti sulla testa viene il numero dell'altezza.  
 Se dividiamo per 7 l'altezza ti viene il numero dei punti sulla testa. La stessa cosa succede con l'ultimo (Paolo) che dividendo l'altezza delle incisioni ti viene il numero dei punti in testa.

# UNA "TIPICA" LEZIONE



On the Arai mountain, in the middle of the desert, the archaeologist Giancarlo has found some graffiti engraved on the rock. He reproduced the incisions on his notebook, writing their heights. This is the page where Giancarlo reproduced the incisions: Giancarlo's collaborators discuss a lot on the relation hidden in the graffiti. Nicola says: "You can find the height of an incision only if you multiply 7 by the



Possono anche essere utilizzate **SCHEDE SONDAGGIO**, con l'obiettivo di favorire il confronto e fornire ulteriore feedback

**Scheda n.1**

**L'archeologo Giancarlo**

Sul monte Arai, in pieno deserto, l'archeologo Giancarlo ha trovato delle figure incise nella roccia, che ha riprodotto sul suo taccuino di appunti, segnando anche l'altezza delle incisioni. Ecco la pagina in cui sono riprodotte:

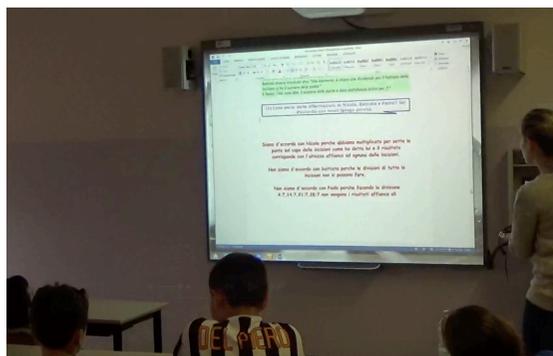
C'è molta discussione con i suoi collaboratori su una relazione nascosta nei graffiti. In particolare Nicola dice: "Basta moltiplicare per 7 il numero di punte sul capo, solo così si può trovare l'altezza di una incisione". Battista invece sostiene che: "Basta sommare, è chiaro che dividendo per 7 l'altezza delle incisioni si ha il numero delle punte". E Paolo: "Ma cosa dite, il numero delle punte è dato dall'altezza diviso per 7!".

**[1] Cosa pensi delle affermazioni di Nicola, Battista e Paolo? Sei d'accordo con loro? Spiega perché.**

**Secondo noi sono giuste tutte e tre le affermazioni perché:**

- Nicola dice che bisogna moltiplicare per 7 i punti sulla testa  
ESEMPIO:  $7 \cdot 4 = 28$ ;  $7 \cdot 3 = 21$ ;  $7 \cdot 2 = 14$
- Battista dice che bisogna dividere per 7 l'altezza dell'incisione  
ESEMPIO:  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$
- Paolo dice la stessa cosa di Battista ma con parole diverse  
ESEMPIO:  $28 : 7 = 4$ ;  $21 : 7 = 3$ ;  $14 : 7 = 2$ ;  $7 : 7 = 1$

**PERCHÉ:** se moltiplichiamo per 7 i punti sulla testa viene il numero dell'altezza. Se dividiamo per 7 l'altezza ti viene il numero dei punti sulla testa. La stessa cosa succede con l'ultimo (Paolo) che dividendo l'altezza delle incisioni ti viene il numero dei punti in testa.



# **Un esempio di iter didattico**

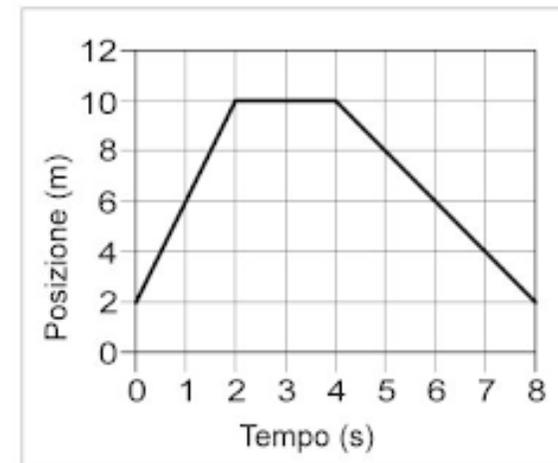
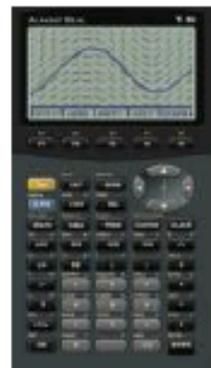
## *La camminata di Tommaso*

- Iter didattico sui **grafici di funzione** (grafici spazio-tempo)
- Sperimentazioni in circa 20 classi: **dalla IV primaria alla III secondaria di primo grado** (da aprile 2014 a giugno 2016)
- Composto di 4 parti e preceduto da una lezione con i sensori di movimento



## ATTIVITÀ INTRODUTTIVA: I SENSORI DI MOVIMENTO

- Dal movimento al grafico
- Ipotesi sul grafico
- Dal grafico al movimento



## *La camminata di Tommaso*

- Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia (schede problema 1-5 + schede di aiuto e sondaggio)
- Seconda parte: dal grafico alla storia (scheda problema 6 + schede di aiuto e sondaggio)
- Terza parte: abbinare storie e grafici (scheda problema 7 + schede di aiuto)
- Quarta parte: dalla storia al grafico (scheda problema 8 + scheda di aiuto)

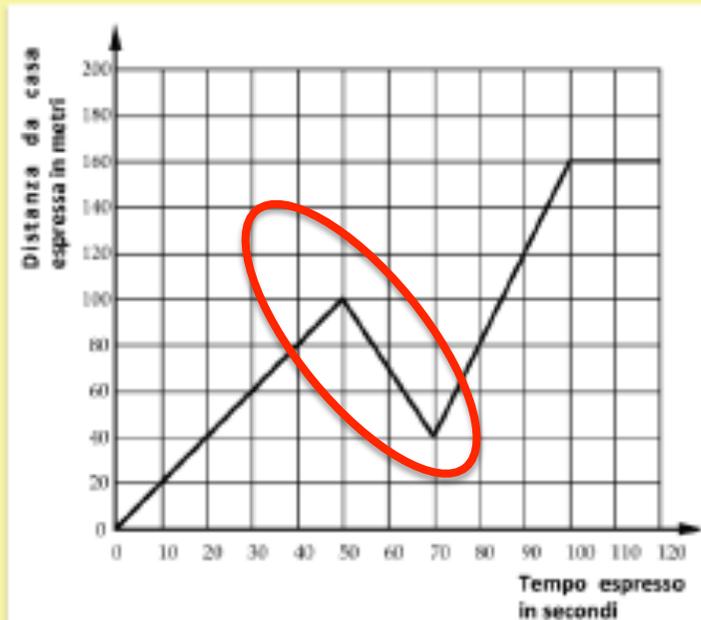


# La camminata di Tommaso

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

## Scheda 1

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 1:** Cosa è successo nel periodo di tempo da 50s a 70s?

**Come hai fatto a stabilirlo?**

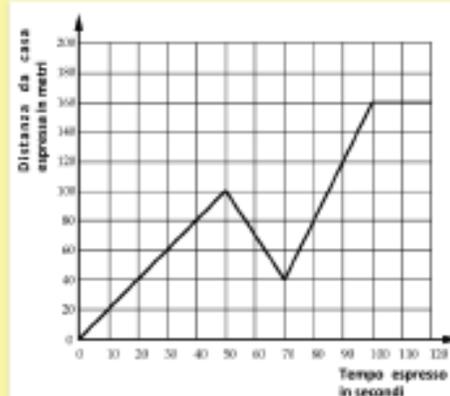
**RISPOSTA:**

# La camminata di Tommaso

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

## Scheda 1A - AIUTO

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 1:** Cosa è successo nel periodo di tempo da 50s a 70s?

Come hai fatto a stabilirlo?

**Aiuto per rispondere alla domanda 1:**

Ricorda che si sta muovendo lungo una strada dritta.

A che distanza da casa si trova dopo 50s?

A che distanza si trova dopo 70s?

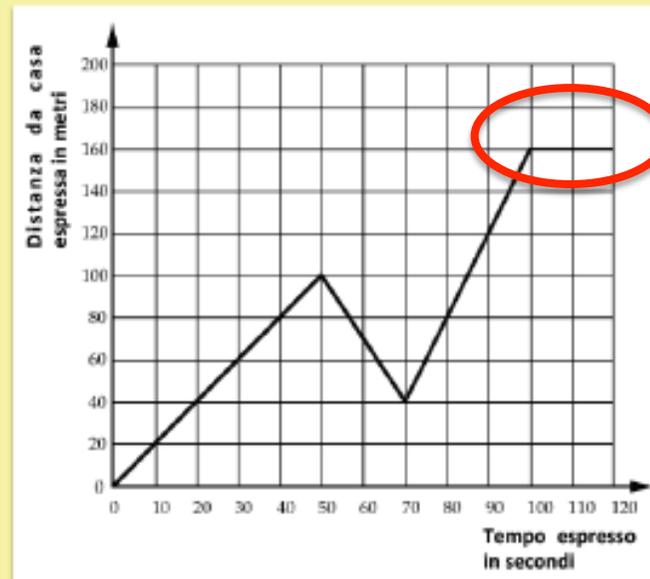
**RISPOSTA:**

# La camminata di Tommaso

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

## Scheda 2

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 2: Cosa è successo durante gli ultimi 20s?**

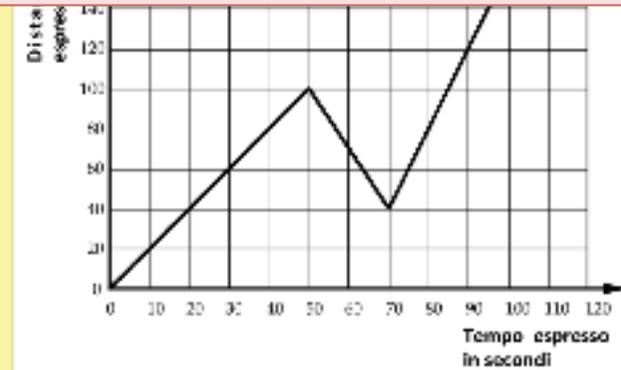
**Come hai fatto a stabilirlo?**

**RISPOSTA:**

## La camminata di Tommaso

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

**SCHEDA 2A**



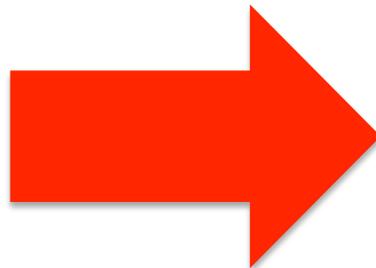
**Domanda 2:** Cos'è successo durante gli ultimi 20 secondi?  
Come hai fatto a stabilirlo?

Durante gli ultimi 20s, Tommaso è fermo perché prima abbiamo detto che è già arrivato alla fermata.

Secondo me, durante gli ultimi 20s, Tommaso è fermo perché dal grafico si può capire che, da 100s a 120s, resta sempre alla stessa distanza da casa, cioè 160m.

Ho capito che, durante gli ultimi 20s, Tommaso è fermo perché la linea del grafico è orizzontale.

Alcuni studenti di un'altra classe hanno dato queste risposte. Qual è la più completa?

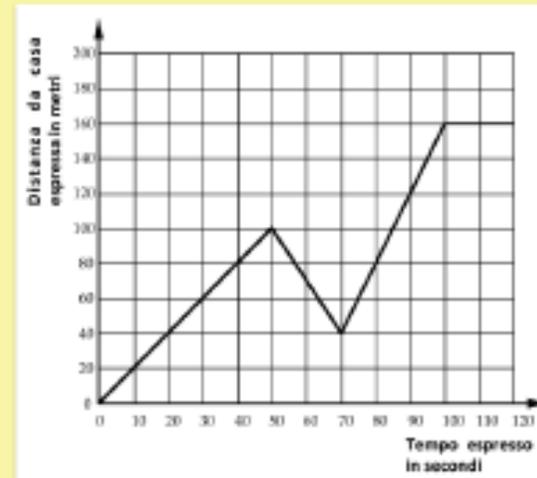


# *La camminata di Tommaso*

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

## Scheda 3 - SONDAGGIO

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 3:** Dopo quanti secondi Tommaso è arrivato alla fermata?

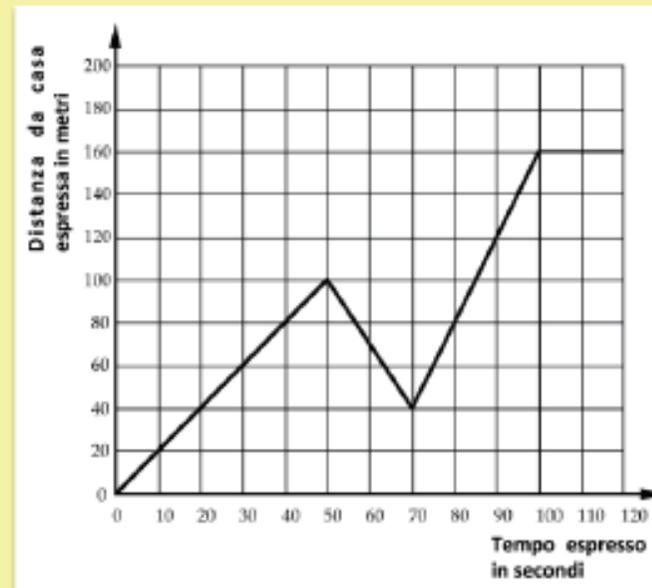
- A) Dopo 120 secondi
- B) Dopo 50+70+100+120 secondi, cioè dopo 340 secondi
- C) Dopo 100 secondi
- D) Dopo 50 secondi

# *La camminata di Tommaso*

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

## Scheda 4

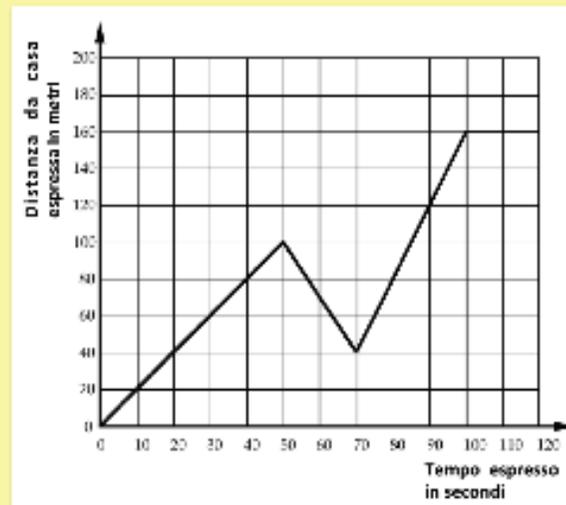
Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 4: Ha percorso esattamente 160m? Perché?**

**RISPOSTA:**

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada diritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



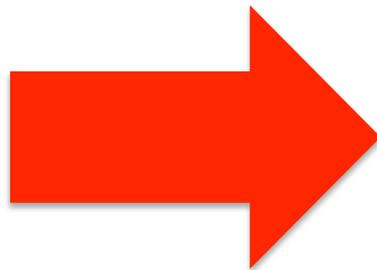
**Domanda 4:** Ha percorso esattamente 160m? Perché?

**AIUTO per rispondere alla domanda 4:** Analizza i vari tratti del grafico e rispondi alle seguenti domande:



Che distanza ha percorso Tommaso durante i primi 50s?	Risposta:
Che distanza ha percorso Tommaso nel periodo tra 50s e 70s?	Risposta:
Che distanza ha percorso Tommaso nel periodo da 70s a 100s?	Risposta:
Che distanza ha percorso Tommaso durante gli ultimi 20s?	Risposta:

**RISPOSTA:**

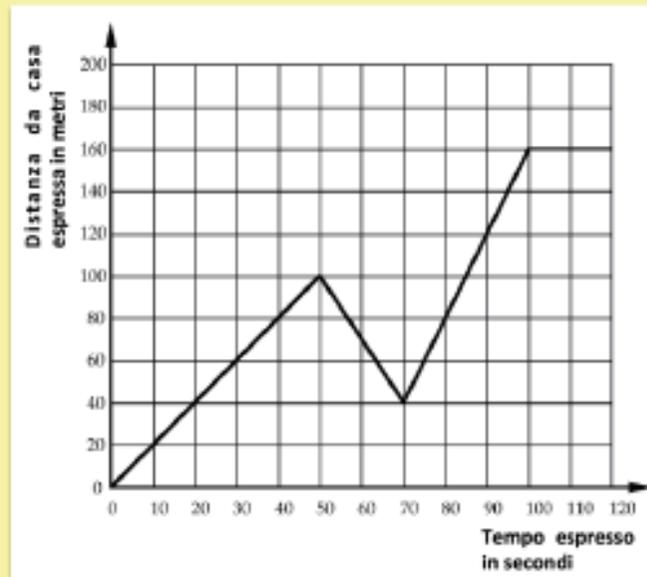


# La camminata di Tommaso

Prima parte: interpretazione del grafico in base alla storia

## Scheda 5

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



Ora che abbiamo risposto alle domande, descrivi come Tommaso ha percorso il tragitto da casa sua alla fermata dell'autobus. Cosa potrebbe essergli successo?

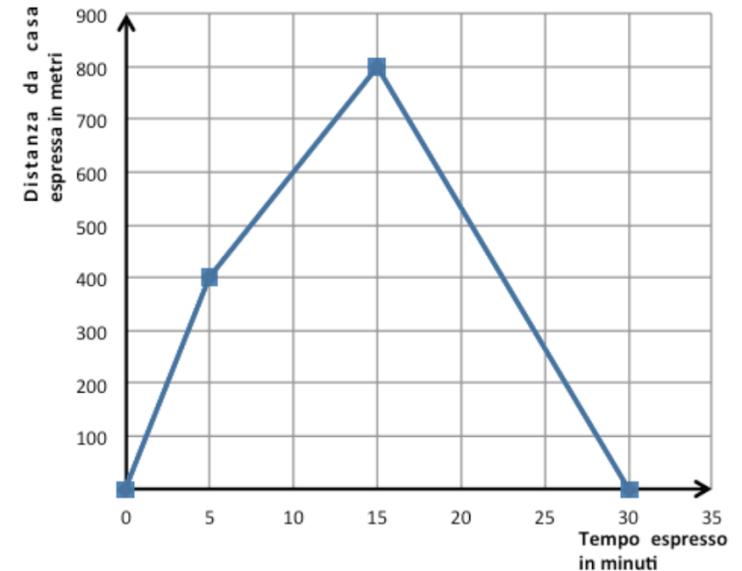
**RISPOSTA:**

# La camminata di Tommaso

## Seconda parte: dal grafico alla storia

### Scheda 6

Qual è la storia rappresentata da questo grafico? Motiva la tua risposta.



**Storia A:** Tommaso esce da casa per fare una passeggiata con il suo cane. All'inizio cammina lentamente, poi più rapidamente. Arrivato al parco, decide di tornare indietro.

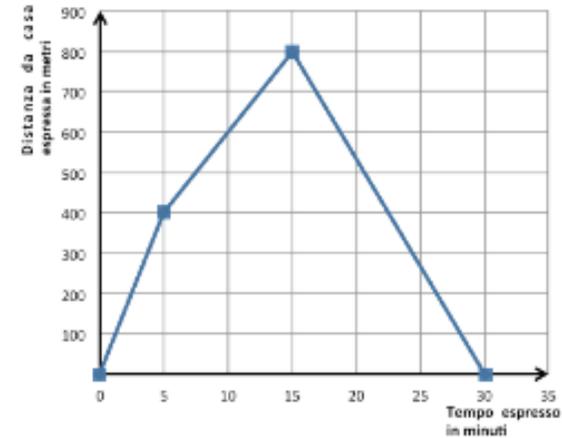
**Storia B:** Tommaso esce da casa con la sua bicicletta, percorrendo una strada che sale sopra una collina. All'inizio la strada è molto ripida, poi un po' meno. Arrivato in cima alla collina, scende giù dall'altra parte.

**Storia C:** Tommaso esce per fare una corsa. Alla fine della sua strada incontra un suo amico e rallenta per camminare un po' con lui. Dopo averlo salutato, torna a casa.

# La casa Secondo

## Scheda 6A - AIUTO

Qual è la storia rappresentata da questo grafico? Motiva la tua risposta.



Storia A: Tommaso esce da casa per fare una passeggiata con il suo cane. All'inizio cammina lentamente, poi più rapidamente. Arrivato al parco, decide di tornare indietro.

Storia B: Tommaso esce da casa con la sua bicicletta, percorrendo una strada che sale sopra una collina. All'inizio la strada è molto ripida, poi un po' meno. Arrivato in cima alla collina, scende giù dall'altra parte.

Storia C: Tommaso esce per fare una corsa. Alla fine della sua strada incontra un suo amico e rallenta per camminare un po' con lui. Dopo averlo salutato, torna a casa.

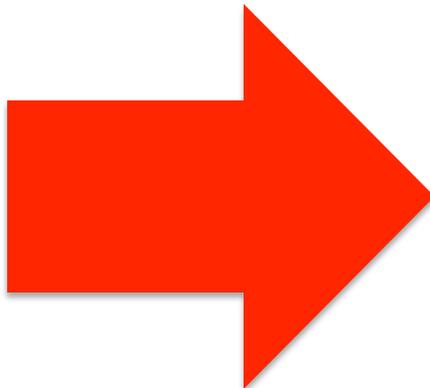
### UN AIUTO PER TROVARE LA STORIA:

Raccogli in questa tabella le informazioni che il grafico fornisce:

Tempo	Distanza da casa
<u>0 minuti</u>	
<u>5 minuti</u>	
<u>15 minuti</u>	

Rispondi ora alle domande:

- Quale distanza percorre Tommaso nei primi 5 minuti?
- Quale distanza percorre nel successivo intervallo di tempo da 5 a 15 minuti?
- In quale di questi due intervalli di tempo si muove più rapidamente?
- Quale storia è quindi quella corretta secondo te?



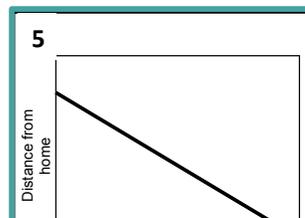
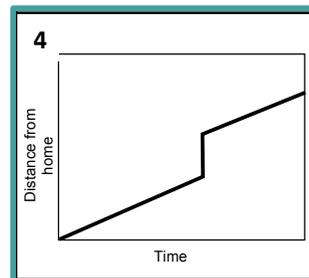
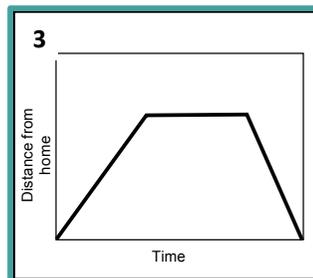
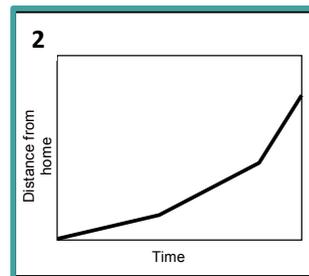
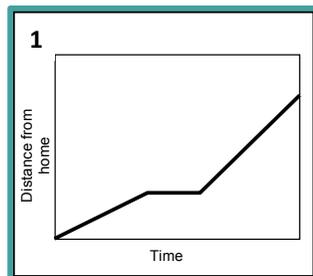
# La camminata di Tommaso

## Terza parte: abbinare storie e grafici

### Scheda 7

### GRAFICI

### STORIE



A) Marco esce di casa e cammina lungo la strada, si ferma per controllare l'ora e capisce che è tardi, quindi comincia a correre.

B) Luca esce di casa per andare a prendere il treno. Una volta raggiunta la stazione, si siede su una panchina in attesa del treno.

C) Alice esce dalla scuola di danza e torna a casa.

D) Questo è un grafico impossibile.

E) Giulia esce di casa e si arrampica sulla collina di fronte, prima lentamente, poi un po' più rapidamente. Dopo aver raggiunto la cima della collina, scende correndo.

Scrivi qui sotto gli abbinamenti che hai fatto e motiva come hai scelto le storie da abbinare ai grafici.

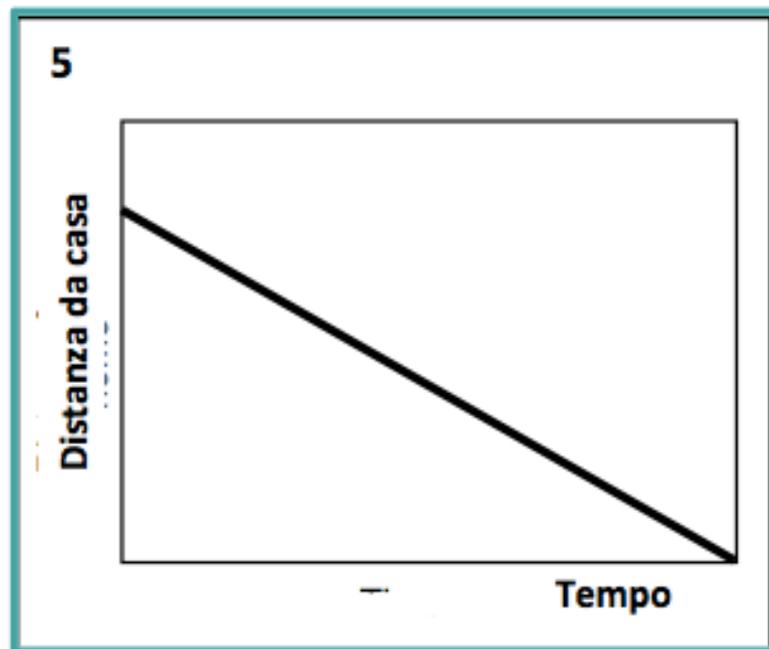
Se hai trovato un grafico senza storia, scrivi la storia mancante.

Fai una foto degli abbinamenti che hai fatto ed inviala all'insegnante.

# *La camminata di Tommaso*

Terza parte: abbinare storie e grafici

## Scheda 7C – AIUTO PER ABBINARE IL GRAFICO 5



**Osserva il grafico 5.**

Il grafico non parte dall'origine. Cosa significa? **La persona che si sta muovendo si sta avvicinando o allontanando da casa?**

Dopo aver fatto queste osservazioni, **quale storia ti sembra più in sintonia con questa osservazione?**

# *La camminata di Tommaso*

Quarta parte: dalla storia al grafico

## Scheda 8

**Disegna il grafico distanza-tempo che rappresenta questa storia.**

**Samuele esce di casa correndo per raggiungere la palestra. Quando arriva a metà strada si sente troppo stanco e decide di fermarsi sotto un albero per riposare. Dopo qualche minuto di sosta, si alza e prosegue, camminando, verso la palestra.**

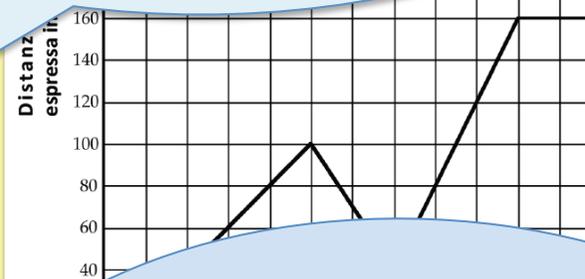
**Dalle discussioni di classe...**

# Da argomentazioni empiriche a “giustificazioni matematiche”

Le discussioni sulle prime schede sono state costruite con l'obiettivo di **favorire il passaggio da un'argomentazione basata sulla memoria dell'esperienza con il sensore a una giustificazione matematica, basata sulle caratteristiche del grafico**

Scheda 1

Il grafico sale perché col sensore se si cammina più lontano, sale



La linea è orizzontale perché Tommaso è sempre alla fermata e lo spazio non cambia anche se il tempo va avanti

Domande

?

# *Analisi di uno stralcio di discussione*

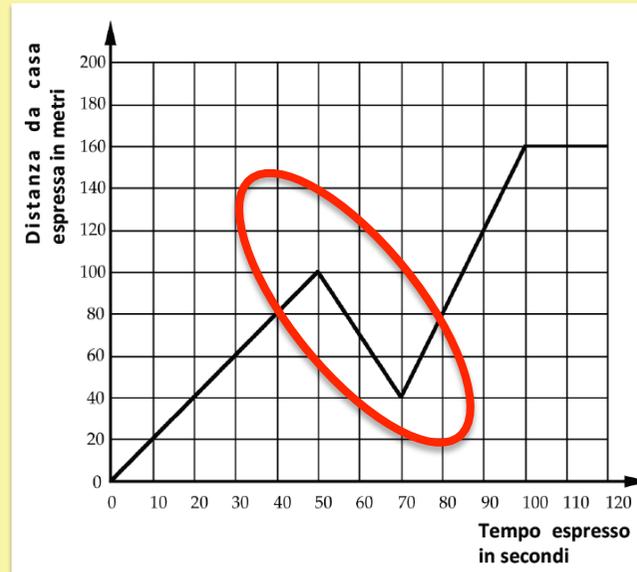
## Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa

### I protagonisti:

- La classe 5A della scuola primaria di Garino (TO)
- Il ricercatore (osservatore partecipante)
- L'insegnante della classe

#### Scheda 1

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 1: Cosa è successo nel periodo di tempo da 50s a 70s?  
Come hai fatto a stabilirlo?**

## *Analisi di uno stralcio di discussione*

# Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa

Risposte selezionate e proiettate sulla LIM

- a)** Noi sosteniamo che tra 50 s e 70 s Tommaso sia tornato indietro e poi sia ripartito per andare alla fermata dell'autobus

Siamo riusciti a stabilirlo ripensando al detto della scorsa volta:  
Quando la linea scende vuole dire che la persona torna indietro

- b)** Tra 50s e 70s è tornato indietro di 40m;noi l'abbiamo stabilito perché l'altra volta abbiamo lavorato con i grafici e quando il bambino o la bambina tornava indietro la linea del grafico si abbassava

- c)** Tommaso in 20 secondi è riuscito a fare 60 metri  
Siamo riusciti ad stabilire che Tommaso in 20 secondi ha fatto 60 metri togliendo da 70 50 secondi e abbiamo ottenuto 20 secondi poi abbiamo sottratto da 100 60 metri e abbiamo ottenuto 40 metri.

- d)** nel periodo di 50s e 70s Tommaso si è avvicinato di 40m da casa sua.  
Per stabilirlo abbiamo dovuto vedere quanti metri ha percorso e poi abbiamo sottratto da 100m 40m perché si è allontanato da casa di 100m poi si è avvicinato a casa di 40m.

## Analisi di uno stralcio di discussione

### Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa

a) Non  
ripar  
Siamo rius  
Quando la

- (1) Si tratta di risposte **corrette** o contengono errori?
- (2) Si tratta di risposte **chiare**, cioè comprensibili?
- (3) Si tratta di risposte **complete**, cioè forniscono motivazioni sufficienti, in particolare dal punto di vista matematico?

b) Tra 50s e 70s e tornato indietro di 40m; noi l'abbiamo stabilito perché l'altra  
volta abbiamo lavorato con i grafici e quando il bambino e la bambina tornava

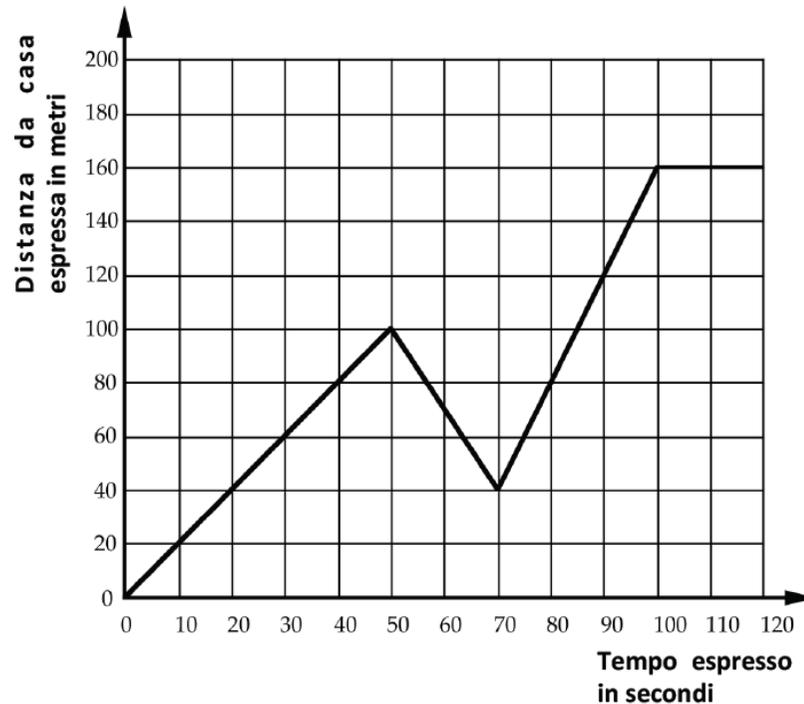
**OBIETTIVO:** condividere con gli studenti criteri essenziali per valutare le proprie argomentazioni (correttezza, chiarezza e completezza).

Siamo riusciti a stabilire che l'omnibus in 20 secondi ha fatto 60 metri  
togliendo da 70 50 secondi e abbiamo ottenuto 20 secondi poi abbiamo sottratto

**Strategia 1 della valutazione formativa:  
Chiarire e condividere gli obiettivi di apprendimento e i  
criteri di valutazione**

sottratto da 100m 10m perché si è allontanato da casa di 100m poi si è  
avvicinato a casa di 40m.

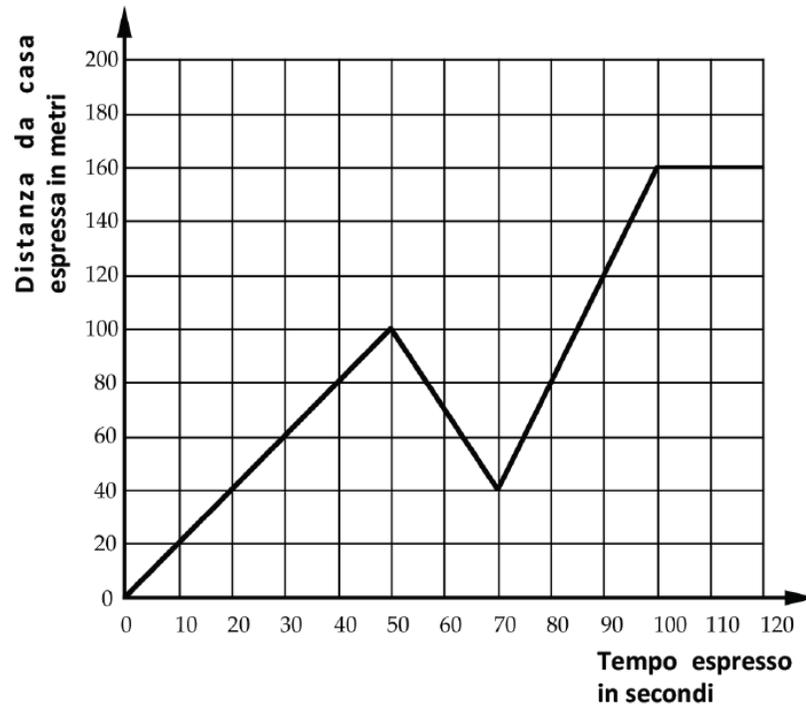
*alcio di discussione*  
**mativa & Attività argomentativa**



Uno studente chiede di discutere la **risposta C**. La discussione conduce la classe, dopo un iniziale momento di smarrimento, a riconoscere la correttezza di questa risposta.

**c) Tommaso in 20 secondi è riuscito a fare 60 metri**  
Siamo riusciti ad stabilire che Tommaso in 20 secondi ha fatto 60 metri togliendo da 70 50 secondi e abbiamo ottenuto 20 secondi poi abbiamo sottratto da 100 60 metri e abbiamo ottenuto 40 metri.

**alcio di discussione  
nativa & Attività argomentativa**



Viene successivamente discussa la **risposta D**.

Si sottolinea, in particolare, che gli autori avrebbero dovuto scrivere “si è avvicinato ***fino a*** 40m”, anziché “***di*** 40m”.

**d)** nel periodo di 50s e 70s Tommaso si è avvicinato **di 40m** da casa sua. Per stabilirlo abbiamo dovuto vedere quanti metri ha percorso e poi abbiamo sottratto da 100m 40m perché si è allontanato da casa di 100m poi si è avvicinato a casa di 40m.

## *Analisi di uno stralcio di discussione*

### **Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa**

**a) Noi sosteniamo che tra 50 s e 70 s Tommaso sia tornato indietro e poi sia ripartito per andare alla fermata dell'autobus**

**Siamo riusciti a stabilirlo ripensando al detto della scorsa volta:  
Quando la linea scende vuole dire che la persona torna indietro**

186) R1: [...] ho una domanda per voi. Qui, specie nella prima e nella seconda, si fa proprio riferimento all'esperienza dell'altra volta. Vi siete ricordati che, quando il grafico scende cioè la linea va in discesa, vuol dire che sta tornando indietro, sta tornando verso il sensore. In questo caso sta tornando verso?

187) Coro: Casa.

188) R1: Sta tornando verso casa sua. Allora vi chiedo: ma perché, quando la linea scende, vuol dire che sta tornando indietro? Noi abbiamo visto che, se scende, torna indietro, ma il perché non lo abbiamo detto.

## *Analisi di uno stralcio di discussione*

### **Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa**

- a)** Noi sosteniamo che tra 50 s e 70 s Tommaso sia tornato indietro e poi sia ripartito per andare alla fermata dell'autobus

Siamo riusciti a stabilirlo ripensando al detto della scorsa volta:  
Quando la linea scende vuole dire che la persona torna indietro

***Strategia 1 della valutazione formativa:  
Chiarire e condividere gli obiettivi di  
apprendimento e i criteri di valutazione***

OBIETTIVO:

spostare l'attenzione degli studenti **dalla  
correttezza delle risposte alla completezza delle  
giustificazioni fornite**

186) R1: [...] tu  
nella second  
volta. Vi sie  
linea va in c  
tornando ve

187) Coro: Casa

188) R1: Sta tornando verso casa sua. Allora vi chiedo: **ma perché,  
quando la linea scende, vuol dire che sta tornando indietro?**  
Noi abbiamo visto che, se scende, torna indietro, ma il perché  
non lo abbiamo detto.

## *Analisi di uno stralcio di discussione*

### **Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa**

- a) Noi sosteniamo che tra 50 s e 70 s Tommaso sia tornato indietro e poi sia ripartito per andare alla fermata dell'autobus**

**Siamo riusciti a stabilirlo ripensando al detto della scorsa volta:  
Quando la linea scende vuole dire che la persona torna indietro**

***Strategia 3:  
Fornire feedback che consente  
allo studente di migliorare***

Fornisce agli studenti nuovi elementi per valutare la **completezza** di una risposta e per affrontare un analogo compito in futuro

188) R1: Sta tornando verso casa sua. Allora vi chiedo: ma perché, quando la linea scende, vuol dire che sta tornando indietro? **Noi abbiamo visto che, se scende, torna indietro, ma il perché non lo abbiamo detto.**

## *Analisi di uno stralcio di discussione*

### **Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa**

QUALCHE ELEMENTO VERSO LA GIUSTIFICAZIONE:

Sia  
Qu  
Luca identifica l'asse orizzontale con il sensore,  
introducendo un punto di riferimento

sia

*Luca, Carlo and Arturo alzano la mano.*

189) Luca: Perché, se la linea retta (*con il dito traccia un ipotetico asse orizzontale*) diciamo che è il sensore, quando la linea si avvicina al sensore (*traccia una linea che scende*), vuol dire che il bambino si avvicina proprio lui vicino al sensore.

190) R1: Perché tu dici: diminuisce ... che cosa?

191) Ambra: La distanza tra il sensore e il bambino.

## Analisi di uno stralcio di discussione

### Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa

a) Noi sosteniamo che tra 50 s e 70 s Tommaso sia tornato indietro e poi sia ripartito per andare alla fermata dell'autobus

Siamo riusciti a stabilirlo ripensando al detto della scorsa volta:  
Quando la linea scende vuole dire che la persona torna indietro

Luca, Carlo and Art

189) Luca: Perché, **Il ricercatore sposta l'attenzione sul concetto di distanza dal punto di riferimento, che traduce in termini matematici "l'avvicinarsi" di Luca**  
*asse orizzontale*  
avvicina al se  
che il bambino

190) R1: Perché tu dici: **diminuisce ... che cosa?**

191) Ambra: La distanza tra il sensore e il bambino.

## *Analisi di uno stralcio di discussione*

### Strategie di valutazione formativa & Attività argomentativa

a) Noi sosteniamo che tra 50 s e 70 s Tommaso sia tornato indietro e poi sia ripartito per andare alla fermata dell'autobus

Siamo riusciti a stabilirlo ripensando al detto della scorsa volta:

Luca ed Ambra costruiscono una giustificazione più completa rispetto a quella fornita nella risposta A

189) Luca: Perché, se la linea retta (*con il dito traccia un ipotetico*

*asse orizzontale*) diciamo che è il sensore

avvicina al sensore (*traccia una linea che*

che il bambino si avvicina proprio lui vicino

190) R1: Perché tu dici: diminuisce ... che cosa?

191) Ambra: **La distanza tra il sensore e il bambino.**

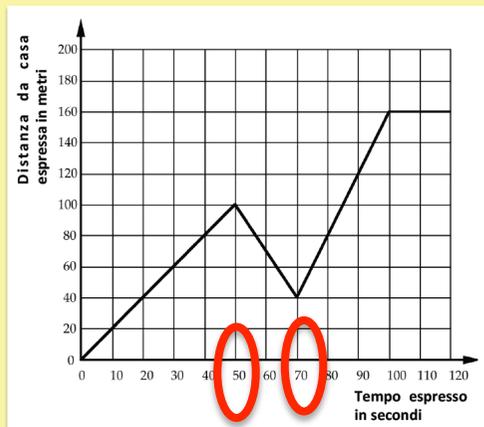
**Strategia 4:**  
**Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri**

Ambra interpreta correttamente la domanda del ricercatore e risponde

# Una discussione meta-cognitiva

## Scheda 1A - AIUTO

Ogni mattina Tommaso cammina lungo una strada dritta, da casa sua alla fermata dell'autobus, che dista 160m da casa. Il seguente grafico descrive come ha percorso ieri il tragitto.



**Domanda 1:** Cosa è successo nel periodo di tempo da 50s a 70s?

Come hai fatto a stabilirlo?

**Aiuto per rispondere alla domanda 1:**

Ricorda che si sta muovendo lungo una strada dritta.  
A che distanza da casa si trova dopo 50s?  
A che distanza si trova dopo 70s?

**RISPOSTA:**

- La **scheda di aiuto** 1A era stata inviata soltanto ad alcuni gruppi di studenti.
- Nella **discussione:** la scheda viene proiettata alla LIM, per far cogliere a tutti gli allievi su quali aspetti la scheda punti l'attenzione

# Una discussione meta-cognitiva

220) R1: **Parla prima chi non ha avuto la scheda di aiuto.** Leggiamo l'aiuto che veniva dato e provate a dire, secondo voi, perché è un aiuto. Cosa aiuta a fare...

221) Insegnante: Perché i suggerimenti erano centrati su quello?

222) R1: Cosa aiutano a fare queste domande?

*Diversi studenti alzano la mano.*

224) Carlo: Perché ti aiutano a capire la distanza tra 50 e 70s. Perché, a 70s, è più vicino ...

225) R1: Tu, dici, ci aiuta a guardare la distanza?

**Strategia 4:**  
***Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri***

# Una discussione meta-cognitiva

220) R1: Parla prima chi non ha avuto la scheda di aiuto. Leggiamo l'aiuto che veniva dato e provate a dire, **secondo voi, perché è un aiuto. Cosa aiuta a fare...**

221)Insegnante: **Perché i suggerimenti erano centrati su quello?**

222)R1: **Cosa aiutano a fare queste domande?**

*Diversi studenti alzano la mano.*

224) Carlo: Perché ti ai  
distanza tra 50 e 70s. P  
vicino ...

225) R1: Tu, dici, ci ai  
distanza?

**La discussione è condotta a livello META,**  
con l'obiettivo di evidenziare perché le  
domande poste nella scheda di aiuto  
rappresentano un supporto per  
rispondere al quesito

# Una discussione meta-cognitiva

220) R1: Parla prima chi non ha avuto la scheda di aiuto. Leggiamo l'aiuto che veniva dato e provate a dire, secondo voi, perché è un aiuto. Cosa aiuta a fare...

221) Insegnante: Perché i suggerimenti erano centrati su quello?

222) R1: Cosa aiutano a fare queste domande?

*Diversi studenti alzano la mano.*

224) Carlo: Perché **ti aiutano a capire la distanza tra 50 e 70s**. Perché, a 70s, è più vicino ...

225) R1: Tu, dici, ci aiuta a guardare la distanza?

***Strategia 4:  
Attivare gli studenti come  
risorse gli uni per gli altri***

# Una discussione meta-cognitiva

220) R1: Parla prima chi non ha avuto la scheda di aiuto. Leggiamo l'aiuto che veniva dato e provate a dire, secondo

**R1 sottolinea la parola chiave “distanza”, espressa da Carlo, per rendere l'osservazione di Carlo un feedback per quegli studenti che non hanno saputo servirsi dell'aiuto**

*Diversi studenti hanno la mano.*

224) Carlo: ... è ti aiutano a capire la distanza tra ... e 70s. Perché, a 70s, è più vicino ...

225) R1: Tu, dici, **ci aiuta a guardare la distanza?**

***Strategia 3:  
Fornire feedback che  
consente allo studente  
di migliorare  
(feedback di  
AUTOREGOLAZIONE)***

# Una discussione meta-cognitiva

226) Insegnante: E perché ci ricorda che Tommaso si sta muovendo su una strada dritta?

227) Carlo: Perché vuole anche fare ragionare sul fatto che sta tornando indietro.

228) R1: Che errore non viene fatto se io ricordo che la strada è dritta?

*Silenzio.*

229) R1: Se non so che la strada è dritta, cosa potrei pensare anche?

*Anna mima, con le mani, una strada tortuosa.*

230) Arturo: Potrei pensare che il sensore prima indicasse una direzione, poi vado a destra ...

231) Insegnante: Cioè cambio direzione.

# Una discussione meta-cognitiva

226) Insegnante: E perché ci ricorda che Tommaso si sta muovendo su una strada dritta?

227) Carlo: Perché vuole anche fare ragionare sul fatto che sta tornando indietro.

228) R1: Che errore non viene fatto se io ricordo che la strada è dritta?

*Silenzio.*

229) R1: Se non so che la strada è dritta, cosa potrei pensare anche?

*Anna mima, con le mani, una strada*

230) Arturo: Potrei pensare che il  
*indicasse una direzione, noi vado*

***Strategia 3:  
Fornire feedback che  
consente allo studente di  
migliorare***

**Focus su un suggerimento presente nella scheda di aiuto. R1 pone la questione di quali siano i possibili errori che questo suggerimento mira a far evitare**

# Una discussione meta-cognitiva

226) Insegnante: E perché ci ricorda che Tommaso si sta muovendo su una strada dritta?

227) Carlo: Perché vuole anche fare ragionare sul fatto che sta tornando indietro.

228) R1: Che errore non viene fatto se io ricordo che la strada è dritta?

*Silenzio.*

229) R1: Se non so che la strada è dritta, cosa potrei pensare anche?

*Anna mima, con le mani, una strada tortuosa.*

230) Arturo: Potrei pensare che il sensore prima indicasse una direzione, poi vado a destra ...

231) Insegnante: Cioè cambio direzione.

***Strategia 4:  
Attivare gli studenti  
come risorse gli uni per  
gli altri***

# Conclusioni

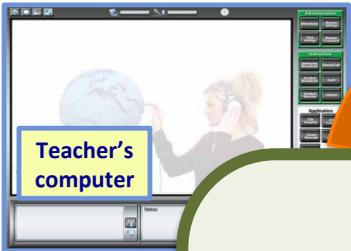
# *Metodologia "FaSMEd"*



# *Metodologia "FaSMEd"*



# UNA "TIPICA" LEZIONE



On the ARAI mountain, in the middle of the desert, the archaeologist Giancarlo has found some graffiti engraved on the rock. He reproduced the incisions on his notebook, writing their heights. This is the page where Giancarlo reproduced the incisions:  
 Nicola says: "You can find the height of an incision only if you multiply 7 by the number of the tips on its head".  
 Battista concludes: "It is evident that, dividing the height of the incisions by 7, you can find the number of tips".  
 And Paolo: "What are you saying? The number of tips is the result of the division of the height by 7!"

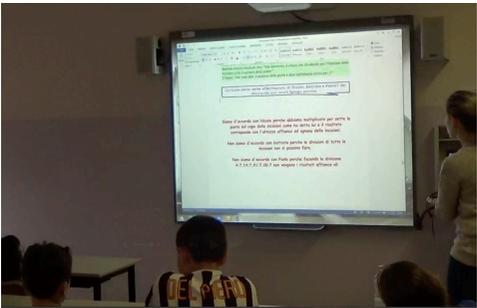


(1) What do you think about Nicola, Battista and Paolo's statements? Do you agree with them? Explain why.

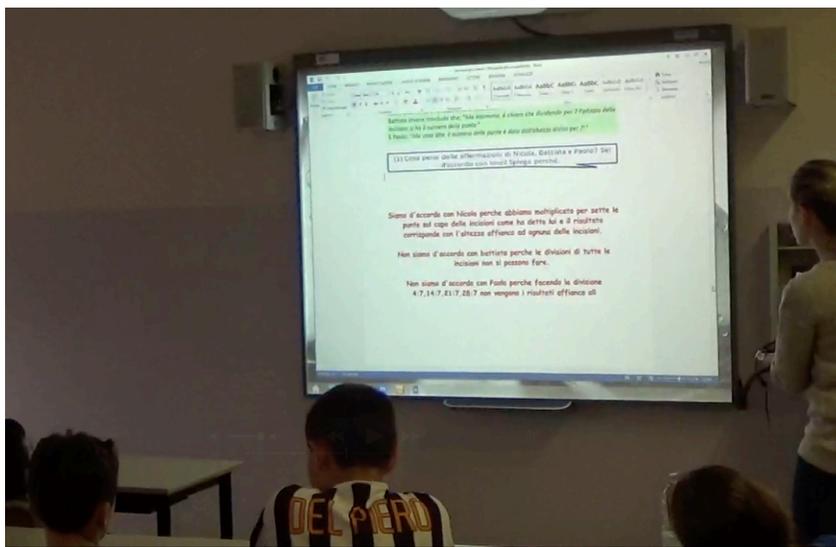
DISCUSSIONI DI CLASSE:  
 analisi critica dei testi inviati



Scheda n.1  
**L'archeologo Giancarlo**  
 Sul monte Arai, in pieno deserto, l'archeologo Giancarlo ha trovato delle figure incise nella roccia, che ha trascritto sul suo taccuino di campo, segnando anche l'altezza delle incisioni. Ecco la pagina in cui sono riprodotte:  
  
 C'è una discussione con i suoi collaboratori su una relazione esistente nei graffiti. In particolare Nicola dice: "Basta moltiplicare per 7 il numero di punte sul capo, solo così si può trovare l'altezza di una incisione".  
 Battista invece conclude che: "Ma insomma, è chiaro che dividendo per 7 l'altezza delle incisioni si fa il numero delle punte".  
 E Paolo: "Ma cosa dite, il numero delle punte è dato dall'altezza diviso per 7!"  
 (1) Cosa pensi delle affermazioni di Nicola, Battista e Paolo? Sei d'accordo con loro? Spiega perché.  
 Secondo noi sono giuste tutte e tre le affermazioni perché:  
 -Nicola dice che bisogna moltiplicare per 7 i punti sulla testa  
 ESEMPLO: 7\*4=28/7\*3=21/7\*1=7/7\*2=14  
 -Battista dice che bisogna dividere per 7 l'altezza dell'incisione  
 ESEMPLO: 28:7=4(2); 21:3/14:7=2/7/7=1  
 -Paolo dice la stessa cosa di Battista, ma con parole diverse  
 ESEMPLO: 28:7=4(2); 21:3/14:7=2/7/7=1  
**RICORDI:** se moltiplichiamo per 7 i punti sulla testa viene il numero dell'altezza.  
 Se dividi per 7 l'altezza ti viene il numero dei punti sulla testa.  
 La stessa cosa succede con l'ultimo (Paolo) che dividendo l'altezza delle incisioni ti viene il numero dei punti in testa.



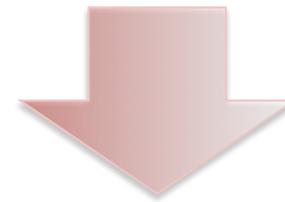
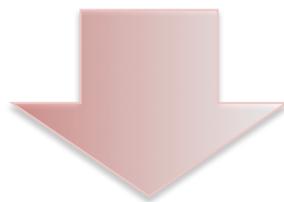
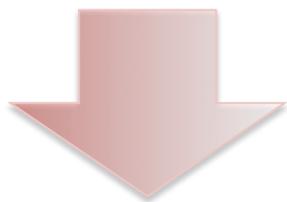
# *Come organizzare la discussione delle risposte?*



Raccolta e  
visualizzazione delle  
produzioni degli  
studenti

# *Come organizzare la discussione delle risposte?*

*Modalità diverse di **mostrare le risposte degli studenti** alle schede problema*



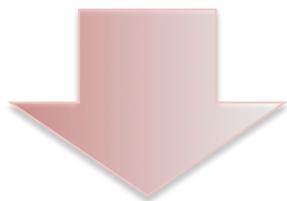
Modalità diverse di **focalizzare la discussione** e diverse strategie di **Val. Form.**

Cusi, A., Morselli, F., and Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education*, 49:755-767.

# *Come organizzare la discussione delle risposte?*

*Modalità diverse di mostrare le risposte degli studenti alle schede problema*

**UNA PER UNA**



- Riflettere sugli **errori** (Strategia 5 – Attivare gli studenti come responsabili del proprio apprendimento)
- Dare **feedback** agli autori (Str. 3 – Feedback; Str. 4 – Attivare gli studenti come risorse gli uni per gli altri)

Cusi, A., Morselli, F., and Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education*, 49:755-767.

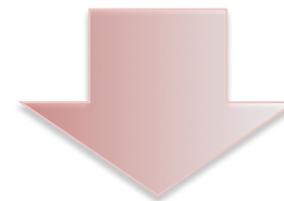
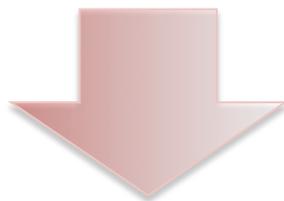
# *Come organizzare la discussione delle risposte?*

*Modalità diverse di mostrare le risposte degli studenti alle schede problema*

**UNA PER UNA**

**RAGGRUPPATE**

**TUTTE INSIEME**



Strategia 1 – Chiarire/  
Capire gli obiettivi  
d'apprendimento

- Lavoro a **livello metacognitivo**
- Identificare **criteri generali** per analizzare e valutare le risposte

Cusi, A., Morselli, F., and Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education*, 49:755-767.

# ***Il ruolo del feedback***

Due principali livelli di feedback particolarmente efficaci:

- **Feedback *sullo svolgimento del compito* (feedback di *processo* sul compito)**  
*Per l'argomentazione: criteri di **correttezza, chiarezza e completezza***
- **Feedback di *auto-regolazione***  
per far sì che gli studenti diventino consapevoli di errori tipici in modo da riuscire a monitorare il proprio lavoro più efficacemente

Ruolo dell'insegnante

# Non solo parole nei processi argomentativi...



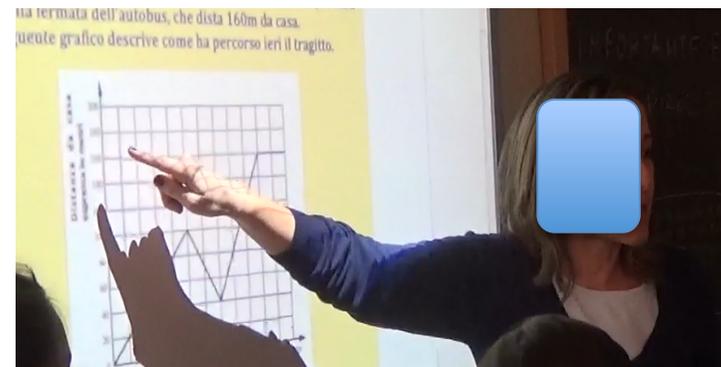
(gesto in orizzontale)

perché il grafico non faceva...cioè come si dice...Non faceva la linea che stava ferma

ma così



**...a nei feedback dati  
dall'insegnante**



Domande, commenti, ...

Grazie!

[cristina.sabena@unito.it](mailto:cristina.sabena@unito.it)

# Per approfondimenti

- *Sito toolkit FaSMEd*: <https://fasmедtoolkitblog.wordpress.com/>
- Cusi, A., Morselli, F., and Sabena, C. (2017). Promoting formative assessment in a connected classroom environment: design and implementation of digital resources. *ZDM Mathematics Education*, 49:755-767.
- Cusi, A., Morselli, F. & Sabena, C. (2017). “Every time I fell down (made a mistake), I could get up (correct)”: affective factors in formative assessment practices with classroom connected technologies. In C. Andrà, D. Brunetto, E. Levenson, & P. Liljedahl, (Eds.), *Teaching and Learning in Maths Classrooms: Emerging Themes in Affect-related Research: Teachers' Beliefs, Students' Engagement and Social Interaction (Research in Mathematics Education)* (pp. 265-275). Dordrecht, Heidelberg, New York, London: Springer.
- Cusi, A., Morselli, F., and Sabena, C. (2016). Enhancing formative assessment strategies in mathematics through classroom connected technology. In C. Csikós, A. Rausch & J. Sztányi (eds.), *Proc. PME40*, vol. 2 (pp. 195-202). Szeged, Hungary: PME.
- Aldon, G., Cusi, A., Morselli, F., Panero, M., & Sabena, C. (2015). Which support technology can give to mathematics formative assessment? The FaSMEd project in Italy and France. In C. Sabena, B. Di Paola (eds.), *Teaching and learning mathematics: resources and obstacles*, *Proc. CIEAEM 67, Quaderni di ricerca didattica*, 25-2 (pp. 631-641). Aosta, July 20-24, 2015. [http://math.unipa.it/~grim/CIEAEM%2067\\_Pproceedings\\_QRDM\\_Issue%2025\\_Suppl.2.pdf](http://math.unipa.it/~grim/CIEAEM%2067_Pproceedings_QRDM_Issue%2025_Suppl.2.pdf).

# Riferimenti bibliografici

- Assessment Reform Group (1999). *Assessment for Learning: Beyond the Black Box*. School of Education, University of Cambridge, <http://www.nuffieldfoundation.org/assessment-reform-group>.
- Black, P., & Wiliam, D. (2009). Developing the theory of formative assessment. *Educational Assessment, Evaluation and Accountability*, 21(1), pp. 5-31.
- Castoldi, M. (2016). *Valutare e certificare le competenze*. Roma: Carocci.
- Collins, A., Brown, J.S., & Newman, S.E. (1989). Cognitive Apprenticeship: Teaching the Crafts of Reading, Writing and Mathematics! In L.B. Resnick (Ed.), *Knowing, Learning, and Instruction: Essays in Honor of Robert Glaser* (pp. 453-494). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- DBRC - The Design Based Research Collective (2003). Design-Based Research: An Emerging Paradigm for Educational Inquiry. *Educational Researcher*, 32(1), 5-8.
- Hattie, J., & Temperley, H. (2007). The power of feedback. *Review of Educational Research*, 77(1), 81–112.
- Progetto “Linguaggio e argomentazione”: <http://didmat.dima.unige.it/>; [http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/azione1\\_argomentazione.php](http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/azione1_argomentazione.php)
- Schoenfeld, A. H. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense-making in mathematics. In D. Grouws (Ed.), *Handbook for research on mathematics teaching and learning* (pp. 334–370). New York: Macmillan.
- Vygotsky, L. S. (1978). *Mind in society: The development of higher mental processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Wiliam, D., & Thompson, M. (2007). Integrating assessment with instruction: What will it take to make it work? In C. A. Dwyer (Ed.), *The future of assessment: Shaping teaching and learning* (pp. 53–82). Mahwah, NJ: Erlbaum.