



XXIV CONVEGNO UMI-CIIM

**La matematica nella società in rapida evoluzione.
Guardare al passato per le sfide del presente e del futuro**

Bari, 6 - 8 ottobre 2017



Associazione
Italiana di
Ricerca in
Didattica della
Matematica

XXIV CONVEGNO UMI-CIIM

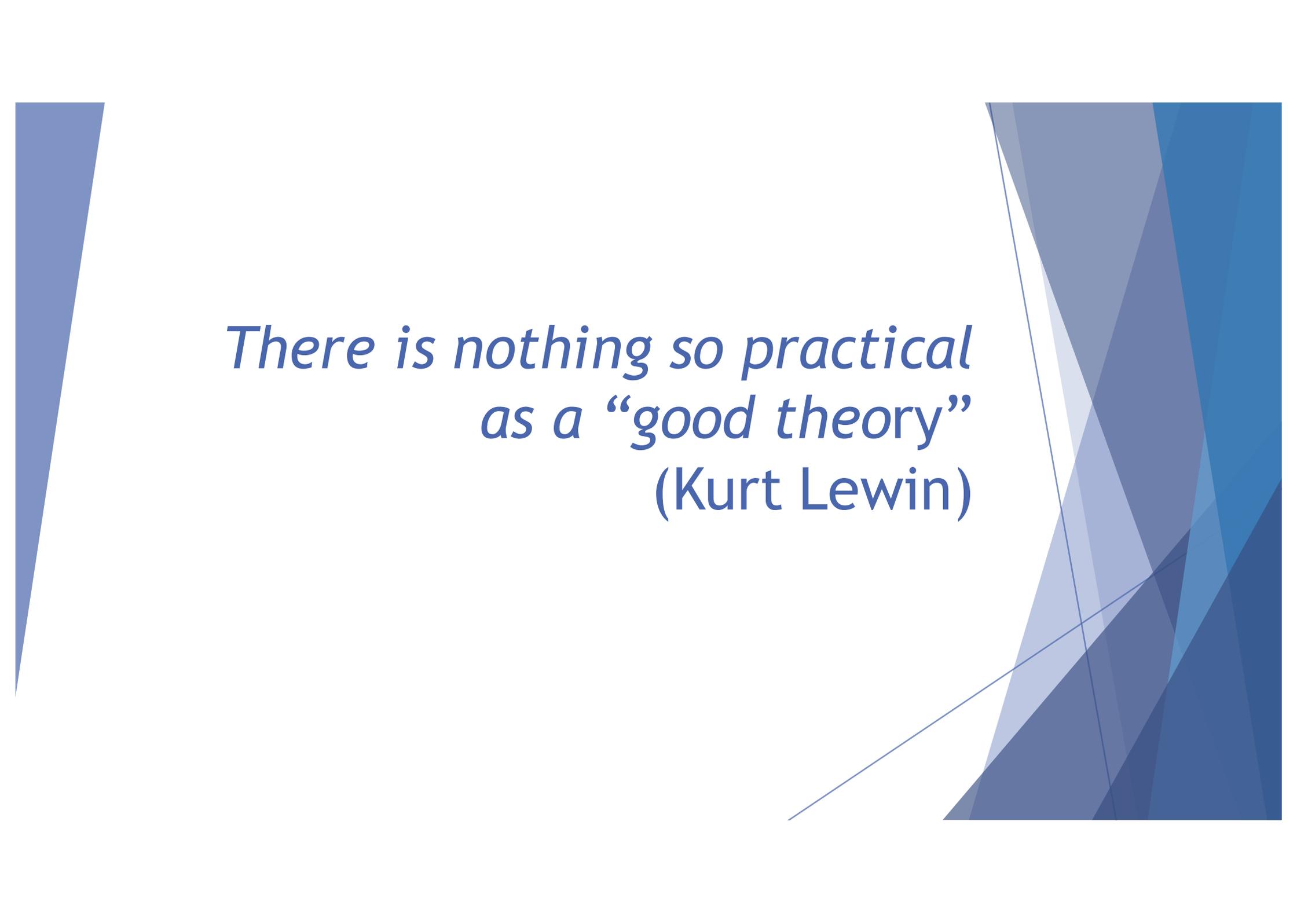
La ricerca in Didattica della Matematica:
quadri teorici classici e le sfide della scuola
del presente e del futuro

Maria Alessandra Mariotti

Università di Siena
mariotti21@unisi.it



UNIVERSITÀ
DI SIENA
1240



*There is nothing so practical
as a “good theory”
(Kurt Lewin)*

Introduzione

- ▶ Al momento co-esiste una grande diversità di approcci teorici (Sriraman & English, 2010)

Al giorno d'oggi, è impossibile per un ricercatore in didattica della matematica poter pretendere di conoscere il suo campo di ricerca nella sua globalità, dominare la molteplicità dei concetti e dei quadri teorici che si sono sviluppati al suo interno. Come in tutti i campi scientifici si sono creati dei domini e dei sotto-domini, e gli « Handbook » fioriscono, permettendo a ciascuno di farsi un'idea del modo in cui la conoscenza avanza al di là del proprio campo di expertise.

(Artigue, 2013)

La mia scelta ...

L'urgenza di innovazione e il periodo della Matematica Moderna

- ▶ L'istanza di innovazione non sembrava di per sé coinvolgere la revisione o innovazione paradigmi educativi
- ▶ l'innovazione dei contenuti era vista come di per sé semplificatrice e foriera di successi
 - ▶ <https://www.rts.ch/archives/tv/information/continents-sans-visa/3471385-a-l-ecoute-de-l-enfant.html>
- ▶ Ma una volta passata l'euforia ... la realtà della scuola presentava problemi e difficoltà che richiedevano attenzione e studio specifici
- ▶ Nascono le riviste specializzate:
 - ▶ 1969 Educational Studies in Mathematics (Hans Freudental founding Editor)
 - ▶ 1970 International journal of mathematical education in science and technology
 - ▶ 1980 JMB
 - ▶ 1981 FLM
 - ▶ 1985 JRME

L'influenza del costruttivismo

Le problème central de l'enseignement des mathématiques est celui de **l'ajustement réciproque des structures spontanées propres à l'intelligence** et du programme ou **des méthodes relatifs aux domaines mathématiques enseignés**. Or ce problème s'est profondément modifié en ces dernières décades à cause des transformations des mathématiques elles-mêmes ; par un processus en apparence paradoxal, mais psychologiquement naturel et fort explicable, **les structures plus abstraites et plus générales des mathématiques contemporaines rejoignent bien davantage les structures opératoires naturelles de l'intelligence et de la pensée** que ne le faisaient les structures particulières qui constituaient l'armature des mathématiques classiques et de l'enseignement.

[Jean Piaget, *Psychologie et pédagogie*, Denoël 1969, p. 70]

Dall'innovazione dei contenuti ai processi di apprendimento

- ▶ Influenza del quadro costruttivista di matrice Piagetiana
 - ▶ Il Congresso PME Montreal 1987 dedicato al costruttivismo
 - ▶ Il costruttivismo si modula con i “contenuti matematici scolastici”
 - ▶ Campi concettuali di Vergnaud
 - ▶ Il modello di van Hile
 - ▶ il costruttivismo si modula con la pratica didattica in classe e in generale il problema di coordinare l'apprendimento e l'insegnamento
 - ▶ Intuizioni primarie e secondarie - Modelli primitivi (Fischbein)
 - ▶ Concept Image Concept Definition (Vinner, Herschcoviz, Tall, Dreyfus, ...)
- ▶ Un modello che offre una visione organica del problema della didattica

La Teoria delle Situazioni

Jeremy Kilpatrick
What constructivism might be in mathematics education

Hermine Sinclair
Constructivism and the psychology of mathematics

Gérard Vergnaud
About Constructivism

The background features abstract geometric shapes in various shades of blue and grey. On the left, a dark blue triangle points downwards. On the right, a complex arrangement of overlapping triangles and polygons in different shades of blue and grey creates a dynamic, layered effect. The main text is centered in a clean, sans-serif font.

La teoria delle situazioni

TDS elemento chiave del quadro teorico francese

Guy Brousseau

Scrive Guy Brousseau

La théorie des situations mathématiques apparait en 1970. Elle est née comme simple méthode de description et d'intégration mathématique des dispositifs psychologiques et didactiques. Depuis, elle n'a pas cessé de se développer sous le double effet des nouvelles questions et des observations empiriques qu'elle a vocation à produire et à mettre en relation. (Brousseau, 2011, p. 12)



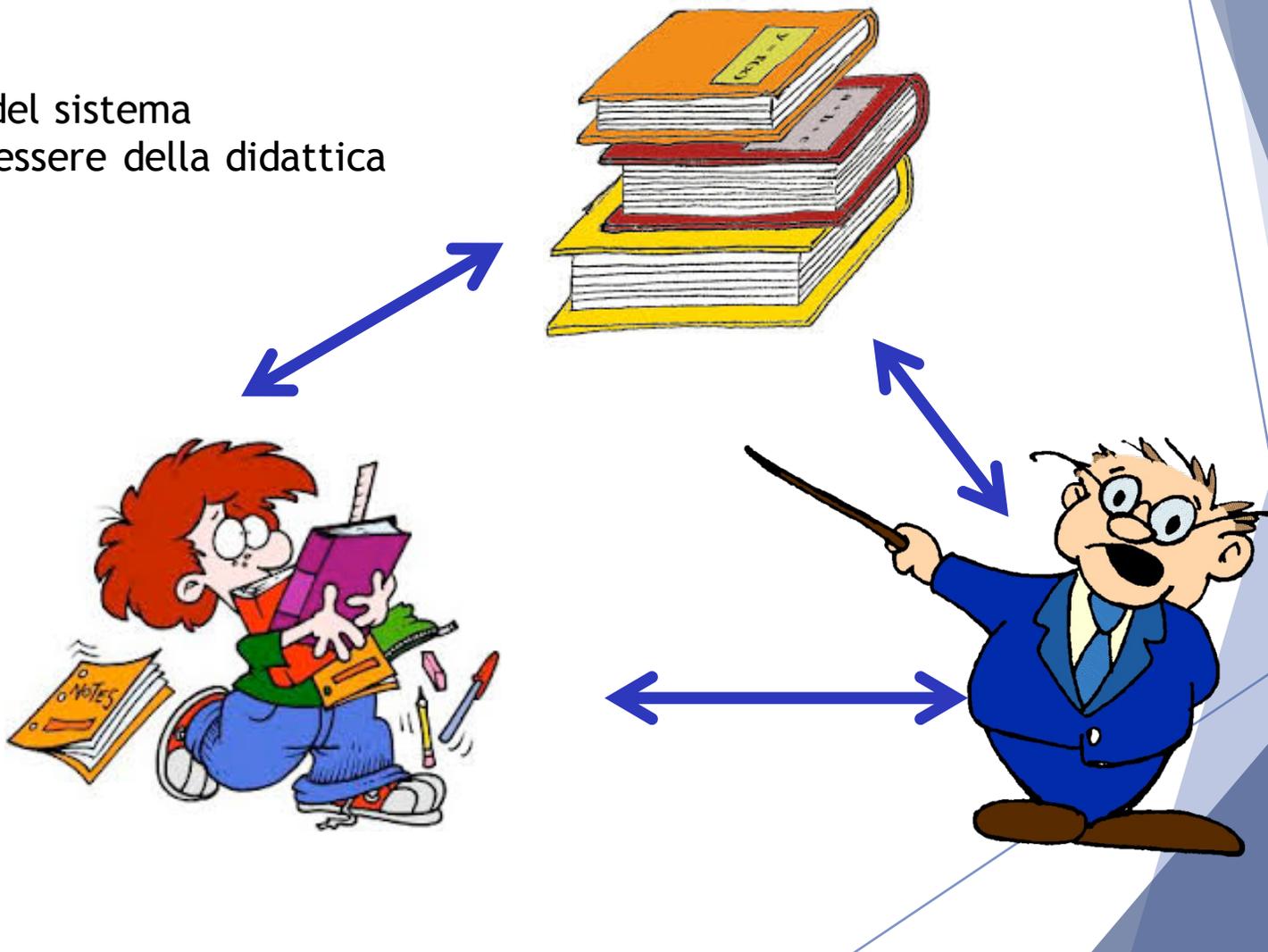
Scrive Guy Brousseau

La teoria delle situazioni matematiche è comparsa nel 1970. Nasce come un semplice metodo di descrizione e integrazione matematica di dispositivi psicologici e didattici. Da allora ha continuato a svilupparsi sotto l'impatto di nuove domande ed osservazioni empiriche che tale teoria è destinato a produrre e mettere in relazione.

(Brousseau, 2011, p. 12)

Il sistema minimale - il triangolo didattico

A-simmetria del sistema
È la ragion d'essere della didattica



Le ipotesi alla base della TSD

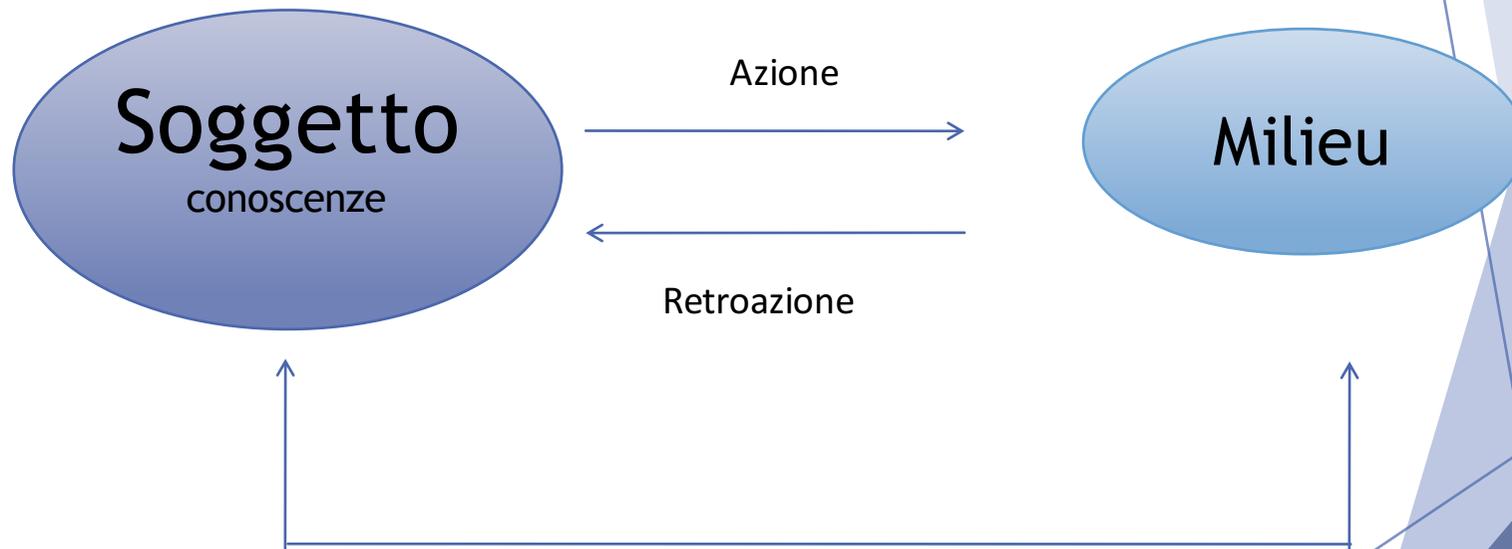
Ipotesi psicologica

Si tratta di un'ipotesi che si riferisce in modo esplicito a Piaget e alla teoria 'costruttivista'

apprendimento per **adattamento**

Il soggetto apprende per adattamento (assimilazione e accomodamento) a un milieu che produce conflitti, difficoltà e disequilibri.

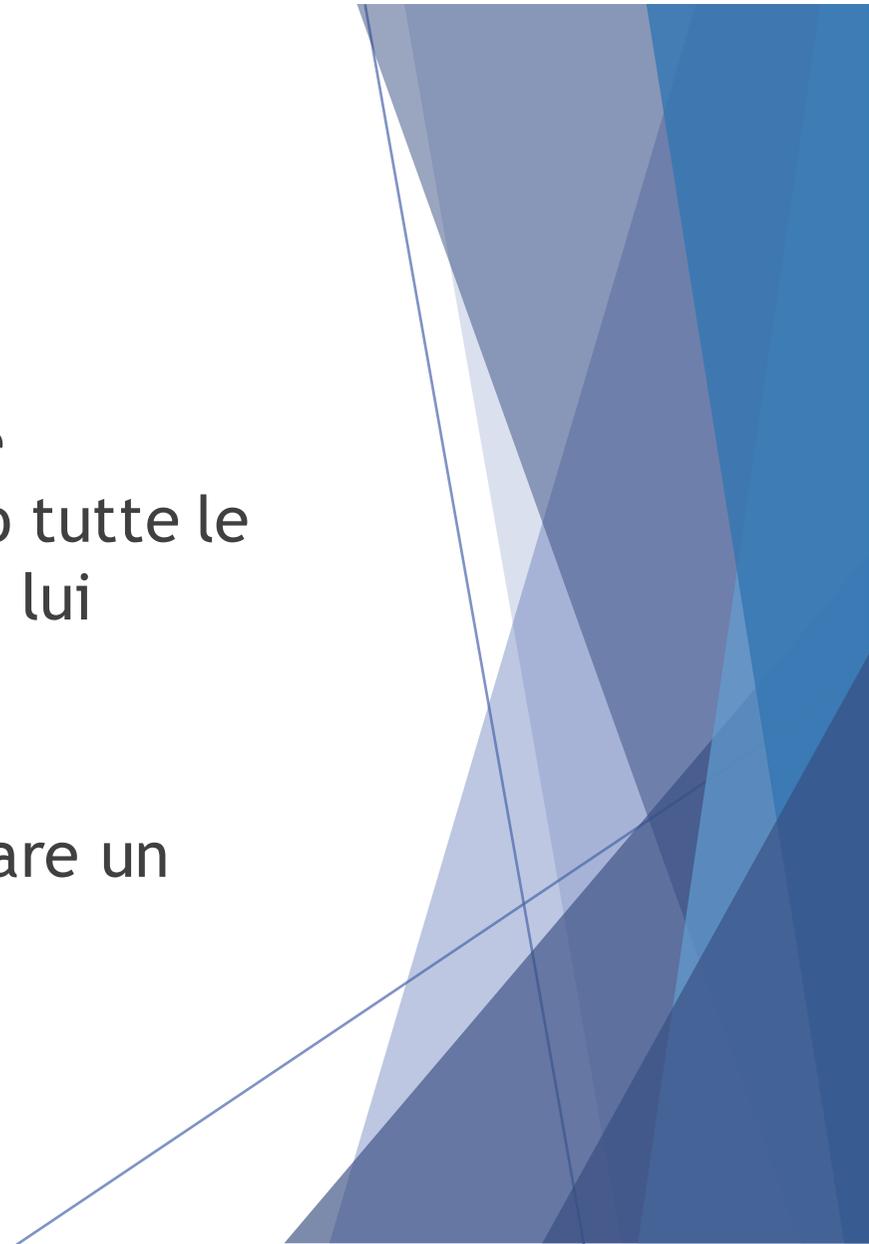
Situazione di apprendimento



Ipotesi didattica

Un milieu privo di intenzioni didattiche è insufficiente per indurre in un soggetto tutte le conoscenze che la società richiede che lui apprenda.

È necessario che l'insegnante organizzi intenzionalmente il milieu per "insegnare un sapere"



Ipotesi didattica

Un milieu privo di intenzioni didattiche è insufficiente per indurre in un soggetto tutte le conoscenze che la società ha fatto acquisire e che si apprenda.

È necessario che l'insegnante intenzionalmente il modo di "saper fare"

L'enseignant n'a pas pour mission d'obtenir des élèves qu'ils apprennent, mais bien de faire en sorte qu'ils puissent apprendre. Il a pour tâche, non la prise en charge de l'apprentissage - ce qui demeure hors de son pouvoir - mais la prise en charge de la création des conditions de possibilité de l'apprentissage. (Chevallard, 1986)

Conseguenze

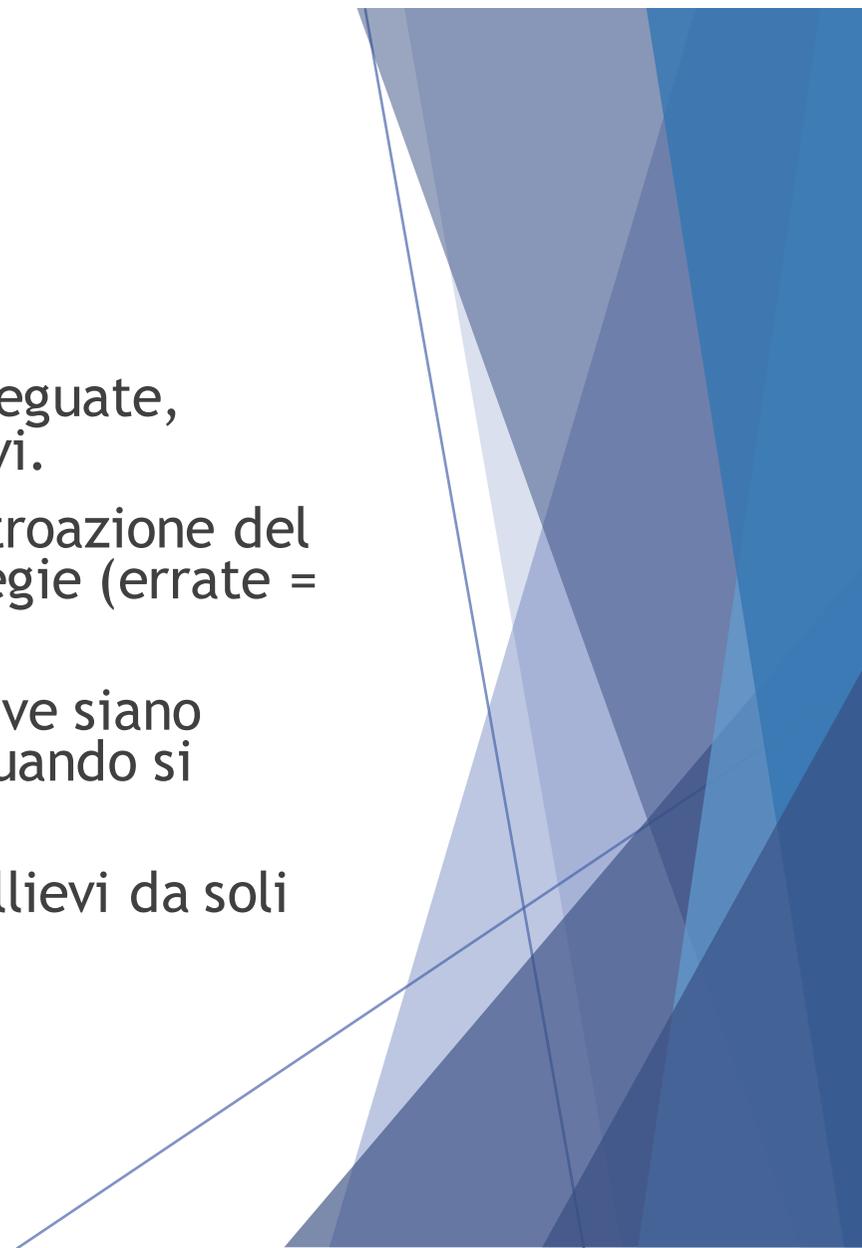
Tali ipotesi portano alla introduzione del costrutto teorico di situazione e alla distinzione tra:

Situazione didattica/ a-didattica



Caratteristiche di una situazione a-didattica

- ▶ Esiste una o più strategie possibili seppur inadeguate, basate sulle conoscenze precedenti degli allievi.
- ▶ Esiste un 'milieu di validazione', ovvero la retroazione del milieu per mettere da sola di invalidare le strategie (errate = inadeguate)
- ▶ La scelta dei dati è tale che le strategie additive siano inadeguate e sia possibile accorgersene solo quando si mette tutto insieme
- ▶ L'insegnante può 'scompare' lasciando gli allievi da soli con il compito



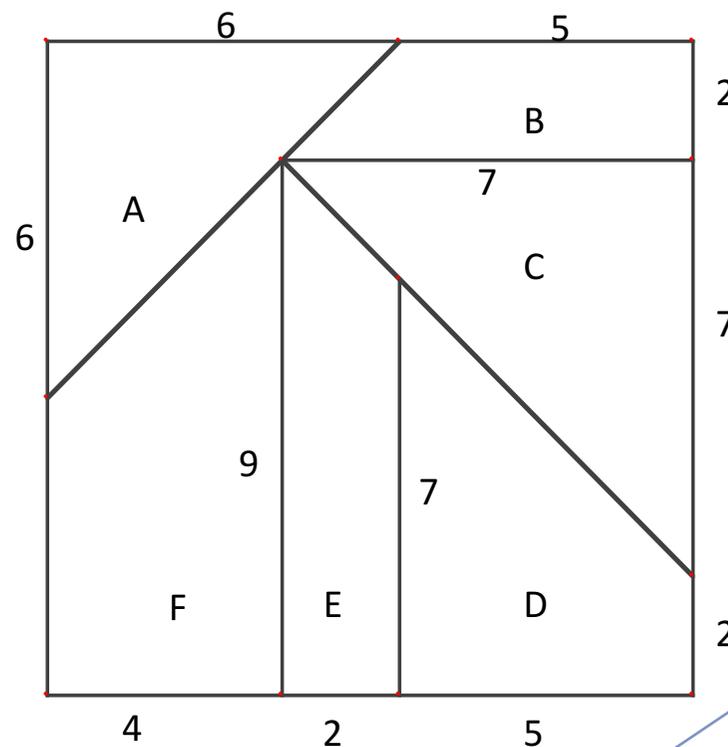
Situazione

Consegna

- ▶ Riprodurre il puzzle ingrandito in modo che il segmento che ora misura 4, dopo misuri 7.

Organizzazione

- ▶ Per ciascun puzzle disegnato i 6 pezzi sono tagliati nel cartone e possono essere ricomposti per formare il quadrato .
- ▶ Un puzzle per gruppo . Ogni allievo deve realizzare uno o due pezzi ; ogni gruppo deve produrre un puzzle intero.



Due fasi fondamentali

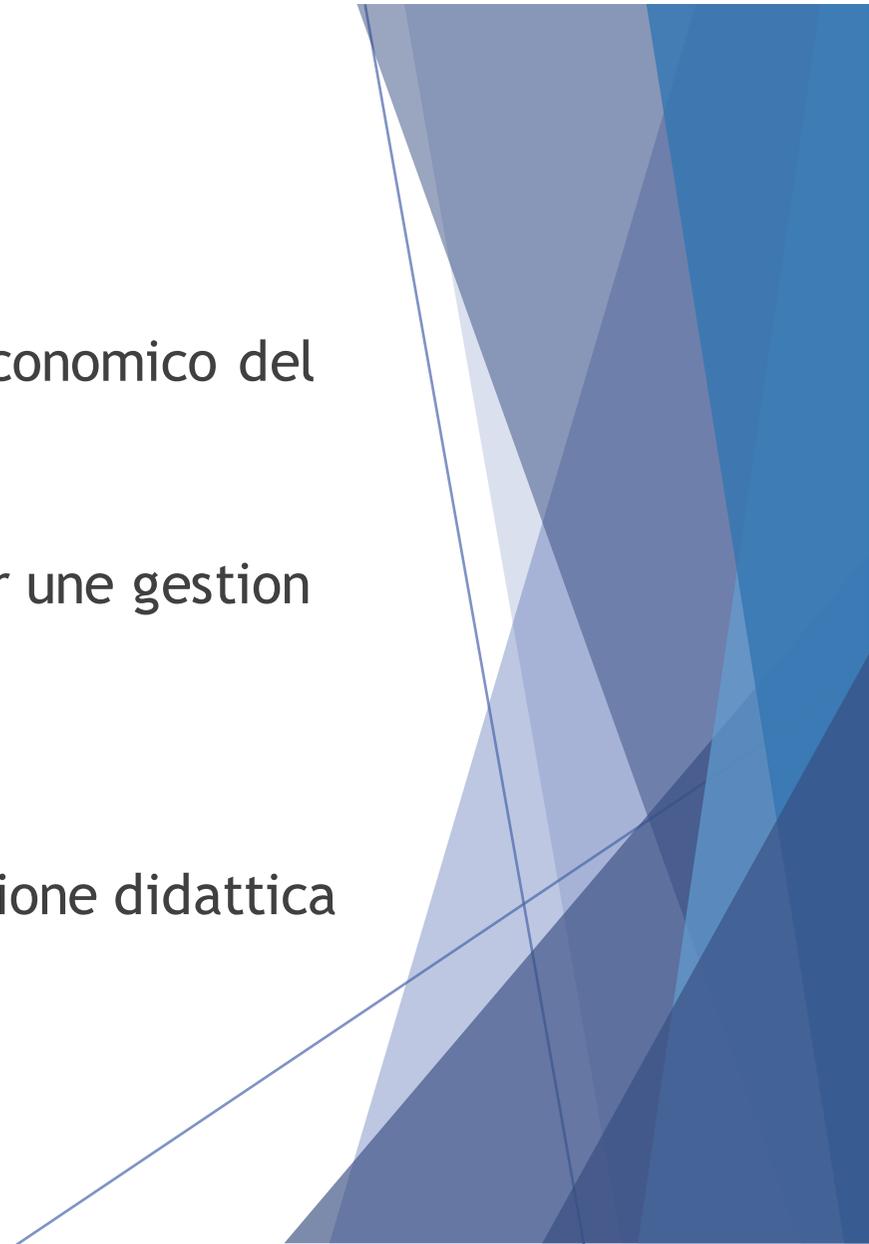
- ▶ La **fase di devoluzione** quando l' allievo fa proprio il problema proposto dall'insegnante : cerca la risposta per sé, per la propria soddisfazione personale e non per compiacere le attese del professore.
- ▶ quando la fase di devoluzione è completa, come fa l' allievo a sapere che ha costruito una **conoscenza matematica**, un Sapere?
- ▶ La **fase di istituzionalizzazione** quando l' insegnante gestisce il processo che trasforma risposte e conoscenze in SAPERE:
 - ▶ De-contestualizzato
 - ▶ De-personalizzato
 - ▶ Generale ed applicabile ..

Modello del processo educativo

Brousseau propone un modello relativamente economico del processo educativo:

"noyau" a-didactique, sur lequel vient se greffer une gestion didactique" (Conne, 1992)

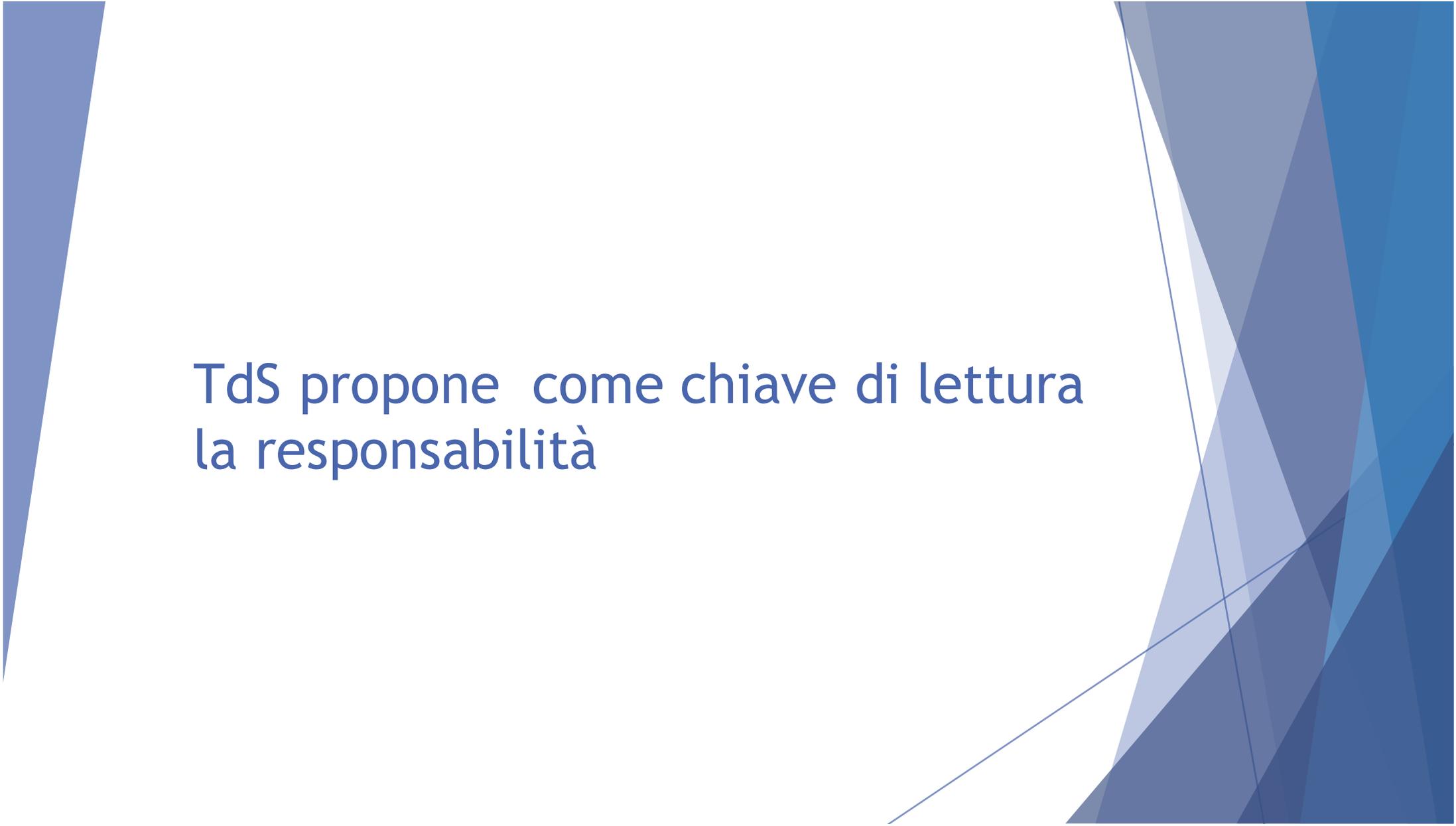
un nucleo a-didattico sul quale si basa una gestione didattica



Educazione come co-azione

processo educativo come evento che riguarda la **responsabilità** rispetto al sapere:

- ▶ *l'individuo e la responsabilità che tale individuo deve assumersi in prima persona*; tale assunzione di responsabilità nella TdS corrisponde proprio a quel processo di devoluzione rispetto al quale la situazione assume la natura di situazione a-didattica.
- ▶ *l'insegnante e la sua responsabilità verso la pluralità degli allievi* ; tale assunzione di responsabilità corrisponde nella TdS a
 - ▶ la pianificazione delle attività (ingegneria didattica)
 - ▶ la gestione il processo di istituzionalizzazione



TdS propone come chiave di lettura
la responsabilità

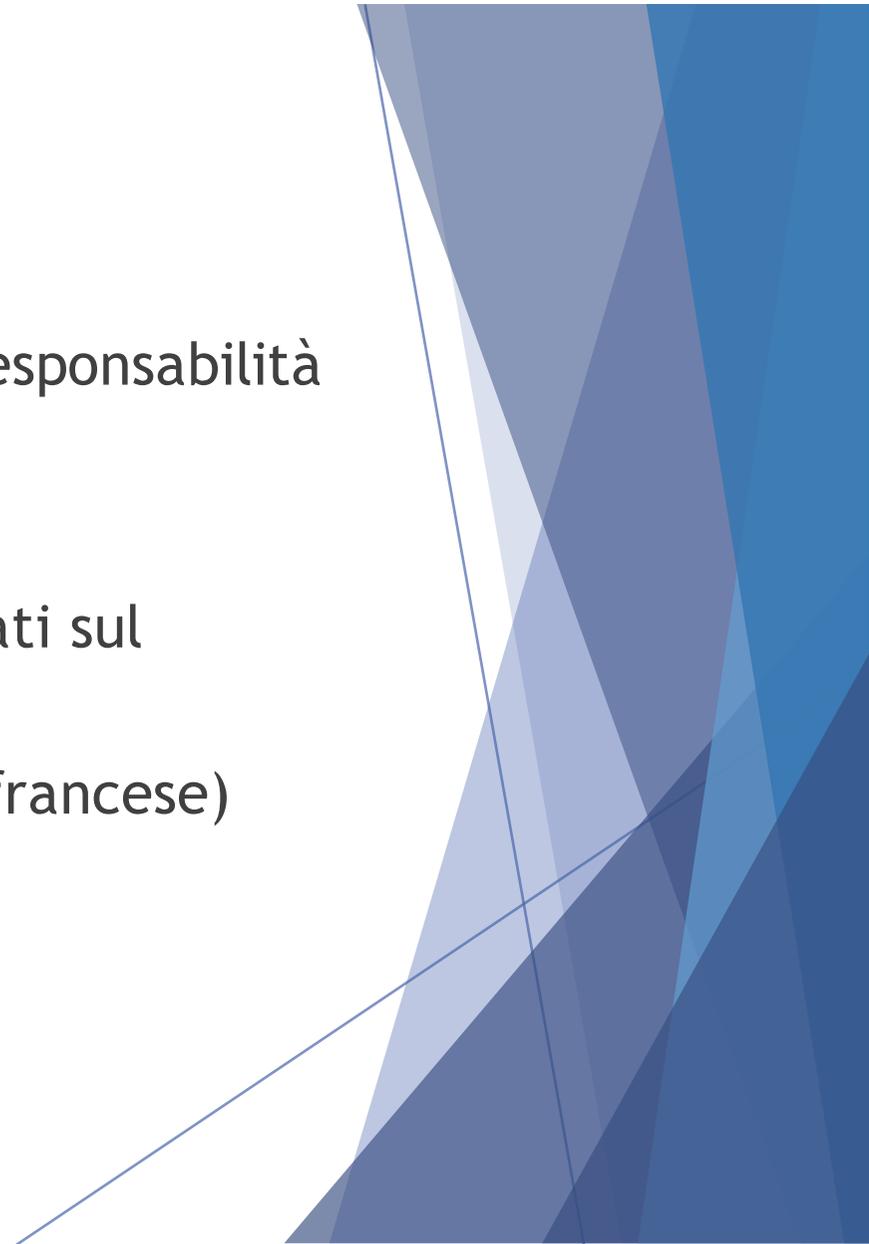
Tensione tra Conoscenza e Sapere

il problema dell'insegnante sta nel gestire la responsabilità che deve esercitare in qualità di esperto

La fase di istituzionalizzazione

Gli studi nel quadro della TdS si sono concentrati sul mostrare fenomeni di degenerazione ...

La nozione di contratto didattico (pessimismo francese)



Una prospettiva socio-culturale i primi studi riguardanti conversazioni in classe

- ▶ *Mathematical discussion and understanding* (Pirie & Schwarzenberger, 1988)

evidenza della **rarietà di una reale interazione tra gli interlocutori** - non basta che si parli perché ci sia comunicazione, e non basta che si parli perché questo parlare abbia l'efficacia sulla 'comprensione' (qualsiasi cosa si intenda con questo termine).

- ▶ Si apre la strada agli studi sulla dinamiche di classe: riconducibili all'individuo vincolato dalle sue relazioni sociali e innanzitutto dalle relazioni comunicative
- ▶ e dall'altro guarda alla matematica e ai problemi educativi in un ottica culturale. Apprendere è essere introdotti, per parteciparvi, in una cultura (Bausfeld, 1993)

Apprendere come partecipazione ad una cultura: social mathematical norms

“[...] as we attempted to to make sense of our experiences in the classroom, it was apparent that we needed to broaden our interpretative stance by developing a sociological perspective on mathematical activity. [...] We were then able to account for and explicate the development of general *classroom social norms*”.

(Yackel & Cobb, 1996, p. 459)

- ▶ Distinzione tra **social norms** e **mathematical social norms**

An example

Explanation and mathematical explanation

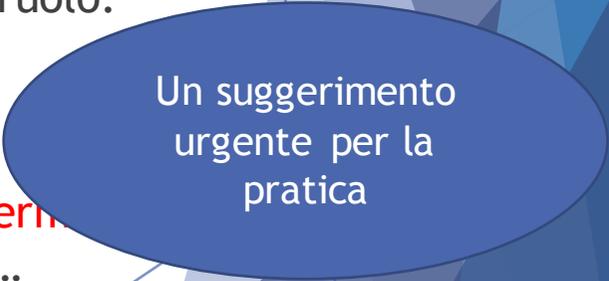
“capire che ci si aspetta che gli studenti **spieghino** le soluzioni è una **social norm**,

mentre capire cosa conta come una **spiegazione matematicamente accettabile** è una **socio-mathematical norm**”

(Yackel & Cobb, 1996)

Interazione sociale: Comunicazione

- ▶ In questa prospettiva *gli aspetti di comunicazione* prendono sempre più importanza, da questi studi si sviluppa
 - ▶ interesse specifico per i **problemi riguardanti il linguaggio** e il ruolo del linguaggio nel processo di insegnamento- apprendimento della Matematica.
 - ▶ diverse prospettive teoriche relative al 'linguaggio' al al suo ruolo.
 - ▶ Un esempio, è dato dal costrutto teorico della Commognition (Sfard, 2008).
 - ▶ L'approccio semiotico suggerisce di **allargare la portata del termine linguaggio** ... (Radford, Arzarello, Bartolini Bussi & Mariotti, ...)



Un suggerimento
urgente per la
pratica

Comunicazione e linguaggio

L'interazione linguistica assume un ruolo fondamentale assolve la funzione di mediazione tra gli individui di una società.

Il punto di vista dell'interazione sociale

I significati non sono solo costruzioni private nella mente di ciascuno, ma si costituiscono nell'interazione sociale.

Nell'interazione sociale i soggetti co-interpretano il tema (l'argomento), provano e adattano queste interpretazioni attraverso processi di negoziazione del significato.

In questa linea si costituiscono significati ed in particolare i significati matematici, e con essi regole e norme di accettazione e di validità .

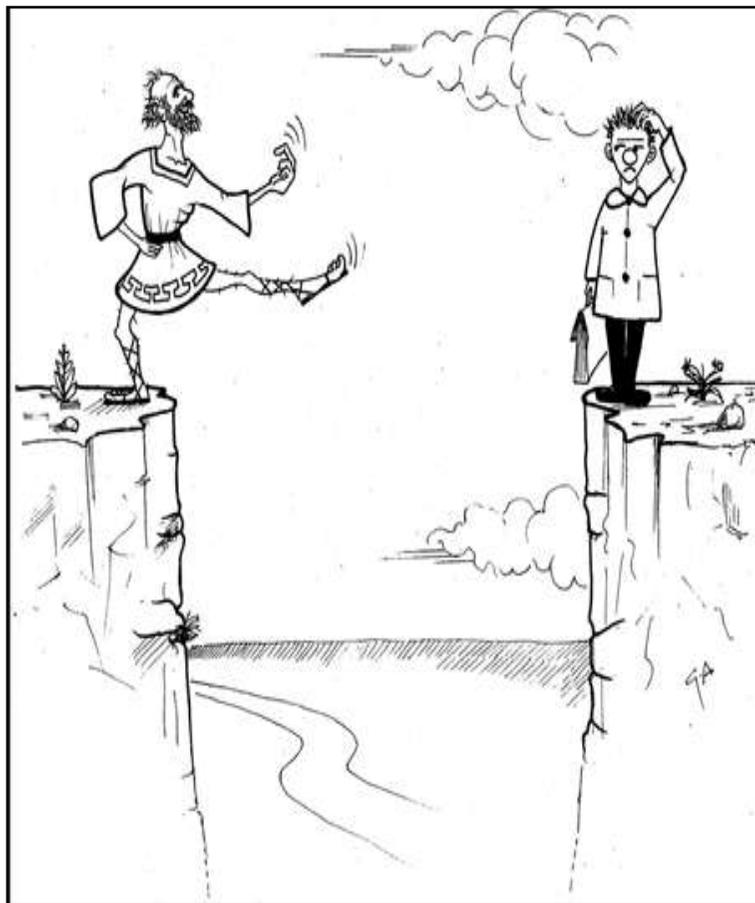
Multi culturalità

Media diversi

L'insegnante
come
mediatore

A conceptual diagram on the right side of the slide. It features a central blue oval containing the text 'L'insegnante come mediatore'. Two lines extend from this oval to two rectangular boxes above it: a blue box containing 'Multi culturalità' and a purple box containing 'Media diversi'. The background of the diagram consists of overlapping, semi-transparent geometric shapes in various shades of blue.

L'insegnante come mediatore culturale ...



Per concludere

le metodologie attive permettono agli allievi di fare, di motivare e di essere coinvolti, permettono loro di far cogliere il senso ... di **costruire significati personali**

MA

Non sempre permettono di **acquisire un SAPERE**

Forse

Si sottostima la complessità del **processo di mediazione** necessario a questo scopo specifico

In particolare la necessità che agli allievi prendano parte attiva nella trasformazione di significati personali in significati matematici.

Un obiettivo di competenza

La capacità di **"dire ciò che si intende e intendere ciò che si dice"** dovrebbe essere uno dei risultati del buon insegnamento della matematica. Questa capacità si sviluppa come risultato di opportunità di parlare di matematica, di spiegare e discutere i risultati ottenuti e di provare ipotesi.

Gli allievi hanno bisogno di un aiuto esplicito, che può essere dato solo da un'ampia discussione [...] anche gli alunni con ottimi risultati in matematica non arrivano facilmente a questo da soli.

(Cockcroft, 1982)

Grazie!



**Mi aspetto che voi siate autonomi, creativi,
critici e che facciate tutto quello che dico io.**

grazie

