IV Scuola Estiva per insegnanti UMI CIIM AIRDM Bardonecchia 27 agosto 2017

Eventi casuali cercasi...... (Dati e Previsioni)

Paola Ranzani (docente di Statistica – CdiP – RO ITIS "C. Zuccante "Mestre - Ve)

Gianpaolo Baruzzo (docente di Matematica IT IS "C. Zuccante "Mestre - Ve)

Dalle Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo d'istruzione Settembre 2012

<u>Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado</u>

- Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni.
- Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.
- Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi, ...) si orienta con valutazioni di probabilità.
- Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e <u>ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.</u>

Obiettivi di apprendimento al termine della classe terza della scuola secondaria di primo grado

Dati e previsioni

- Rappresentare insiemi di dati, anche facendo uso di un foglio elettronico.
- In situazioni significative, confrontare dati al fine di prendere decisioni, utilizzando le distribuzioni delle frequenze e delle frequenze relative.
- Scegliere ed utilizzare valori medi (moda, mediana, media aritmetica) adeguati alla tipologia ed alle caratteristiche dei dati a disposizione.
- Saper valutare la variabilità di un insieme di dati determinandone, ad esempio, il campo di variazione.
- In semplici situazioni aleatorie, individuare gli eventi elementari, assegnare a essi una probabilità, calcolare la probabilità di qualche evento, scomponendolo in eventi elementari disgiunti.
- Riconoscere coppie di eventi complementari, incompatibili, indipendenti.

Statistica e probabilità perché?

Insegnare statistica e probabilità **NON solo come un ramo della matematica** bensì come un modo

- per interpretare il mondo reale;
- di vedere la realtà;
- di sviluppare sensibilità per le situazioni ricche di contenuto probabilistico..

Le difficoltà in questo ambito nascono dal fatto che la statistica e la probabilità

- spesso non vengono svolte;
- vengono trattate in modo frettoloso;
- sono relegate come ultima parte della programmazione annuale;
- vengono presentate come insieme di formule o di numeri;

Però

I ragazzi sono circondati dai dati:

- il cellulare di moda è ...,
- è vero che gli italiani non leggono più;
- il film più visto della settimana è ...,
- lo sport più praticato è la sedentarietà?,
- nella prossima estrazione al lotto uscirà finalmente il ___sulla ruota di ____? (ritardo di ___settimane)

Gli studenti devono apprendere che i dati sono generati con riferimento a fenomeni o situazioni particolari e sono qualcosa di più che numeri e che la statistica ed il calcolo delle probabilità trasformano i numeri in conoscenza.

- L' importanza dei dati per acquisire informazioni e prendere decisioni;
- La distribuzione statistica come insieme di dati da esaminare, rappresentare ed esplorare;
- La variabilità dei dati come caratteristica della realtà e conseguente esigenza di individuarne le fonti causali, distinguendole da quelle casuali;
- La gestione dell'incertezza di cui la vita di un individuo è disseminata.

Quindi è utile:

Raccogliere dati per poi sintetizzarli ed analizzarli attraverso:

- Rappresentazioni grafiche opportune;
- Indici di sintesi: valori medi, indici di variabilità.

Considerare la casualità degli eventi come concetto generale per cui, dato un «fatto» casuale, non si è in grado di prevederne l'esito ma si è in grado di descrivere tutte le sue possibili manifestazioni.

Perciò:

La statistica e la probabilità possono

- Offrire l'opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana;
- creare nello studente curiosità verso informazioni quantitative che egli stesso può raccoglierle sul mondo che lo circonda giungendo a: definire dati, misure, costruire/leggere tabelle, manipolare i dati al fine di ottenere indici di sintesi, scegliere e costruire grafici;
- permettere di fare congetture e prendere delle decisioni; In particolare la probabilità offre strategie per affrontare correttamente l'incertezza e rende consapevoli del rischio ad essa legato.

Incertezza

IMPORTANTE: educare e formare alla razionalizzazione dell'incerto.

Il futuro ma anche il passato se non abbiamo informazioni sufficienti sono caratterizzati da incertezza.

- Futuro: il fattore incertezza è intrinseco;
- Passato: certo per come è accaduto; è incerto nella nostra conoscenza (si fonda su ricostruzioni, su informazioni parziali..)

Da ricordare

Ogni decisione è presa in condizioni di incertezza.

 Nella vita quotidiana la prima attività probabilistica che ci aiuta a ridurre al massimo il grado di incertezza di una situazione è quella di osservare il fenomeno e di ricercare le informazioni necessarie per controllare maggiormente l'evento.

Il rischio c'è ma ...

Moltissime persone, ritenendolo un mezzo sicuro, usano:

- l'auto ogni giorno;
- l'aereo ogni giorno.

Molte persone, nelle giornate di tempo incerto, escono senza ombrello.

Molte persone si dedicano ai giochi d'azzardo nella speranza di diventare ricchi;

Alcune persone investono i loro risparmi in borsa nella speranza di aumentare il capitale;

La vita è permeata dall'incertezza .. ma si devono operare delle scelte..

- l'uomo in genere cerca certezze e sicurezze ma lo fa attraverso strumenti di tipo più «affettivo ed emotivo» che razionale.
- Ognuno prende decisioni ... in ogni momento della giornata e si tratta per lo più di piccole decisioni che comportano piccole conseguenze. Ci guida l'intuizione.

Caso... possibilità... certo. Possibili pensieri di uno studente a scuola

- Oggi sono a scuola;
- Se lancio un dado mi conviene puntare sull'uscita di un numero primo o su quella di un numero dispari?
- Oggi l'insegnante consegna i compiti. Ha detto che il punteggio mediano è 15.
 Qual è la probabilità che il punteggio di Andrea sia maggiore di 15?
- Domani c'è una verifica con 10 domande a risposta multipla. Se rispondo a caso qual è la probabilità di indovinarne la metà?
- Ieri pomeriggio ho letteralmente copiato la relazione di Giulia. Se il prof ritira a caso due quaderni tra i 25 della classe, qual è la probabilità che scopra l'imbroglio? (e se i quaderni ritirati fossero 3, 4, ...)
- Mi sono dimenticato il numero di telefono di una mia amica di Torino. Se faccio a caso un numero di otto cifre con il prefisso 011 qual è la probabilità che mi risponda?
- Qualcuno ha detto che nella prossima estrazione del lotto, sulla ruota di Venezia, uscirà due volte il numero 5.

Classificazione degli eventi

• Certi

• Possibili

Impossibili

Probabilità derivata da indagine statistica

PERSONE OCCUPATE NEL 2015 PER GENERE E RIPARTIZIONE GEOGRAFICA

RIPARTIZIONE	GENERE		T	
GEOGRAFICA	Maschi	Femmine	Totale	
NORD	6.589	5.075	11.664	
CENTRO	2.712	2.139	4.851	
MEZZOGIORNO	3.784	2.166	5.950	
ITALIA	13.085	9.380	22.465	

 Fonte: ISTAT "Italia in cifre 2016"- forze lavoro per condizione, genere e ripartizione geografica.

Alcune definizioni

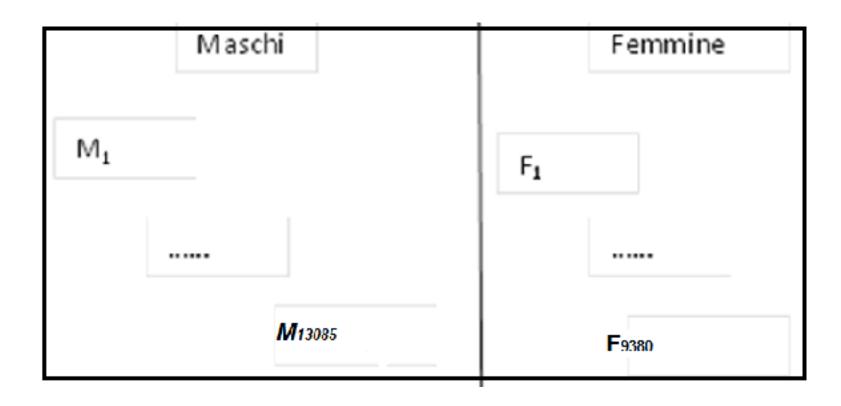
- Esperimento casuale: scegliere a caso una persona fra gli occupati nel 2015;
- Possibili manifestazione dell'esperimento casuale (evento casuale elementare): il singolo occupato del 2015;
- Spazio campionario: insieme di tutti gli occupati nel 2015 in Italia;
- Evento casuale sottoinsieme dello spazio campionario costituito da più esiti elementari: occupato del Nord, femmine occupate,

Scelta a caso una persona occupata nel 2015, individuiamo il tipo di eventi casuali

- È un lavoratore;
- È un occupato del Nord Italia;
- È una femmina;
- È una femmina del centro Italia;
- È un maschio del nord Italia;
- È un disoccupato.

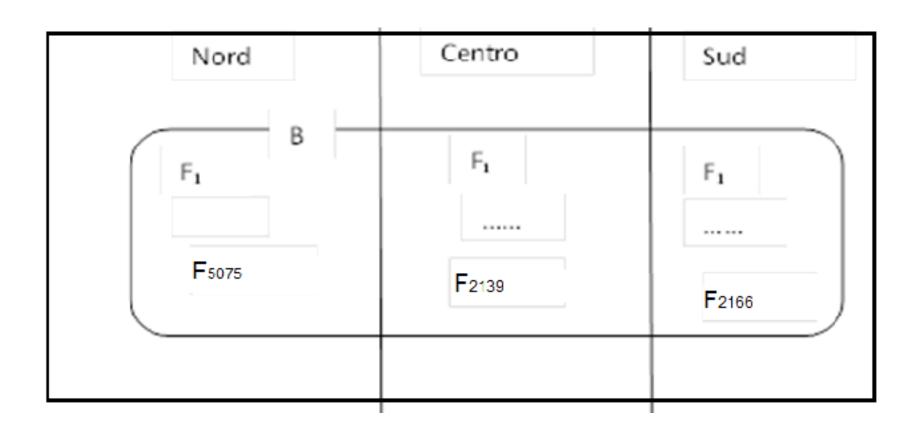
Schematizzazioni

• Spazio campionario Ω = Occupati nel 2015



Ma anche....

• Spazio campionario Ω = Occupati nel 2015



Eventi casuali e probabilità

Una volta definito l'esperimento casuale (o osservato un fatto casuale) ad es. lancio di un dado

E' importante:

 l'individuazione corretta dell'insieme dei suoi esiti elementari e loro caratteristiche: spazio campionario o degli eventi elementari

e che gli studenti sappiano distinguere tra

- evento casuale elementare (ovvero un evento non più ulteriormente suddivisibile in altri eventi, ovvero l'esito elementare dell'esperimento casuale); ad es. l'uscita di una faccia nel lancio di un dado
- evento casuale (inteso generalmente come evento composto da più esiti elementari); ad es. l'uscita di una faccia contrassegnata daun numero pari nel lancio di un dado.

Eventi casuali

Si può far osservare che gli eventi casuali sono particolari insiemi generati da esperimenti casuali e su di essi si possono eseguire le operazioni note dalla teoria degli insiemi: unione, intersezione, differenza, negazione ...

E' facile ora definire:

Eventi casuali

• EVENTI CASUALI INCOMPATIBILI: il verificarsi di uno di essi esclude l'altro; essi non hanno elementi in comune, $A \cap B = \Phi$ (insieme vuoto).

• EVENTI CASUALI COMPLEMENTARI: essi sono incompatibili e la loro unione dà tutto lo spazio fondamentale Ω ; essi formano una partizione dello spazio Ω ; A \cap B = Φ e A U B = Ω .

Eventi casuali

• EVENTI CASUALI INDIPENDENTI: il verificarsi di uno di essi non modifica la realizzabilità dell'altro.

Dalla definizione data, si evidenzia l'impossibilità di usare, per la verifica dell'indipendenza, operazioni fra insiemi. È necessario ricorrere alla seguente definizione in termine di probabilità

A E B sono indipendenti se:

$$P(A/B) = P(A)$$
 ma anche $P(B/A) = P(B)$

dove: P(A/B) è la probabilità dell'evento casuale A sapendo che si è verificato l'evento casuale B.

Se l'informazione: "si è verificato l'evento casuale B" modifica la realizzabilità di A e quindi la sua probabilità, si dirà che B condiziona A.

Probabilità

- La probabilità di un evento casuale ha a che fare con la sua realizzabilità
- La realizzabilità può essere quantificata assegnando all'evento un valore compreso fra zero ed uno, estremi compresi, ed è ottenibile con strategie diverse.

Assegnazioni di probabilità: approccio classico

Un modo semplice è quello di osservare il fenomeno e, **posta la equipossibilità dei suoi esiti elementari**, affidarci <u>all'approccio classico</u> secondo cui:

la misura della probabilità di un evento casuale è data dal rapporto fra casi favorevoli al realizzarsi dell'evento e i casi possibili del fenomeno osservato.

"In una classe, 18 studenti possiedono un PC e 7 no. Se si seleziona casualmente uno degli studenti:

qual è la probabilità di trovarne uno che non possiede un PC?

La selezione casuale di uno studente assegna a tutti la stessa probabilità di essere estratti e quindi ci si trova nell'approccio classico \Rightarrow P(A)=7/25.

Assegnazioni di probabilità: approccio frequentista

E se il fenomeno non è osservabile?

 Ci aiuta l'esperimento e l'osservazione della realizzazione o meno dell'evento oggetto di studio; da ciò si perviene ad una stima della probabilità associata all'evento casuale che è data dalla frequenza relativa: numero di volte che appare l'evento oggetto di studio/ numero di prove effettuate.

(Von Mises 1900 "la probabilità di un evento è il limite a cui tende la frequenza relativa ad esso associata quando il numero di prove effettuate, mantenendo costanti le condizioni sperimentali, tende all'infinito).

 Esercitazione: con l'aiuto di un foglio di calcolo simulare il lancio di una moneta, aumentando via via il numero di lanci e registrando l'uscita di una faccia (T) calcolando la frequenza relativa associata alla faccia al variare del numero di lanci. Si verificherà che la frequenza relativa tende a stabilizzarsi in un intorno di 0,5......

Assegnazioni di probabilità: approccio soggettivo

- È la misura della probabilità che un individuo assegna alla realizzabilità di un evento secondo le proprie informazioni.
- Es. Come valuta Carletto la probabilità che nella prossima partita di calcio la squadra A vinca sulla squadra B? La sua valutazione è diversa da quella di Federico grande tifoso della squadra B?

Quale approccio è migliore?

nessuno e tutti;

• dipende dalle circostanze.

Probabilità, come?

Le attività di probabilità vanno svolte:

- dando agli studenti il tempo adeguato per appropriarsi dei concetti e dei metodi di base di una teoria piuttosto complessa;
- partendo da problemi semplici che coinvolgono gli insiemi e le loro rappresentazione mediante i diagrammi di Venn;
- attraverso il ricorso a strumenti di rappresentazione grafica: diagramma ad albero, piano cartesiano, forma tabellare.

Assegnazione di probabilità agli eventi casuali (dalla diapositiva 16)

- P(è un lavoratore) = 1 è l'evento certo
- P(é del Nord Italia) = 11.664/22.465
- P(è una femmina) = 9.380/22.465
- P(è una femmina del Centro Italia) = 2.139/22.465
- P(è maschio del Nord Italia) = 6.589/22.465
- P(è un disoccupato) = 0 evento impossibile non vi sono le informazioni per una valutazione.

Assegnazione di probabilità di altri eventi casuali (tratti dai dati della diapositiva 16)

Sapendo che abita nel mezzogiorno, qual è

La probabilità che sia maschio

$$P(M/S) = 3.784/5.950 = 0,64$$

Far notare che l'informazione «è del mezzogiorno» ha modificato la probabilità di M, pari a P(M)=13.085/22465=0,58

Sapendo che è un maschio, qual è

la probabilità che abiti nel mezzogiorno
 P(S/M)= 3.784/13.085= 0,29 diversa da P(S)=0,26
 Quindi S ed M sono eventi dipendenti; quale la causa, quale l'effetto?

Attenzione alle tabelle

 Non tutti i dati di una tabella sono utilizzabili per l'assegnazione di probabilità.

È quindi fondamentale porre attenzione ai dati in essa presentati.

ASPETTI DI VITA QUOTIDIANA

Elaborazione dati da fonte ISTAT Popolazione e Famiglie (Aspetti di vita quotidiana) e Italia in cifre 2016 (Condizioni di vita)

Famiglie italiane per numero di componenti e alcune tipologie di spesa

Famiglie e componenti		Tipologia di spesa media mensile, in euro, per numero di componenti					
Numero componenti	Numero famiglie	Prodotti alimentari e bibite analcoliche (euro)	Abitazione* (euro)	Tempo libero/ istruzione** (euro)	Altro*** (euro)	Totale (euro)	
3	5.078.466	535,31	1076,57	181,41	452,04	2.245,33	
4	4.093.092	595,53	1083,35	221,74	468,82	2.369,44	
5e più	1.364.364	683,45	1088,83	271,37	458,98	2.502,63	

Attenzione alla tabella

- Nella tabella precedente solo le prime due colonne sono utili per parlare di probabilità perché consentono di individuare eventi casuali associati all'esperimento «scelta a caso di una famiglia italiana nel 2015»
- Tutti gli altri dati, essendo delle quantità, non sono per se stessi eventi casuali.

Difficoltà riscontrabili

- Individuazione dello spazio degli eventi casuali elementari e le sue caratteristiche;
- Individuazione frettolosa degli eventi casuali;
- Confusione tra cardinalità di un insieme e suoi elementi;
- Poca attenzione al modello adatto alla risoluzione del problema.

Dedicare tempo alla Statistica consente ...:

Dalle tabelle e loro distribuzione di frequenza di usare:

- frazioni, numeri decimali, percentuali;
- Valori approssimati;
- Ordine di grandezza;
- Uso dello strumento elettronico per costruire una tabella

Dalle rappresentazioni grafiche di trattare:

- il piano cartesiano, rappresentazione grafica delle funzioni;
- frequenze percentuali;
- individuazione dei settori circolari;
- area dei rettangoli;
- densità di frequenza

Dedicare tempo alla Probabilità consente:

dagli eventi casuali di approfondire:

- terminologia degli insiemi, la loro rappresentazione, le loro operazioni; introduzione ai connettivi logici;
- relazioni e loro rappresentazioni: per elencazione, in tabella, mediante grafo;
- coppie ordinate; prodotto cartesiano

dalla probabilità di un evento casuale di approfondire:

- frazioni, loro struttura d'ordine, loro equivalenza, loro operazioni;
- numeri decimali, loro struttura d'ordine.

http://www.scuolavalore.indire.it/guide/dati-e-previsioni/







MATEMATICA E LINGUA (8 Bisorse)

Il nucleo Matematica e Lingua, pensato per la Scuola Primaria, si caratterizza come nucleo "interdisciplinare". Nell'intreccio tra comprensione del linguaggio narrativo ed esplorazione di concetti matematici, le attività di questo nucleo si propongono di alutare l'alunno a comprendere



RELAZIONI, DATI E PREVISIONI (6 Rispose)

Parlendo dall'osservazione della reallà e dalla quotidianità dello studente, il nucleo Belazioni, Dati e Previsioni propone attività per la Scuola primaria che aiutano l'insegnante a introdurre l'esplorazione di concetti legati alle relazioni, alla statistica e al primissimi elementi dell'incertezza. Cli alunni,



NUMERI (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività sulla capacità di calcolo, alla base di gran parte della matematica. L'obiettivo è far si che tale capacità sia acquisita in modo conetto, sedimentandosi stabilmente nelle competenze degli alunni. Oggi la sicurezza nel calcolo non si atticne più famore se l'addestramento.



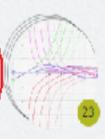
GEOMETRIA (29 Risorse)

Questo nucleo propone attività che consentiranno agli allievi di raggiungere un equilibrio tra le fasi operative dei problemi geometrici legati alla "realtà" e le graduali sistemazioni teoriche che ne conseguono. Si presenteranno strade all'emative all'approccio tradizionale basato su calcoli di



DATI E PREVISIONI (23 Bisorse).

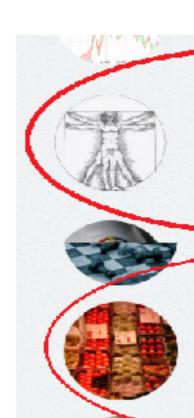
Questo nucleo propone allività dedicate alla statistica e alla probabilità e offre l'opportunità di avvicinare lo studio della matematica alla realtà quotidiana, creando curiosità verso la raccolta e l'analisi di informazioni quantitative che stimolano lo studente a pervenire a dati che alutano a



RELAZIONI E FUNZIONI (23 Biscose)

Questo nucleo propone altività per l'acquisizione di un pensiero funzionale e per imparare ad analizzare qualitativamente l'andamento di un fenomeno. L'obiettivo è quello di evitare inutili addestramenti di manipolazione sintattica di formule inefficaci per la comprensione del concetti, introducendo attività

Utili indicazioni su come operare per preparare una indagine



Grado scolastico: Secondaria di I grado

L'UOMO DI VITRUVIO

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Della Torre Giuliana, Perelli Maria Pia Grado scolastico: Secondaria di I

Tipologia: Percorso didattico Anni di pubblicazione: 2010

RITROVARSI NELLE STATISTICHE UFFICIALI

Grado scolustico: Secondaria di I grado

COME CLALIMENTIAMO?

Autori: Perrini Maria Carmela Rita, Piovano Guido

Grado scolastico: Secondaria di L

grado

grado

Tipologia: Percorso didattico Anno di pubblicazione: 2008

Tibologia: Percorso didattico

Anno di pubblicazione: 2010

DI MEDIA NON CE N'È LINA SOLA I

-

I GIOVANI E LA MUSICA

Autori: Baruzzo Gianpaolo, Dell'Aquila Barbara, Ranzani Paola

Grado scolastico: Primo biennio, Secondaria di II grado

MANUGANDO TOA LOA

Indicazioni su eventi casuali e probabilità



grado

ESPERIMENTI, ... ESITI, ... EVENTI!

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Cardillo Giuseppina Maria Grazia, Villani Cinzia Grado scolastico: Secondaria di I grado

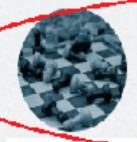
Tipologia: Percorso didattico Anno di pubblicazione: 2009



VORREI UNA FIGLIA CON I CAPELLI ROSSI...

Autori: Bartolomei Gaetana Serenella, Baruzzo Gianpaolo, Proia Daniela, Ranzani Paola Grado scolastico: Secondaria di I grado

Tipologia: Percorso didattico Anno di pubblicazione: 2009



TANTE STRADE CONDUCONO ALLA PROBABILITÀ

Autori: Piovano Guido, Proia

Daniela

Grado scolastico: Secondaria di I

grado

Tipologia: Percorso didattico Anno di pubblicazione: 2007

Per attingere dati ed altre informazioni utili

per attingere dati/tabelle/informazioni

- Sito Istat: www.istat.it/
- Per una guida didattica delle discipline statistiche
- www.istat.it/it/informazioni/per-studenti-e-docenti
- Riviste (Induzioni,)
- http://students.brown.edu/seeing-theory/
- Matematica Senza Frontiere per trovare altri spunti accattivanti.

<u>paola.ranzani23@gmail.com</u> <u>g.baruzzo@gmail.com</u>