Modellizzazione probabilistica di situazioni aleatorie tra pensiero magico, concezioni comuni radicate nel vissuto ed evidenze sperimentali organizzate

Paolo Boero, DISFOR, Università di Genova

CONTENUTO DEL MIO CONTRIBUTO

Attraverso esempi*, consideremo **la progressiva evoluzione (con l'età) di alcune concezioni frequenti già presenti a 6-7 anni**, per effetto della maturazione intellettuale degli allievi e delle influenze dell'ambiente culturale extrascolastico. In particolare vedremo che:

- Se a 6 anni parecchi bambini pensano che la loro volontà (o la volontà dell'insegnante) possa determinare il verificarsi di un evento desiderato (o il non verificarsi di un evento temuto), in seguito saranno utilizzati gesti scaramantici (e a volte preghiere) per ottenere il risultato voluto
- Altra concezione: il passaggio dall'idea che è giusto che il compagno molto simpatico e amato da tutti venga premiato dalla fortuna (o che la fortuna non arrida a chi combina dei guai), all'idea del caso-giustiziere (che punisce colpe commesse)
- È ampiamente presente l'idea che il caso abbia una sua capacità di evitare eccessi, compensare squilibri nel verificarsi troppe volte di eventi poco probabili, ecc. (caso che ha memoria) – concezione già presente a 6-7 anni, via via più "robusta" e articolata con il passare del tempo, fino all'età adulta

In questa evoluzione, che allinea gradualmente il pensiero degli allievi a concezioni ampiamente diffuse nell'ambiente extrascolastico, **la scuola dovrebbe intervenire con un suo contributo specifico**.
Considereremo la situazione della scuola (preparazione degli insegnanti, libri di testo, Indicazioni Nazionali per il Curricolo), le difficoltà oggettive di legittimare agli occhi degli allievi la modellizzazione probabilistica delle situazioni e dei fenomeni aleatori e come (in parte almeno) superarle, e quelli che a mio avviso sono i limiti che è bene porsi per l'intervento della scuola.

***)gli esempi sono tratti per la maggior parte da attività svolte in classi di scuola primaria e secondaria di I grado da insegnanti che collaborano o hanno collaborato con me dalla fine degli anni '70, e da un corso da me tenuto tra il 2005 e il 2014 agli studenti del CLSFP, che includeva una dozzina di ore di avvio alla probabilità.**

Concezioni sugli eventi aleatori, loro evoluzione a scuola e loro presenza nel contesto extrascolastico:

SI PUO' CONDIZIONARE IL CASO: IL SOGGETTO CHE GIOCA UN GIOCO DI SORTE (O CHE AFFRONTA SITUAZIONI ALEATORIE), O I SUOI FAMIGLIARI O AMICI, POSSONO IN QUALCHE MODO INTERVENIRE SULLA SORTE

- "*Se vogliamo tanto che domani è bello, sarà bello*" (6 anni, in previsione di una gita il giorno dopo)
- "*Ho detto: voglio uscire io, voglio uscire io, voglio uscire io, e così sono uscito*" (7 anni, estrazioni a sorte per incarico molto desiderato)
- Gesti scaramantici, per ingraziarsi la sorte (cominciano in classe, in modo più o meno palese, verso i 7 anni; sono assai diffusi nell'ambiente extra-scolastico, anche nei film e negli spettacoli televisivi – compresi quelli sportivi - tutte le volte che si devono affrontare situazioni con margini di aleatorietà)
- Preghiere rivolte, in tutte le culture, al Dio in cui si crede (o a figure della religione che possono intercedere), tutte le volte che si devono affrontare situazioni con margini di aleatorietà (già presenti nella scuola primaria, per lo svolgimento di compiti – ad esempio al fine di evitare errori)

Concezioni sugli eventi aleatori, loro evoluzione a scuola e loro presenza nel contesto extrascolastico:

I COLPEVOLI VENGONO PUNITI ATTRAVERSO GLI EVENTI CASUALI (AGENTE ESTERNO AI MECCANISMI DEL CASO, CHE INTERVIENE SUL CASO; O “CASO CHE FA GIUSTIZIA”):

<spesso questa concezione si intreccia con la precedente, anche a livello adulto>

“Andrea ha picchiato Luca e gli ha fatto male, così negli ultimi tre sorteggi non è mai uscito” (II primaria)

A Luca e Stefania è nato un bambino affetto da una malattia ereditaria, di cui è responsabile un gene recessivo. Spiega come può essere avvenuto ciò, tenuto conto del fatto che né Luca, né Stefania, né i loro genitori ne sono affetti.

(II media, anni ’80 e ’90, nel percorso su genetica, leggi di Mendel e probabilità, dopo la trattazione delle malattie ereditarie)

Complessivamente, i dati raccolti in decine di classi mostrano che:

- Il 78% circa degli alunni fornisce una spiegazione corretta (combinazione di geni recessivi portati da padre e madre, senza che padre e madre manifestino la malattia), ma **un quinto circa di essi aggiunge al “come” richiesto un “perché” non richiesto: “perché Luca e Stefania hanno fatto delle cose brutte”, “perché Luca e Stefania non volevano quel figlio”, ecc.**
- Addirittura, questa è l’unica spiegazione fornita da un terzo circa di quanti non hanno utilizzato l’informazione sulla recessività del gene responsabile della malattia

(variante, in alcuni anni):

Giorgio e Marcella hanno avuto un figlio affetto da una grave malattia ereditaria dovuta a un gene recessivo. Le rispettive famiglie si rinfacciano le responsabilità della disgrazia che ha colpito la giovane coppia. In particolare i genitori di Giorgio sostengono che tra i loro antenati mai si è verificata una tale malattia e ne attribuiscono la colpa alla famiglia di Marcella. Pensi che il ragionamento dei genitori di Giorgio sia corretto?

Dai dati raccolti in decine di classi, risulta che:

- il 39% degli allievi “applica” correttamente le conoscenze su leggi di Mendel e malattie ereditarie (ma **un quinto di essi aggiunge considerazioni su qualche responsabilità o colpa di Giorgio e Marcella, che ha determinato la punizione**)
- Tra gli altri allievi, oltre un terzo fa considerazioni su colpe che possono aver avuto i genitori o i nonni di Marcella, “ricadute” sul figlio di Giorgio e Marcella, e più di un quinto scrive che “No, la colpa deve essere di Giorgio e Marcella, chissà cosa hanno fatto!” (e simili).

FUORI DELLA SCUOLA: Terremoto dell’estate 2016 nell’Italia centrale: sono state registrate posizioni di diverse persone influenti a livello locale (amministratori di piccoli comuni, parroci, ecc.) che hanno attribuito l’evento all’approvazione, poche settimane prima, della legge sulle unioni civili.

Concezioni sugli eventi aleatori, loro evoluzione a scuola e loro presenza nel contesto extrascolastico:

IL CASO "DEVE" AVERE MEMORIA: IL CASO (LA SORTE) APPARE DOTATO DI MEMORIA E VOLONTA', E OPERA SECONDO CRITERI DI EQUITA'

- "**E' strano che nel sorteggio sia uscito tante volte** Vittorio, ci deve essere un trucco della maestra" (II primaria)
- "Ora che sono usciti per cinque volte di fila dei maschi, **dovrebbe uscire** una femmina" (V primaria; i maschi sono metà della classe)
- *Serena e Andrea sono portatori di geni recessivi responsabili di una malattia ereditaria. Hanno avuto due bambini affetti da tale malattia. Vogliono ancora avere un figlio, e sono convinti che questa volta nascerà sano. La loro convinzione è fondata?* (II media, decine di classi liguri anni nel ventennio 1980/2000; domanda inserita in un percorso didattico su genetica, leggi di Mendel e probabilità, dopo la trattazione di alcune malattie o caratteristiche ereditarie associate a geni recessivi)
  - 31% risponde "Si", "perché **per due volte si è già verificato un evento con probabilità ¼, e quindi è molto probabile che ora si verifichi l'evento che ha probabilità ¾** " (e simili)
- A livello extrascolastico: Molti quotidiani largamente diffusi (anche in più regioni) riportano le statistiche dei numeri in ritardo nel gioco del Lotto; esse vengono utilizzate da molti giocatori per puntare sui numeri più in ritardo, nella convinzione che sia "più probabile" la loro uscita.

Si tratta di una concezione molto robusta, che si può contrastare (ma, come vedremo, non è facile riuscirci!)

III anno del corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria, all'inizio del percorso sulla probabilità

Gioco "testa/croce" con una moneta non truccata, problema posto a 46+44+72 studenti in anni successivi:

- *"All'inizio di una serie di 2000 lanci di moneta (non truccata) per 9 volte di seguito è venuta "testa"; alla fine, la frequenza relativa di "testa" è stata 0,5025*
  Nella successiva serie di 2000 lanci, alla fine, la frequenza relativa è stata 0,502. Come spiegheresti che, nonostante nella prima serie di lanci si siano ottenute, all'inizio, 9 "teste" di seguito, alla fine delle due serie la frequenza è sostanzialmente la stessa?

Il 46% degli allievi (tra loro, oltre un terzo ha dichiarato di avere studiato probabilità nelle scuole preuniversitarie) ha risposto che ciò dipende dal fatto che, nella prima serie, nei lanci successivi ai primi 10 sono uscite molte più croci**,** "**per compensare quanto accaduto nei primi 10 lanci**" (!), "perché **se no il caso non avrebbe rispettato la legge dei grandi numeri**" (!), e simili

- *Nel gioco del Superenalotto (in cui si vince molto se si erano scelti 6 numeri tra 1 e 90 successivamente estratti) conviene di più giocare (1, 2, 3, 4, 5, 6) oppure (7, 18, 32, 51, 67, 83)? O è indifferente? Giustificare la risposta!*

  (45+44+73 studenti)

Il 38% degli studenti (oltre un quarto dei quali ha dichiarato di avere studiato probabilità nelle scuole pre-universitarie) dichiara che **è più probabile la seconda sestina "perché è più difficile che vengano a caso 6 numeri di seguito**", "perché **il caso si distribuisce su tutti i 90 numeri, non solo sui primi**", "perché **con la prima sestina è come se il caso si ostinasse a far venire fuori numeri piccoli, tra tutti i numeri tra 1 e 90, e allora il caso non sarebbe casuale**"

Anche alcune trattazioni didattiche (o divulgazioni) concernenti la probabilità possono contribuire a diffondere **l'idea di una "sorte" (dotata di memoria**) **che deve rispettare** dei limiti posti da "**leggi**" (come la "legge dei grandi numeri") che si riotiene operino come "**cause" di regolarità del caso**.

Studenti del III anno del corso di laurea in Scienze della Formazione Primaria:

- (Ins.) *So che alcuni di voi hanno studiato a scuola, o hanno sentito parlare, della "legge dei grandi numeri". Potete spiegare ai vostri compagni di che cosa si tratta?*
- "La legge dice che al crescere del numero delle prove, diminuisce la differenza tra frequenza e probabilità a priori"
- "no, guarda che non è che diminuisca sempre, è solo una tendenza"
- " e sì, può anche succedere che a un certo punto aumenta di nuovo"
- "però poi deve diminuire per forza, altrimenti che legge è?"
- "la legge significa che il caso non può fare quello che vuole, il caso deve andare ad equilibrare sempre di più la frequenza avvicinandola alla probabilità"
- "è una legge per la fortuna e la sfortuna - su tante prove che fa, uno non è più fortunato o sfortunato, è nel giusto, è una legge che rimette le cose a posto dopo tanta fortuna o sfortuna"
- "non lo dice così in assoluto, lo dice come probabilità, più è lunga la serie delle prove, più è probabile che la legge sia rispettata dal caso"
- "è una legge che limita il caso, se il caso è stato in disaccordo con la probabilità poi deve avvicinare la frequenza alla probabilità"

NOTA: ***quanto certe espressioni usate da noi insegnanti per "farci capire" possono alimentare equivoci del genere sulle "leggi del caso"?***

In realtà la "**legge dei grandi numeri**" nella sua versione più accessibile e (ritengo) comprensibile

- basata sulla diseguaglianza di Chebychev nel caso di *n* prove indipendenti, ciascuna con probabilità *p* e frequenza relativa *f/n* :

$P(|f/n - p|>\partial) < p(1-p)/n\partial^2$ -

esprime una pura necessità ARITMETICA sotto ipotesi forti:

- probabilità costante nelle prove successive,

- indipendenza dell'esito di una prova dagli esiti delle prove precedenti

Queste ipotesi escludono il potere di "qualcosa" di indefinito sul comportamento del caso in relazione a quanto accaduto in precedenza.

Il contesto scolastico

GLI INSEGNANTI

Nella scuola primaria, la maggior parte di quelli reclutati prima del 2004 con il diploma dell'Istituto Magistrale non ha mai incontrato una trattazione della probabilità.

Nella scuola secondaria di I grado, solo una parte degli insegnanti laureati prima del 2000 ha studiato elementi di probabilità e statistica all'Università; la situazione è ora migliore, in quanto sia i laureati in Scienze Biologiche, Scienze Naturali, Scienze Ambientali che i (pochi) laureati in Matematica che insegnano in tale scuola hanno una qualche preparazione in merito (ad esempio, grazie ai corsi di statistica per Scienze Biologiche). Inoltre in molte sedi elementi di probabilità e statistica sono stati oggetto di attività formative nelle SSIS e nel TFA.

Nella scuola secondaria di II grado la maggior parte dei laureati in Matematica che insegnano con laurea conseguita fino alla seconda metà degli anni '90 in molte sedi italiane non hanno nel loro curriculum corsi di probabilità o statistica, e anche quelli laureati più recentemente in molti casi hanno frequentato solo un corso di probabilità il cui contenuto era, di fatto, una trattazione assiomatica della probabilità come capitolo aggiunto all'Analisi Matematica.

Il contesto scolastico:

I LIBRI DI TESTO:

La situazione appare particolarmente **grave** nella **scuola primaria**: da una indagine da me effettuata su 12 libri di testo diffusi in Liguria risulta che TUTTI i testi presentano la definizione "classica" di probabilità come rapporto tra numero dei casi favorevoli e numero dei casi possibili, ma **NESSUNO precisa la condizione di "equi-possibilità" dei casi possibili**; e 7 testi su 12 negli esempi e negli esercizi proposti considerano "**le probabilità" di un evento, confondendole con i "casi favorevoli".**

La condizione di equi-possibilità dei casi possibili nella trattazione "classica" della probabilità è taciuta (o poco in evidenza) anche in molti testi per **la scuola secondaria di I grado**, anche se (come pure accade nei testi per la scuola primaria) in tutte le situazioni proposte come "esempi" i casi possibili considerati sono effettivamente "egualmente possibili".

LE INDICAZIONI NAZIONALI PER IL CURRICOLO

I "traguardi per lo sviluppo delle competenze" richiedono un approccio al "pensiero probabilistico" già nella scuola primaria e nella scuola secondaria I grado:

- (LIV. 5)"*riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza":*
- (LIV. 8)"*nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi) si orienta con valutazioni di probabilità"*

Quanto abbiamo visto a proposito delle radici e dell'evoluzione di alcune concezioni degli allievi sulle situazioni aleatorie giustifica pienamente un intervento formativo fino dai primi anni della scuola primaria!

LEGITTIMAZIONE DELLA MODELLIZZAZIONE PROBABILISTICA
DELLE SITUAZIONI E DEI FENOMENI ALEATORI

Per incidere sulle concezioni degli allievi, e affinché essi interiorizzino le forme di pensiero proprie della modellizzazione probabilistica occorre che:

- essa sia legittimata ai loro occhi nelle sue funzioni di **previsione** e di **interpretazione** delle situazioni e dei fenomeni aleatori
- gli allievi siano disponibili ad **aderire a forme di pensiero estranee alla cultura extrascolastica**, che possono mettere in discussione loro forme di pensiero sviluppate fin dall'infanzia e **risonanti con la cultura extrascolastica**

Ciò richiede una attenta analisi dell'obiettivo (modellizzazione probabilistica), delle concezioni su cui si può ragionevolmente incidere, e dei modi per incidere.

LEGITTIMAZIONE, PER GLI ALLIEVI, DELLA MODELLIZZAZIONE PROBABILISTICA NELLA SCUOLA DI BASE (6-16 anni) PER IL TRATTAMENTO DELLE SITUAZIONI ALEATORIE

Si tratta di un problema di non facile inquadramento teorico e di non facile soluzione.

Per l'inquadramento teorico possiamo ricorrere ad una definizione assai comprensiva di "modello matematico di un fenomeno o situazione" come "rappresentazione di alcuni aspetti di tale fenomeno o situazione con strumenti matematici" (vedi Norman, ripreso da Dapueto e Parenti in ESM-1999). In tale prospettiva:

- I modelli probabilistici sono particolari modelli con **funzioni interpretative** (si pensi all'uso della probabilità a proposito delle Leggi di Mendel, che suggerì alcune caratteristiche del corredo genetico nella riproduzione **sessuata prima dell'identificazione dei geni con il microscopio) e previsionali.**
- Ma la loro funzione previsionale è necessariamente associata alle caratteristiche intrinseche delle situazioni e dei fenomeni aleatori. Ad esempio si può solo affermare che, *ripetendo il lancio di due monete non truccate un numero "elevato" di volte, la previsione fornita dal modello per quanto riguarda l'uscita di 2 "teste" (probabilità = 1/4) ha una probabilità prossima ad 1 di essere verificata con uno scarto "piccolo" della frequenza relativa rispetto a ¼.* Non ha senso invece porsi il problema della validità del modello per la **previsione certa dell'esito di un singolo lancio**. Ciò differenzia i modelli probabilistici dai **modelli deterministici della fisica classica.**

La **funzione di previsione** è **assai convincente per gli allievi, ai fini della legittimazione di un modello!** A differenza dei modelli probabilistici, nel caso dei modelli della *fisica classica*…

- … se consideriamo una molla di acciaio il modello lineare della sua lunghezza in funzione del peso p sospeso alla molla ($L=L_0 + Kp$) risulta efficace per interpolare ed estrapolare valori dell'allungamento, e quindi per **prevedere il comportamento della molla** in relazione **ad ogni peso** sospeso ad essa (*ovviamente entro i limiti di validità del modello, sia per quanto riguarda l'intervallo di linearità che per quanto riguarda la reversibilità*).
- … e per quanto riguarda la caduta dei gravi: con i dispositivi disponibili oggi si può facilmente accertare un ottimo accordo tra la legge $s(t)= 0.5\ gt^2$ e lo spazio percorso in caduta libera da una sfera di acciaio non solo nel vuoto, ma anche nell'aria (almeno per i primi secondi di caduta). Il modello **prevede** (entro tali limiti) **lo spazio percorso** per **ogni caduta** della sfera di acciaio, e per **ogni tempo trascorso** durante tale caduta.

Per quanto riguarda la funzione di previsione, la diversità dei modelli probabilistici rispetto ai modelli deterministici della fisica (e, più in generale, rispetto ai modelli matematici che forniscono una soluzione univocamente determinata a un problema) comporta difficoltà per gli allievi (abituati al secondo tipo di modelli) e per gli insegnanti . Essi - in genere per mancanza di preparazione specifica – tendono a ridurre in classe la modellizzazione probabilistica a calcolo di probabilità secondo schemi rigidi – esempio: probabilità composta – riferiti a situazioni aleatorie standard, senza occuparsi del significato del numero ottenuto applicando tali schemi nella situazione aleatoria modellizzata. In questo modo viene meno il carattere di "modello matematico" e resta solo l'esercizio matematico di scelta di uno schema e di calcolo di un numero.

"Molti dialoghi con miei studenti che dicono di avere studiato probabilità nelle scuole secondarie, innescati chiedendo *"cosa significa che la probabilità di ottenere due volte "testa" nel lancio di due monete non truccate è ¼ per quanto riguarda quello che succede nella pratica"* sono del tipo:

"significa che in un quarto dei lanci di due monete viene "testa" "

" e così, se faccio 8 lanci viene 2 volte "testa-testa"?"

"ma forse non esattamente, dovrebbe venire… Viene forse in media…"

"media di che cosa?" (silenzio)

- oppure: *"viene ¼ se faccio molti lanci"*
- *"Molti ...quanti?" (silenzio)*

Nel caso della modellizzazione probabilistica, la validazione del modello (e la sua credibilità come strumento di previsione) è quindi soggetta a vincoli intrinseci sia in termini di effettuazione pratica dell'esperimento validante (numero "elevato" di prove), sia in termini di attendibilità del risultato.

Ciò ha conseguenze sul terreno didattico, per quanto riguarda la legittimazione del modello

Consideriamo un semplice esempio: la probabilità di ottenere 4 nel sommare le uscite di due dadi non truccati è 3/36, il triplo della probabilità di ottenere 2 (1/36), in quanto 4 si può ottenere sommando 2+2, 1+3 e 3+1. Si tratta di considerazioni che abbiamo verificato poco convincenti per studenti (di tutte le età) alle prime armi nel calcolo della probabilità. *In particolare è frequente l'obiezione che tra i casi possibili 2+2 dovrebbe essere considerato due volte, in analogia con la distinzione operata tra 1+3 e 3+1.*

- Se effettuiamo pochi lanci, può succedere di tutto – anche che la frequenza relativa del numero 4 sia oltre quattro volte la frequenza del 2.
- Al fine di ottenere una ragionevole stabilizzazione delle frequenze relative del 2 e del 4, rispettivamente, attorno ai valori 1/36 e 3/36 forniti dal modello occorre superare i 500 lanci.
- In ogni caso, anche oltre i 500 lanci le oscillazioni del rapporto tra frequenza relativa del 4 e frequenza relativa del 2 autorizzano il sospetto che al crescere ulteriore del numero delle prove tale rapporto possa in realtà avvicinarsi al valore 4 (ottenuto attribuendo all'uscita 4=2+2 peso doppio rispetto a 1+3 e a 3+1) invece che al valore 3.

D’altra parte, una giustificazione “teorica” di un modello probabilistico, realizzata facendo riferimento alla necessità aritmetica o al buon senso “razionale” può apparire agli occhi di molti studenti (a tutti i livelli: dalla scuola di base all’università) poco convincente. Ho avuto modo di verificare ciò ripetutamente:

- a proposito delle somme ottenute lanciando due dadi e sommando le uscite: la matrice 6x6 (proposta da alcuni studenti), che rappresenta i 36 casi possibili di somma di due numeri compresi tra 1 e 6, non convince altri studenti che pensano che 2+2, 3+3, ecc. debbano avere “peso” diverso da 1+3 o di 3+1
- a proposito di “prove ripetute indipendenti con probabilità costante”: molti studenti obiettano che la condizione di indipendenza tra le prove potrebbe essere estranea al comportamento reale della sorte. Ricordo uno studente di Scienze della Formazione Primaria che (giocando il ruolo di “avvocato del diavolo”) scrisse questo testo: “*SE la sorte non ricorda quello che è avvenuto nelle prove precedenti, allora posso supporre che la probabilità di “testa” nel lancio di una moneta non truccata sia costante nelle prove successive. Ma SE la sorte ricordasse quello che è avvenuto in precedenza allo scopo di equilibrare la frequenza avvicinandola alla probabilità ½, il modello proposto non funzionerebbe più*”

In base alle esperienze effettuate, per incidere sulle concezioni, penso occorra **bilanciare**:

- **evidenze sperimentali riguardanti la funzione previsionale dei modelli probabilistici** ottenute in modo trasparente. La simulazione al computer non lo è! Molto più efficace, ad esempio, una bottiglia trasparente contenente biglie uguali tranne che per il colore, che si può usare per esperimenti di "estrazione dall'urna" considerando ogni volta il colore della biglia che finisce sul fondo del collo della bottiglia capovolta: con una decina di bottiglie in classe (ciascuna affidata a una coppia di allievi: sperimentatore-registratore) in poco più di mezz'ora si possono ottenere e registrare 5000 uscite!
- **con la scelta accurata di spiegazioni teoriche accessibili**. Ad esempio, nel caso del lancio di due dadi, la tabella delle somme di due numeri compresi tra 1 e 6 risulta molto meno convincente della considerazione, spesso prodotta da alcuni studenti, che *dato un numero uscito con il primo dado, con metà dei sei numeri che possono uscire sul secondo si ottengono somme pari, e con metà dispari. E ciò vale per tutti i sei numeri che possono uscire sul primo dado.* Ciò evidenzia sia i 36 casi possibili, sia l'equi-probabilità di "somma pari" e di "somma dispari".

Per quanto riguarda **la funzione interpretativa dei modelli probabilistici**, essa può risultare molto interessante per una parte degli allievi al fine di legittimare tali modelli.

Per evidenziare tale funzione si può ricorrere:

- *(a partire dalla scuola secondaria di I grado)* a pagine di storia della scienza (in particolare, con l'esempio delle "leggi di Mendel" – la modellizzazione probabilistica consentì di interpretare la trasmissione dei caratteri ereditari in termini discreti, e orientò la ricerca al microscopio dei "veicoli" della trasmissione dei caratteri ereditari)
- *(a partire dalla fine della scuola primaria)* ad attività sperimentali di scoperta, inferendo da serie di dati raccolti in prove ripetute la natura del fenomeno esplorato. Un esempio interessante è quello della scoperta del rapporto tra numero delle biglie rosse e numero delle biglie nere contenute in una bottiglia (schermata, tranne il collo) attraverso un numero elevato (dell'ordine del migliaio) di prove.

Come favorire la disponibilità degli allievi a mettere in gioco le loro concezioni? E quali limiti per l'intervento su tali concezioni?

Penso sia scontato per il pubblico di questa sala che per incidere sulle concezioni degli allievi ed **evitare** che (nel nostro caso) la **modellizzazione probabilistica resti un apprendimento scolastico da accantonare appena usciti dalla scuola** **occorre portare alla luce tali concezioni, e dialogare con esse** **in modo che gli allievi le identifichino, ne prendano coscienza,** eventualmente **ne riconoscano i collegamenti con aspetti importanti della la cultura extrascolastica.**

Meno scontato penso sia:

- riconoscere la potenziale "**consistenza razionale**" di talune forme di pensiero che abitualmente si considerano "irrazionali" (per potenziale "consistenza razionale" intendo la possibilità di organizzare in sistema coerente le idee-guida di una concezione, di ottenere con esse dei risultati – ad esempio, di interpretazione di fatti - e di comunicare ciò in modo comprensibile). Le tre concezioni che abbiamo considerato soddisfano i requisiti di potenziale "consistenza razionale"!
- **individuare** la (o le) **concezioni su cui si può intervenire per superarle**, e invece quelle che hanno una potenziale "**consistenza razionale**" che conduce a **sistemi di pensiero importanti della cultura umana**, oggetto di dibattito filosofico e compatibili con la modellizzazione probabilistica delle situazioni aleatorie. Tale distinzione è importante ai fini di evitare i rischi dello "scientismo" a fronte di posizioni filosofiche (e religiose) di rilievo nella cultura contemporanea e nella storia.

La questione è assai delicata. Da quando ho cominciato ad occuparmi, negli anni ’70, di storia e didattica della probabilità e di alcune applicazioni della probabilità e della statistica in ambito meteorologico e biomedico) ho via via maturato la convinzione che:

- sia possibile perseguire, già con allievi della scuola secondaria di I grado, l’obiettivo del **superamento della concezione del “caso dotato di memoria” portandola alla luce ed evidenziandone la contraddizione con ragionamenti teorici ed evidenze sperimentali facilmente ottenibili in classe** (esempio: con le bottiglie con una biglia rossa e una blu si effettuano 5000 prove e così si possono ottenere diverse decine di sequenze di 5 biglie rosse consecutive; esaminando la sesta uscita si trova che in metà circa dei casi si tratta di una biglia rossa).
- sia possibile rendere consapevoli gli allievi (a partire dalla fine della scuola secondaria di I grado, e nel biennio della scuola secondaria) che le concezioni sul “**caso giustiziere**” e sul “**caso influenzabile**” sono **potenzialmente collegabili a sistemi di pensiero radicati in culture diverse** (del passato e del presente), e **non possono essere oggetto di smentita o conferma sperimentale** (se lo fossero, si raggiungerebbe una prova della non esistenza – o dell’esistenza – di una “divinità” che può intervenire sui destini umani!). In effetti, tali concezioni (nelle versioni più mature) riguardano il verificarsi di singoli eventi, e sono quindi compatibili con la modellizzazione probabilistica delle situazioni aleatorie. Nei licei si potrebbe prevedere – in collegamento con l’insegnamento della filosofia – un approfondimento delle posizioni riguardanti tali aspetti. Ricordo in proposito una studentessa di liceo molto brillante (anni ’90, PNI) che scrisse: “*Non è incompatibile con le cose che abbiamo studiato l’esistenza di una Entità che (senza violare tali leggi matematiche!) possa intervenire nella vita di un individuo con una vincita alla lotteria – lui, proprio lui e non altri!*”.