

Tavola rotonda *Educare all'argomentazione*

Roberto Tortora

Samuele Antonini, Francesca Morselli, Giuseppe Rosolini

argomentazione

- ragionamento esposto o discusso per mezzo di argomenti o da indizî esteriori
- serie di argomenti con cui si dimostra o si confuta una tesi
- ragionamento che mostra, spiega con tutta evidenza la logicità di un assunto

dimostrazione

- atto, comportamento o discorso che rivela attraverso passaggi logici qualche cosa, o con cui si rende manifesto, conosciuto, chiaro o certo ciò che era nascosto

Imparare a argomentare

È importante almeno per lo sviluppo delle seguenti competenze:

- Comunicazione nella madrelingua
- Comunicazione nelle lingue straniere
- Competenza matematica
- Imparare a imparare
- Competenze sociali e civiche
- Consapevolezza ed espressione culturale

EUGENIA CHENG
BISCOTTI
E RADICI
QUADRATE



LEZIONI DI MATEMATICA
E PASTICCERIA

ROMA ALLA SPINER

HOW TO
BAKE π

*An Edible Exploration
of the Mathematics
of Mathematics*



EUGENIA CHENG

Archimede

RIVISTA PER GLI INSEGNANTI E I CULTORI DI MATEMATICHE PURE E APPLICATE

ANNO LXVII LUGLIO-SETTEMBRE 2016

3/2016



Le Monnier

Eugenia Cheng

Superare la paura della
matematica: insegnare
matematica astratta agli
studenti d'arte

Rapporto tra argomentazione e dimostrazione

argomentazione : dimostrazione = 3.14 : π

Se $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ è derivabile, allora è continua in ogni punto

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ derivabile = $\left(\begin{array}{l} f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} \text{ è derivabile e} \\ \text{continua in ogni punto} \end{array} \right)$

Se piove allora prendo l'ombrello

Piove = (piove e prendo l'ombrello)

È falso che, se sono a Milano, allora sono a Brescia

Dunque non sono a Brescia, ma sono a Milano

Intuire, argomentare, dimostrare

Una teoria matematica
fornisce un campo per
esperimenti (=intuizioni)
confronto (=argomentazioni)
esercizi (=dimostrazioni)

Il docente è
il sobillatore
l'arbitro
l'esperto

1. Geometria euclidea piana
2. Analisi reale elementare
3. Aritmetica elementare
4. Teoria ingenua degli insiemi
5. Teoria delle dimostrazione

L'utilità della sintassi logica

$$\forall x \in \mathbb{R} \forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall y \in \mathbb{R} (|y - x| < \delta \Rightarrow |f(y) - f(x)| < \epsilon)$$

$$\forall \epsilon > 0 \exists \delta > 0 \forall x \in \mathbb{R} \forall y \in \mathbb{R} (|y - x| < \delta \Rightarrow |f(y) - f(x)| < \epsilon)$$

Due suggerimenti:

1. usare il calcolo della deduzione naturale
2. **non** fermarsi alla logica proposizionale!

Un esempio

Negli *Analitici primi* Aristotele introduce le quattro forme di affermazioni categoriche:

A_{SP}: Ogni *S* è *P*

$$S \rightarrow P$$

E_{SP}: Ogni *S* non è *P*

$$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$$

I_{SP}: Qualche *S* è *P*

$$S \leftarrow \bullet \rightarrow P$$

O_{SP}: Qualche *S* non è *P*

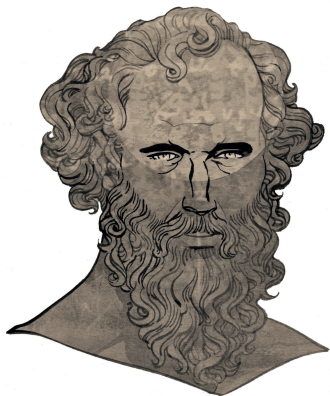
$$S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$$

Archimede

RIVISTA PER GLI INSEGNANTI E I CULTORI DI MATEMATICHE PURE E APPLICATE

ANNO LXVII GENNAIO-MARZO 2016

1/2016



Le Monnier

Ruggero Pagnan

Il tacchino della Vigilia
e l'asino che vola

I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

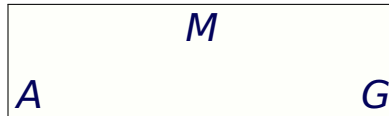
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

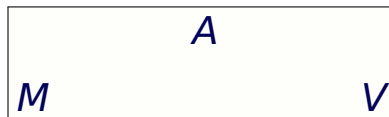
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



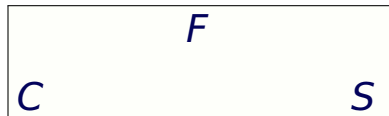
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi nessun asino vola.



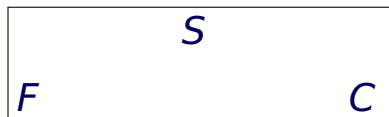
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

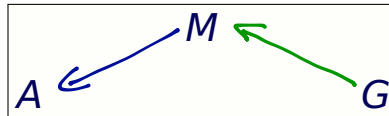
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

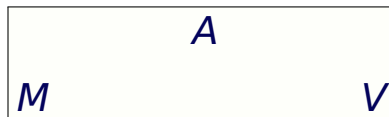
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



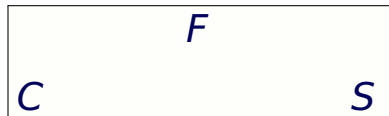
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi nessun asino vola.



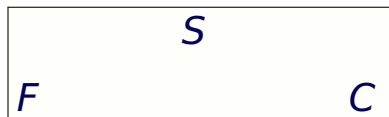
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

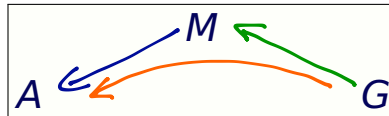
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

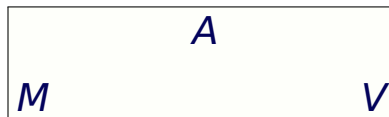
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



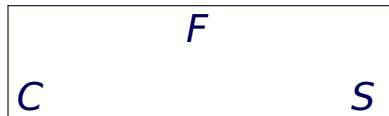
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi nessun asino vola.



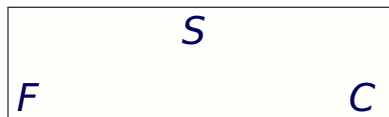
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

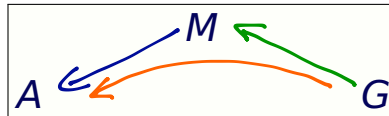
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

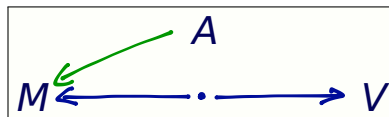
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



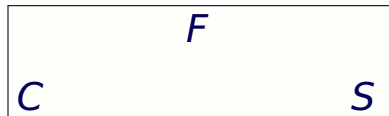
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi nessun asino vola.



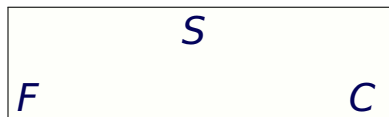
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

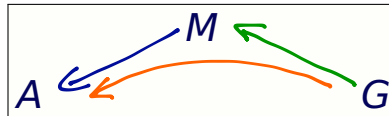
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

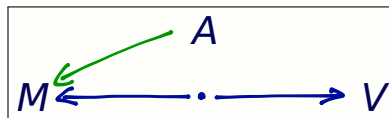
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



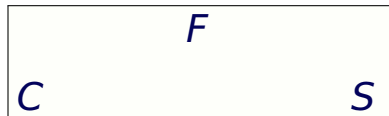
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi ~~nessun asino vola~~.



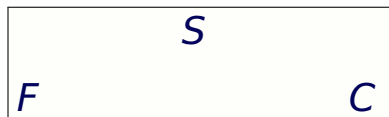
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

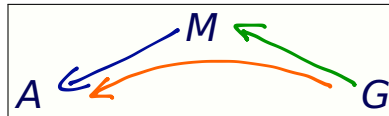
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

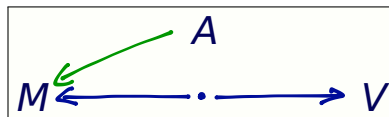
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



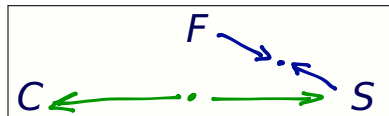
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi ~~nessun asino vola~~.



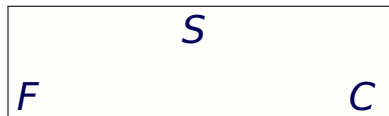
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

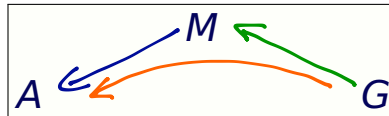
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

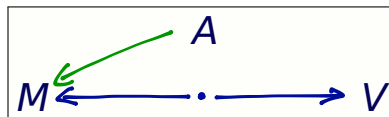
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



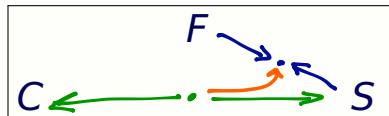
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi ~~nessun asino vola~~.



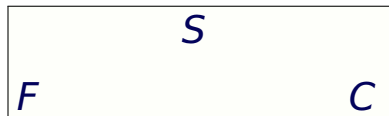
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

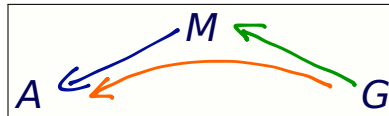
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

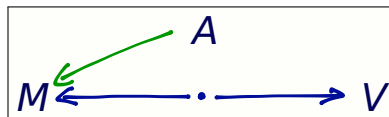
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



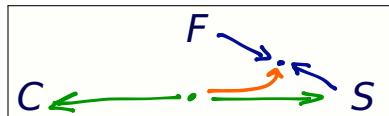
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi ~~nessun asino vola~~.



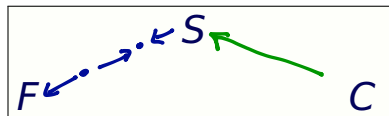
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

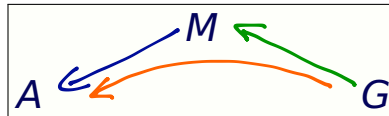
$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

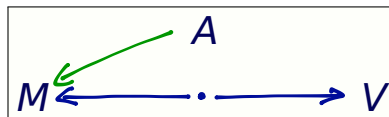
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
ogni giapponese ha gli occhi a mandorla.

Quindi i giapponesi sono asiatici.



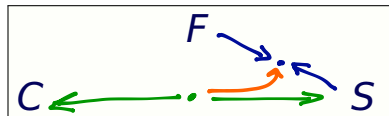
Qualche mammifero vola,
ogni asino è un mammifero.

Quindi ~~nessun asino vola~~.



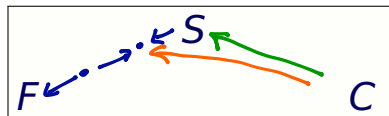
Nessun filosofo è simpatico,
qualche persona simpatica è calva.

Quindi qualche calvo non è filosofo.



Alcuni filosofi non sono simpatici,
le persone calve sono simpatiche.

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

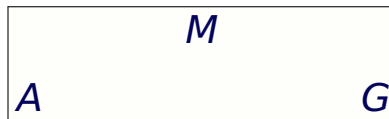
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

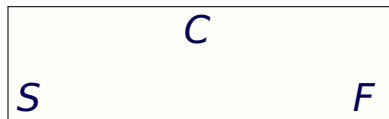
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,

.....
Quindi qualche giapponese è asiatico.



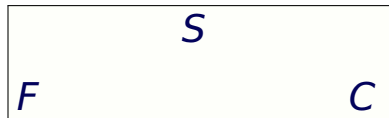
C'è qualche calvo simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P :

$S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,

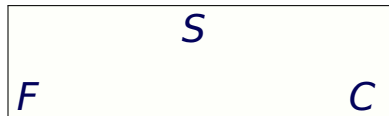
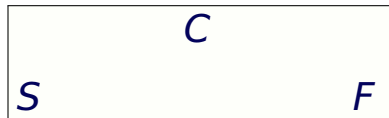
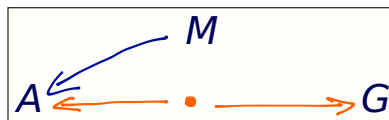
.....
Quindi qualche giapponese è asiatico.

C'è qualche calvo simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo è simpatico.

Qualche filosofo è simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

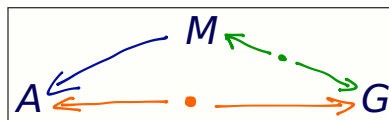
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

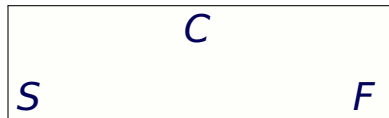
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,

.....
Quindi qualche giapponese è asiatico.



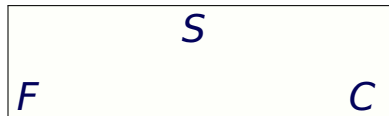
C'è qualche calvo simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

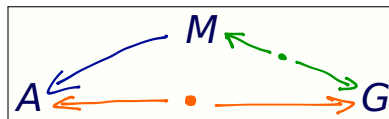
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

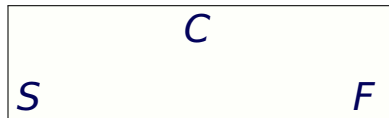
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



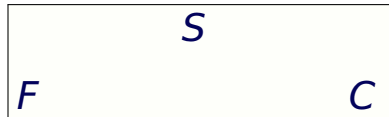
C'è qualche calvo simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

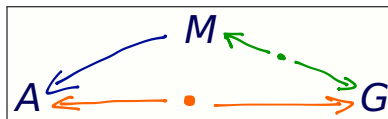
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

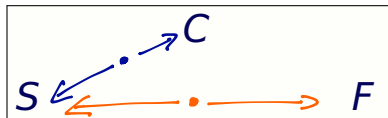
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



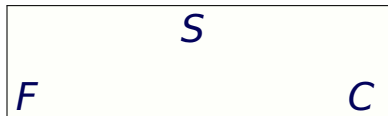
C'è qualche calvo simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

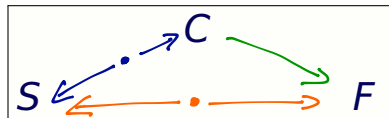
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



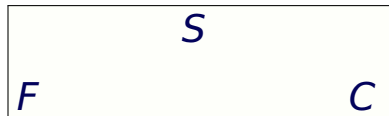
C'è qualche calvo simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,

.....
Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

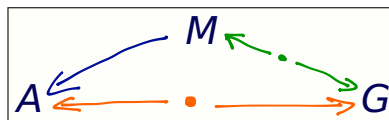
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

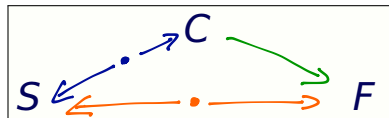
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



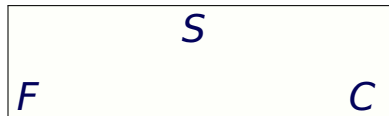
C'è qualche calvo simpatico,
TUTTI I CALVI SONO FILOSOFI

Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,
.....

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

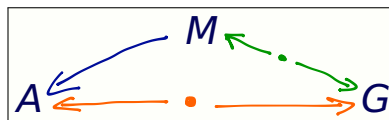
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

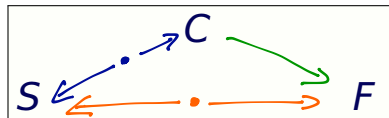
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



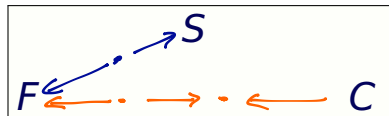
C'è qualche calvo simpatico,
TUTTI I CALVI SONO FILOSOFI

Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,
.....

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

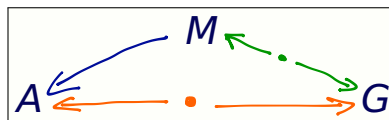
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

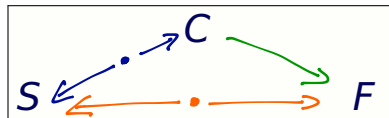
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



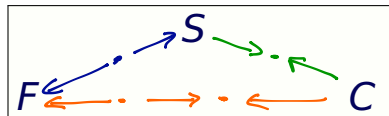
C'è qualche calvo simpatico,
TUTTI I CALVI SONO FILOSOFI

Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,
.....

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

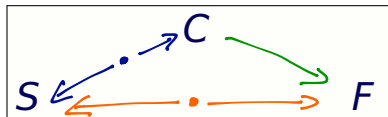
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



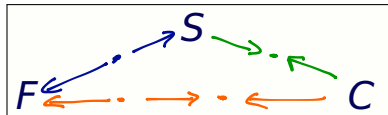
C'è qualche calvo simpatico,
TUTTI I CALVI SONO FILOSOFI

Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,
NESSUN CALVO È SIMPATICO

Quindi qualche filosofo non è calvo.



I sillogismi

Ogni S è P : $S \rightarrow P$

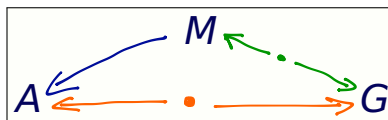
Nessun S è P : $S \rightarrow \bullet \leftarrow P$

Qualche S è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow P$

Qualche S non è P : $S \leftarrow \bullet \rightarrow \bullet \leftarrow P$

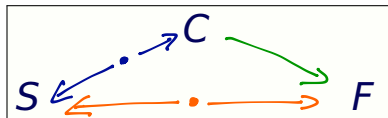
Chi ha gli occhi a mandorla è asiatico,
QUALCHE GIAPPONESE HA GLI OCCHI A MANDORLA

Quindi qualche giapponese è asiatico.



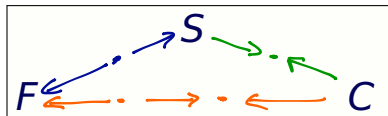
C'è qualche calvo simpatico,
TUTTI I CALVI SONO FILOSOFI

Quindi qualche filosofo è simpatico.



Qualche filosofo è simpatico,
NESSUN CALVO È SIMPATICO

Quindi qualche filosofo non è calvo.



«Il significato di una parola è il suo uso nel linguaggio»
Ludwig Wittgenstein, *Philosophische Untersuchungen* 43