



*Quali competenze specifiche e  
trasversali può/deve osservare-  
valutare-certificare l'insegnante di  
matematica?*

*Angela Pesci, Franca Ferri, Rossella Garuti*



- ❑ *Prima parte - Competenze*
- ❑ *Seconda parte - Risolvere e porsi problemi & Argomentare*
- ❑ *Terza parte - Competenze trasversali*
- ❑ *Conclusioni*

*Prima parte - Competenze*

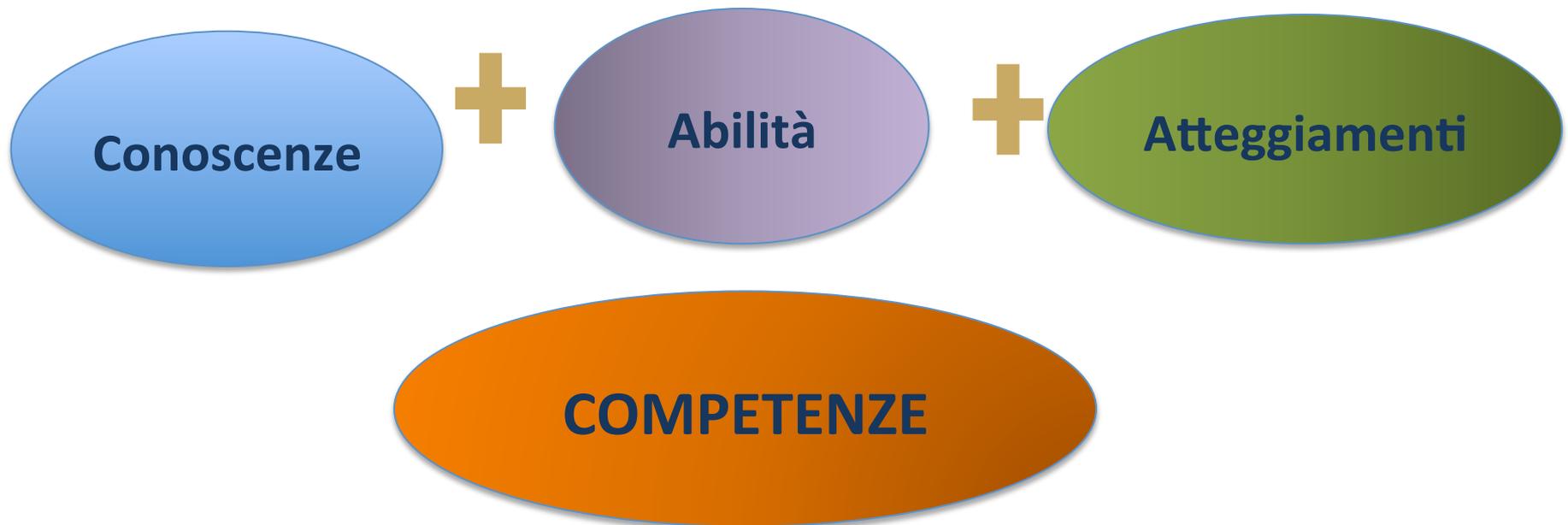


*Il tema della CERTIFICAZIONE delle COMPETENZE, sentito con particolare urgenza sulla base della sua PROSSIMA OBBLIGATORIETÀ a conclusione della scuola primaria e della scuola secondaria di I grado, mette in luce ALCUNE CRITICITÀ su ASPETTI SPECIFICI dell'insegnamento-apprendimento della matematica ...*

# COMPETENZE

---

*“Le competenze sono una combinazione di conoscenze, abilità e atteggiamenti appropriati al contesto.”*



*Fonte: Raccomandazione del Parlamento Europeo e del Consiglio del 18 dicembre 2006*



## Dal documento: CM n. 3/2015



[http://www.indicazioninazionali.it/  
documenti Indicazioni nazionali/MonitoraggioCertificazione  
%20Rapporto.pdf](http://www.indicazioninazionali.it/documenti/Indicazioni_nazionali/MonitoraggioCertificazione%20Rapporto.pdf)



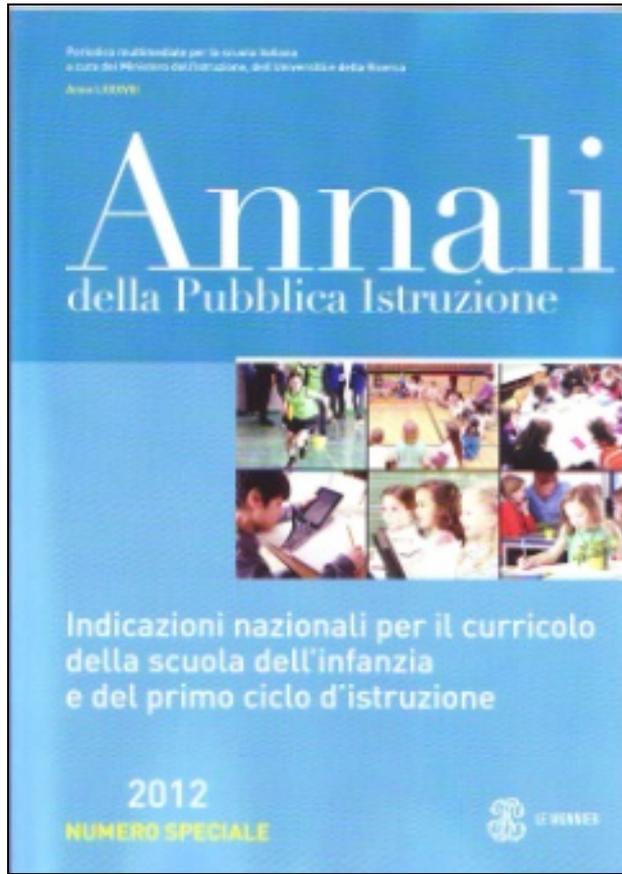
# COMPETENZE

---

*«L'approccio per **COMPETENZE** vuole evitare che i nostri alunni posseggano frammenti dispersi di conoscenze che restano inerti, non utilizzati dall'individuo nel corso della sua vita ordinaria, e di conseguenza propone di rifuggire dall'astrattismo e dall'apprendimento decontestualizzato facendo ricorso a forme di **APPRENDIMENTO SITUATO**, ossia collocato in **un CONTESTO ESPERIENZIALE e OPERATIVO**» (pag. 9)*



## 2012



## 2015



.....

*Particolare attenzione sarà posta a come ciascuno studente mobilita e orchestra le proprie risorse - CONOSCENZE, ABILITÀ, ATTEGGIAMENTI, EMOZIONI - per affrontare efficacemente le situazioni che la realtà quotidianamente propone, in relazione alle proprie potenzialità e attitudini.*



....

*Solo a seguito di una REGOLARE OSSERVAZIONE, DOCUMENTAZIONE e VALUTAZIONE delle COMPETENZE è possibile la loro CERTIFICAZIONE, al termine della scuola primaria e della scuola secondaria di primo grado, attraverso i MODELLI che verranno adottati a livello nazionale.»*



# COMPETENZE: la certificazione

## CERTIFICAZIONE DELLE COMPETENZE CM 3 - 13 FEBBRAIO 2015 (SPERIMENTAZIONE)



Istituzione scolastica

### SCHEDA PER LA CERTIFICAZIONE DELLE COMPETENZE AL TERMINE DEL PRIMO CICLO DI ISTRUZIONE

Il Dirigente Scolastico

Visti gli atti d'ufficio relativi alle valutazioni espresse dagli insegnanti e ai giudizi definiti dal Consiglio di classe in sede di scrutinio finale;

tenuto conto del percorso scolastico ed in riferimento al Profilo dello studente;

#### CERTIFICA

che l'alunno ..... ha frequentato nell'anno scolastico ..... / ..... la classe .... sez. ... con orario settimanale di .... ore;

ha raggiunto i livelli di competenza di seguito illustrati.

Livello	Indicatori/esplicitati
A - Avanzato	L'alunno svolge compiti a risolve problemi complessi, mostrando padronanza nell'uso delle conoscenze e delle abilità, propone e sostiene le proprie opinioni e assume in modo responsabile decisioni consapevoli.
B - Intermedio	L'alunno svolge compiti e risolve problemi in situazioni nuove, compie scelte consapevoli, mostrando di saper utilizzare le conoscenze e le abilità acquisite.
C - Base	L'alunno svolge compiti semplici anche in situazioni nuove, mostrando di possedere conoscenze e abilità fondamentali e di saper applicare basilari regole e procedure apprese.
D - Iniziale	L'alunno, se opportunamente guidato, svolge compiti semplici in situazioni note.

	Profilo delle competenze	Competenze chiave	Discipline coinvolte	Livello
1	Da una padronanza della lingua italiana sale da consentirgli di comprendere enunciati e testi di una certa complessità, di esprimere le proprie idee, di adottare un registro linguistico appropriato alle diverse situazioni.	Comunicazione nella madrelingua e lingua di istruzione	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
2	Nell'interazione con persone di diverse nazionalità il grado di padronanza a livello elementare in lingua inglese o di affluenza una competenza essenziale, in semplici situazioni di vita quotidiana, in una seconda lingua europea. Utilizza la lingua inglese nell'uso delle tecnologie dell'informazione e della comunicazione.	Comunicazione nella lingua straniera	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
3	La sua conoscenza matematica e scientifico-tecnologica gli consente di analizzare dati e fatti della realtà e di verificare l'attendibilità delle analisi quantitative e statistiche proposte da altri. Il possesso di un pensiero logico-scientifico gli consente di affrontare problemi e situazioni sulla base di elementi certi e di avere consapevolezza dei limiti delle affermazioni che riguardano questioni complesse che non si prestano a spiegazioni univoche.	Competenze matematiche e competenze di base in scienze e tecnologia	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
4	Una sua consapevolezza le tecnologie della comunicazione per ricercare e analizzare dati ed informazioni, per distinguere informazioni attendibili da quelle che necessitano di approfondimento, di controllo e di verifica e per integrare con suggerimenti diversi nel mondo.	Competenze digitali	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
5	Si muove nello spazio e nel tempo dando espressione a curiosità e ricerca di senso; osserva ed interpreta ambienti, fatti, fenomeni e produzioni artistiche.	Spazio ed tempo; l'osservazione ed espressione culturale	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
6	Prevede un patrimonio linguistico di conoscenze e metodi di base ed il alle stesso tempo capace di ricercare e di procurarsi velocemente nuove informazioni ed impegnarsi in nuovi apprendimenti anche in modo autonomo.	Imparare ad imparare	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
7	Utilizza gli strumenti di conoscenza per comprendere se stesso e gli altri, per riconoscere ed apprezzare le diverse identità, le tradizioni culturali e religiose, in un'ottica di dialogo e di rispetto reciproco; rispetta i valori civiltari e culturali della società.	Consapevolezza ed espressione culturale	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
8	In relazione alle proprie potenzialità e al proprio talento si esprime in attività musicali, artistiche e manuali che gli sono congenite.	Consapevolezza ed espressione culturale	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
9	Dimostra originalità e spirito di iniziativa. Si assume la propria responsabilità, chiede aiuto quando si trova in difficoltà e sa fornire aiuto a chi lo chiede. È disposto ad analizzare se stesso e a relazionare con le novità e gli imprevisti.	Spirito di iniziativa e imprenditorialità; Competenze sociali e civiche	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
10	Ha consapevolezza delle proprie potenzialità e dei propri limiti. Dimostra la propria scelta in modo consapevole. Si impegna per portare a compimento il lavoro iniziato da solo o insieme ad altri.	Imparare ad imparare; Competenze sociali e civiche	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
11	Rispetta le regole condivise, collabora con gli altri per la costruzione del bene comune esprimendo le proprie personali opinioni e sensibilità.	Competenze sociali e civiche	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
12	Da una a diparte di sé, come presupposto di un sano e corretto stile di vita. Assume il senso e la necessità del rispetto della convivenza civile. Ha attenzione per le funzioni pubbliche alle quali partecipa nelle diverse forme in cui queste sono governate: momenti educativi informali e non formali, espressione pubblica del proprio senso, occasioni rituali nelle comunità che frequenta, azioni di solidarietà, manifestazioni sportive non agonistiche, volontariato, ecc.	Competenze sociali e civiche	Tutte le discipline, con particolare riferimento a .....	
13	L'alunno ha scelto il numero significativo competenze nelle svolgimento di attività scolastiche ed extrascolastiche, relativamente a .....			

Sulla base dei livelli raggiunti dall'alunno nelle competenze considerate, il Consiglio di Classe propone la prosecuzione degli studi nel/i seguente/i percorso/i: .....

Data: .....

Il Dirigente Scolastico



# COMPETENZE: la certificazione

<b>Livello</b>	<b>Indicatori esplicativi</b>
<b>A – Avanzato</b>	L'alunno/a svolge <b>COMPITI</b> e risolve <b>PROBLEMI COMPLESSI</b> , mostrando padronanza nell'uso delle conoscenze e delle abilità; <b>PROPONE</b> e <b>SOSTIENE</b> le proprie opinioni e assume in modo responsabile <b>DECISIONI CONSAPEVOLI</b> .
<b>B – Intermedio</b>	L'alunno/a svolge <b>COMPITI</b> e risolve <b>PROBLEMI</b> in situazioni <b>NUOVE</b> , compie scelte consapevoli, mostrando di saper utilizzare le conoscenze e le abilità acquisite.
<b>C – Base</b>	L'alunno/a svolge compiti <b>SEMPLICI</b> anche in situazioni <b>NUOVE</b> , mostrando di possedere conoscenze e abilità fondamentali e di saper applicare basilari regole e procedure apprese.
<b>D – Iniziale</b>	L'alunno/a, se opportunamente <b>GUIDATO/a</b> , svolge compiti <b>SEMPLICI</b> in situazioni <b>NOTE</b> .



# Conseguenze per la DIDATTICA

---

- ❑ *Progettazione di percorsi per la **PROMOZIONE** e lo **SVILUPPO** delle competenze durante l'intero anno scolastico (in riferimento ai **TRAGUARDI** previsti)*
- ❑ *Ri-orientamento della didattica verso un apprendimento **SIGNIFICATIVO** per gli allievi*
- ❑ *Previsione di procedure di **OSSERVAZIONE**, **RILEVAZIONE** e **VALUTAZIONE REGOLARI** per la certificazione finale delle competenze*



Unione  
Matematica  
Italiana

# Traguardi per lo sviluppo delle COMPETENZE



Indicazioni nazionali per il curricolo della scuola dell'infanzia e del primo ciclo di istruzione



## Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo scritto e mentale con i numeri naturali e sa valutare l'opportunità di ricorrere a una calcolatrice.

Riconosce e rappresenta forme del piano e dello spazio, relazioni e strutture che si trovano in natura o che sono state create dall'uomo.

Descrive, denomina e classifica figure in base a caratteristiche geometriche, ne determina misure, progetta e costruisce modelli concreti di vario tipo.

Utilizza strumenti per il disegno geometrico (riga, compasso, squadra) e i più comuni strumenti di misura (metro, goniometro...).

Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.

Riconosce e quantifica, in casi semplici, situazioni di incertezza.

Legge e comprende i testi matematici presentati in forma di problemi e di esercizi.

Riesce a risolvere facili problemi in modo autonomo, arguisce un punto di vista di altri, costruisce ragionamenti, riconosce e utilizza le percentuali, scale di riduzione. Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

Costruisce ragionamenti da un punto di vista di altri.

Riconosce e utilizza le percentuali, scale di riduzione.

Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

## Traguardi per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di primo grado

L'alunno si muove con sicurezza nel calcolo anche con i numeri razionali, ne padroneggia le diverse rappresentazioni e stima la grandezza di un numero e il risultato di operazioni.

Riconosce e denomina le forme del piano e dello spazio, le loro rappresentazioni e ne coglie le relazioni tra gli elementi.

Analizza e interpreta rappresentazioni di dati per ricavarne misure di variabilità e prendere decisioni. Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza.

Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.

Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.

Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).

Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

Utilizza e interpreta il linguaggio matematico (piano cartesiano, formule, equazioni...) e ne coglie il rapporto col linguaggio naturale.

Nelle situazioni di incertezza (vita quotidiana, giochi...) si orienta con valutazioni di probabilità.

Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.



# Quali i TRAGUARDI di riferimento nel I Ciclo?

---

## *A conclusione della SCUOLA PRIMARIA*

... ..

- Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il CONTROLLO sia sul PROCESSO risolutivo, sia sui risultati. DESCRIVE il procedimento seguito e RICONOSCE strategie di soluzione diverse dalla propria.*
- COSTRUISCE RAGIONAMENTI formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e CONFRONTANDOSI con il punto di vista di altri*
- Sviluppa un ATTEGGIAMENTO POSITIVO rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.*

# A conclusione della secondaria di I GRADO

---

- ❑ **RICONOSCE E RISOLVE** problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. **SPIEGA** il procedimento seguito, anche in forma scritta, **MANTENENDO IL CONTROLLO** sia sul processo risolutivo, sia sui risultati.
- ❑ **CONFRONTA PROCEDIMENTI DIVERSI** e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi.
- ❑ **PRODUCE ARGOMENTAZIONI** in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).
- ❑ **SOSTIENE LE PROPRIE CONVINZIONI**, portando **ESEMPI** e **CONTROESEMPI** adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; **ACCETTA DI CAMBIARE OPINIONE** riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.
- ❑ Ha **RAFFORZATO** un **ATTEGGIAMENTO POSITIVO** rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.



## Conseguenze per la DIDATTICA

**COME SVILUPPARE PROCESSI TIPICI DEL PENSIERO MATEMATICO? COME SVILUPPARE IN MODO EFFICACE LE COMPETENZE MATEMATICHE?**

- *Problemi con domande aperte, anche con più soluzioni, che permettano di attuare diverse strategie risolutive.*
- *Compiti di realtà, in situazioni nuove e originali.*
- *Problemi strutturati a priori, a seconda delle competenze che si vogliono valutare, su più livelli.*

**PORSI E RISOLVERE PROBLEMI**



## Conseguenze per la DIDATTICA

**COME SVILUPPARE PROCESSI TIPICI DEL PENSIERO MATEMATICO? COME SVILUPPARE IN MODO EFFICACE LE COMPETENZE MATEMATICHE?**

→ *Compiti con richieste esplicite di argomentazione, motivazione e giustificazione del proprio procedimento risolutivo*

→ *Attività che promuovano atteggiamenti di ricerca, esplorazione, formulazione di ipotesi e congetture, esempi e controesempi*

**COMPETENZE ARGOMENTATIVE**

□ *Seconda parte -*

***CERTIFICAZIONE-VALUTAZIONE***



# CERTIFICAZIONE-VALUTAZIONE

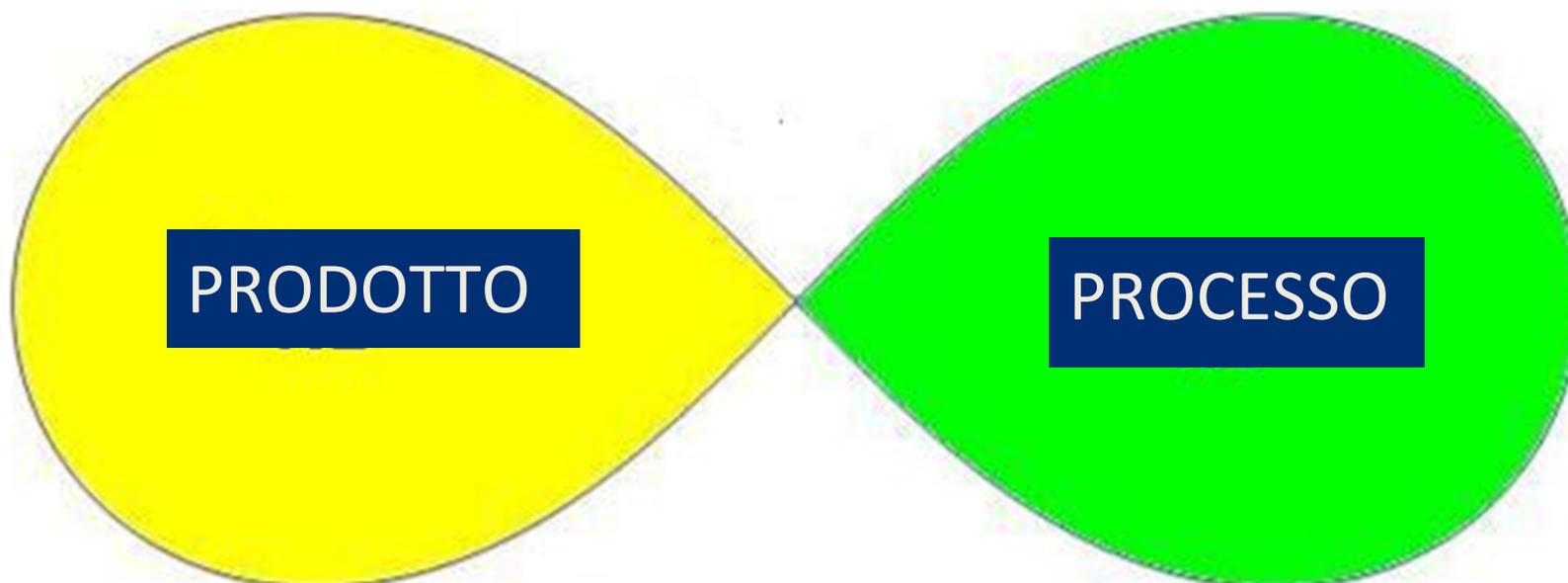




# CERTIFICAZIONE-VALUTAZIONE



*Le prove INVALSI come:*



# VALUTAZIONE ESTERNA

*È possibile un approccio dialettico?*



**INVALSI**



**CLASSE**

## PRODOTTO



Per

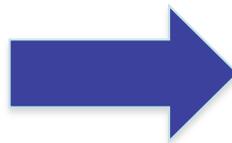
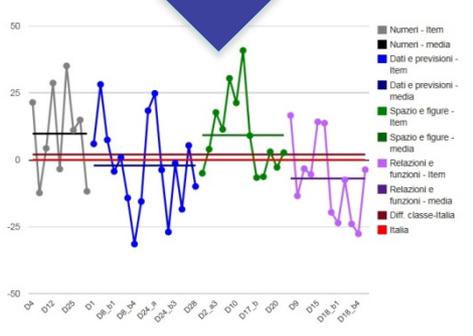
- Il sistema scolastico
- I decisori politici
- Le scuole

# VALUTAZIONE ESTERNA



*Fascicoli delle  
prove*





## DOMANDE:

- Dove hanno sbagliato i MIEI allievi? Quale ambito? Quale item? Quale dimensione?
- Che errori hanno fatto?
- Che strategie hanno seguito? Possiamo confrontarle?

➤ **Possono essere spunto di lavoro per la classe?**

➤ .....

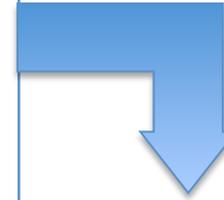
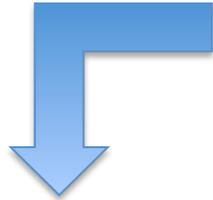
Ambiti e argomenti	Domanda	a	b	c	d
SPAZIO E FIGURE	M1	87,5	0,0	0,0	12,5
NUMERI	M2	12,5	0,0	87,5	0,0
RELAZIONI E FUNZIONI	M3_a	25,0	0,0	0,0	75,0
SPAZIO E FIGURE	M5	50,0	12,5	25,0	12,5
NUMERI	M6	50,0	12,5	25,0	12,5
RELAZIONI E FUNZIONI	M7_a	12,5	25,0	37,5	12,5
RELAZIONI E FUNZIONI	M7_b	25,0	25,0	50,0	0,0

# Materiali INVALSI per la scuola



Istituto nazionale per la valutazione del sistema educativo di istruzione e di formazione  
Ente di Diritto Pubblico Decreto Legislativo 286/2004

Servizio Nazionale di Valutazione  
a.s. 2015/16  
Guida alla lettura – Fascicolo 1  
Prova di Italiano  
Classe Seconda – Scuola Primaria



## Guide alla lettura



# Materiali INVALSI per la scuola



<http://www.gestinv.it/>

## DATABASE: GESTINV

**Gestinv 2.0** Archivio interattivo delle prove Invalsi  
realizzato da Cervelli in Azione srl e ForMath srl, sviluppando un progetto realizzato per l'Invalsi da Sergio Zocante

Informazioni	Matematica	Italiano	Utilità
<p>Introduzione a Gestinv. Novità e aggiornamenti della versione</p>	<p>Prove di Matematica Banca dati dei risultati delle Prove Invalsi di Matematica: 28 prove tenutesi dal 2008 al 2015 (1124 domande e relative risposte).</p>	<p>Prove di Italiano Presto on line la banca dati delle prove Invalsi di Italiano.</p>	<p>Registrazione Ottieni la password per accedere.</p> <p>Raccolta di documenti Documenti scaricabili su Invalsi e Istruzione.</p>

# DATABASE: GESTINV



**ARCHIVIO PROVE INVALSI** MATEMATICA

Rossella Garuti

35 Prove    956 Domande    1469 Item

TUTTE LE PROVE

Visualizza 10 elementi    Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Uso	Prova completa	Risultati	Domande
Matematica	2008	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Matematica	2009	02	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>



**ARCHIVIO PROVE INVALSI** ITALIANO

Rossella Garuti

24 Prove    243 Domande    337 Item

TUTTE LE PROVE

Visualizza 10 elementi    Cerca:

Materia	Anno	Liv.	Uso	Prova completa	Risultati	Domande
Italiano	2008	08	PN	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>
Italiano	2009	05	SNV	<a href="#">Scarica</a>		<a href="#">Domande</a>

## Analisi di ogni item

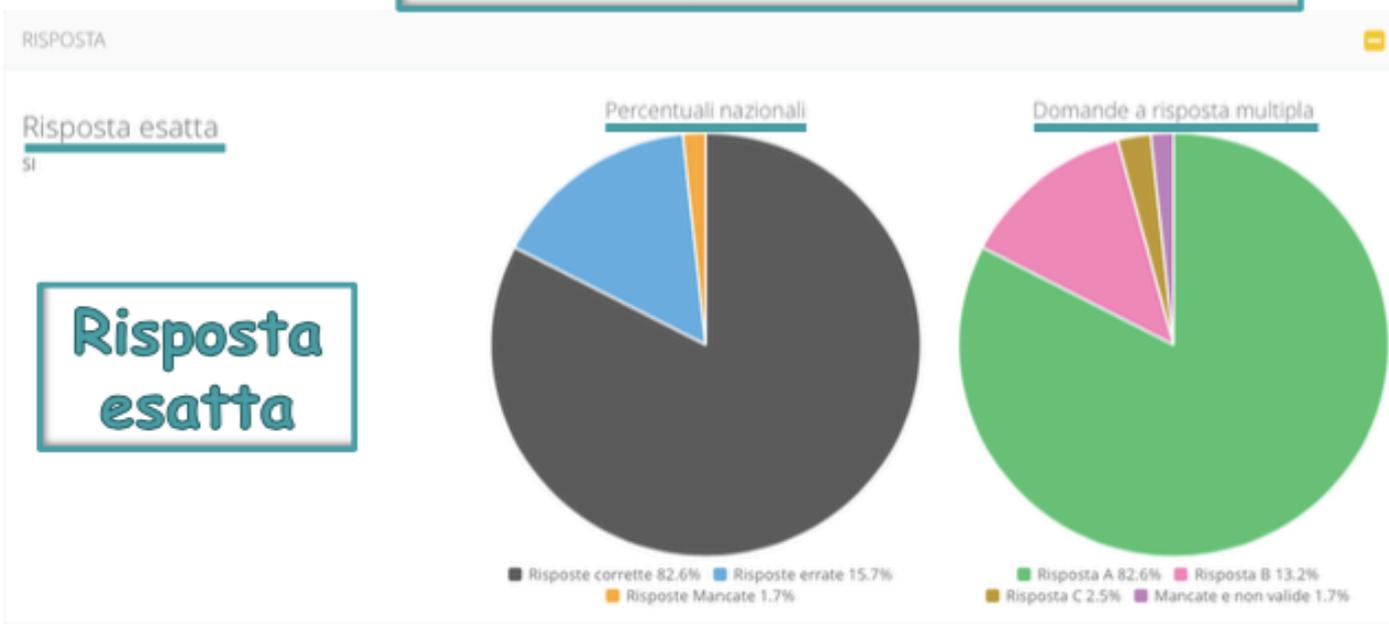


The screenshot displays the analysis interface for an item in the GESTINV database. At the top, a navigation bar includes a logo on the left and three tabs: 'item A' (selected), 'item B', and 'item C'. A red edit icon is visible in the top right corner. The main content area is divided into several sections:

- Ambito** (purple box): DATI E PREVISIONI
- Processo** (dark grey box): Utilizzare strumenti, modelli e rappresentazioni nel trattamento quantitativo dell'informazione in ambito scientifico, tecnologico, economico e sociale (descrivere un fenomeno in termini quantitativi, utilizzare modelli matematici per descrivere e interpretare situazioni e fenomeni, interpretare una descrizione di un fenomeno in termini quantitativi con strumenti statistici o funzioni,...)
- Indicazioni** (red box):
  - Traguardi IN** - TP-V Ricerca dati per ricavare informazioni e costruisce rappresentazioni (tabelle e grafici). Ricava informazioni anche da dati rappresentati in tabelle e grafici.
  - Obiettivi IN** - Ob3-13 Leggere e rappresentare relazioni e dati con diagrammi, schemi e tabelle.
- Parole chiave** (white box):
  - doppio
  - estrapolazione di informazioni
  - istogramma
  - rappresentazione di dati



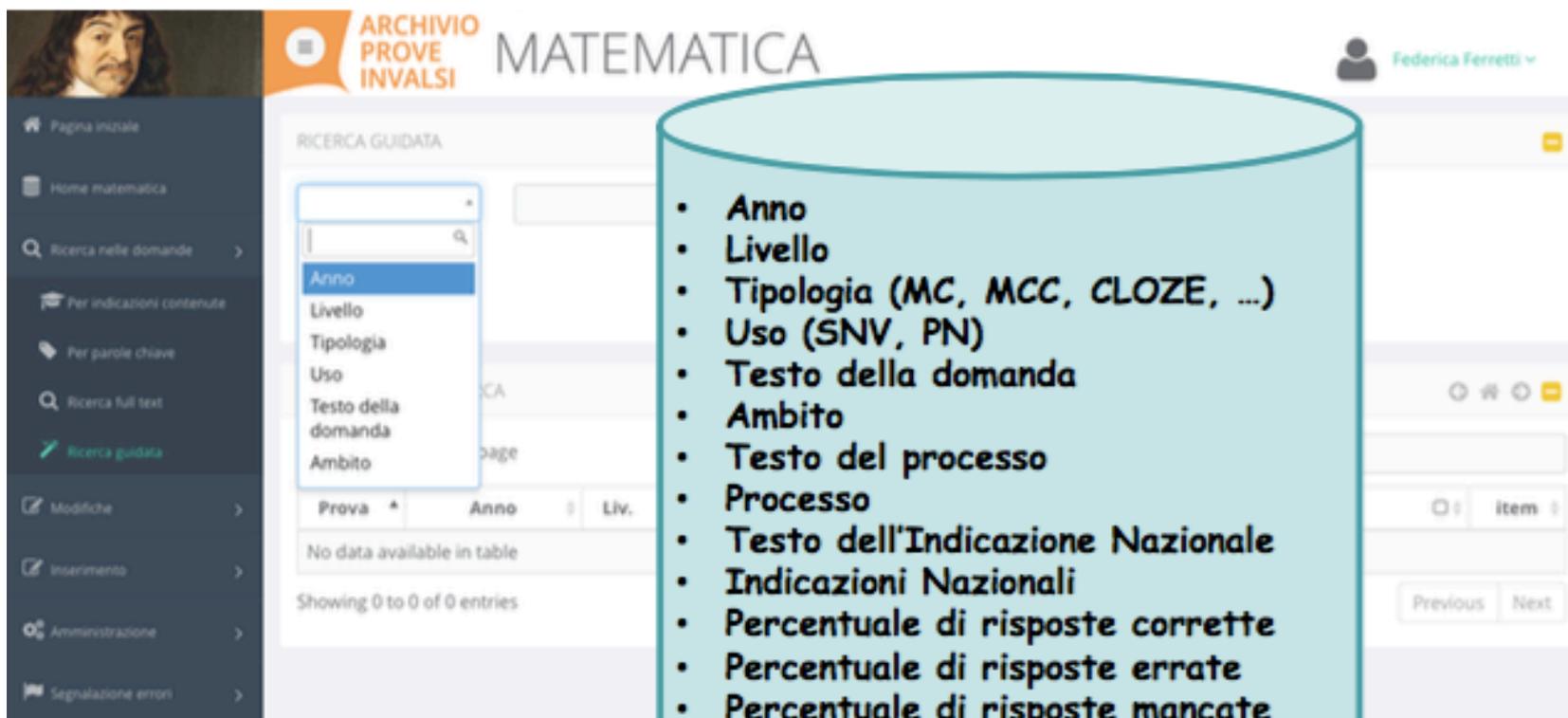
## Percentuali di risposte corrette, errate e mancate



## Percentuali di risposta ad ogni distrattore



## Ricerca Guidata



**ARCHIVIO PROVE INVALSI MATEMATICA**

Federica Ferretti

**RICERCA GUIDATA**

- Anno
- Livello
- Tipologia
- Uso
- Testo della domanda
- Ambito

Prova	Anno	Liv.
No data available in table		

Showing 0 to 0 of 0 entries

Previous Next

- Anno
- Livello
- Tipologia (MC, MCC, CLOZE, ...)
- Uso (SNV, PN)
- Testo della domanda
- Ambito
- Testo del processo
- Processo
- Testo dell'Indicazione Nazionale
- Indicazioni Nazionali
- Percentuale di risposte corrette
- Percentuale di risposte errate
- Percentuale di risposte mancate
- Parole Chiave



*... necessità di **COSTRUIRE COMPETENZE**  
attraverso un **AMBIENTE** di:*

❖ **INDAGINE**

❖ **SOLUZIONE DI PROBLEMI**

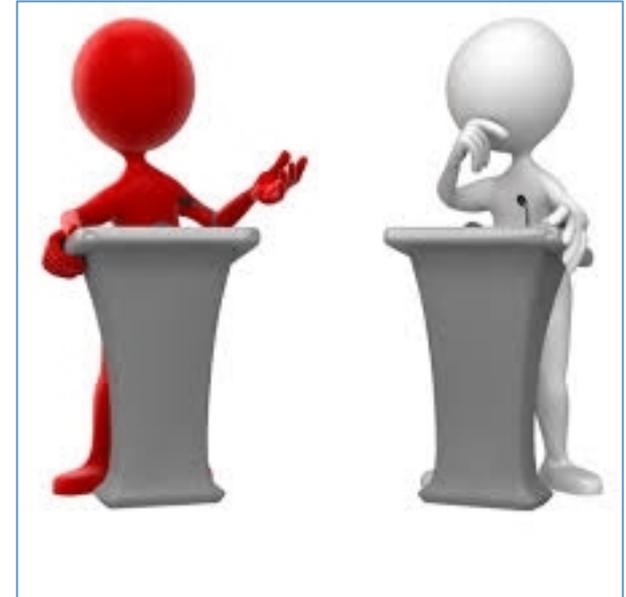
❖ **DISCUSSIONE CONSAPEVOLE**

❖ **ARGOMENTAZIONE CRITICA**

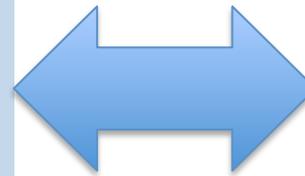
❖ **COLLABORAZIONE TRA PARI**



# DUE FOCUS



*Porsi e risolvere  
problemi*

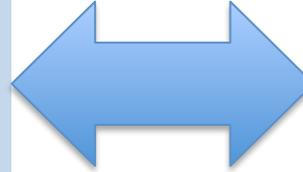


*Argomentare*



# DUE FOCUS

*Porsi e risolvere  
problemi*



*Argomentare*

*Il rapporto fra la RISOLUZIONE DI PROBLEMI e l'ARGOMENTAZIONE dipende dal fatto che la costruzione di un'argomentazione è in molti casi una attività di autentico Problem Solving e, d'altra parte, il Problem Solving richiede in genere attività di validazione intermedie e finali di tipo argomentativo.*



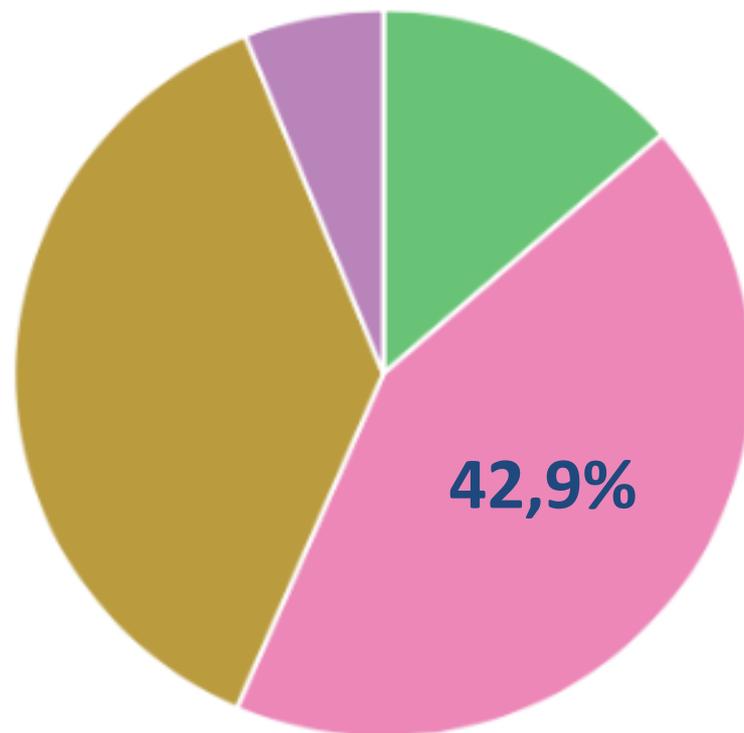
# Problem solving: esempi

## 1. Livello 02- 2016

**D17. Quanti quaderni da 3 euro si possono comprare al massimo con una banconota da 20 euro?**

- A.  3  
B.  6  
C.  7

Domande a risposta multipla

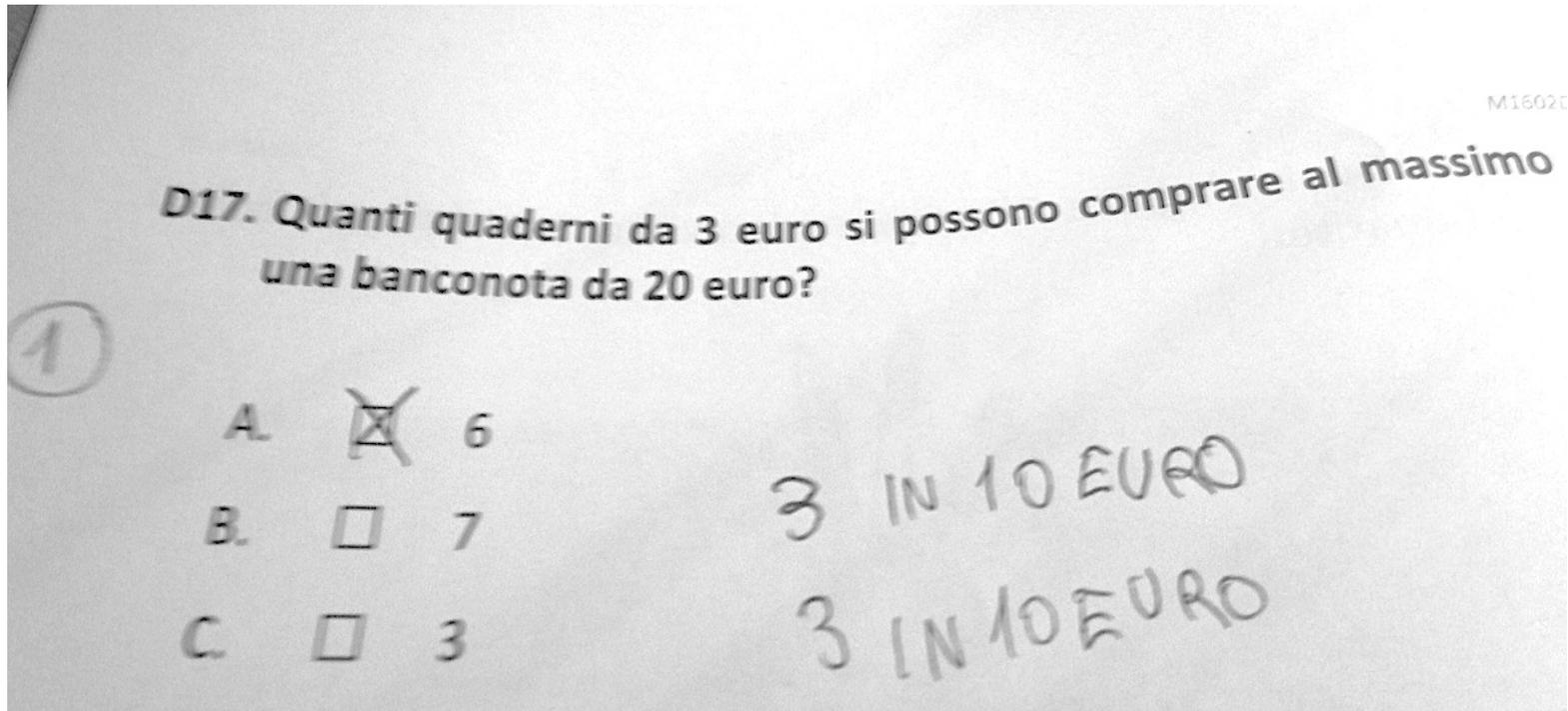


■ Risposta A 13.6%   ■ Risposta B 42.9%  
■ Risposta C 37.4%  
■ Mancate e non valide 6.1%



# Problem solving

## Strategie di soluzione diverse



*Trasforma il problema: registro linguistico*



# Problem solving

## Strategie di soluzione diverse

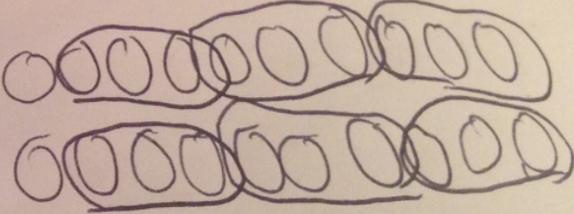
M1602D1700

D17. Quanti quaderni da 3 euro si possono comprare al massimo con una banconota da 20 euro?

A.  6

B.  7

C.  3



M1602D050

*Trasforma il problema: registro grafico*



# Problem solving

## Strategie di soluzione diverse

M1602D1700

D19. Quanti quaderni da 3 euro si possono comprare al massimo con una banconota da 20 euro?

- |    |                                     |   |   |   |   |    |
|----|-------------------------------------|---|---|---|---|----|
| A. | <input type="checkbox"/>            | 7 | 1 | 3 | 4 | 12 |
| B. | <input type="checkbox"/>            | 3 | 2 | 6 | 5 | 15 |
| C. | <input checked="" type="checkbox"/> | 6 | 3 | 9 | 6 | 18 |

*Registro numerico: procede aumentando*



# Problem solving

## Strategie di soluzione diverse

M1602D1700

D17. Quanti quaderni da 3 euro si possono comprare al massimo con una banconota da 20 euro?

A.  7      17      2      3      4      5      6  
17      14      11      8      5      2

B.  6

C.  3

M1602D1800

*Registro numerico: procede diminuendo*



# *Problem solving*

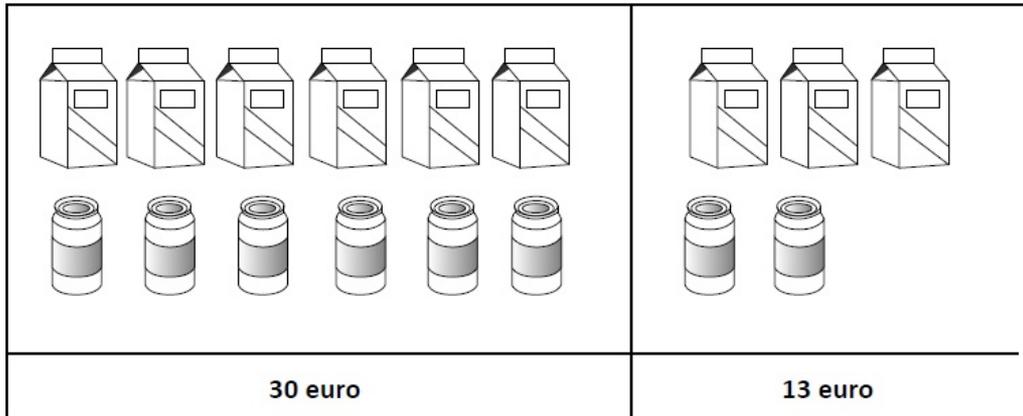
## *Attività in classe:*

- Confronto: cosa hanno in comune? Cosa hanno di diverso?*
- Discussione: perché le altre opzioni non vanno bene?*
- .....



# Problem solving

D22. Osserva la seguente figura.

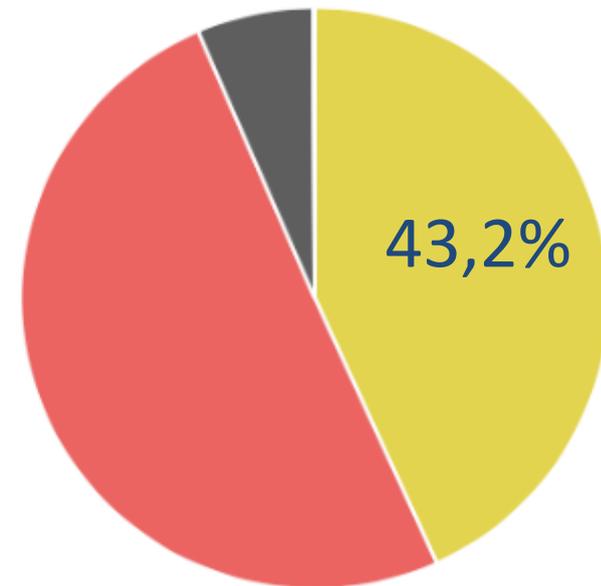


Completa.

Ogni  costa <b>2</b> euro
Ogni  costa <b>3</b> euro

## 2. Livello 05- 2016

Percentuali nazionali



- Risposte corrette 43.2%
- Risposte errate 50.3%
- Risposte Mancate 6.4%
- Altre non valide. 0.1%



# Problem solving

## Imparare dagli errori

30 euro

13 euro

Completa.

Ogni 	costa ...4... euro
Ogni 	costa ...1... euro

Handwritten calculations:

$$\begin{array}{r} 5,50 \times \\ 6 = \\ \hline 29,00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4,50 \times \\ 6 = \\ \hline 27,00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 5,00 \times \\ 6 = \\ \hline 30,00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 3,50 \times \\ 6 = \\ \hline 21,00 \end{array}$$
$$\begin{array}{r} 4,00 \times \\ 6 = \\ \hline 24,00 \end{array}$$

*Tiene conto solo della prima condizione*

**LATTINA= 4 euro**

**CARTONE= 1 euro**



# Problem solving

## Imparare dagli errori

30 euro

13 euro

Completa.

Ogni 	costa <del>3</del> 3 euro
Ogni 	costa 2... euro

MAT05F3

Handwritten notes and diagrams:

- A vertical fraction:  $\frac{3}{2}$
- A diagram showing three squares and two circles, with a '6' and '13' written nearby.
- A larger diagram showing five squares and five circles, with '18' and '30' written nearby.
- A vertical calculation:  $\frac{18}{28}$ ,  $\frac{18}{16}$ ,  $\frac{36}{16}$

*Inverte i costi*



# *Problem solving*

## *Attività in classe:*

- Analisi errore: perché questo risultato non funziona? Cosa manca? Dove è sbagliato?....*
- Discussione: perché queste soluzioni non vanno bene?*
- .....*



# Problem solving

## 3. Livello 08-2016

D13. Una medicina viene venduta in scatole da 28 compresse divisibili come quella in figura. Ogni compressa è da 20 mg. La nonna di Piero deve prendere tutti i giorni, per un mese, 30 mg di questa medicina.



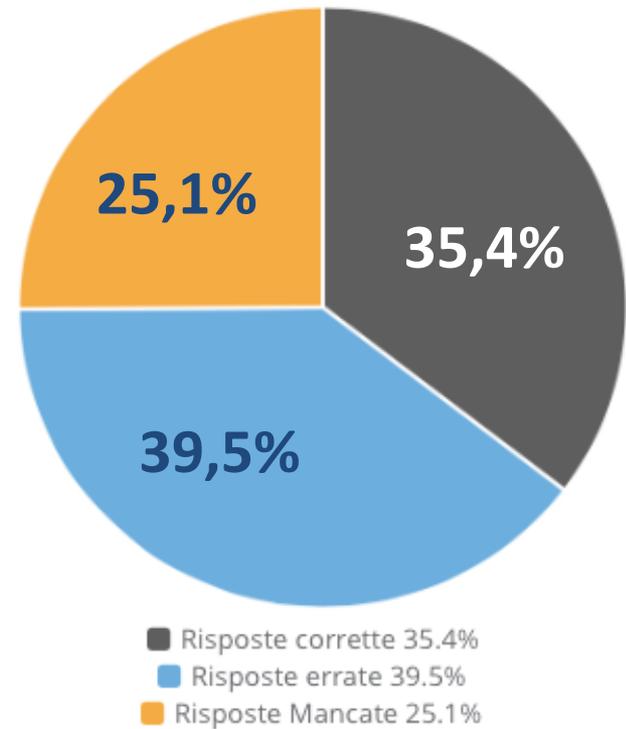
Per quanti giorni la nonna di Piero può prendere la sua dose giornaliera del farmaco utilizzando una sola scatola?

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

.....  
.....  
.....

Risultato: .....18..... giorni

Percentuali nazionali

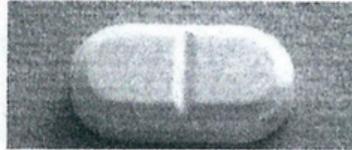




# Problem solving

## Giusto/sbagliato?

erob



Per quanti giorni la nonna di Piero può prendere la sua dose giornaliera del farmaco utilizzando una sola scatola?

Scrivi come hai fatto per trovare la risposta e poi riporta il risultato.

<del>1</del>	3	5	7	9	<del>11</del>	<del>13</del>	<del>15</del>	17	19
<del>2</del>	3/4	5/6	7/8	9/10	11/12	13/14	15/16	17/18	
<del>12</del>	4	6	8	10	12	14	16	18	

Risultato: 19..... giorni

(Mancavano 10 mg della  
medicina e quindi  
bisogna comprarne  
un'altro)

MAT08F5

Un'originale  
strategia



# *Problem solving*

## *Attività in classe:*

- Identificazione: prova a spiegare a parole la strategia di soluzione utilizzata*
- Analisi errore: perché il risultato è sbagliato? Cosa manca? Dove è sbagliato?....*
- Discussione: secondo voi il problema è corretto o sbagliato? Perché?*
- .....



# ARGOMENTARE

*“La scuola finalizza il curriculum alla maturazione delle **competenze** previste nel profilo dello studente al termine del primo ciclo, **fondamentali per la crescita personale e per la partecipazione sociale**, e che saranno oggetto di certificazione.”*

Indicazioni Nazionali I ciclo, 2012, p. 16



# ARGOMENTARE per

acquisire basi di conoscenza e sviluppare l'abitudine a ricorrervi

confrontare il proprio punto di vista con quello degli altri

Favorire il **passaggio** da nozioni intuitive e da livelli operativi a **forme di pensiero più consapevoli**

Sostenere la crescita di un **cittadino critico e propositivo**

# Argomentazione

**DEFINIRE**

**CLASSIFICARE**

**GIUSTIFICARE**

**GENERALIZZARE**

**CORRELARE**

**GERARCHIZZARE**

**FORNIRE CONTROESEMPI**

**VERIFICARE**

**...**



# ARGOMENTARE

D11. Osserva il riquadro:

$$17 + 46 = 60 + 3$$

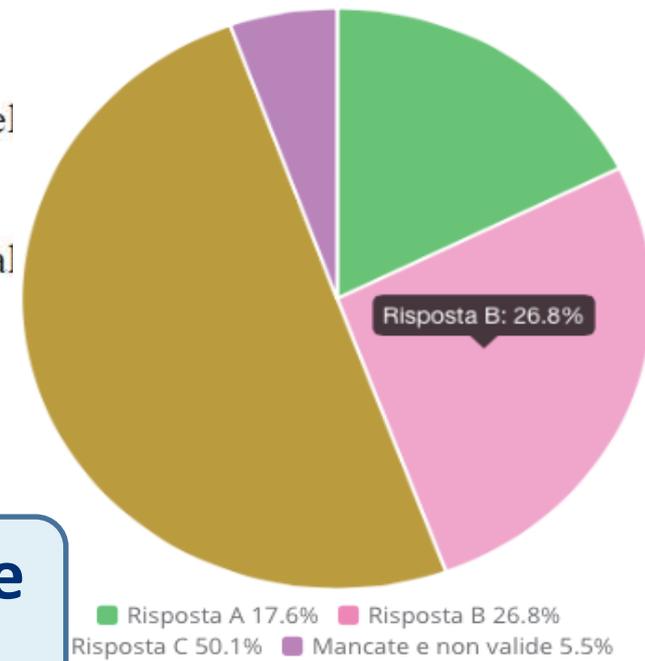
Perché quello che è scritto nel riquadro è corretto?

- A. Perché ci sono due numeri a destra e due a sinistra del segno di uguale
- B. Perché il risultato della prima addizione è uguale al risultato della seconda addizione
- C. Perché 60 è il risultato di  $17 + 46$

**Si chiede di scegliere la giustificazione a una affermazione data**

## Il primaria 2010

Domande a risposta multipla





## DISCUSSIONE IN CLASSE

Il primaria 2010

Io non ho neanche fatto i calcoli, perché ho visto l'uguale e ho scelto c.

Io invece ho scelto la b, perché ho fatto i calcoli e ho visto che  $17 + 46$  non fa 60

Io ho visto che c'era un'addizione da una parte e una dall'altra, allora erano uguali e ho scelto la a

Sì, ma mica tutte le addizioni sono uguali! Se c'era scritto  $1 + 2 = 56 + 10$ , tu mettevi la a?



D19. Gigi si allena al sollevamento pesi.



Il peso totale dei due cilindri a sinistra è uguale al peso totale dei due cilindri a destra.

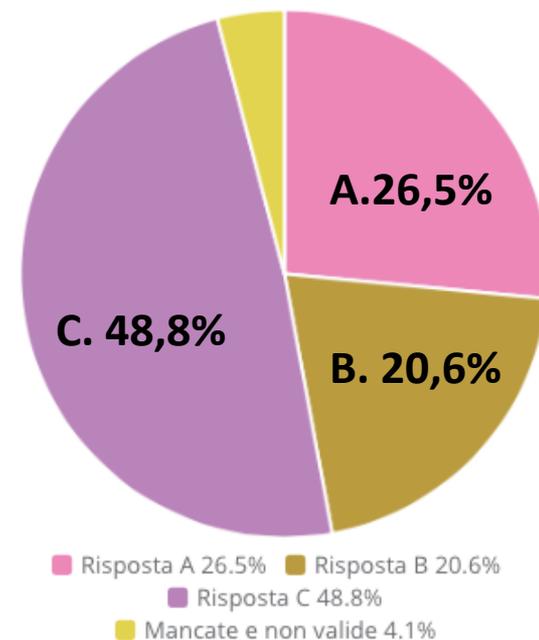
Su uno dei cilindri manca il peso in chili.

Qual è questo peso?

- A.  45 chili
- B.  30 chili
- C.  25 chili

## Il primaria 2016

Domande a risposta multipla



- D31. Le caraffe che vedi in figura sono uguali.  
La caraffa F contiene 280 ml di acqua.  
La caraffa G contiene 125 ml di acqua.



Caraffa F



Caraffa G

- a. Quanta acqua contiene la caraffa F più della caraffa G?

Risposta: ..... ml

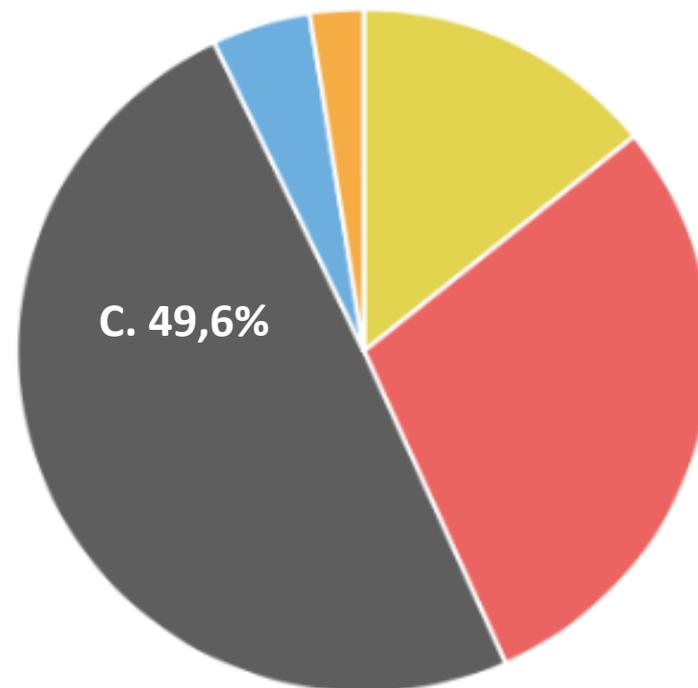
- b. Anna aggiunge 100 ml di acqua nella caraffa F e 100 ml di acqua nella caraffa G.  
La differenza tra la quantità di acqua contenuta nella caraffa F e quella contenuta nella caraffa G cambia?  
Scegli l'affermazione corretta.

- A.  Sì, cambia perché si aggiunge acqua nelle due caraffe
- B.  Sì, cambia perché la caraffa F contiene 380 ml di acqua e la caraffa G ne contiene 225 ml
- C.  No, non cambia perché si aggiunge nelle due caraffe la stessa quantità di acqua
- D.  No, non cambia perché le due caraffe sono uguali

**Si chiede di scegliere la risposta e la giustificazione**

**V primaria 2016**

Domande a risposta multipla



Risposta A 14.2%    Risposta B 29.1%  
Risposta C 49.6%    Risposta D 4.6%  
Mancate e non valide 2.5%



## Ruolo del controesempio

D6. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

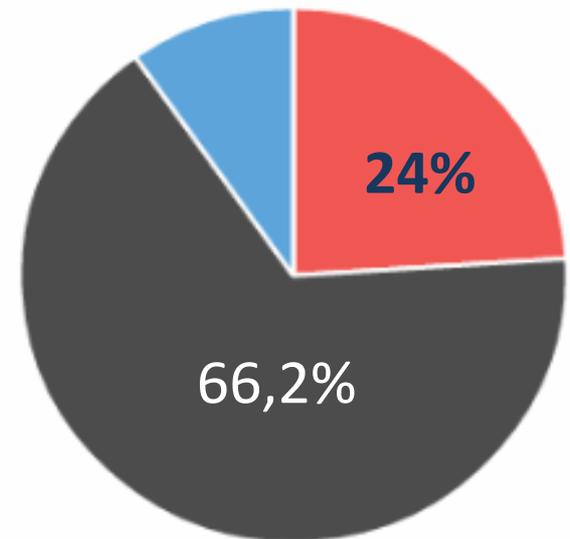
Sì, perché .....

.....

No, perché .....

.....

Percentuali nazionali



■ Risposte corrette 24%  
■ Risposte errate 66.2%  
■ Risposte Mancate 9.8%



# CONFRONTO DI TESTI

M1408D0600

D6. Considera il numero 15. Raddoppialo, poi raddoppia il risultato, poi continua a raddoppiare. In questo modo arrivi a trovare tutti i multipli di 15?

Scegli la risposta e completa la frase.

Sì, perché .....

**Sì, perché 30, 60, 90, 120, ... sono tutti multipli di 15**

**No, perché ad esempio 45 non si trova, ed è multiplo di 15**

**No, perché si raddoppia il risultato del doppio di 15, non si triplica.**

*= 30    30 · 2 = 60    NON C'È IL  
E' UN MULTIPLIO DI 15*

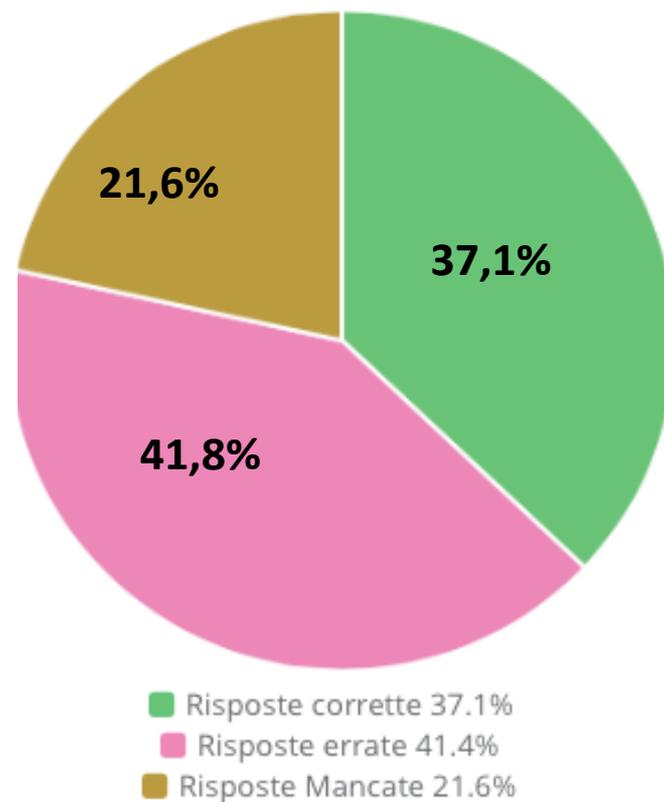
**No. Ad esempio quando si raddoppia 60 viene 120 che non è divisibile per 15**



# Ruolo del controesempio

III sec. di I grado  
2016

Percentuali nazionali



D15.  $n$  è un numero naturale. Considera l'affermazione: "Se  $n$  è pari allora  $n + 1$  è un numero primo". L'affermazione è vera o falsa?

Scegli la risposta e completa la frase.

L'affermazione è vera perché .....

.....  
.....

L'affermazione è falsa perché .....

.....  
.....



D15.  $n$  è un numero naturale. Considera l'affermazione: "Se  $n$  è pari allora  $n + 1$  è un numero primo". L'affermazione è vera o falsa?

Scegli la risposta e completa la frase.

L'affermazione è vera perché .....

***È falsa, perché non tutti i numeri pari aggiunti a uno danno un numero primo.***

***Es.  $8 + 1 = 9$***

***9:3***

***9:9***

***9:1***

***IL 9 NON è un numero primo***

***È vera perché ogni volta che metti un numero pari e fai più uno :  
 $4 + 1 = 5$     $12 + 1 = 13$  e così via ...  
formi un numero primo***

**È falsa perché quando si aggiunge 1 a un certo numero pari, quello dopo avrà più di due sottomultipli. Esempio:  $n = 14$     $n + 1 = 15$   
15 è divisibile per 1 – 3 – 5 - 15**



## ARGOMENTARE

La **classe** è un luogo di ragionamenti inter e intra personali e un luogo potenzialmente **DIALOGICO**

... con un particolare tipo di **didattica** che occorre favorire e incentivare

## ☐ *Terza parte - competenze trasversali*



*... necessità di **COSTRUIRE COMPETENZE**  
attraverso un **AMBIENTE** di:*

❖ **INDAGINE**

❖ **SOLUZIONE DI PROBLEMI**

❖ **DISCUSSIONE CONSAPEVOLE**

❖ **ARGOMENTAZIONE CRITICA**

❖ **COLLABORAZIONE TRA PARI**



*Nel modello per la CERTIFICAZIONE SPERIMENTALE dei 12 «Profili delle competenze» proposti, quelli collegabili a competenze trasversali («sociali e civiche») da sviluppare anche facendo Matematica sono:*

**9. Dimostra originalità e spirito di iniziativa. È in grado di realizzare semplici progetti.**



**10. Ha consapevolezza delle proprie potenzialità e dei propri limiti.**

**Si impegna per portare a compimento il lavoro iniziato da solo o insieme ad altri.**

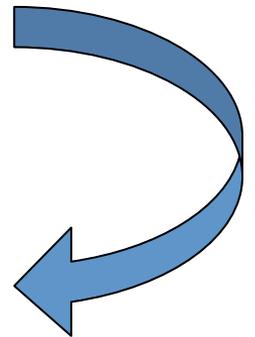
**11. Rispetta le regole condivise, collabora con gli altri per la costruzione del bene comune. Si assume le proprie responsabilità, chiede aiuto quando si trova in difficoltà e sa fornire aiuto a chi lo chiede.**

- per le modalità **COLLABORATIVE** attuate

## **COSTRUTTIVISMO SOCIALE**

Connessione tra **RAGIONE** ed  
**EMOZIONE**

attenzione sia alla **DISCIPLINA**  
sia alle **RELAZIONI** interpersonali



- per la scelta dei **COMPITI** da svolgere

**PROBLEM SOLVING – PROBLEM POSING**



**come modalità da privilegiare  
Laboratorio matematico**



# I modelli **COLLABORATIVI** studiati e realizzati nelle classi

(dalla scuola primaria alla secondaria di II grado)

si sono sempre focalizzati

- sulla dimensione **DISCIPLINARE**
- sulla dimensione **AFFETTIVO - RELAZIONALE**

La **CONVINZIONE** di fondo:

Ogni atto **CONOSCITIVO** coinvolge in modo **GLOBALE** le  
persone, con le loro **EMOZIONI, PERCEZIONI,**  
**CREDENZE, STORIE, ASPETTATIVE**

## TUTORAGGIO FRA PARI

Con ruoli di Allievi e Tutor

## GRUPPI COLLABORATIVI

Con ruoli di *Orientati al compito*,  
*Orientato al Gruppo*, *Memoria*, *Relatore*  
ed *Osservatore*



# IL TUTORAGGIO FRA PARI: UN'OCCASIONE PER LA RIFLESSIONE METACOGNITIVA

## *Un ESEMPIO di SCHEDA (individuale)*

*a) Quale è stata la difficoltà maggiore che hai incontrato nel lavorare insieme al compagno/a per risolvere il problema?*

- Condividere la comprensione del testo*
- Capire a fondo la strategia risolutiva dell'altro/a*
- Comunicare le ragioni della mia strategia di soluzione*
- Altro .....*

*b) Quale è stata l'idea (o il passaggio) fondamentale che vi ha permesso di concludere?*

*c) Se hai aiutato il compagno/a, spiega il suggerimento che hai dato*

*d) Se hai ricevuto un aiuto dal compagno/a , spiega il suggerimento che hai ricevuto:*

# Cosa IMPARANO gli STUDENTI

a seguito di (sistematiche) attività collaborative

## In riferimento a **COMPETENZE DISCIPLINARI**

- ✓ Maggiore consapevolezza sui contenuti discussi, sulle proprie e altrui risorse
- ✓ Padronanza linguistica (argomentazione, ...)
- ✓ Capacità di riflessione (su strategie, errori, propri o dei compagni)
- ✓ Autonomia nel lavoro
- ✓ Flessibilità nel gestire il tempo

# Cosa IMPARANO gli STUDENTI

a seguito di (sistematiche) attività collaborative

## In riferimento a **COMPETENZE SOCIALI**

- ✓ **Attenzione ai propri compagni**
- ✓ **Abitudine all' ascolto e ad intervenire in modo opportuno**
- ✓ **Capacità di condividere risorse, chiedendo od offrendo aiuto**
- ✓ **Condivisione di momenti di difficoltà e di successo**
- ✓ **Consapevolezza di far parte di una squadra, rispettando regole condivise**



## Per l'INSEGNANTE

---

**IMPARARE a gestire adeguatamente attività collaborative nella propria classe è MOLTO IMPEGNATIVO perché richiede:**

- di **RIPENSARE** alla disciplina che si insegna, con una scelta opportuna di **SITUAZIONI PROBLEMA** da proporre all'indagine
- di **RISTRUTTURARE** le proprie azioni didattiche («laboratorio matematico»)
- di saper porre **ATTENZIONE** sia allo sviluppo delle **COMPETENZE DISCIPLINARI** che alle **COMPETENZE SOCIALI**

## *Conclusioni*



«... La pervasività delle competenze SPECIFICHE e TRASVERSALI che sono proprie dell'educazione matematica è tale da far emergere quanto sia necessario progettare fin dall'inizio una didattica che tenga conto delle competenze che si intendono sviluppare, così da poterle effettivamente OSSERVARE, VALUTARE e infine CERTIFICARE: la certificazione delle competenze deve dunque risultare il momento finale di un processo coerente, orientato fin dall'inizio ai traguardi che le Indicazioni Ministeriali prevedono per tutti gli studenti.»



Grazie