

UNIVERSITÀ DI PAVIA

Unione Matematica Italiana

UNIVERSITÀ DI TORINO

Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

Francesca Ferrara, Giulia Ferrari
Università di Torino, Dipartimento di Matematica "G. Peano"

IMPEGNO UMI PER IL
insegnamento della
matematica nella scuola di oggi

Struttura del laboratorio

Introduzione

Momento di Lavoro 2

Discussione

Momento di Lavoro 1

Momento di Lavoro 3

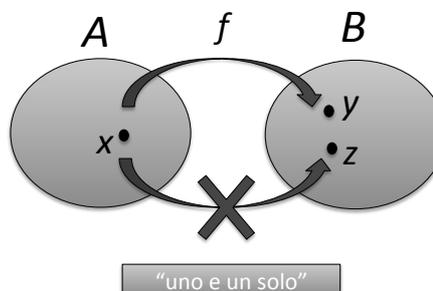
08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

2

Dai libri di testo...

Dati due insiemi non vuoti A e B , si dice *applicazione o funzione da A a B* una relazione tra i due insiemi che, ad ogni elemento $x \in A$ fa corrispondere uno e un solo elemento $y \in B$.

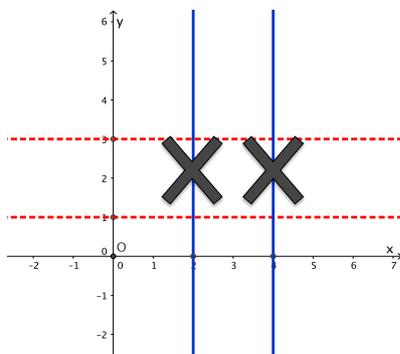


(Dodero-Baroncini-Manfredi,
Lineamenti di Matematica, 2001)

08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

3



$$y = mx + q$$

$$ax + by + c = 0$$

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

I "perché" degli studenti



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

4

I “perché” degli studenti

Una retta verticale si
disegna nel piano
cartesiano ma *non* è
una funzione

Una circonferenza si
disegna nel piano
cartesiano ma *non* è
una funzione

08/10/16

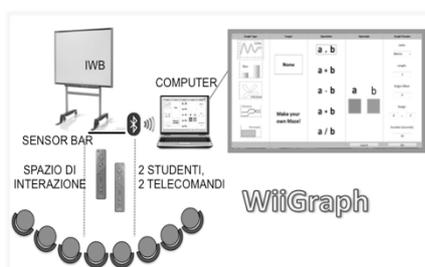
F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

5

Il laboratorio

*Approccio grafico alle funzioni
mediante il movimento*

- Famiglie di funzioni
- Trasformazioni nel piano
- Operazioni tra funzioni
- Grafici di funzione (e non)



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

6

I “perché” degli studenti

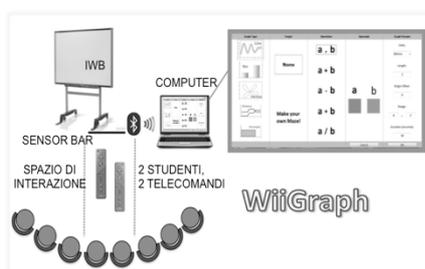
Una retta verticale si
disegna nel piano
cartesiano ma *non* è
una funzione

Una circonferenza si
disegna nel piano
cartesiano ma *non* è
una funzione

Il laboratorio

Approccio grafico alle funzioni mediante il movimento

- Famiglie di funzioni
- Trasformazioni nel piano
- Operazioni tra funzioni
- Grafici di funzione (e non)



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

Grafici di funzione (e non)

Una funzione parametrica in cui il parametro sia il tempo ci aiuta a ragionare anche sul significato della variabile indipendente...

Componendo più funzioni parametriche si ottiene una relazione che non necessariamente è una funzione. Ad esempio, l'espressione grafica di una coppia di funzioni parametriche è una curva nel piano tale che a un singolo valore dell'ascissa possono corrispondere più valori delle ordinate.

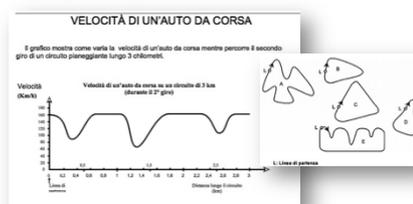
7

Il contesto istituzionale

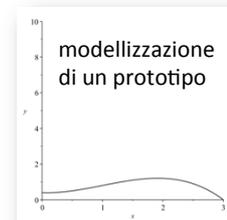
Indicazioni Nazionali (MIUR, 2010)

- la descrizione e la previsione di fenomeni in particolare del mondo fisico
- modelli matematici
- collegamenti e confronti con altre discipline come la fisica
- uso di strumenti informatici, risorsa importante introdotta in modo critico

OECD-PISA



Nuovo Esame di Stato



Literacy matematica:
descrivere, spiegare e prevedere fenomeni

08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

La Ricerca didattica

- *Trattamenti di registri e conversioni tra di essi sono rilevanti in matematica* (Duvall (2006), Radford (2009))
- *Rappresentazioni multiple* (Arzarello & Robutti (2010), Hegedus & Moreno-Armella (2009))
- *Propriocezione e c(h)inestesia sono parte della comprensione matematica* (Arzarello (2006), Nemirovsky et al. (2013), Radford (2013))
- *I modi di muoversi sono anche modi di sentire e di pensare* (de Freitas & Sinclair (2014), Roth (2010), Sfard (2008))
- *Il movimento è anche emozione – ‘animazione’* (Sheets-Johnstone (2009))
- *Le tecnologie digitali (ri)iniettano il tempo e il movimento nella matematica*

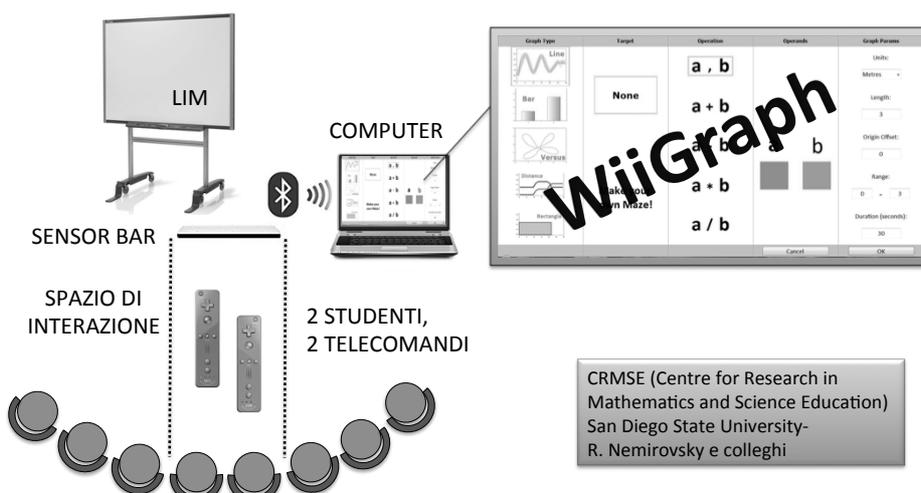
08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

9

WiiGraph

Aula di Matematica



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

10

Line

Ogni grafico in Line è una funzione che descrive il movimento di una persona

Position (metres)

Time (seconds)

$a(t)$

$b(t)$

Line

08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 11

Line

Due volontari?

08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 12

Fasci

Attività

- Rette (distinte) di pendenze diverse
- Rette (distinte) di uguale pendenza
- Una retta orizzontale, una retta verticale
- Due rette orizzontali distinte

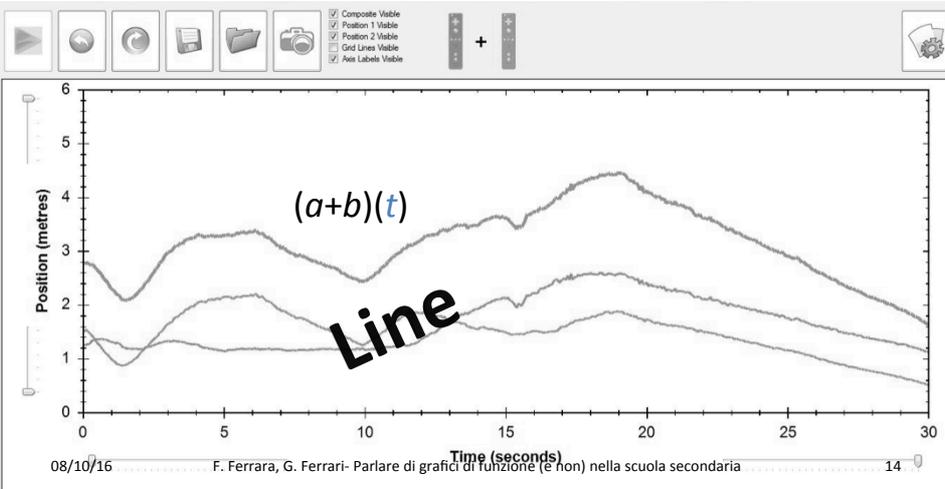
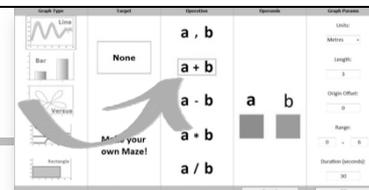
08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

13

Line

Operazioni tra funzioni: Somma



$a+b$

Attività

- Come possiamo ottenere una retta orizzontale?

08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 15

$a+b$

Attività

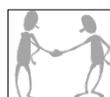
- È l'unico modo?

08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 16

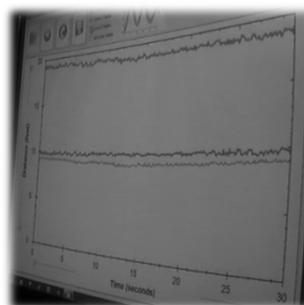
$a+b$

Attività

- per due funzioni che appartengono alla stessa famiglia, la somma è una funzione della stessa famiglia? (es. rette)



Task collaborativo



08/10/16

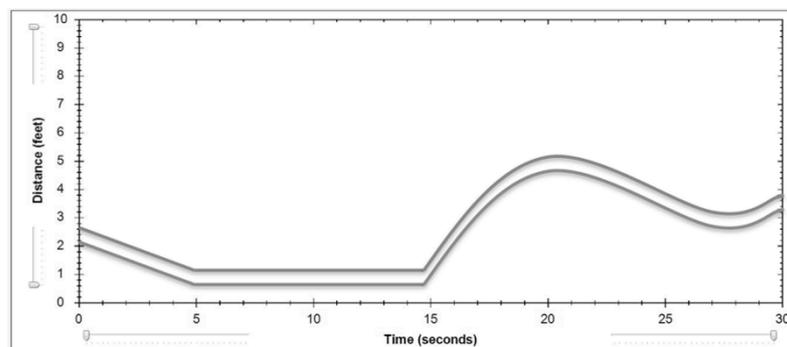
F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

17

 $a+b$

Attività

Disegna il grafico somma dei due grafici sotto:



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

18

$a+b$

Attività

Due studenti si sfidano: uno studente deve muoversi per ottenere un certo tipo di grafico somma (ad es. sempre la retta orizzontale) mentre l'altro deve impedire che il suo avversario raggiunga il suo obiettivo.



Task competitivo

08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

19

Line



Task competitivo

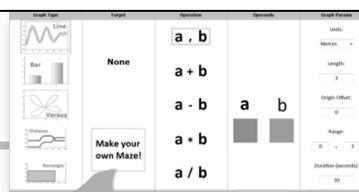
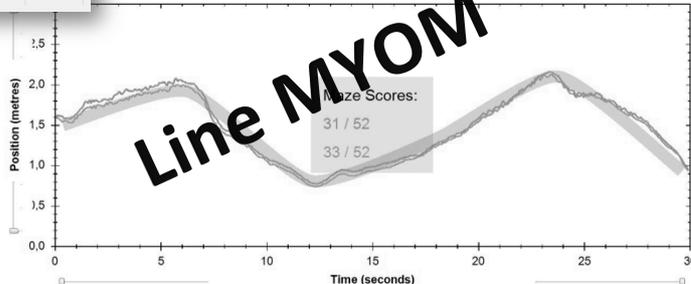


Grafico target: Make Your Own Maze!

Obiettivo: produrre un grafico il più possibile fedele a quello a schermo



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

20

MYOM!

Attività

Proviamo!

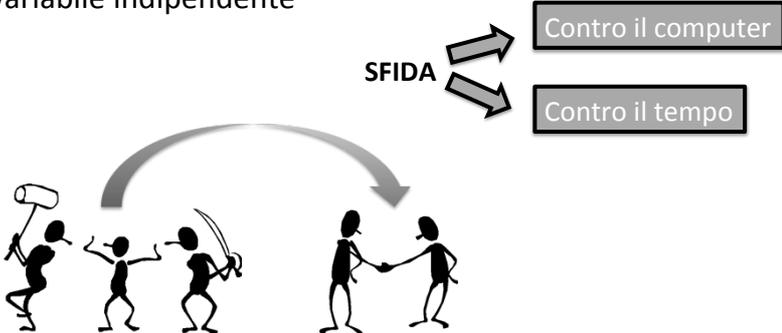
08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 21

MYOM!

Attività

- metodologia che recupera delle dinamiche di gioco
- Il tempo non si ferma, non si controlla: significato della variabile indipendente

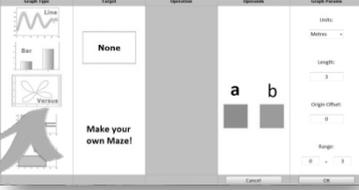
SFIDA



08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 22

Versus

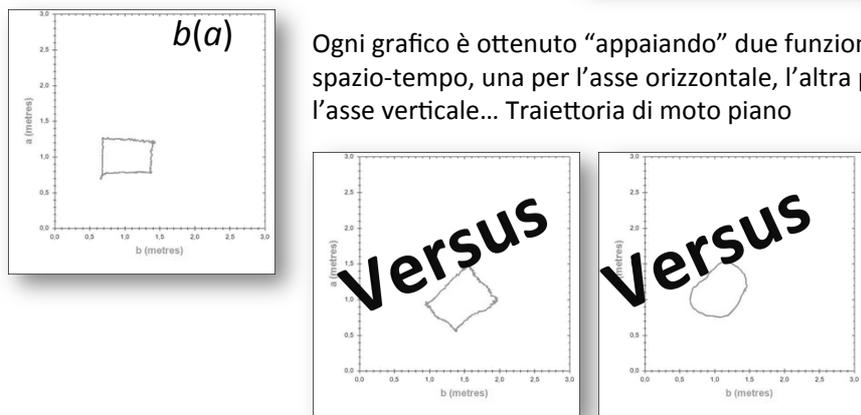
Esplorazioni...

08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 23

Versus

Ogni grafico è ottenuto "appaiano" due funzioni spazio-tempo, una per l'asse orizzontale, l'altra per l'asse verticale... Traiettoria di moto piano



08/10/16 F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria 24

Attività

- Che cosa accade se mantenendo i movimenti per ottenere il rettangolo, il rombo, il cerchio... si torna a Line?

08/10/16

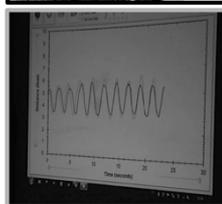
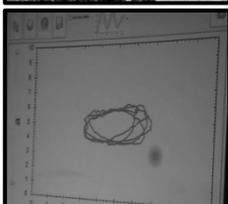
F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

25

Attività

Dalla classe...

- Che cosa accade se mantenendo i movimenti per ottenere il rettangolo, il rombo, il cerchio... si torna a Line?



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

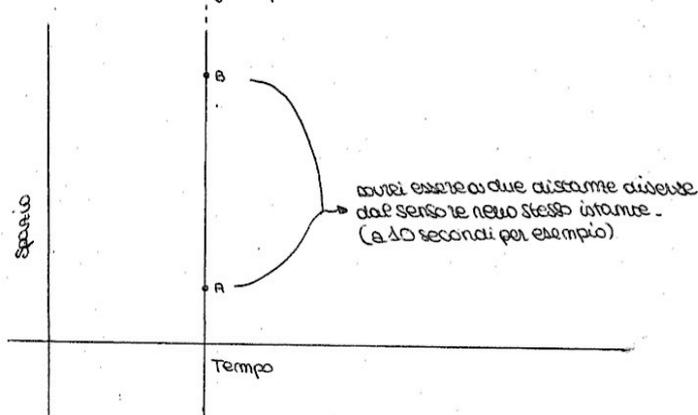
26

Dai protocolli...

Grafici di funzione e non

1. Abbiamo discusso assieme del fatto che non sia possibile ottenere rette verticali per grafici spazio-tempo. Spiega in modo preciso perché è impossibile.

Se abbiamo già ~~detto~~ ^{detto} in aula di matematica, è impossibile ottenere una retta verticale perché io (oppure l'esecutore del grafico) dovrei essere in due punti diversi per cui passi una retta verticale nel grafico spazio-tempo nello stesso istante.



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

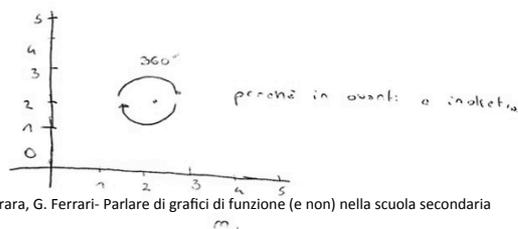
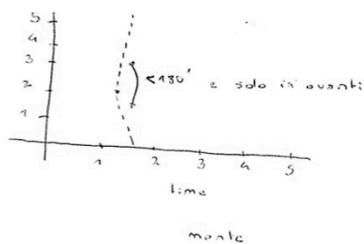
27

Dai protocolli...

Grafici di funzione e non

Abbiamo parlato di legge oraria per ciascuna delle due componenti della posizione, ma abbiamo fatto riferimento a una sola traiettoria di movimento (il parallelogramma, la circonferenza, ...). In questo caso si dice che il movimento è composto.

Spiega a parole quali sono, secondo te, le differenze tra le leggi orarie e la traiettoria di un movimento e come le esperienze con WiiGraph ti hanno aiutato a comprenderle meglio.



08/10/16

F. Ferrara, G. Ferrari- Parlare di grafici di funzione (e non) nella scuola secondaria

28

“La matematica, pur essendo un prodotto della mente umana, non si piega alla mente umana. Studiarla è come perlustrare un nuovo tratto di paesaggio; anche se non sai cosa ti aspetta dopo la prossima ansa del fiume, non hai scelta. Puoi solo aspettare e vedere. Solo che il paesaggio della matematica non esiste finché qualcuno non lo esplora.”

(I. Stewart, 2006, *Com'è bella la matematica*)

Alcuni lavori di riferimento

- Ferrara, F. (2014). How multimodality works in mathematical activity: Young children graphing motion. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 12(4), 917-939.
- Ferrara, F. & Savioli, K. (2009). Graphing motion to understand math with children. In F. Spagnolo & B. Di Paola (Eds.), *Proceedings of the 59th Conference of the Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*, 1-5. Palermo, Italy: G.R.I.M., Dipartimento di Matematica e Applicazioni.
- Ferrara, F. & Ferrari, G. (2015a). Grafici e funzioni in movimento: Riflessioni per la didattica della matematica. *Bricks*, 9 maggio 2015. <http://bricks.maieutiche.economia.unitn.it/?tag=darwinremote>
- Ferrara, F. & Ferrari, G. (2015b). Parlare di tempo e movimento in matematica per introdurre il concetto di funzione. In F. Ferrara, L. Giacardi & M. Mosca (A cura di), *Conferenze e Seminari dell'Associazione Subalpina Mathesis 2014-2015* (pp. 173-193). Torino: Kim Williams Books.
- Ferrara, F. & Ferrari, G. (2016). La matematica del tempo e del movimento: funzioni, modelli matematici e la Wii. *Nuova Secondaria*, XXXIII(6), 64-67.
- Ferrara, F., Laiolo, P., Paola, D. & Savioli, K. (2010). Movimento, visualizzazione e costruzione di significato nella scuola secondaria di secondo grado. *L'insegnamento della Matematica e delle Scienze Integrate*, 33B(2), 139-170.
- Nemirovsky, R. & Ferrara, F. (2009). Mathematical imagination and embodied cognition. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 159-174.

GRAZIE!

francesca.ferrara@unito.it,
giulia.ferrari@unito.it