Le difficoltà in matematica di studenti con profili di tipo BES e DSA

Anna Baccaglini-Frank* e Elisabetta Robotti**
*Università di Roma "La Sapienza"
**Università degli Studi di Torino

XXXIII Convegno UMI-CIIM
Criticità per l'insegnamento della matematica nella scuola di oggi
Pavia, 7-9 ottobre 2016

Temi

- Normative sui “Bisogni Educativi Speciali” (BES)
- “Mathematical Learning Disability/Difficulty”, “Discalculia” (e simili) ... di che cosa stiamo parlando?
- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull’apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
- Esempi di materiali didattici sviluppati “alla luce” di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto “Frazioni sul filo”

- Usiamo il termine “scienze cognitive” riferendoci a discipline come la psicologia cognitiva e le neuroscienze cognitive che si occupano (anche) delle difficoltà in matematica da un punto di vista cognitivo;
- quando illustreremo i risultati dalle scienze cognitive dovete ricordare che noi siamo ricercatrici in didattica della matematica e quello che cerchiamo di mettere in luce è come tali risultati siano interpretabili nella nostra disciplina.

Temi

- Normative sui “Bisogni Educativi Speciali” (BES)
- “Mathematical Learning Disability/Difficulty”, “Discalculia” (e simili) ... di che cosa stiamo parlando?
- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull’apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
- Esempi di materiali didattici sviluppati “alla luce” di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto “Frazioni sul filo”

“Bisogni Educativi Speciali” (BES)

“Strumenti di intervento per alunni con Bisogni Educativi Speciali e organizzazione territoriale per l’inclusione scolastica“ (Direttiva ministeriale del 27 dicembre 2012)

“ogni alunno, con continuità o per determinati periodi, può manifestare Bisogni Educativi Speciali: o per motivi fisici, biologici, fisiologici o anche per motivi psicologici, sociali, rispetto ai quali è necessario che le scuole offrano adeguata e personalizzata risposta”

Varie ragioni:

- svantaggio sociale e culturale, disturbi specifici di apprendimento e/o disturbi evolutivi specifici, difficoltà derivanti dalla non conoscenza della cultura e della lingua italiana perché appartenenti a culture diverse”

BES: tre macro aree

certificazione ai sensi della legge 104/92

D.S.A. – disturbi specifici dell'apprendimento (dislessia, discalculia, disgrafia, disortografia);
deficit di linguaggio;
deficit delle abilità non verbali;
deficit della coordinazione motoria;
ADHD – deficit di attenzione e di iperattività;

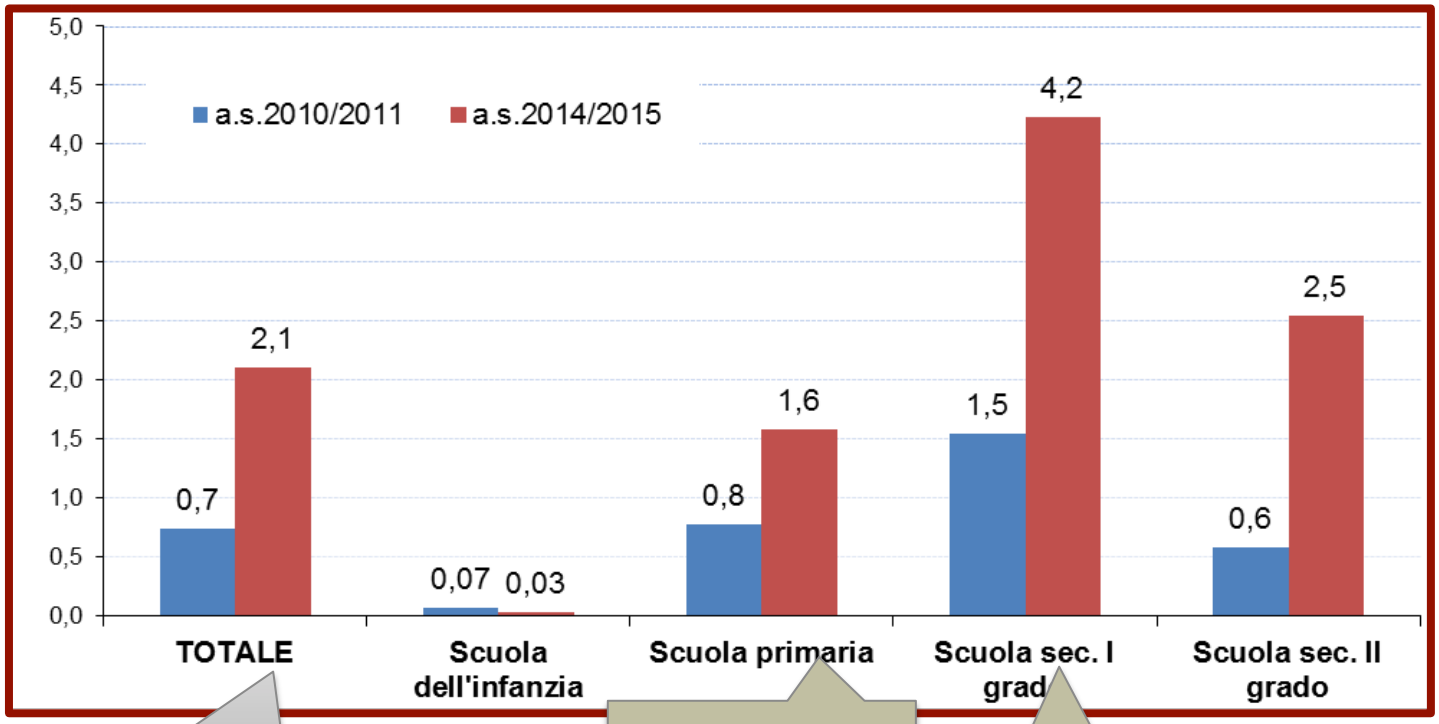
diagnosi di D.S.A. ai sensi della legge 170/2010

BES: tre macro aree

D.S.A. – disturbi specifici dell'apprendimento (dislessia, discalculia, disgrafia, disortografia);
deficit di linguaggio;
deficit delle abilità non verbali;
deficit della coordinazione motoria;
ADHD – deficit di attenzione e di iperattività;

Fonte: MIUR - DGCASIS - Ufficio Statistica e Studi - Rilevazioni sulle Scuole

Alunni con **DSA in %**, sul totale degli alunni per ordine di scuola **è aumentata**:
a.s.2010/2011 intorno allo 0,7%



16% discalculia

25% discalculia

a.s. 2014/2015
% DSA / tot. alunni = 2,1%

~~Diagnosi scuola infanzia~~

Intesa fra MIUR e Ministero della salute

Predisposizione dei protocolli regionali per le attività di individuazione precoce di DSA

L'iter previsto dalla legge si articola in tre fasi:

- individuazione degli alunni che presentano difficoltà significative di lettura, scrittura o calcolo;
- attivazione di percorsi didattici mirati al recupero di tali difficoltà;
- segnalazione dei soggetti "resistenti" all'intervento didattico.

Temi

- Normative sui “Bisogni Educativi Speciali” (BES)
- “Mathematical Learning Disability/Difficulty”, “Discalculia” (e simili) ... di che cosa stiamo parlando?
- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull’apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
- Esempi di materiali didattici sviluppati “alla luce” di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto “Frazioni sul filo”

Inclusione

Disabilità

"resistenza"
(all'intervento)

Discalculia

Difficoltà

Disturbo specifico
dell'apprendimento

Disturbo

Mathematical
Learning
Disability

Prestazioni di
livello basso

...

Deficit

Baccaglini-Frank & Robotti, UMI-CIIM 2016

Inclusione
Disabilità
“resistenza”
(all’intervento)
Difficoltà
Disturbo
Mathematical
Learning
Disability
Prestazioni di
livello basso
...
Deficit

“MLD”, “discalculia” (e simili)...di che cosa stiamo parlando?

Uno studio recente di Lewis e Fischer (2016) analizza in modo sistematico i criteri metodologici usati negli studi internazionali degli ultimi 40 anni* per identificare studenti con un Mathematical Learning Disability (MLD), affrontando in particolare:

* sono stati considerati inizialmente 710 studi che rispondevano ai criteri proposti dagli autori

“MLD”, “discalculia” (e simili)...di che cosa stiamo parlando?

- la variabilità nei criteri usati per identificare e classificare MLD;
- controllo di fattori non cognitivi nell’identificazione di studenti che manifestano basso rendimento persistente in matematica;
- l’apprendimento di quali contenuti matematici (aritmetica, geometria, algebra, analisi...) è stato oggetto degli studi.

Risultati principali dall'analisi della letteratura
(variabilità nei criteri usati per identificare e classificare MLD)

In genere vengono usati "achievement tests" (test prestazionali) in matematica

- i criteri di cut off variano dal 2° al 46° percentile;
- quasi metà degli studi usano misure non comuni nel campo;
- i test sono diversi in nazioni diverse (o a volte nella stessa nazione);
- lo stesso studente può risultare una volta positivo e un'altra no (a seconda del test o della sua stessa prestazione diversa nel tempo).

Risultati principali dall'analisi della letteratura
(Controllo di fattori non cognitivi nelle diagnosi)

I test usati per l'identificazione di MLD non riescono a discriminare tra basse prestazioni dovute a difficoltà cognitive e non cognitive. In genere non si tiene conto dell'effetto di:

- appartenenza a ceto socio-economico basso;
- abilità linguistiche nella lingua del test;
- "assessment bias";
- altri fattori come razza e genere.

Risultati principali dall'analisi della letteratura

(Contenuti matematici negli studi su MLD)

5 – 8 anni

- processamento numerico (simbolico e non-simbolico)
- conteggio e cardinalità
- operazioni e ragionamento pre-algebrico
- numeri e operazioni in base 10
- geometria (nomi di figure)

solo il 6%
oltre 8 anni

- frazioni
- algebra (espressioni ed equazioni)

Baccaglini-Frank & Robotti, UMI-CIIM 2016

Si possono ri-organizzare le principali ipotesi avanzate in psicologia e neuroscienze per studiare i “profili di apprendimento matematico” degli studenti.

Giannis Karagiannakis

frontiers in
HUMAN NEUROSCIENCE

OPINION ARTICLE
published: 10 February 2014
doi: 10.3389/fnhum.2014.00057

Mathematical learning difficulties subtypes classification

Giannis Karagiannakis[1]*, Anna Baccaglini-Frank[2] and Yiannis Papadatos[1]

[1] *Department of Primary Education, Research Center of Psychophysiology and Education, National and Kapodistrian University of Athens, Athens, Greece*
[2] *Department of Education and Human Sciences, University of Modena and Reggio Emilia, Reggio Emilia, Italy*
**Correspondence: johnkaragian@math.uoa.gr*

Edited by:
Zoe Theodoridou, St. Luke's Hospital, Greece

Reviewed by:
Roi Cohen Kadosh, Cohen Kadosh Laboratory, UK
Daniela Lucangeli, University of Padova, Italy

Keywords: core deficits, dyscalculia, internal representation of numbers, mathematical learning difficulties, multi-deficit model, number sense

INTRODUCTION

Mathematics is a complex subject including different domains such as arithmetic, arithmetic problem solving, geometry, algebra, probability, statistics, calculus, …that implies mobilizing a variety of basic abilities associated with the sense of quantity, symbols decoding, memory, visuospatial capacity, logics, to name a few. Students with difficulties in any of the these abilities or in their coordination, may experience mathematical learning difficulties. Understanding the

Within the field of mathematics education, many frameworks and theories have been developed to analyze teaching and learning processes and difficulties involved with these and other mathematical tasks (e.g., Freudenthal, 1991; Schoenfeld, 1992, 2011; Bharath and English, 2010). Recently, the field has shown interest in perspectives from cognitive neuroscience (e.g., Grabner and Ansari, 2010).

Although developmental and classification models in these fields have been

neurocognitive deficits that may lead to MLD specifically related to numbers, and then we will provide examples of the most relevant classifications of MLD, based on a possible deficit in basic cognitive functions.

HYPOTHESES FOR DIFFICULTIES IN THE LEARNING OF NUMBERS

Certainly deficits that lead to difficulties in processing numbers are of primary importance among the hypotheses for MLD. The literature refers to two pre-

*Karagiannakis, Baccaglini-Frank, Papadatos (2014), Mathematical learning difficulties subtypesclassification, Frontiers in Human Neuroscience, 8:57. doi: 10.3389/fnhum.2014.00057

Modello delle componenti cognitive dei profili di apprendimento matematico

CORE NUMBER

Rappresentazione interna di quantità (OTS; ANS)

Comprensione simboli

- Senso del numero
- Stima
- Posizione sulla linea dei numeri (rappresentazione analogica (continua) delle quantità)
- Aspetti lessicali, sintattici, semantici della cognizione numerica
- Significato dei simboli delle operazioni

MEMORY

Memoria di lavoro

Memoria a lungo termine

- Recupero fatti; conoscenza/uso lessico
- Decodifica di regole e comprensione di consegne in forma verbale
- Svolgimento accurato di calcoli a mente
- Ricordo e uso di formule, regole, procedure
- Problem solving aritmetico

MATHEMATICAL REASONING

Meccanismi esecutivi di controllo

uso dell'implicazione logica, inibizione di fatti irrilevanti (non WM), updating di dati e strategie in uso o tra cui scegliere, pianificazione, presa di decisioni

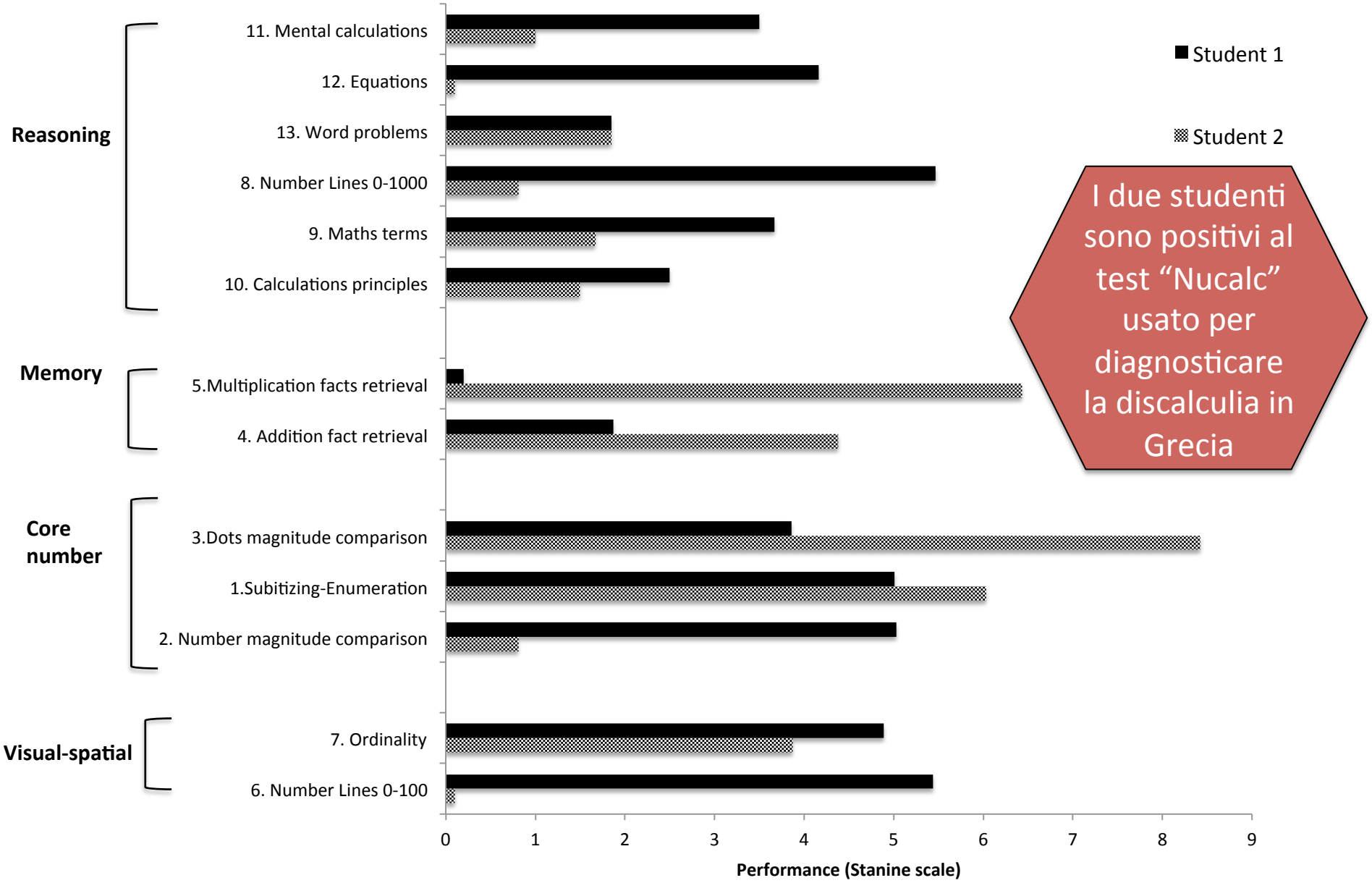
- Comprendere idee, concetti, principi logici, relazioni
- Comprendere passi di una sequenza di procedure/algoritmi complessi
- Problem solving

VISUAL SPATIAL

Memoria di lavoro visuo-spaziale

Ragionamento/percezione visuo-spaziale

- Aritmetica scritta, algebra, geometria, geometria analitica, calcolo
- Aspetti visuo-spaziali dei numeri
- Interpretazione e uso di rappresentazioni geometriche, analisi e visualizzazione
- Linea dei numeri
- interpretazione e costruzione grafici
- Controllo informazioni rilevanti in ambito visuo-spaziale



I due studenti sono positivi al test "Nucalc" usato per diagnosticare la discalculia in Grecia

(Karagiannakis & Baccaglini-Frank, 2014)

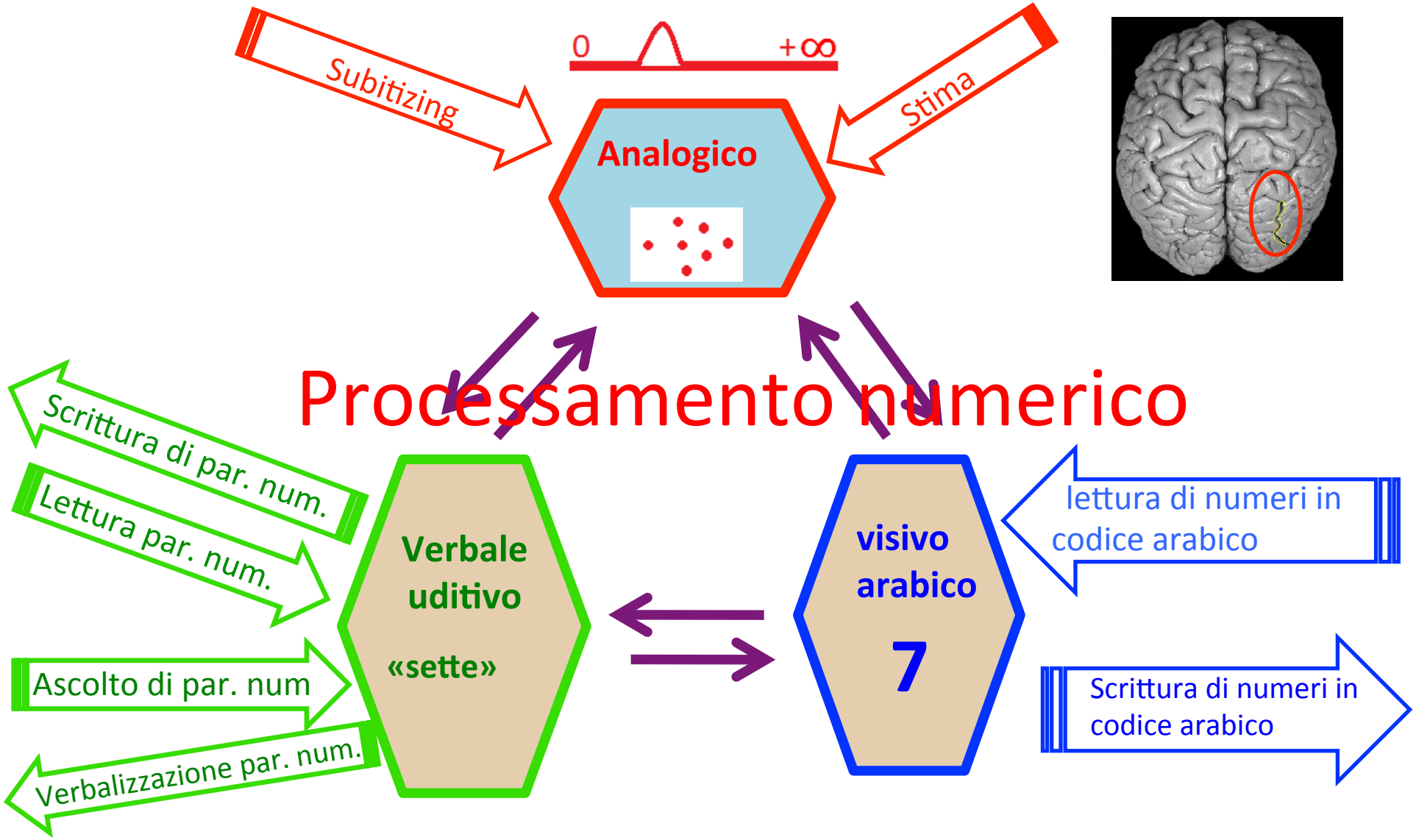
Alcune conclusioni alla luce dell'analisi critica della letteratura

- Dall'etichetta "discalculico" non possiamo concludere nulla di certo sul profilo di apprendimento matematico dello studente;
- non possiamo (ancora) prevedere quali contenuti matematici uno studente positivo ad un test per la discalculia riuscirà o meno ad imparare;
- dai risultati delle scienze cognitive possiamo soltanto sviluppare *ipotesi* da esplorare in nuovi studi (anche in diversi ambiti di ricerca).

Temi

- Normative sui “Bisogni Educativi Speciali” (BES)
- “Mathematical Learning Disability/Difficulty”, “Discalculia” (e simili) ... di che cosa stiamo parlando?
- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull’apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
- Esempi di materiali didattici sviluppati “alla luce” di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto “Frazioni sul filo”

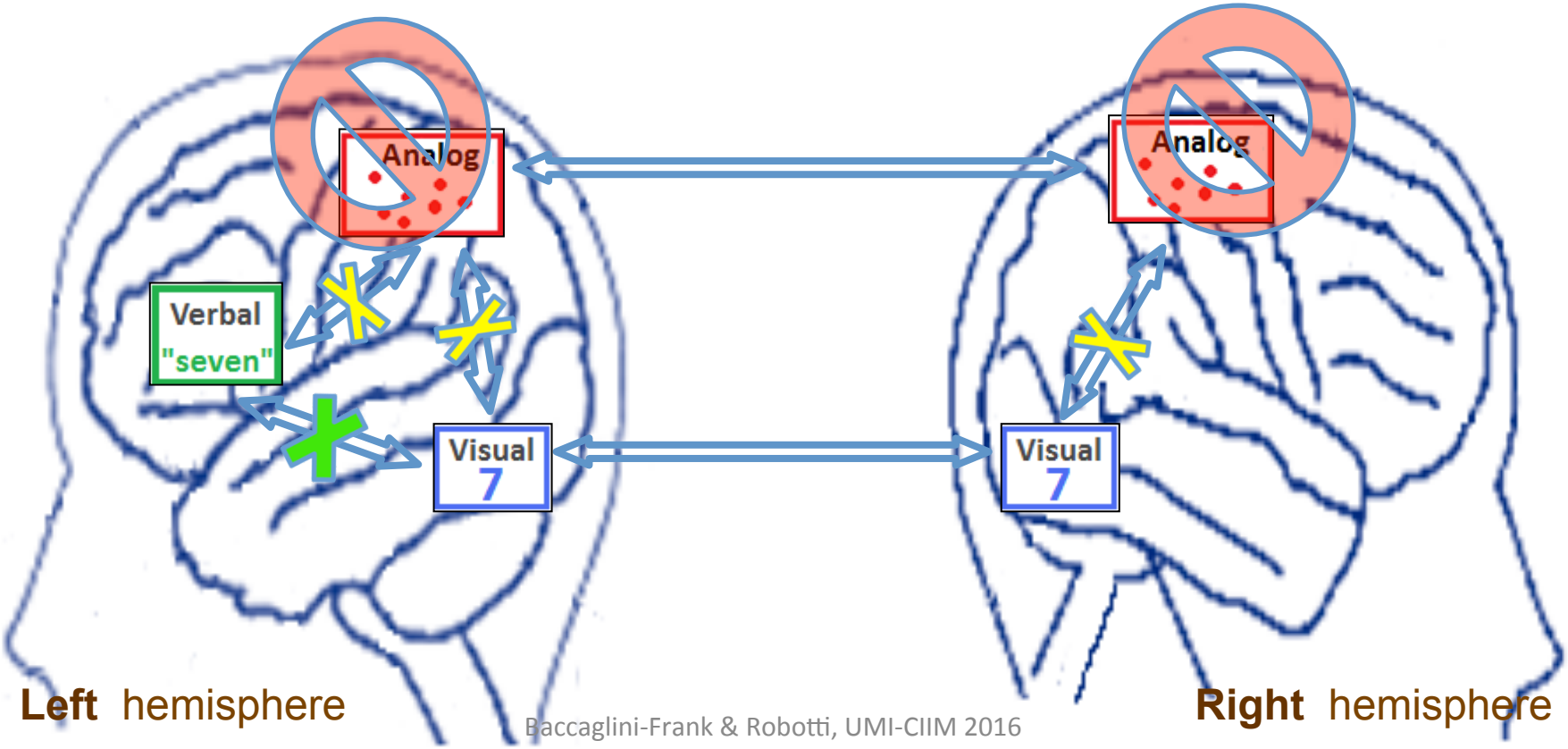
Come funziona il nostro cervello rispetto ai numeri?


Subitizing
0
+∞
Stima
Analogico
Processamento numerico
Scrittura di par. num.
Lettura par. num.
Ascolto di par. num
Verbalizzazione par. num.
Verbale
uditivo
«sette»
visivo
arabico
7
lettura di numeri in
codice arabico
Scrittura di numeri in
codice arabico

Mapping brain dysfunction in Dyscalculia

Hypothesis
«Access» :
Deficit Exact Number Representation and the link between Arabic – Magnitude Representation
(Rouselle & Noël, 2007, 2011)

Hypothesis
«Core Deficit» :
Deficit in the Approximate Magnitude system
(Butterworth, 1999; Gersten & Chard, 1999; Wilson & Dehaene, 2007)



Alcune ipotesi

- Il Modello del Triplo Codice (seppure sviluppato osservando pazienti adulti) potrebbe essere usato come strumento per osservare difficoltà con i numeri di bambini in durante lo sviluppo.
- Se pazienti che non riescono ad attuare alcuni passaggi di transcodifica hanno difficoltà con operazioni aritmetiche, può essere utile sviluppare materiale didattico che mira a promuovere l'uso dei vari passaggi di transcodifica, per migliorare le prestazioni degli studenti in aritmetica.

...e ora consideriamo il bimbo Jed

- Jed è un bambino di 7 anni, del Galles, intervistato perché individuato dagli insegnanti come “avente difficoltà in aritmetica”.
- Frequenta la classe 2° ed è stato in questa scuola per quasi 3 anni (dalla kindergarten).

(Gould, 2015)

Task 1

I: Conta queste mattonelle. (sono 24)

J: [ne conta 12] Che cosa viene dopo undici?...è difficile.

I: [sposta le mattonelle] Conta in avanti fin dove sai arrivare.

J: Uno, due, tre, quattro, cinque, sei, sette, otto, nove, dieci, undici, dodici, tredici, quindici...no ho sbagliato.

[ci riprova, e fatica a ricordare le parole dopo 'undici']

(Gould, 2015)

Task 2

I: Conta all'indietro da dieci.

J: [non riesce]

I: Conosci l'alfabeto? Me lo provi a recitare?

J: a, b, c, d, e, f, g, h.

I: Mi conti in avanti a partire da dieci?

J: [non riesce]

(Gould, 2015)

Task 3

I: Riconosci questi numeri? [mostra una carta con "8"]

J: Sì, otto, quello con due palle una sopra all'altra.

I: Prendi le carte che sai che numero rappresentano.

J: [sceglie i numeri fino al 12]

I: Mi sai dire che numero è questo? ["15"]

J: [non riesce. A fatica riconosce "cinque".]

(Gould, 2015)

Task 3

I: Questo che numero è? [mostra una carta con “5”]

J: [a bassa voce] *tre, quattro*,... cinque!

I: Come stai facendo? Riconosci il tre e poi immagini di contare su una linea?

J: Sì.

I: Mi sai dire che numero è questo? [“3”]

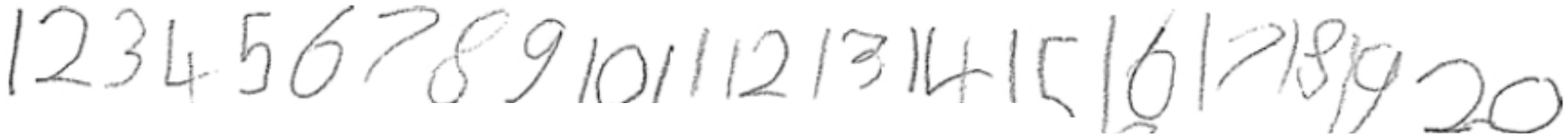
J: Tre [riconosce al volo 1, 2, 3 e “calcola” i simboli successivi sulla base di una linea dei numeri visualizzata].

(Gould, 2015)

Task 4

I: Scrivi i numeri fin dove puoi.

J:



J: [ci pensa, guarda la sequenza]

J: Che cosa viene dopo? [guardando il 12] Lo so.

[forse salta “22” perché non cancella “12”] (Gould, 2015)

Task 5

I: Scrivi i numeri che ti detto: 3, 7, 1, 9, 4, 2, 5, 8, 10.

J:

J: [scrive 3 ... er 1, e ci torna ... ucendo una linea dei nume ... ia

Come potremmo spiegare questa intervista alla luce del Modello del Triplo Codice?

(Gould, 2015)

Temi

- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull'apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
  - il modello del triplo codice
  - la "linea dei numeri"
  - la gnosia digitale
- Esempi di materiali didattici sviluppati "alla luce" di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto "Frazioni sul filo"

I numeri e lo Spazio

Vari studi hanno messo in relazione il processamento di numeri e quello dello spazio (per esempio, Piazza, Pinel, & Dehaene, 2006; Seron, Pesenti, Noël, Deloche, & Cornet, 1992).

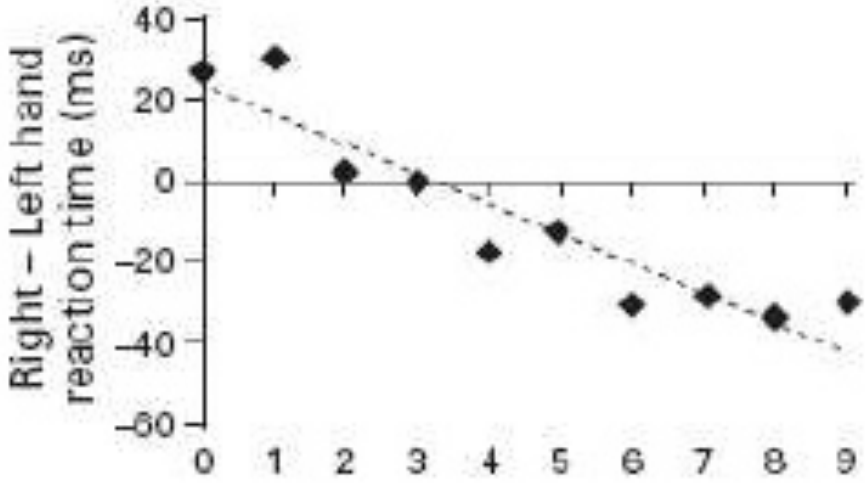
Effetto SNARC
(Spatial Numerical Association of Response Codes): un effetto del comportamento in esperimenti classici per documentare “l’effetto dello spazio” nella rappresentazione dei numeri (Dehaene, Bossini, & Giraux, 1993).

I numeri e lo Spazio

Effetto SNARC

Il soggetto deve decidere se il numero (da 1 a 9) è pari o dispari usando la mano destra in un caso e sinistra nell'altro.

Nel diagramma sono riportate le differenze dei tempi di risposta tra la mano destra e sinistra in funzione del numero mostrato.



I numeri e lo Spazio

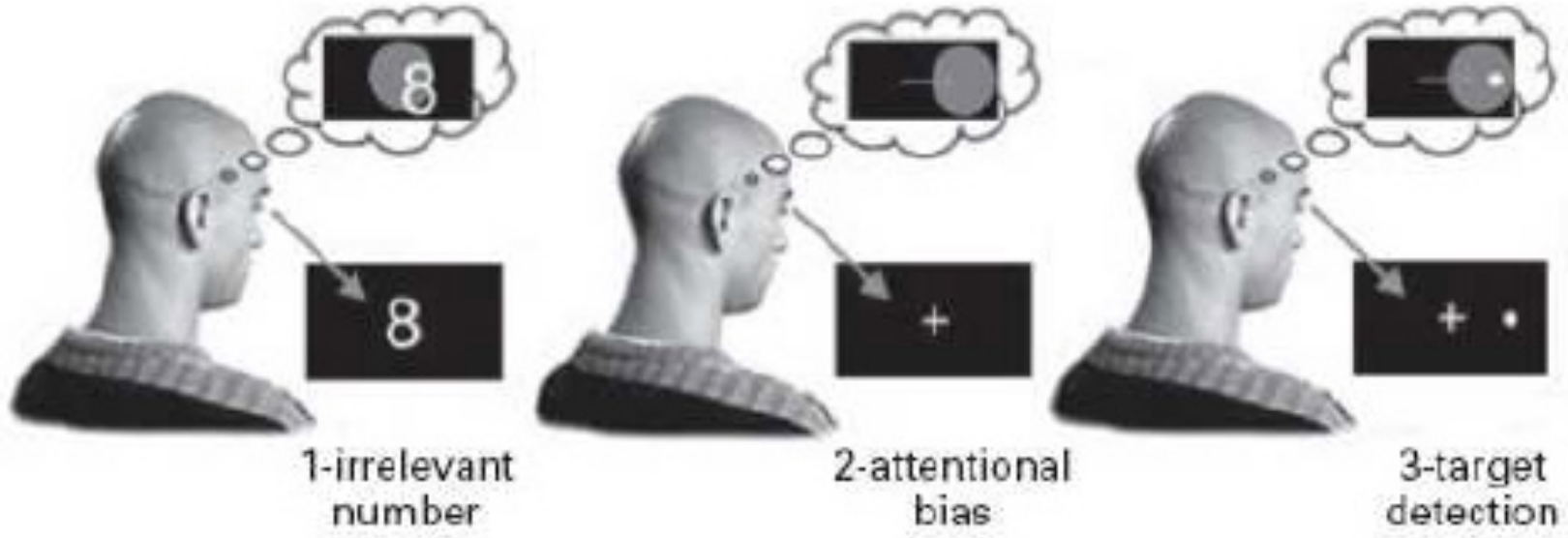
Compiti di Bisezione

Quando si chiede al soggetto di indicare il punto medio si un segmento costituito di numeri piccoli (1-9), il soggetto sceglie un punto a sinistra del vero punto medio se i numeri sono piccoli (1,2,3,4) e a destra del reale punto medio se i numeri sono grandi (6,7,8,9) (e.g., Calabria & Rossetti, 2005;

I numeri e lo Spazio

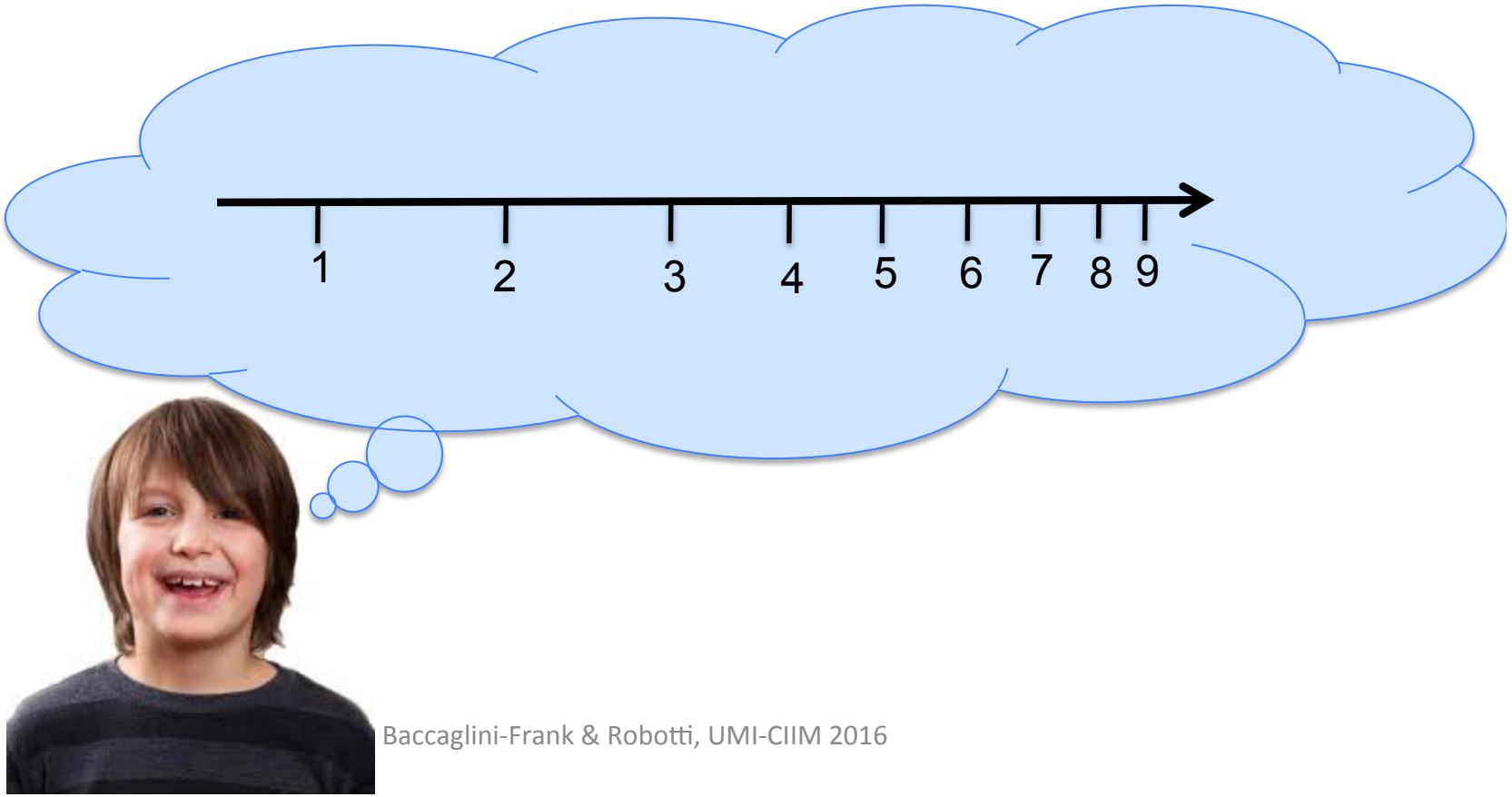
Bias attentivo

Quando si presenta al soggetto un numero mentre fissa uno schermo, automaticamente avviene uno shift di attenzione verso la destra o la sinistra del numero (sullo schermo) che porta a risposte più rapide a stimoli presentati in queste zone.



METAFORA della “retta dei numeri”

Un modello che rappresenta bene l’insieme dei risultati ottenuti da questo tipo di studi è quello di una retta dei numeri (solo per i numeri naturali!) con una disposizione logaritmica dei numeri.



Storia della matematica

La linea dei numeri è relativamente recente

(come rappresentazione e anche come supporto didattico)

è introdotta da John Wallis (1685)

Non ci sono tracce nella matematica antica e non Occidentale.

XVI. *Of Negative Squares.* 265

A DESCRIPTI-
ON OF THE ADMIRABLE
TABLE OF LOGARIHMES,
WITH THE MOST PLEN-
TIFVL, EASIE, AND READY
Vse thereof in both kindes of
Trigonometrie, as also in all Ma-
thematicall Accounts.

THE FIRST BOOKE.

CHAP. I.
Of the Definitions.

LINE *is said to increase equally, when the point describing the same, goeth forward equall spaces, in equall times, or moments.*

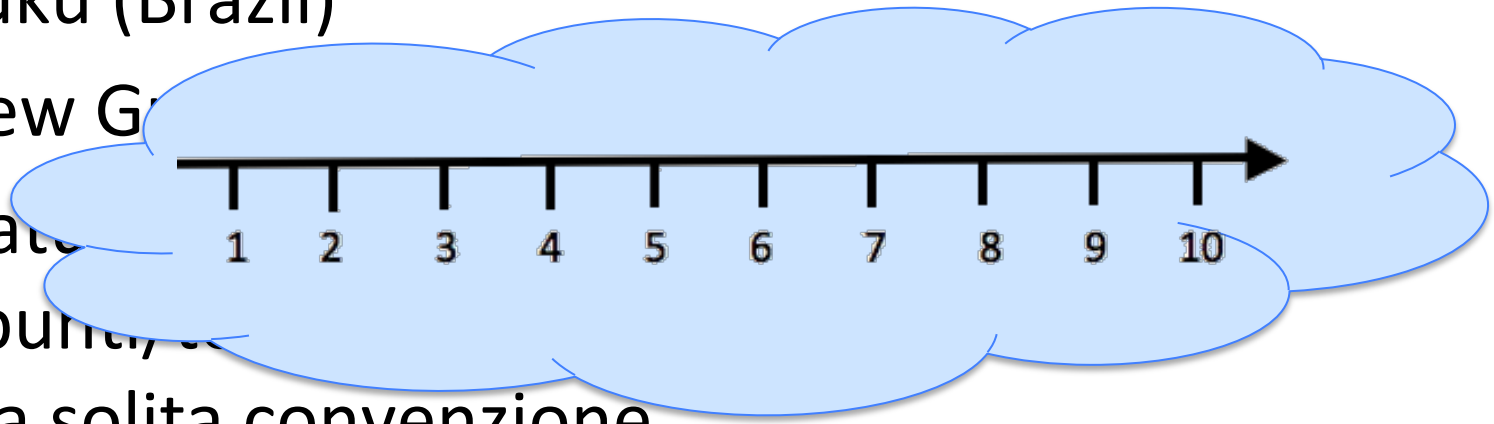
Let A be a point, from which a line is to be drawne by the motion of another point, which let be B.

a b

Studi su Gruppi Indigeni Remoti

Munduruku (Brazil)

Papua New G



La mappat

(parole/punti,

rispetta la solita convenzione sull'*ordinamento*.

La situazione però cambia dopo soltanto poche settimane di scuola.

"The number-to-line mapping, although ubiquitous in the modern world, is not universally spontaneous but rather seems to be learned through – and continually reinforced by – specific cultural practices"

Nuñez R. (2011), No Innate Number Line in the Human Brain, *Journal of Cross-Cultural Psychology,* 42(4) 651-668.

Da questi risultati e da altri che associano l'abilità di identificare e collocare numeri sulla retta dei numeri ad altre abilità aritmetiche si è ipotizzato che

- lavorare con rappresentazioni concrete della linea dei numeri
- e mettere tali rappresentazioni in relazione con le altre rappresentazioni dei numeri

possa essere utile per prevenire e affrontare difficoltà di apprendimento nell'ambito dei numeri naturali.

Temi

- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull'apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
  - il modello del triplo codice
  - la "linea dei numeri"
  - la gnosia digitale
- Esempi di materiali didattici sviluppati "alla luce" di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto "Frazioni sul filo"

Le mani, le dita e la gnosia digitale

Senza la capacità di associare la rappresentazione dei numeri alla rappresentazione neurale delle dita e delle mani nelle loro posizioni normali, gli stessi numeri non possono avere una rappresentazione normale nel cervello.

(Butterworth, 1999)

Risultati sperimentali sulla "gnosia digitale"

- "La consapevolezza delle dita" è un buon predittore delle abilità numeriche del bambino. (Noël, 2005)

- Il potenziamento della gnosia digitale ha portato un gruppo sperimentale di bambini con scarsa abilità a superare un gruppo "forte" non sottoposto a potenziamento. (Bafalluy & Noël, 2008)

Da questi risultati si è ipotizzato che

- rappresentare numeri con le dita
- e potenziare la gnosia digitale

possa essere utile per prevenire e affrontare difficoltà di apprendimento nell'ambito dei numeri naturali.

Why Kids Should Use Their Fingers in Math Class

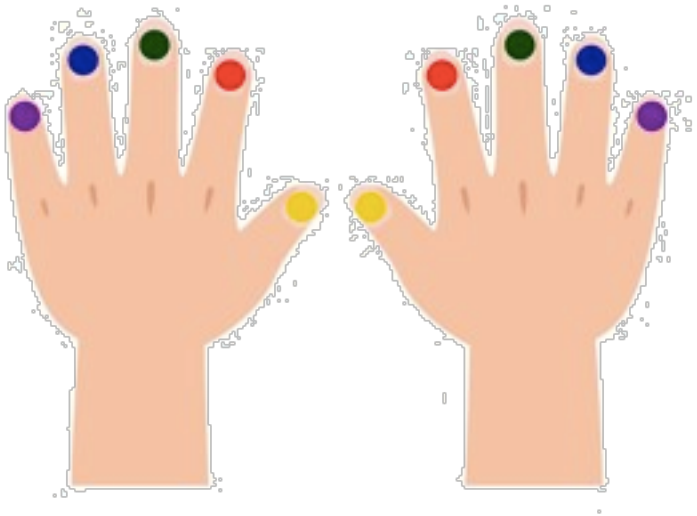
Evidence from brain science suggests that far from being "babyish," the technique is essential for mathematical achievement.

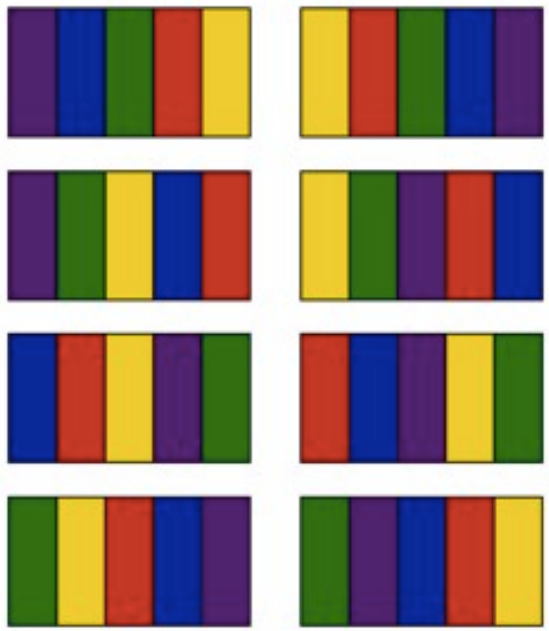
32k

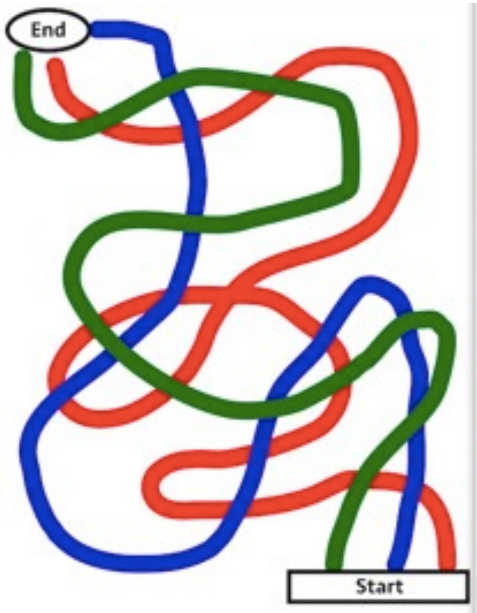
TEXT SIZE

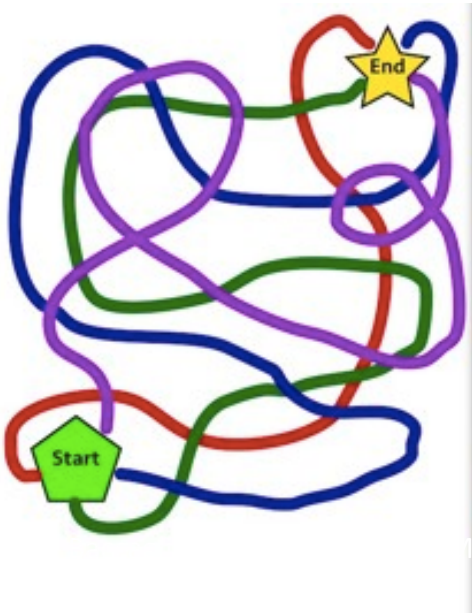
JO BOALER AND LANG CHEN | APR 13, 2016 | EDUCATION

Give the students colored dots on their fingers and ask them to touch the corresponding piano keys, and ask them to follow the lines on increasingly difficult mazes:









Uno studio italiano

“iPad per Contare a Quattro Anni”

(Tesi di laurea di G. Giacopini, Dipartimento di Educazione e Scienze Umane, Università di Modena e Reggio Emilia)

e successivo lavoro di analisi con Mirko Maracci, Università di Pavia

Digital Experiences in Mathematics Education

ISSN 2199-3246

Digit Exp Math Educ

Digit Exp Math Educ
DOI 10.1007/s40751-015-0002-4

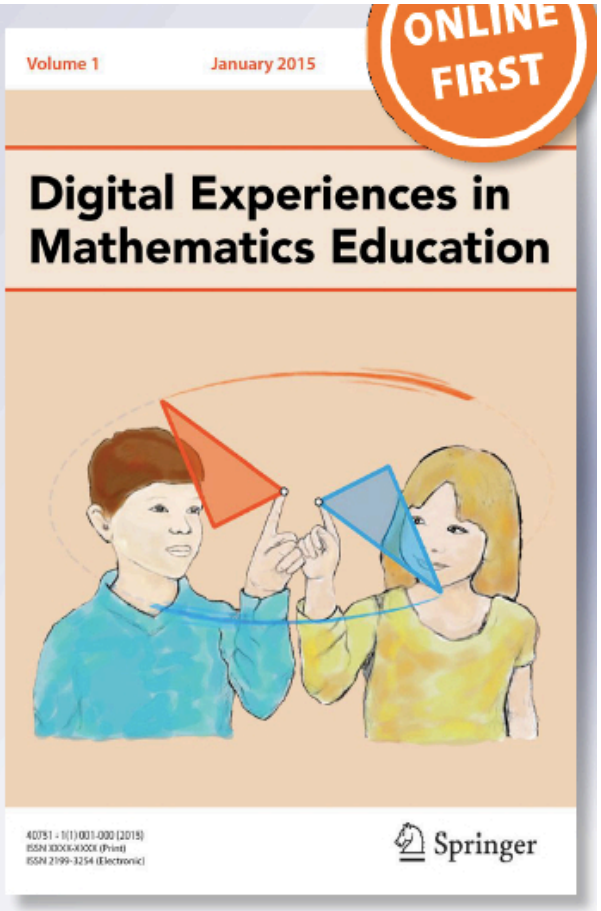
Multi-Touch Technology and Preschoolers’ Development of Number-Sense

Anna Baccaglini-Frank[1] · Mirko Maracci[2]

© Springer International Publishing 2015

Abstract The technology-enhanced development of very young children’s mathematical abilities, apart from some notable exceptions, does not seem to have yet raised a lot of interest within the mathematics education community. This article focuses on the educational potential offered by certain software applications (apps) that exploit affordances of multi-touch devices for fostering preschoolers’ development of number-sense. We introduce theoretical elements derived from recent research in developmental and cognitive psychology, neuroscience, and mathematics education, that concur in defining the aspects of number sense that we will be investigating in relation to specific multi-touch interactions. Our specific research goal is to analyze the multi-touch potential of two apps for fostering preschoolers’ development of those aspects of number sense. The study is based on the analysis of children’s interactions with these apps in the context of a sequence of activities centered on the use of the iPad, carried out in a public preschool in Northern Italy. The specific issue addressed and the perspective adopted position this study at the crossroads between different research fields.

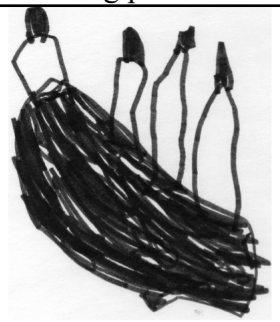
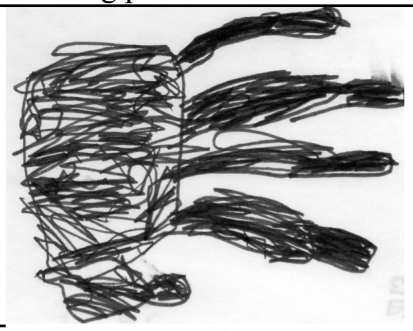
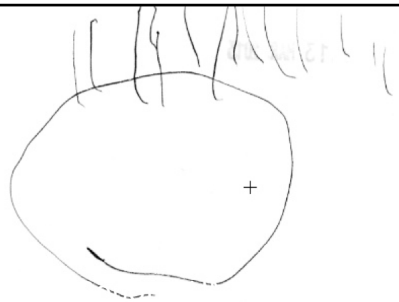
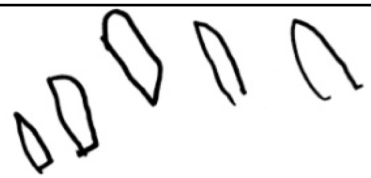
Keywords Multi-touch technology · Number sense · Representation of quantities through fingers · iPad applications · Preschoolers’ stable schemes



)16

Risultati

- Miglioramenti nelle rappresentazioni delle mani (disegni)

	Drawing pre-intervention	Drawing post-intervention
Child 1		
Child 2		
Child 3		

Risultati

- Miglioramenti nelle rappresentazioni delle mani (disegni)
- Miglioramenti nelle rappresentazioni dei numeri con le dita

Temi

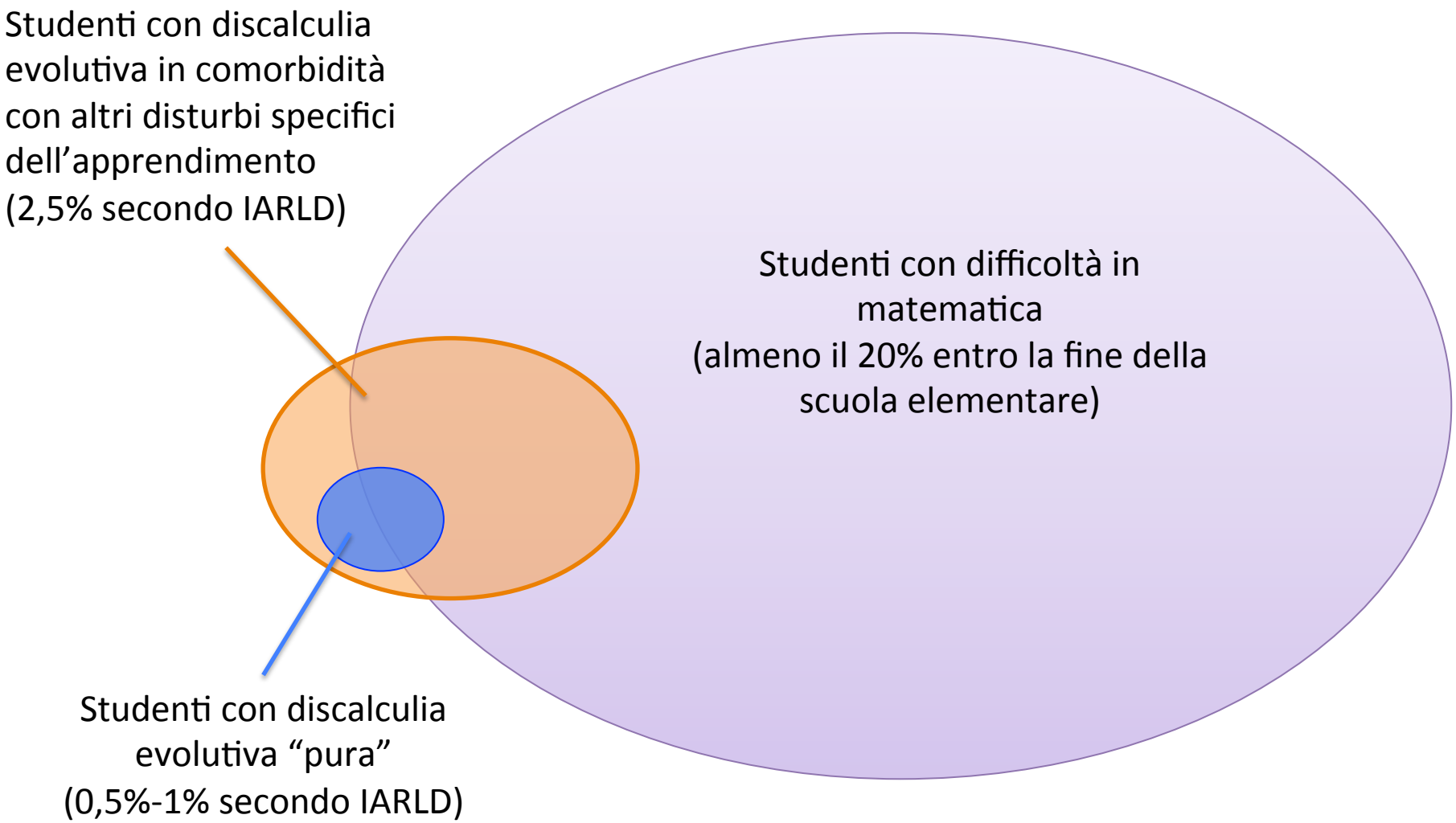
- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull'apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
  - il modello del triplo codice
  - la "linea dei numeri"
  - la gnosia digitale
- Esempi di materiali didattici sviluppati "alla luce" di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto "Frazioni sul filo"

Il progetto PerContare

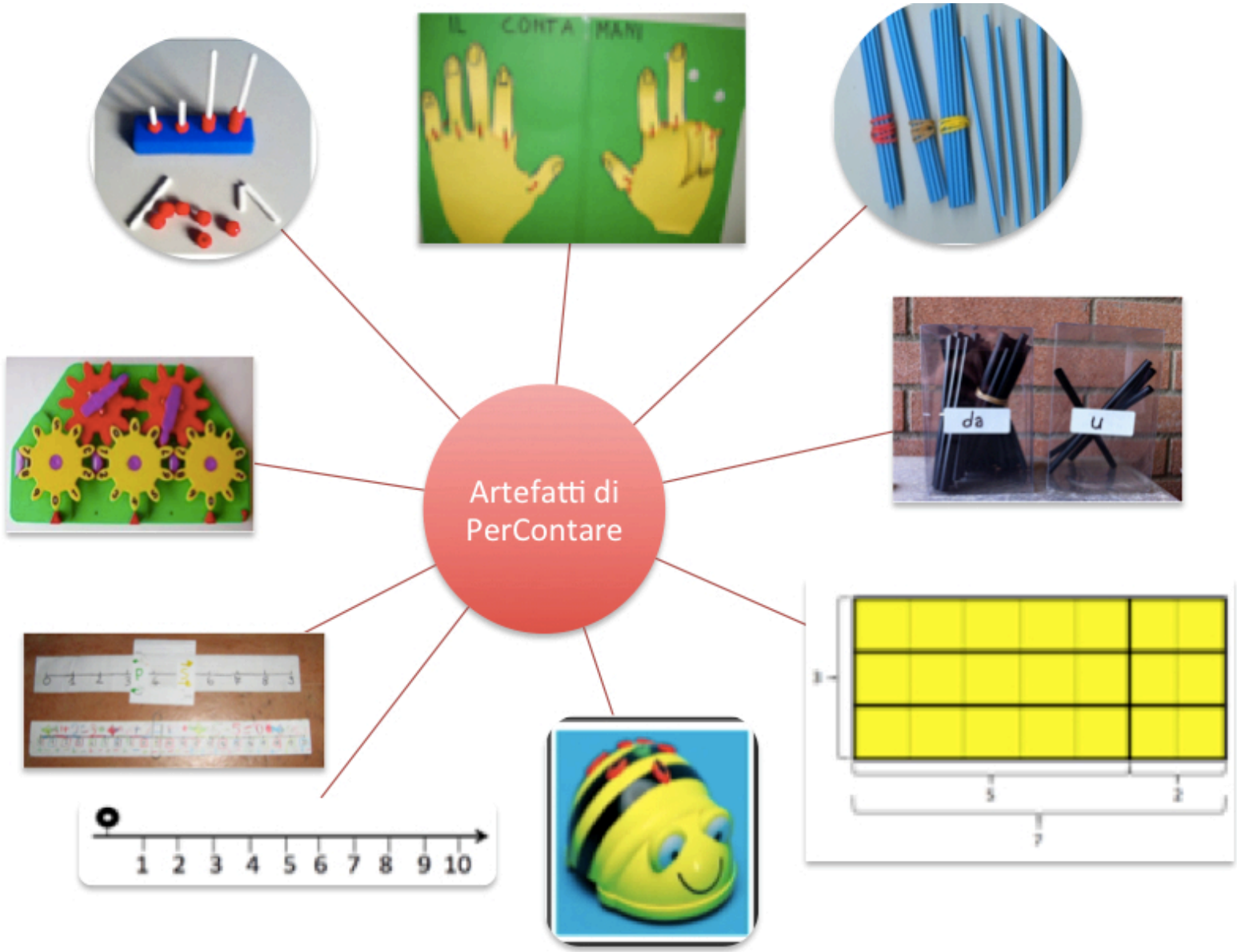
Nel progetto PerContare (tra il 2011 e il 2014), grazie ad un lavoro congiunto tra didattici della matematica e psicologi cognitivi, abbiamo sviluppato varie attività per un "buon" avvio all'aritmetica, a partire dalla transizione dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria.

(altre informazioni a percontare.asphi.it)

Entità stimata del fenomeno "falsi positivi"



Baccaglini-Frank & Robotti, UMI-CIIM 2016



PerContare

ASPHI Fondazione Onlus

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI MODENA E REGGIO EMILIA

Compagnia di San Paolo

Fondazione per la Scuola Compagnia di San Paolo

abaccaglini ▾ | Edit Post | Add New ▾ | Comments | Appearance ▾ | Updates 10

PerContare

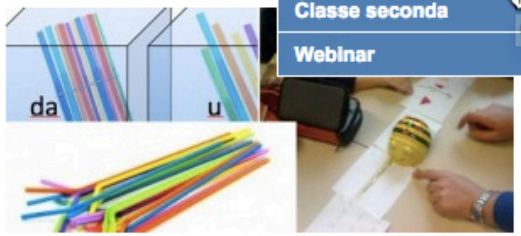
Fondazione ASPHI Onlus | Università degli Studi di Modena e Reggio Emilia | Compagnia di San Paolo | Fondazione per la Scuola Compagnia di San Paolo

Home | Progetto | Chi siamo | Guide | Documenti | Attività guidate | Prove | Search this website... GO

- Introduzione
- Registrazione accesso guide
- Classe prima
- Classe seconda
- Webinar

Per accedere alla guida

January 28, 2016 by admin
Filed under: Uncategorized (Edit)



Un **Video** di presentazione del progetto. Per altri video (**vai**)

Guida Didattica della Matematica della prima e seconda a titolo gratuito per tutti gli insegnanti interessati, per accedere:

- **Se sei registrato** fai login ed alla voce "Guide" potrai accedere

- **Se non sei registrato** clicca sul pulsante

Registrati ▸

compila il form e riceverai le credenziali (user e password) nella tua e-mail

Pubblicato il **Bilancio Sociale 2015** di Fondazione Asphi Onlus (**vedi**)

NEWS IN EVIDENZA

- Per acedere alla Guida ed ai Webinar
- Per accedere alla guida
- Auguri da Fondazione Asphi
- Nuovi aggiornamenti alla guida

BENVENUTO ABACCAGLINI

- Pannello di controllo
- Profilo
- Logout

I NOSTRI STRUMENTI

SOSTIENI IL NOSTRO PROGETTO

Fondazione Asphi

CF

9123 222 0375

LINKS

- Facebook
- Fondazione Asphi
- Handimatica
- Twitter @FondazioneAsphi
- YouTube

I contenuti delle guide didattiche:
classe prima

INDICE GRAFICO DEI PERCORSI

BUONE ABITUDINI	PRIME ATTIVITA'					
		COMPLEMENTARITÀ DEI NUMERI	Introduzione numeri 1-9			
			I numeri con le mani			
			I numeri con contamani			
			Complementarietà gioco			
			Introduzione scomposizioni			
			Scomposizioni numeri 1-9			
			Introduzione 10	NOTAZIONE DECIMALE POSIZIONALE	Introduzione 10	
			Gioco per la decina		Gioco per la decina	
			Introduzione 10 con linea num.		Introduz. 10 con linea num.	
			Rappresentaz. Numeri con mani			
			Giochi mani e contamani			AVVIO AL CALCOLO: Giochi mani e contamani
						Gioco intro segno +
						Gioco intro segno -
	PROBLEMI CON VARIAZIONE		Relazione complementarietà			
			Linea num. finestra scorrevole		Rappres. numeri cannucce	
						Avanti-indietro linea num.
			Confrontare i numeri		Confronto numeri	Pari e dispari
			Bee-bot e linea numeri		Cannucce e scatole trasp.	Calcolo a mente
					Scopriamo pascalina	
					Approfondiamo pacalina	
			Gioco con pascalina		Gioco pascalina	Add. e sott. con pascalina
					Intro abaco e b.abaco	
					Lavoro con abaco o b.abaco	Lavoro con abaco o b.abaco

BEE-BOT E SPAZIO

accessibile gratuitamente anche da link nel sito del MIUR o da percontare.asphi.it

PRIMA CLASSE

INTRODUZIONE

INDICE

PERCORSI

- Buone abitudini
- Prime attività di classe
- Bee-bot e spazio
- **Complementarietà numeri**
  - Introduzione numeri 1-9
  - I numeri con le mani
  - I numeri con contamani
  - Complementarietà gioco
  - Introduzione scomposizione
  - Scomposizione numeri 1-9
  - Introduzione 10
  - Gioco per la decina
  - Introduzione 10 con linea numeri
  - Rappresentaz. numeri con mani
  - Giochi con mani e contamani
  - Relazione complementarietà
  - Linea num. a finestra scorrevole
  - Confrontare i numeri
  - Bee-bot e linea dei numeri
  - Gioco con la pascalina
- Notazione decimale posizionale
- Avvio al calcolo
- Problemi con variazione

ARTEFATTI

PerContare

GUIDA ALLE ATTIVITA' PER LA MATEMATICA

INTRODUZIONE SCOMPOSIZIONE

Durata: Visti i tempi lunghi necessari per la rappresentazione grafica, per trovare tutte le possibili scomposizioni del numero dato potrebbero servire anche alcune ore di lezione (da svolgere in giorni diversi, naturalmente).

Materiale
È necessario avere a disposizione dei cerchi come quelli rappresentati nella foto sotto e dei fagioli.
In alternativa è possibile proporre un'attività analoga alla presente usando cannucce e bicchieri di plastica.

ATTIVITA' CON I CERCHI E FAGIOLI

Preparazione e Consegna
L'insegnante prepara tre cerchi o bicchierini trasparenti e dei fagioli, per esempio 4, come nell'immagine sottostante.
Nel caso vengano utilizzate le cannucce, l'insegnante pone per terra tre bicchierini di plastica e delle cannucce.

PRIMA FASE
L'insegnante fa sedere i bambini della classe intorno ai cerchi o ai bicchierini deposti a terra e dispone all'interno di un cerchio e/o bicchierino, ad esempio, 4 fagioli o cannucce. Divide i bambini in due squadre e chiede ai bambini di ciascuna squadra di contare i fagioli/cannucce a voce alta.

Indovinelli con le dita

Che numero sto facendo con le dita sollevate?

Part 2

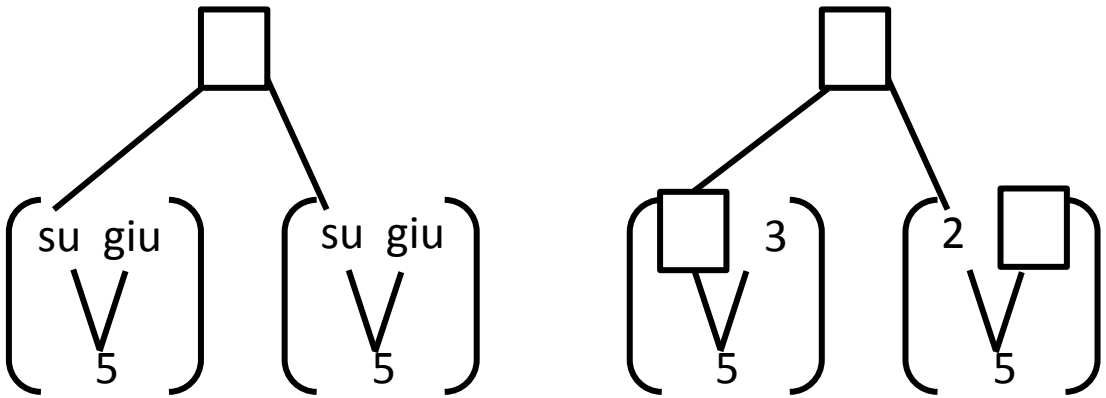
Uso delle mani per sviluppare la gnosia digitale e relazioni di complementarità

Situazione Generale

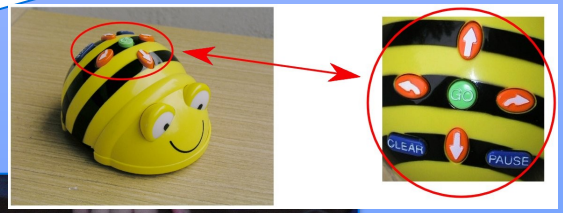
"Tre dita di una mano abbassate, e due dell'altra sollevate."

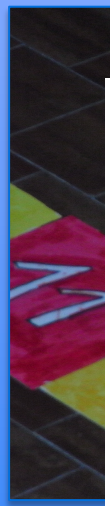
Numero di dita sollevate su entrambe le mani

Dita sollevate e abbassate su ciascuna mano



I contenuti delle guide didattiche:





ZDM Mathematics Education (2015) 47:391–405
DOI 10.1007/s11858-014-0636-5

CrossMark

ORIGINAL ARTICLE

Geometry in early years: sowing seeds for a mathematical definition of squares and rectangles

Maria G. Bartolini Bussi · Anna Baccaglini-Frank

Accepted: 25 September 2014 / Published online: 9 October 2014
© FIZ Karlsruhe 2014

Abstract In early years schooling it is becoming common to propose activities that involve moving along paths, or programming robots to do so. In order to promote continuity towards the introduction of geometry in primary school, we developed a long-term teaching experiment (with 15 sessions) carried out over 4 months in a first grade classroom in northern Italy. Students were asked to program a robot to move along paths, to pretend to act as robots and to represent the sequence of commands and the resulting paths. In particular, in this teaching experiment, squares are to be considered as particular rectangles (we will refer to a definition of rectangles that includes squares as being *inclusive*). There is evidence that such conflict persists in older students (Hershkowitz 1990; Lehrer, Jenkins and Osana 1998; Clements, Swaminathan, Zeitler Hannibal and Sarama 1999; Clements 2004; Lin and Yang 2002; Battista 2007; Koleza and Giannisi 2013; Fujita 2012).

In Mariotti and Fischbein (1997) mathematical definition is considered a true didactical problem, because of the conflict between perceptual experiences—and in particular

BUONI

PROBLEMI CO
VARIAZIO

Glo

2

Lavoro con abaco o b.abaco

AV

Add. e sott. con pascalina

Lavoro con abaco o b.abaco

BEE-BOT E SPAZIO

accessibile gratuitamente anche da link nel sito del MIUR o da percontare.asphi.it

Dati di uno studio longitudinale

Percentuali di bambini "a rischio"
o con diagnosi (in classe terza) di discalculia pura o in comorbidità

anno di entrata nel progetto	Classi Sperimentali	Classi di Controllo
Primo Anno (2011)	4%	7%
Secondo Anno (2012)	2% (nessun caso di DE pura)	9%
nel calcolo:	• varietà nelle strategie • elevata accuratezza (da subito) • nessun bambino non risponde • tempi più lunghi (di ca 3 m) di automatizzazione dei fatti	• strategie "standardizzate" • accuratezza minore • vari bambini non rispondono

Baccaglini-Frank & Robotti, UMI-CIIM 2016

Temi

- Normative sui “Bisogni Educativi Speciali” (BES)
- “Mathematical Learning Disability/Difficulty”, “Discalculia” (e simili) ... di che cosa stiamo parlando?
- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull’apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
- Esempi di materiali didattici sviluppati “alla luce” di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto “Frazioni sul filo”

Scienze
cognitive
Neuroscienze

come fonte per progettare (di concerto con quadri teorici sviluppati nell'ambito della didattica della matematica) interventi didattici:

frazioni

Ipotesi di ricerca didattica

Perchè frazioni?

- "algebra proficiency is more closely related to conceptual knowledge of fractions than to conceptual knowledge of whole numbers".

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013)
Bailey, D.H. et al., (2012)
Booth, J. L. & Newton, K. J., (2012)

- Perchè costituiscono una delle difficoltà maggiori rilevate a livello nazionale (INVALSI) e internazionale (OCSE-PISA, Giappone, Taiwan,…)

Scienze cognitive
Neuroscienze

Quali risultati possono essere funzionali per una didattica inclusiva?

Le scienze cognitive mostrano che il sistema senso-motorio è in relazione con l'elborazione semantica di alcuni concetti matematici (numero o aritmetica elementare). Il concetto di numero è plasmato attraverso esperienze senso-motorie
(D. Lynott, L. Connell, J. Holler, 2013; Gallese, Lakoff, 2005)

Il Sistema senso-motorio è multimodale, usa modalità sia di azione sia di percezione
Ciò implica che "*The understanding of a mathematical concept rather than having a definitional essence, spans diverse percetuomotor activities, which become more or less active depending of the context*" (Nemirovsky, 2003; p. 108)

Scienze cognitive
Neuroscienze

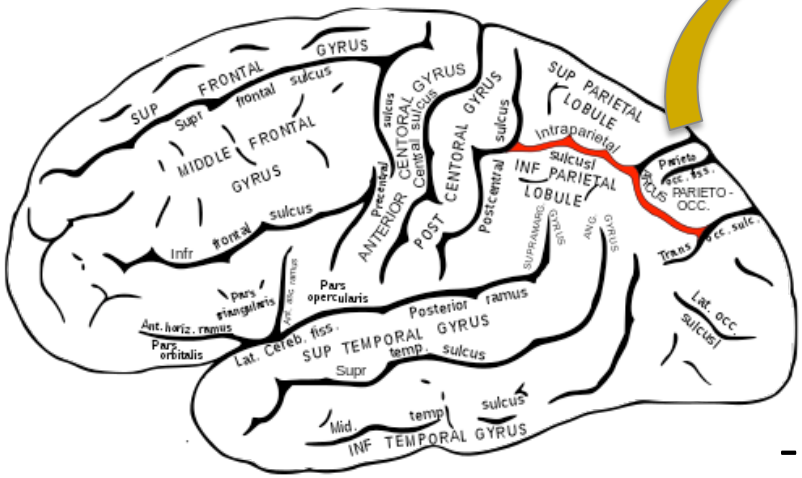
→

Quali risultati possono essere funzionali per una didattica inclusiva?

Apprendimento di frazioni

- **Basi neurali** dell'apprendimento di frazione
- **Caratterizzazione cognitiva dell'apprendimento di frazioni** e **difficoltà che lo caratterizzano** in diversi soggetti

Integreremo questa analisi cognitiva con un'analisi didattica delle difficoltà emerse



- Numeri interi
- frazioni

- risolvere compiti di confronto fra frazioni
- il confronto fra frazioni ed è sensibile alla distanza fra le frazioni

Questi risultati suggeriscono l'esistenza di reti neurali comuni per il processamento dei numeri interi e di frazioni

Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013).

Scienze cognitive: per indagare lo sviluppo cognitivo e della conoscenza di frazioni

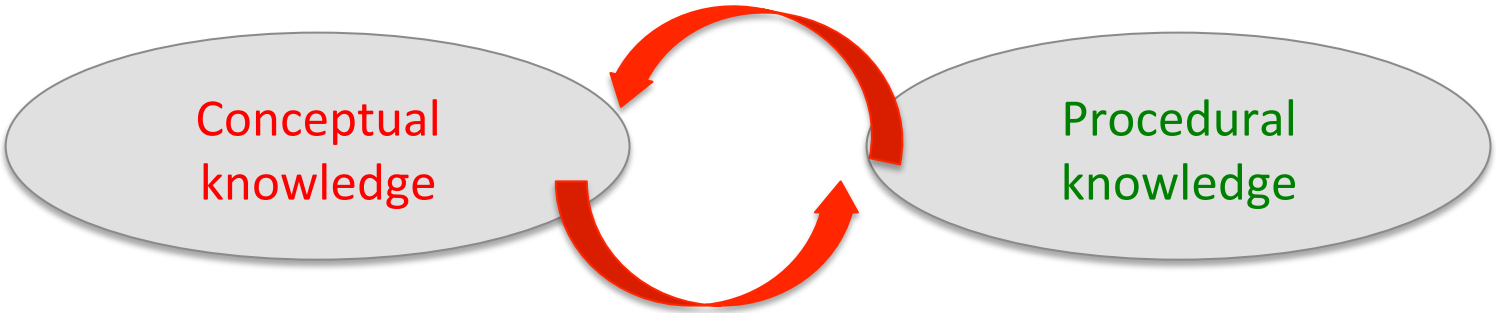
Conceptual knowledge: riguarda gli aspetti semantici della frazione. (Hiebert, 1986; Schneider, Stern, 2010).

procedural knowledge: riguarda quattro operazioni aritmetiche, algoritmi, regole e rappresentazioni simboliche (Byrnes and Wasik, 1991).
Automatizzata -> meno risorse cognitive (Schneider, Stern, 2010)

Non-symbolic knowledge riguarda competenze attivate da stimoli concreti (*quale insieme ha una più alta proporzione di pallini blu?*);
symbolic knowledge riguarda competenze attivate dalla rappresentazione simbolica (*qual è la frazione maggiore ? 2/ 3 o 4/ 9?*)

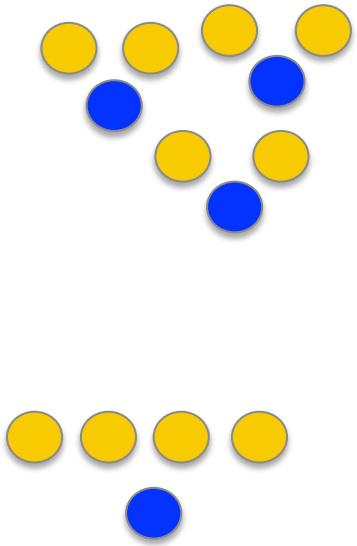
Relations between aspects of fraction knowledge

Conoscenza concettuale e procedurale NON evolvono in modo indipendente
(Halford, 1993; Gelman and Williams, 1997).

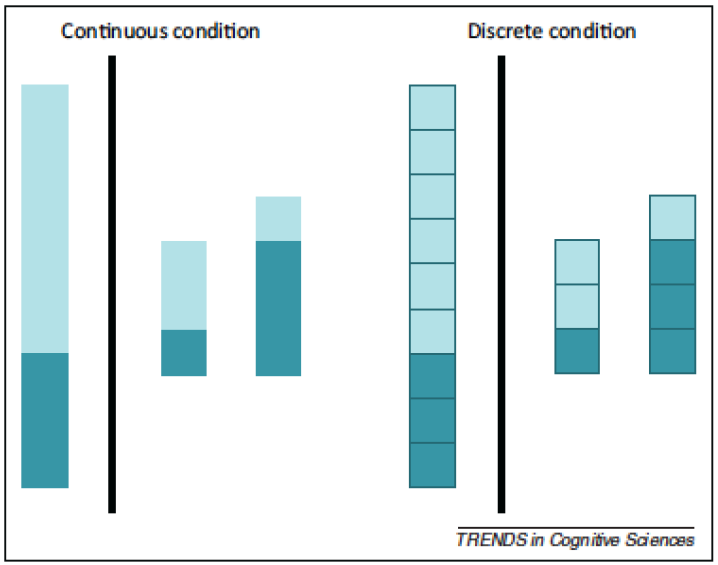


Siegler, R. S., Fazio, L. K., Bailey, D. H., & Zhou, X. (2013). Fractions: the new frontier for theories of numerical development. *Trends in Cognitive Sciences*, *17*(1), 13–19. doi:10.1016/j.tics.2012.11.004

	Conceptual Knowledge
Non-symbolic	**(6 mesi)** Competenze innate che consentono di discriminare due rapporti che differiscono per un fattore 2 (in comune con l'abilità di discriminare numeri interi)

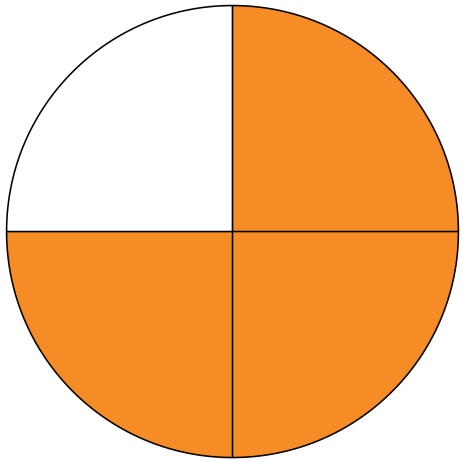


	Conceptual Knowledge
Non-symbolic	I bambini **4/5 anni** identificano correttamente la stessa proporzione presentata con modelli continui ma spesso sbagliano su modelli discreti

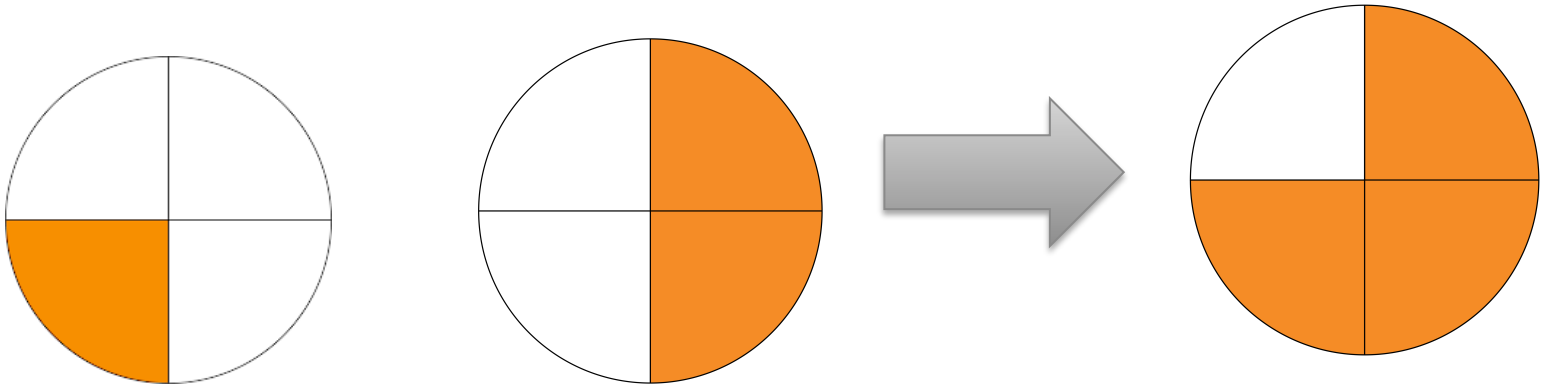


Contano, scegliendo l'opzione che ha lo stesso numero dei quadrati blu

	Conceptual Knowledge
Non-symbolic	I bambini di **3 anni**, possono disegnare analogie tra coppie di frazioni espresse con rappresentazioni non-simboliche (ad esempio, 1/2 di un quadrato, 1/2 di un cerchio; 3/4 di una piazza, 3/4 di un cerchio).

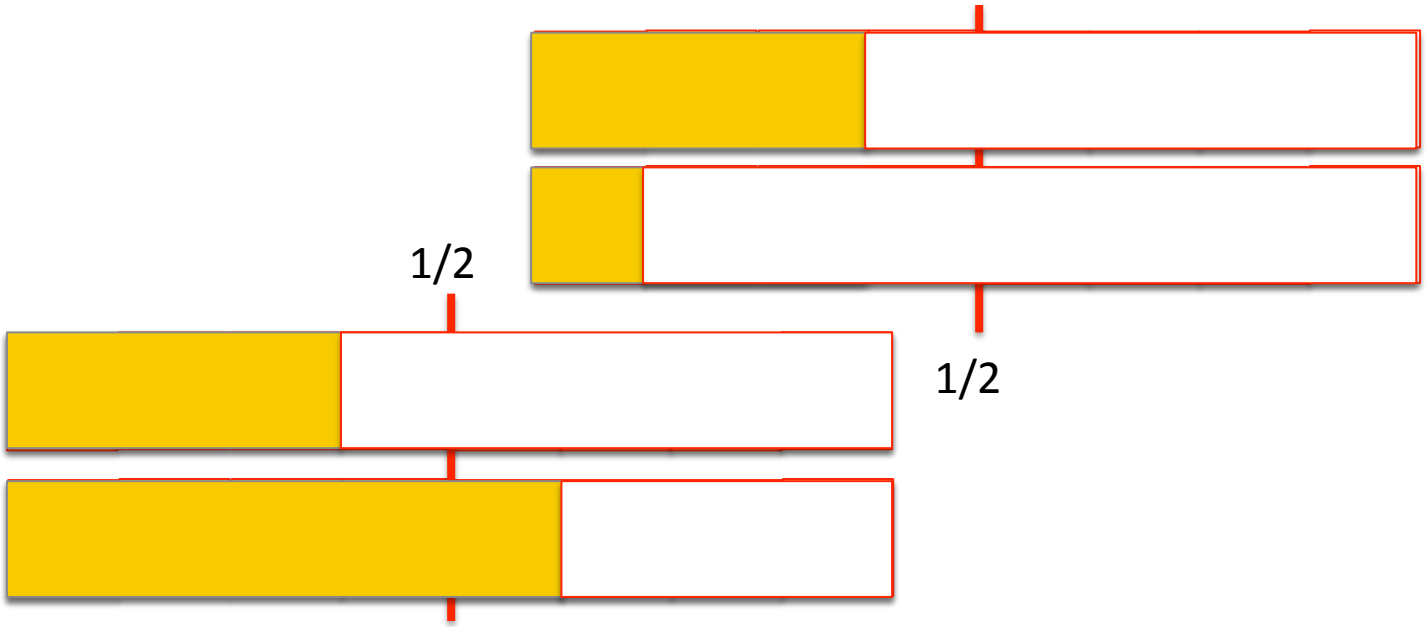


	Procedural Knowledge
Non-symbolic	I bambini **di 4 anni** predicono correttamente la soluzione di problemi che coinvolgono addizioni e sottrazioni di frazioni *semplici* espresse in forma non simbolica (ex: ½ di un cerchio + ¼ di un cerchio) (Mix, K.S. et al., 1999)



	Conceptual Knowledge
Non-symbolic	I bambini di **7-8 anni** usano 1/2 come riferimento per confrontare frazioni in rappresentazione non simbolica

Quando si chiede quale dei due rettangoli parzialmente colorati corrisponde a un terzo, essi danno rispote più accurate quando le opzioni presentate sono da “parti opposte” rispetto ad ½. Per esempio, quando il riferimento è 3/8, le risposte sono più accurate quando Ie coppie corrispondono a 3/8 e 5/8 piuttosto che a 3/8 e 1/8.



	Conceptual Knowledge
Non-symbolic	i bambini di **7 anni** ancora non sono in grado di fare previsioni corrette sul fatto che dividendo il numero di oggetti con più persone si riduce il numero di oggetti per ciascuno

	Conceptual Knowledge
symbolic	i bambini iniziano ad avere a che fare con frazioni in notazione simbolica intorno alla terza elementare. -Trattare la frazione come un numero e non come numeri separati (numeratore e denominatore), (Ni e Zhou, 2005). La frazione ½ è ancora determinante per la comprensione concettuale di frazioni espresse in codice simbolico. -La connessione con il significato non è impresa semplice: migliora lentamente e con l'esperienza (Siegler, R., S., et al., 2011)

Con l'intervento didattico

ordinamento di frazioni: 1/ 7, 5/ 6, 1, e 4 /3 -> applicare le proprietà di ordinamento dei N considerando il numeratore (Iuculano, Batterworth, 2011)

I principi che valgono per i numeri interi non possono essere applicati a frazioni!
(ex num naturali hanno un successivo, ma non le frazioni) -> densità dell'insieme Q

	Procedural Knowledge
Symbolic	errori frequenti nelle procedure: -estendere regole valide per la moltiplicazione alla somma di frazioni (ex, 1 /2 + 1/ 3 = 2 /5) (Siegler R., S., 2011). -il prodotto/quoziente di due frazioni produce una frazione maggiore/minore delle precedenti (Stigler J., W. et al., 2010).

Ostacolo cognitivo (Brousseau, 1983)

…E i soggetti discalculici?

Quali sfaccettature assumono le difficoltà descritte e I processi di apprendimento di frazioni per I soggetti MLD (discalculici)?

Frazioni e discalculia

Typically Achieving

Low Achieving

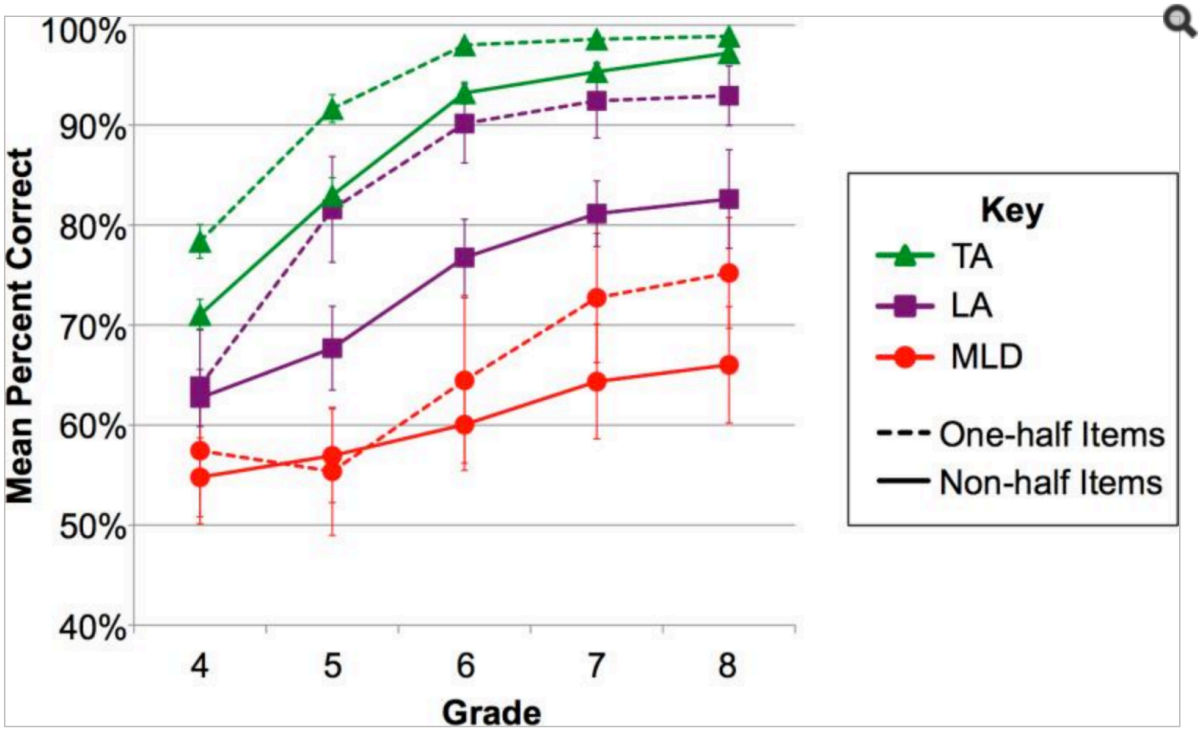
MLD

Mazzocco et al. (2013)
Prima considerazione: I bambini discalculici (MLD) sono meno accurati (cioè danno risposte meno corrette) **sul confronto fra frazioni** rispetto ai bambini con difficoltà (LA) o ai bambini che hanno un apprendimento stadard (TA).

Inoltre, anche I bambini MLD hanno un miglioramento nell'arco del tempo scolare (dal 4° all'8° grade – 9/10 anni ai 13/14 anni), come gli altri gruppi, anche se il tasso di miglioramento cresce più lentamente di quello dei compagni.

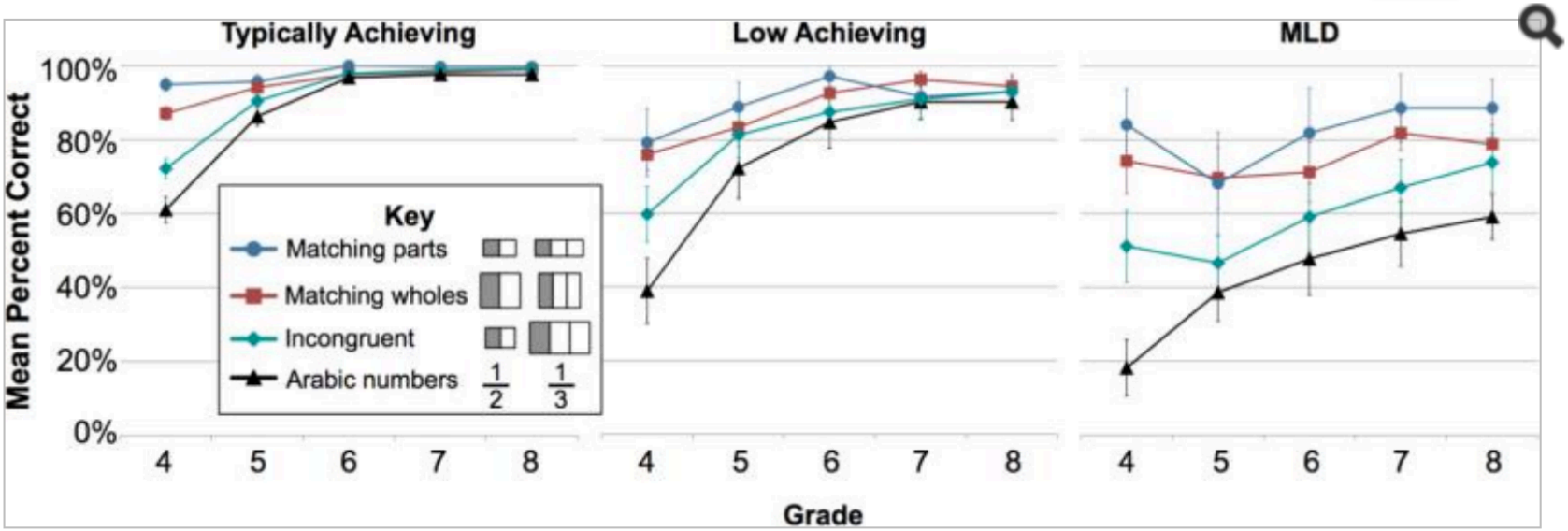
M. Mazzocco, G. F. Myersc,1, K. E. Lewisb, L. B. Hanichd, and M. Murphy (2013)

Premessa: “magnitude comparisons of representations of “one-half” are easier to correctly resolve than are fraction items that do not include a representation of one-half”
(Mazzocco et al., 2013, pag 380).



Da un punto di vista didattico ha senso mantenere a lungo esempi che richiamano ½

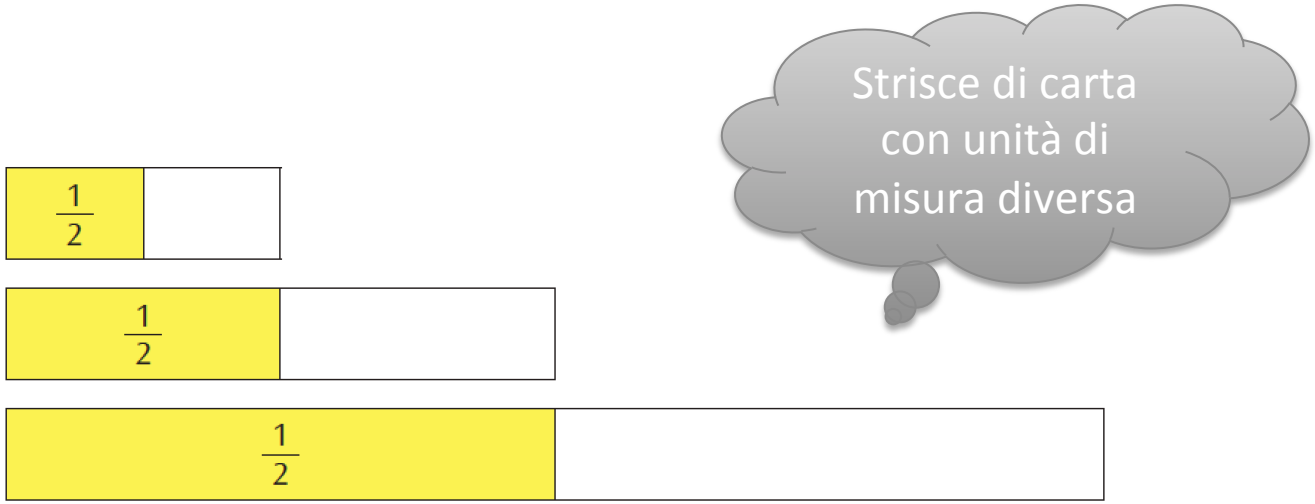
Quale relazione fra Rappresentazione usata e performance?



Mean accuracy rates (and standard error) across SymMCoF "one-half" items as a function of item format. TA = typically achieving; LA = low achieving; MLD = mathematical learning disability.

bambini nel gruppo MLD possono trarre beneficio da un uso continuato dei modelli visivi come una delle strategia migliori per sostenere l'apprendimento sulle frazioni e risolvere i problemi che coinvolgono frazioni

svincolare la rappresentazione grafica dagli aspetti puramente percettivi **legandola al significato** di parte di una unità di misura



Quindi, l'attività didattica deve rendere evidente la necessità di strategie più "sofisticate"

INFORMAZIONI CHIAVE

- I bambini discalculici mostrano una “limited knowledge of “one half,” sino alla terza media

Questo significa che il tempo necessario ai bambini discalculici per l’elaborazione di questa frazione come strumento efficace per l’elaborazione delle altre frazioni deve è maggiore -> maggiore tempo didattico

- Il modello visivo porta a performances migliori che quello simbolico a partire dai 9/10 anni e questo divario è destinato a diminuire a partire dai 10/11 anni eccetto per I bambini discalculici

Ciò significa che l’approccio alle frazioni con una rappresentazione visiva è efficace per tutti gli studenti e per I bambini discalculici rimane la strategia più efficace più a lungo che per gli altri.

- Nell’uso del modello visivo per confrontare frazioni predomina la strategia percettiva

Ciò significa che l’azione didattica mediata da rappresentazioni visive dovrebbe supportare la costruzione dei significati (per esempio del significato parte/tutto) facendo in modo che l’aspetto percettivo non domini sull’elaborazione concettuale (dipendenza dell’unità frazionaria dall’unità di misura scelta).
Cioè, l’attività didattica deve rendere evidente la necessità di strategie più “sofisticate”

Temi

- (Alcuni) risultati di scienze cognitive sull'apprendimento del numero naturale/frazioni e loro possibili interpretazioni nella Didattica della Matematica
  - il modello del triplo codice
  - la "linea dei numeri"
  - la gnosia digitale
- Esempi di materiali didattici sviluppati "alla luce" di risultati delle scienze cognitive: progetto PerContare e progetto "Frazioni sul filo"

Allora, una didattica efficace….

Diversi significati di frazione

Parte/tutto

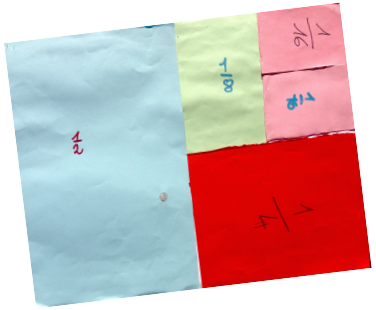
misura

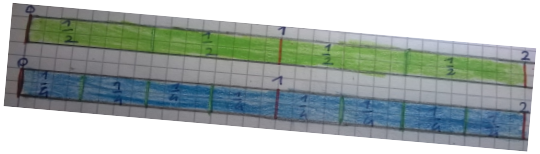
Divisione

percentuale

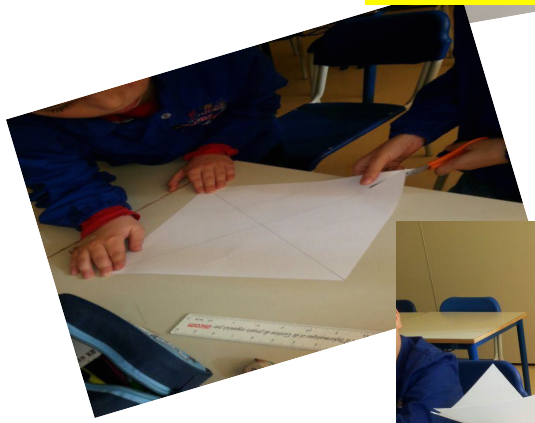
operatore

Diversi insiemi semiotici

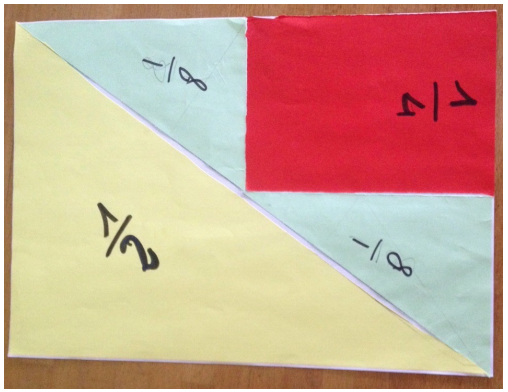


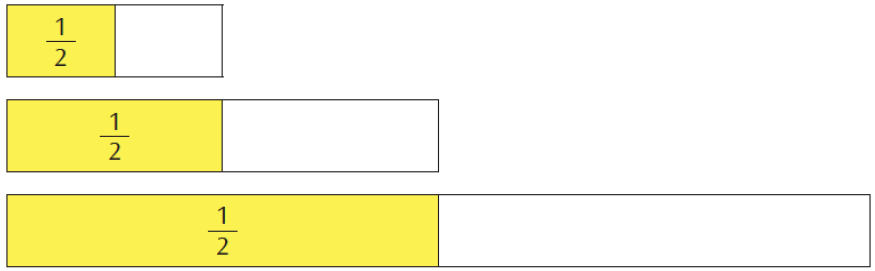


Riconoscere l'importanza dei diversi insiemi semiotici usati

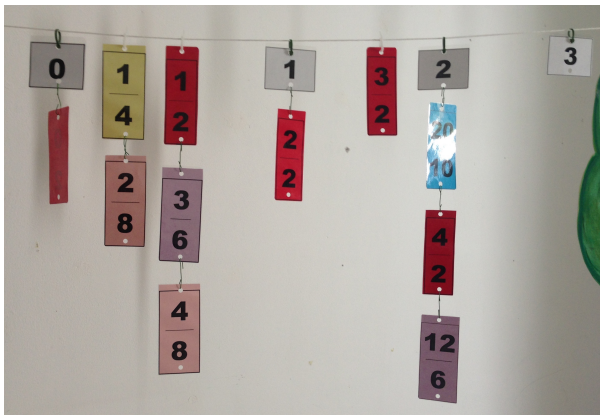


Esplicitare I legami fra le conoscenze concettuali /procedurali e I sistemi simbolici e non simbolici usati (segni dei diversi insiemi semiotici)

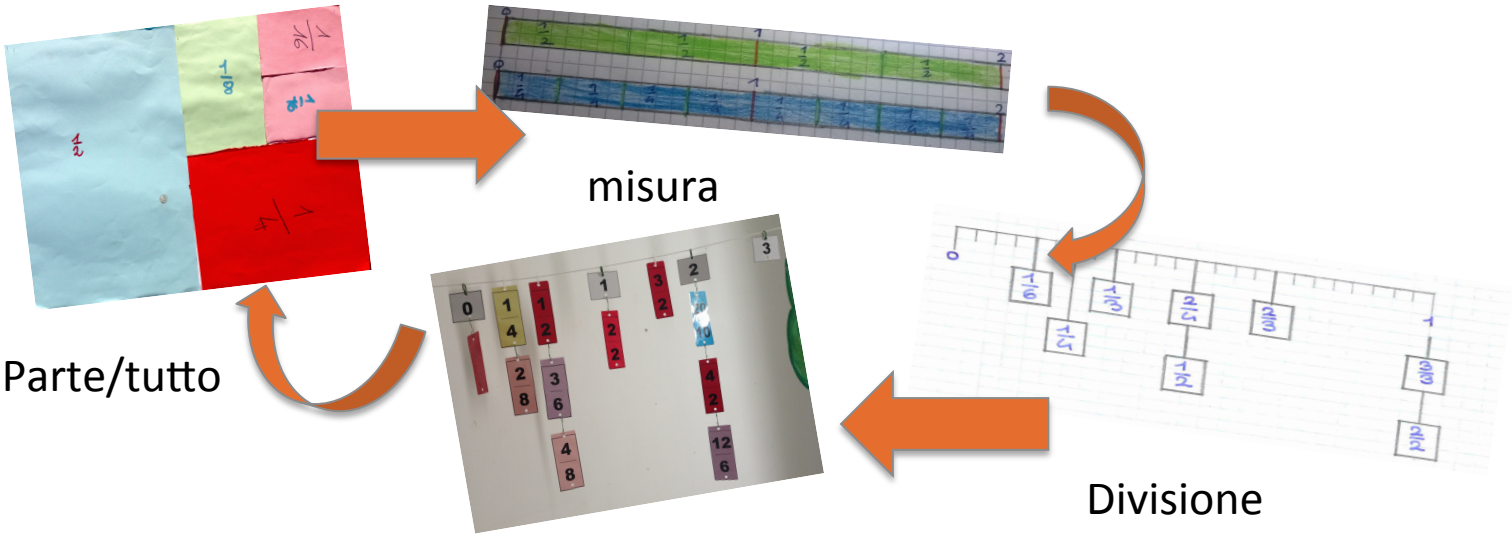




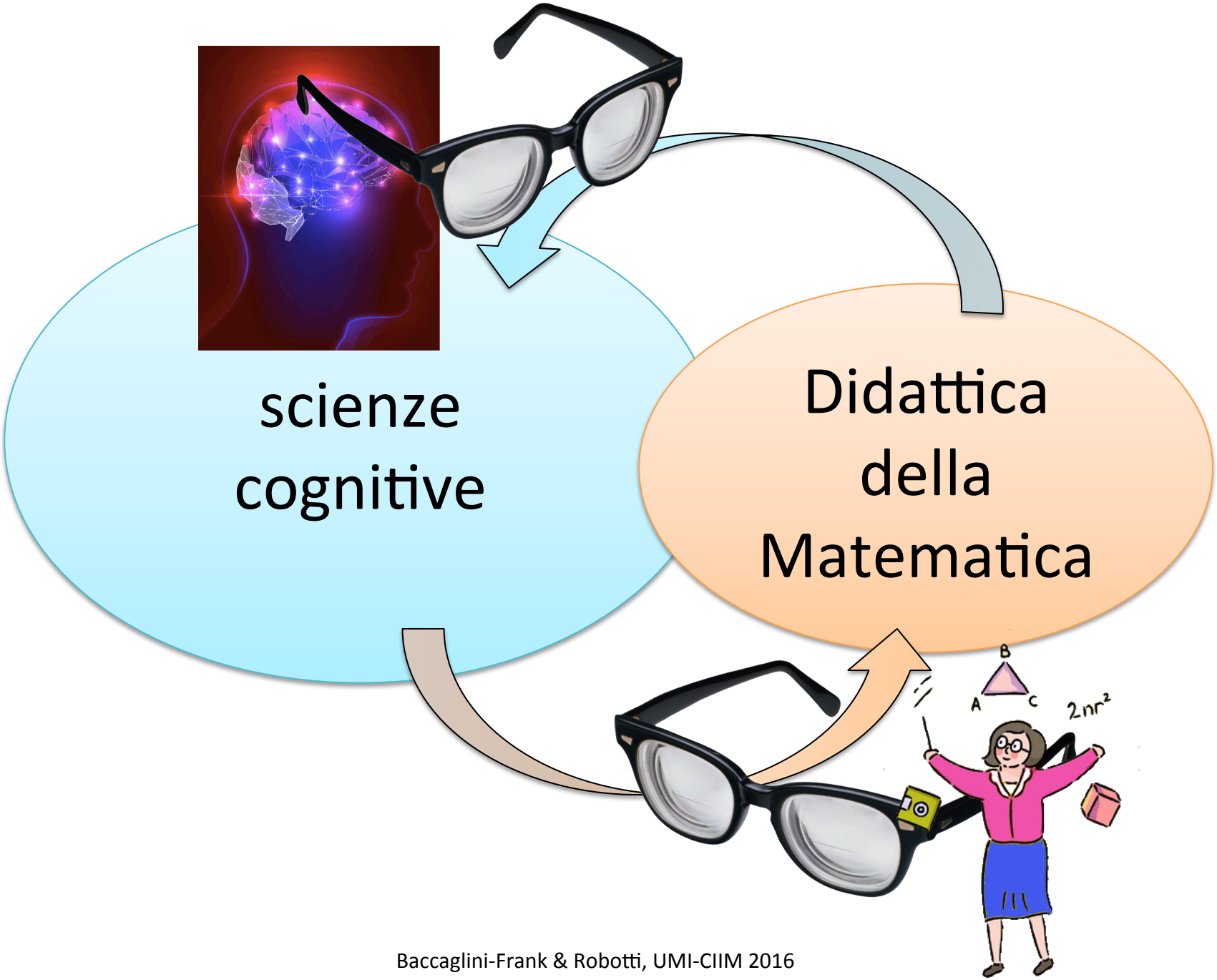
$$\frac{1}{8}+\frac{1}{8}+\frac{1}{4}+\frac{1}{2}=1$$



$$\frac{1}{2}<\frac{3}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}<\cdots<\frac{3}{2}$$



Numero razionale come Classe di equivalenza



Baccaglini-Frank & Robotti, UMI-CIIM 2016

Grazie!