

XXXIII Convegno Umi-Ciim

Pavia, 8 ottobre 2016



Educare all'argomentazione

Tavola rotonda

Samuele Antonini
Dipartimento di Matematica
Università di Pavia



Perché educare all'argomentazione?

...tanti motivi:

- Socio-culturale: cittadinanza, crescita personale e professionale....
- Istituzionale (Indicazioni Nazionali)
- Epistemologico (centralità nel pensiero matematico)
- Cognitivo (mezzo di apprendimento)

Perché educare all'argomentazione?

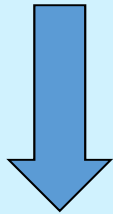
...tanti motivi:

- Socio-culturale: cittadinanza, crescita personale e professionale....
- Istituzionale (Indicazioni Nazionali)
- **Epistemologico (centralità nel pensiero matematico)**
- Cognitivo (mezzo di apprendimento)

La dimostrazione: necrologi anni '90

Uso di dimostrazioni assistite dai calcolatori

Estrema complessità delle dimostrazioni dei teoremi più significativi



Secondo alcuni matematici:
perdita del ruolo centrale
della dimostrazione rigorosa

Ci si può chiedere se la dimostrazione dell'ultimo teorema di Fermat non sia stato l'estremo sussulto di una cultura morente...

John Horgan (*Morte della dimostrazione*, Le Scienze, 1993)
TEORIZZA la morte della dimostrazione in un futuro ormai prossimo

La dimostrazione: necrologi anni '90

Uso di dimostrazioni assistite dai calcolatori

Estrema complessità delle dimostrazioni dei teoremi più significativi

Secondo alcuni
perdita del ruolo
della dimostrazione

Anche
nell'insegnamento
la dimostrazione
potrebbe non
essere così
fondamentale...

*... è chiedere se la
dimostrazione dell'ultimo
teorema di Fermat non
è l'estremo
della cultura
matematica
...
...*

John Horgan (*Mathematical Intelligencer*, Scienze, 1993)

TEORIZZA la morte della dimostrazione in un futuro ormai prossimo

La resurrezione della dimostrazione

Voci di matematici (Thurston, Lolli,) che hanno portato la dimostrazione al centro... forse più di prima

La resurrezione della dimostrazione

**Lolli (Morte e Resurrezione della dimostrazione,
Le Scienze, 1997)**

Fare matematica e fare dimostrazione sono dunque la stessa cosa. Ciò non vuol dire che debbano essere un tormentone. C'è chi sostiene che, essendo la loro funzione quella di stabilire il legame di conseguenza logica dagli assiomi, esse vadano commisurate solo su questa funzione globale, e che non importa se si fanno (anzi si devono fare) dimostrazioni complicate per fatti ovvi; le ragioni dell'organizzazione logica della teoria prevalgono su tutto.

La resurrezione della dimostrazione

Ma così si trascurano altre funzioni della dimostrazione, che sono il motivo per cui si continua a cercare di perfezionarle, di semplificarle, di trovarne di nuove; tra queste c'è quella di far capire, senza risalire ai principi, la ragione del sussistere del teorema, di mostrare, nel mentre si dimostra, di essere a un tempo strumento di comunicazione e di convinzione

Funzioni della dimostrazione (Hanna, 1989)

Dimostrazioni che (soltanto) dimostrano (validano)

Mostrano **che** un teorema è vero

Dimostrazioni che (anche) spiegano

Mostrano **perché** un teorema è vero

Funzioni della dimostrazione (De Villers, 1990)

validare

convincere

spiegare

sistematizzare (organizzare in un sistema teorico)

scoprire (o inventare, nuovi risultati)

comunicare (conoscenza matematica)

Funzioni della dimostrazione (De Villers, 1990)

validare

convincere

spiegare

sistematizzare (organizzare in un sistema teorico)

scoprire (o inventare, nuovi risultati)

comunicare (conoscenza matematica)

**Si producono dimostrazioni (argomentazioni)
con obiettivi diversi**

Le funzioni della dimostrazione (Lolli, QED, 2005)

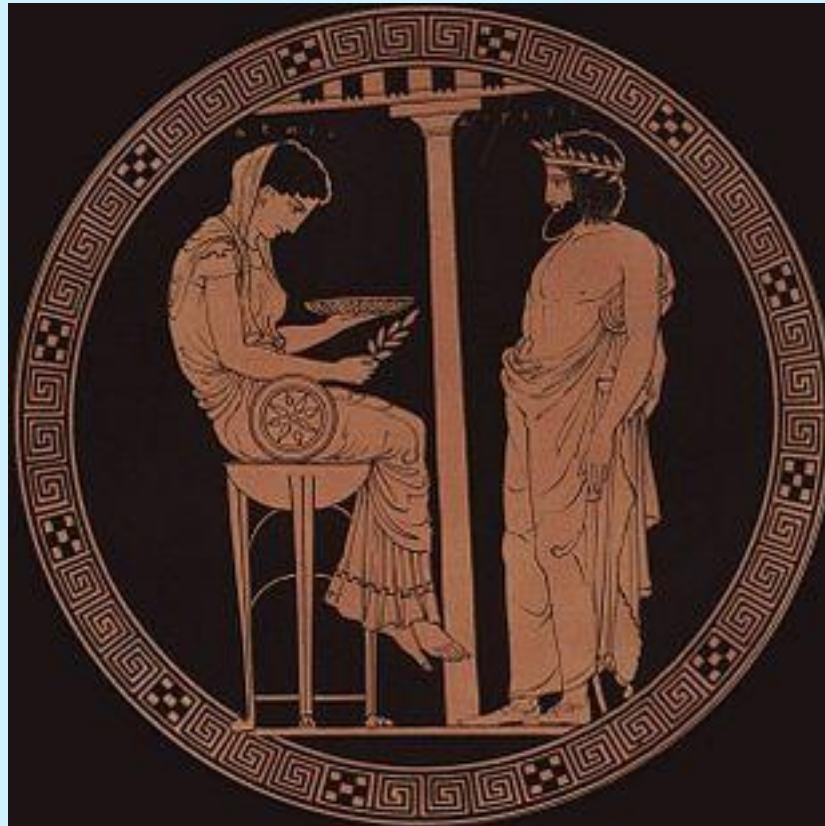
1. Evitare i calcoli
2. Predire i risultati
3. Controllare lo strumento
4. Aumentare l'affidabilità
5. Fornire spiegazioni
6. Fare economia
7. Spiegare mediante riconduzione agli assiomi
8. Suggestire generalizzazioni
9. Spiegare mediante generalità
10. Trasportare risultati
11. Stabilire collegamenti
12. Spiegare mediante sussunzione
13. Fare due passi invece di infiniti
14. Definire la semantica
15. Provare la correttezza
16. Spiegare mediante la semantica
17. Risolvere problemi
18. Esplicitare il contenuto costruttivo
19. Estrarre algoritmi
20. Fare umorismo
21. Semplificare la vita
22. Risparmiare risorse
23. Sprecare risorse
24. Creare concetti
25. Inventare forme di ragionamento
26. Resuscitare
27. Spiegare «perché non»
28. Refutare
29. Scoprire controesempi
30. Suggestire teoremi
31. Suggestire assiomi
32. Suggestire le ipotesi giuste
33. Vedere i risultati
34. Sostituire l'intuizione
35. Permettere l'intuizione
36. Vedere quel che non c'è
37. Raffinare l'intuizione
38. Confermare l'intuizione
39. Definire l'intuizione

Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi



Tempio di Apollo a Delfi, a 8 km dal Golfo di Corinto

Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi



Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi

Pythiagora

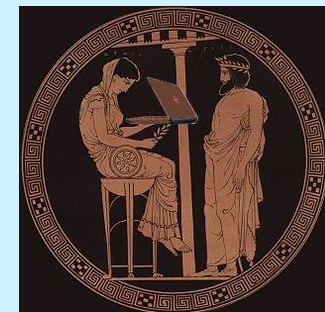


**Supponiamo che esista una macchina
(che chiamiamo Pythiagora) per
determinare se un teorema è valido**

Paradiso o sventura?

Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi

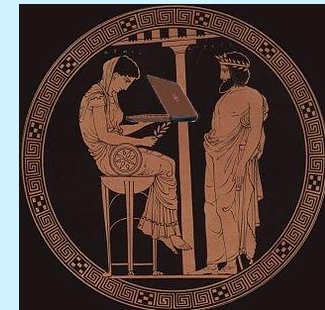
Noi matematici dovremmo solo produrre congetture, e PYTHIAGORA togliere il falso dal vero. Che paradiso!
Che pacchia! Ho detto pacchia? No, è un destino tragico!
Un simile metodo universale sarebbe la morte per la matematica, perché cesseremmo di avere idee candidabili a congetture.



Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi

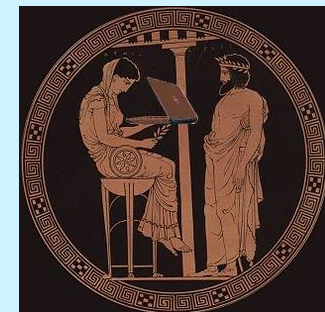
Punto di vista usuale: l'essenza della conoscenza
matematica risiede nei teoremi. Le dimostrazioni
ratificano la validità dei teoremi.

Posizione non soddisfacente da un
punto di vista filosofico: non spiega
l'origine e l'evoluzione della
conoscenza



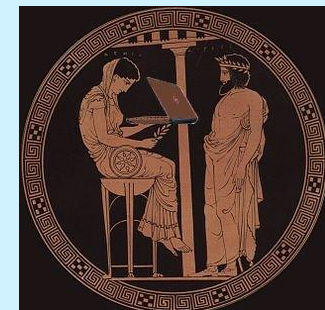
Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi

La conoscenza ha origine e sviluppo nelle dimostrazioni. I teoremi sono etichette per le dimostrazioni, sunti di informazioni, titoli di notizie, strumenti editoriali.



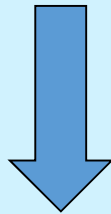
Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi

*L'essenza della matematica risiede nell'inventare metodi,
strumenti, strategie e concetti per risolvere problemi*



Funzioni della dimostrazioni (Rav, 1999) e l'oracolo di Delfi

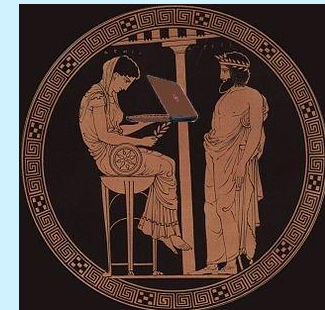
Le dimostrazioni incorporano metodi, strumenti, strategie e concetti (di applicabilità spesso decisamente più ampia di quella relativa al teorema)



I teoremi sono i titoli di testa, le dimostrazioni l'intera storia!

Le dimostrazioni portano conoscenza matematica e sono il focus principale di interesse matematico

.....anche in classe



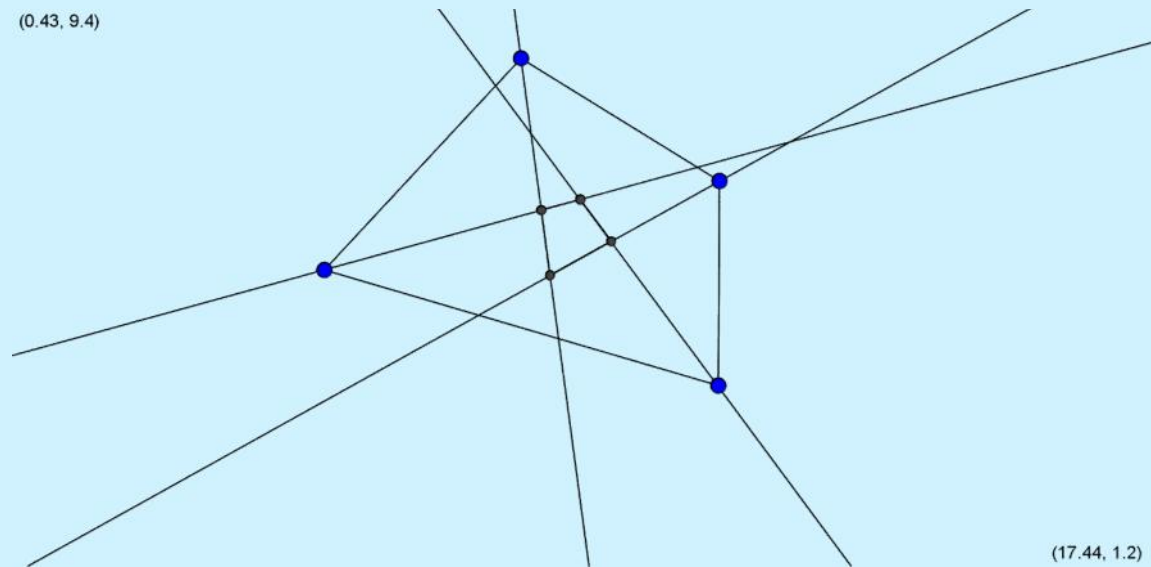
L'assenza dell'oracolo: problemi aperti

Cosa puoi dire sulla somma di 2 numeri naturali consecutivi? E di 3? E di 4? E di n ?..... Formula una congettura e costruisci una dimostrazione.

(somma di naturali pari o naturali dispari consecutivi)

Diverso da «dimostra che....»

L'assenza dell'oracolo: problemi aperti

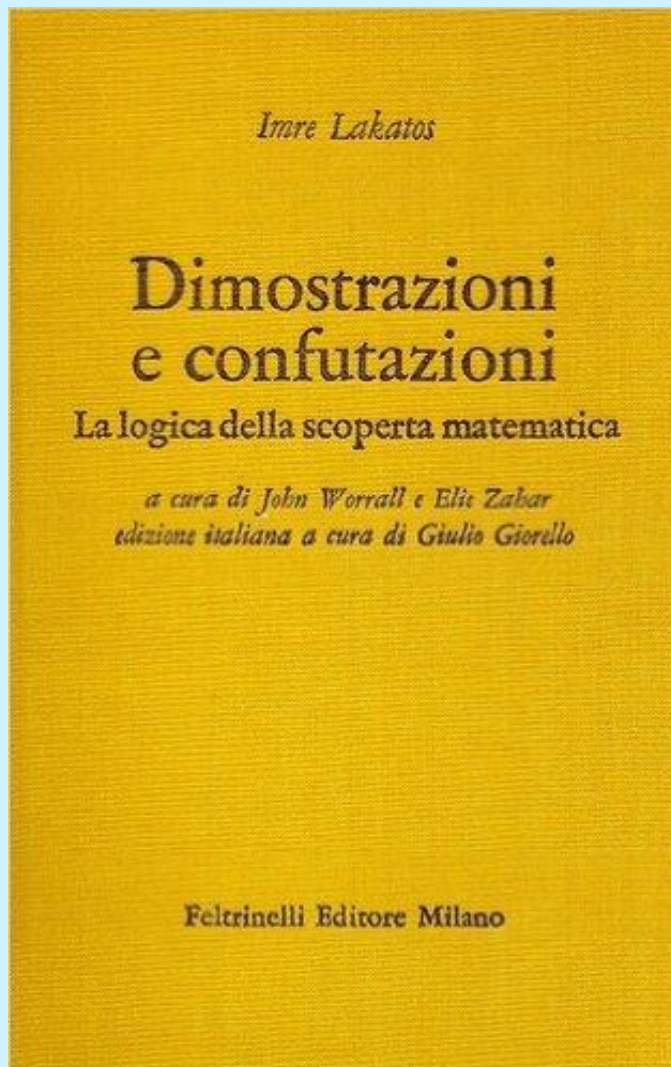


Sia $ABCD$ un quadrilatero e consideriamo le bisettrici degli angoli interni. Detti H, K, L, M le intersezioni di coppie consecutive delle bisettrici, cosa si può dire sul quadrilatero $HKLM$? (da Arzarello et al., 2002)

L'assenza dell'oracolo: problemi aperti

Costruisci, se possibile, una funzione f continua su $[a,b]$ e derivabile sull'aperto (a,b) tale che $f(a)=f(b)$ e $f'(x)$ sia diversa da zero per ogni x .

PRIMA DI CONOSCERE IL TEOREMA DI ROLLE !



Lakatos: dialettica dimostrare/definire

Processi argomentativi

XXXIII Convegno Umi-Ciim

Pavia, 8 ottobre 2016



Educare all'argomentazione

Tavola rotonda

Samuele Antonini
Dipartimento di Matematica
Università di Pavia

