

*Commissione Italiana per  
l'Insegnamento della Matematica*

*Commissione Permanente  
dell'Unione Matematica Italiana*



# I significati matematici: attività e valutazione formativa

ORNELLA ROBUTTI

Dipartimento di Matematica, Università di Torino,  
CIIM, GeoGebra Institute di Torino



Scuola estiva 2016 - Robutti



DIPARTIMENTO  
DI MATEMATICA  
GIUSEPPE PEANO  
UNIVERSITÀ DI TORINO

## La dimensione istituzionale italiana

La dimensione istituzionale è importante perchè lo sviluppo professionale degli insegnanti è contestualizzato e vincolato dalle istituzioni:

- " il Ministero dell'educazione,
- " il curriculum nazionale,
- " le Università: le comunità di ricerca, il Master per docenti,
- " IUMI-CIIM, ICAIRDM
- " le scuole,
- " le associazioni di insegnanti,
- " i libri di testo,
- " l'agenzia nazionale della scuola,
- " i progetti nazionali ([m@t.abel](#), PLS, ò )
- " la valutazione nazionale INVALSI,
- " ò

# Progetto MERLO

**Canada**  
(Shafir&Etkind)

**Israele**  
(Shafir, Kenett)

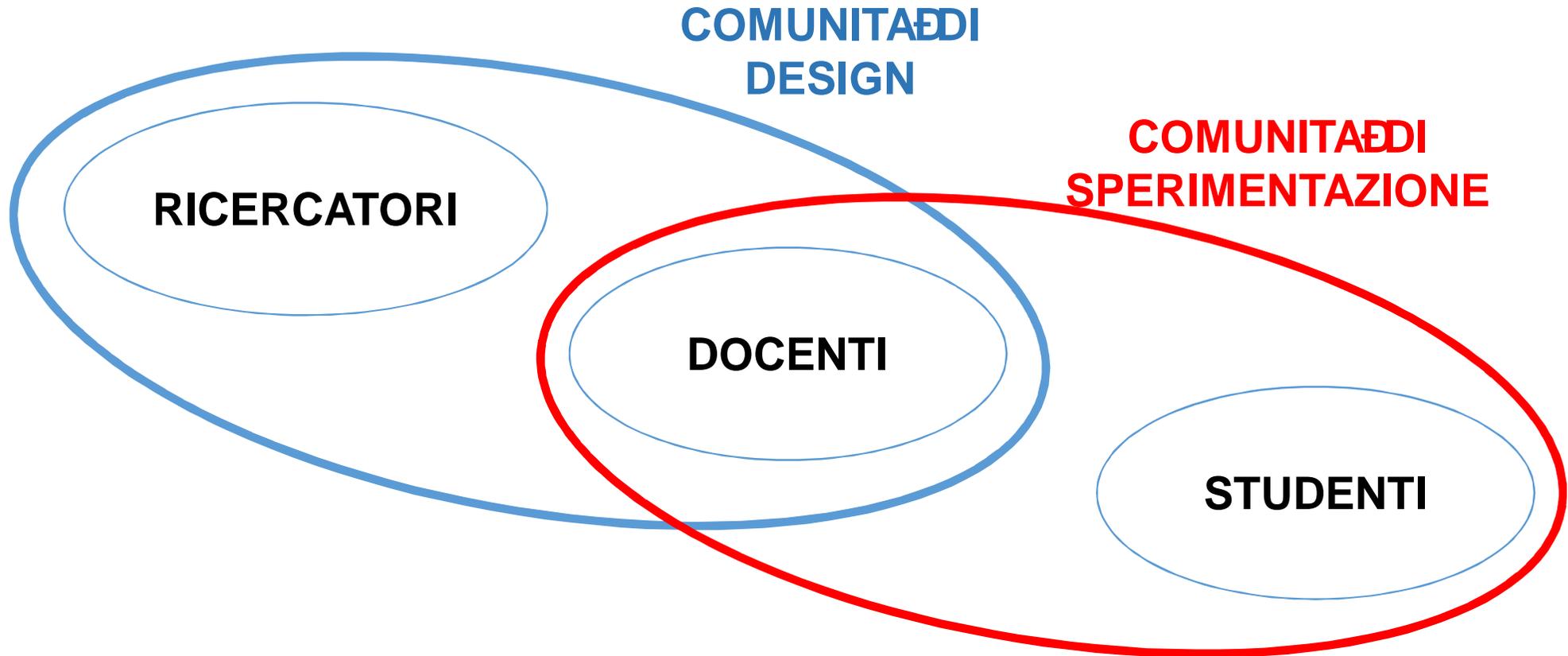


**Australia**  
(Theodosia Prodromou)

**Italia**  
(Arzarello, Robutti, Carante, gruppo  
docenti MERLO)

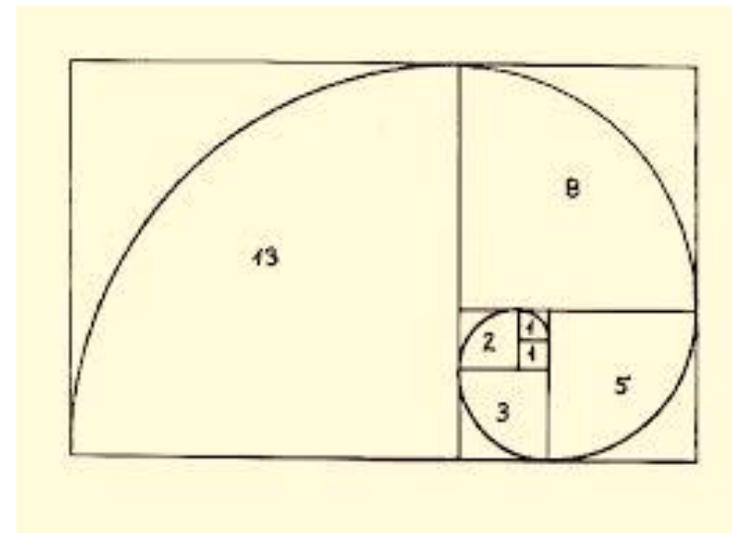
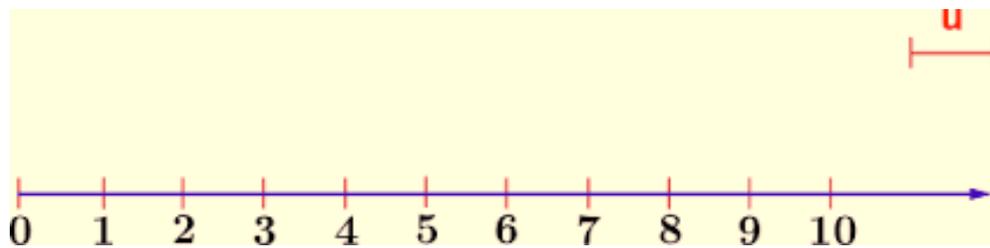
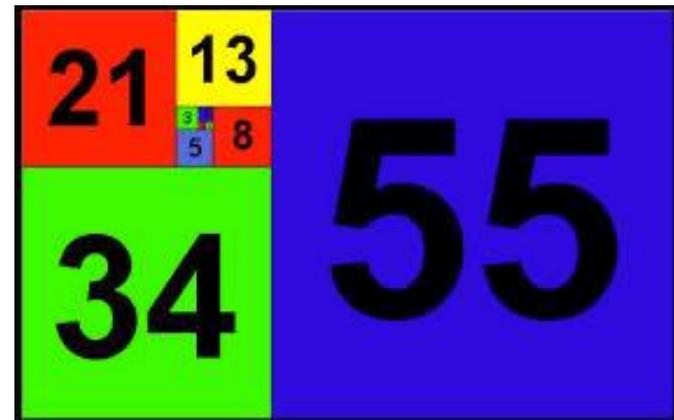
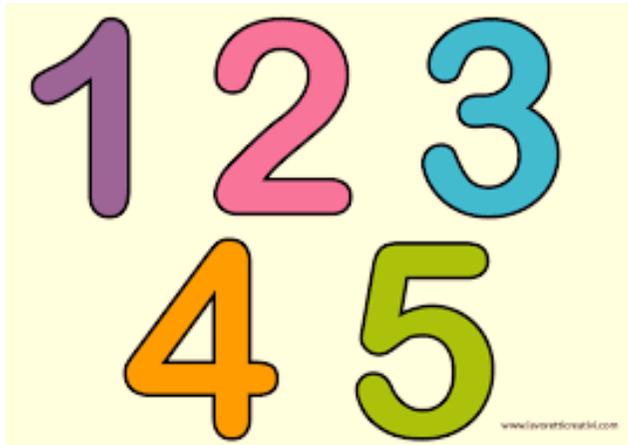
**Russia**  
(Shafir&Etkind)

# Progetto MERLO in Italia

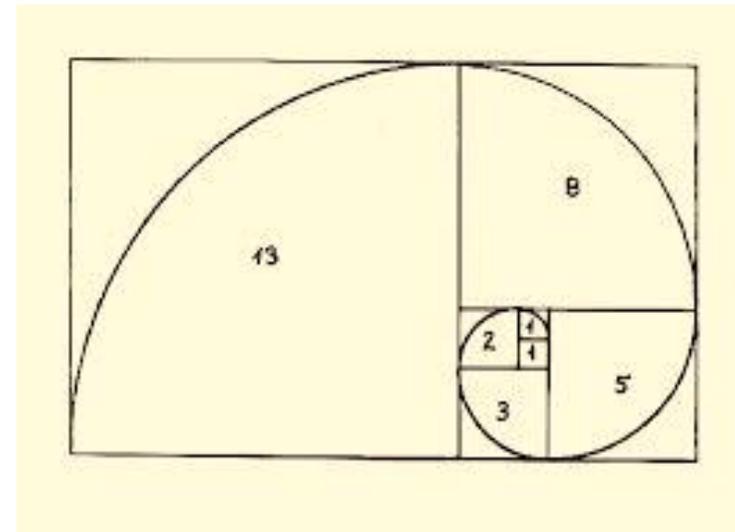
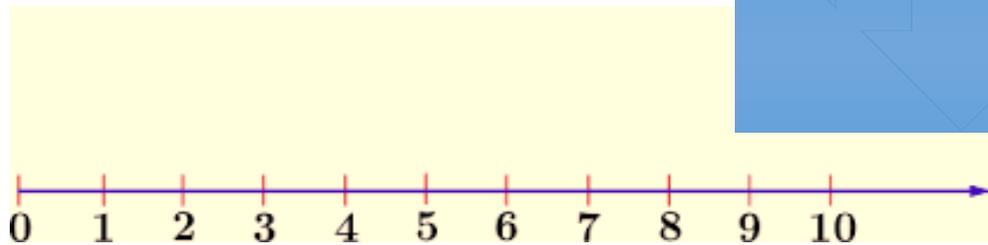
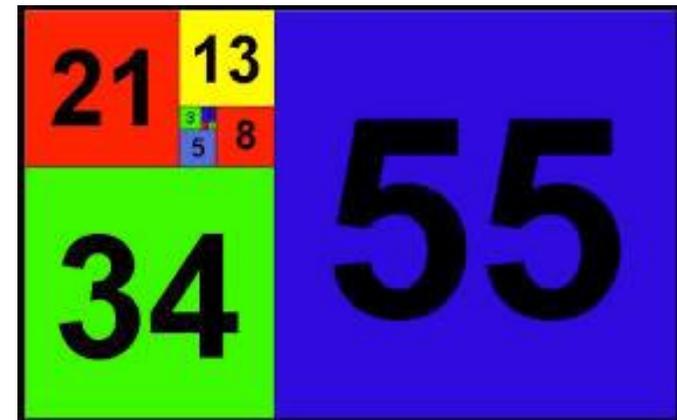
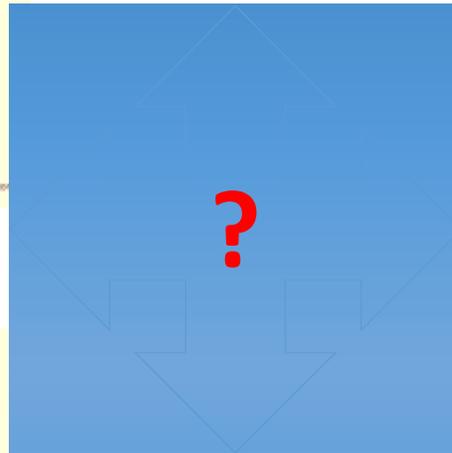


Robutti, O. (2015). Mathematics teacher education in the institutions: new frontiers and challenges from research. In E. Robutti & C. Sabena (Eds.), *Proceedings of the 67<sup>th</sup> Conference of the Commission Internationale pour l'Etude et l'Amélioration de l'Enseignement des Mathématiques*. Aosta, Italy, 20-24 July 2015.

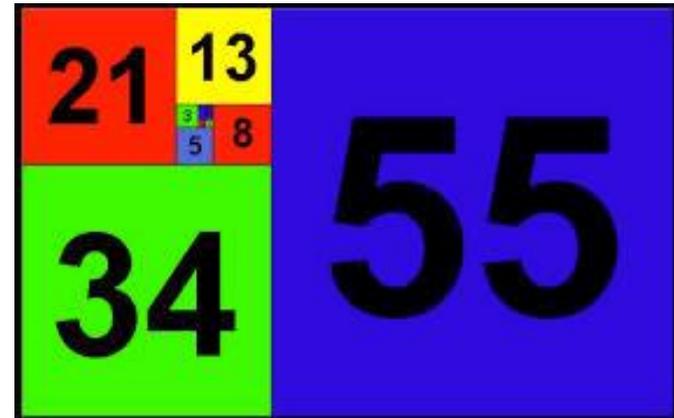
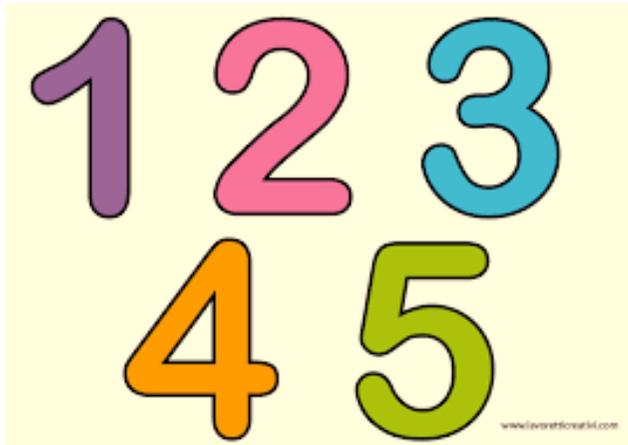
# I significati matematici



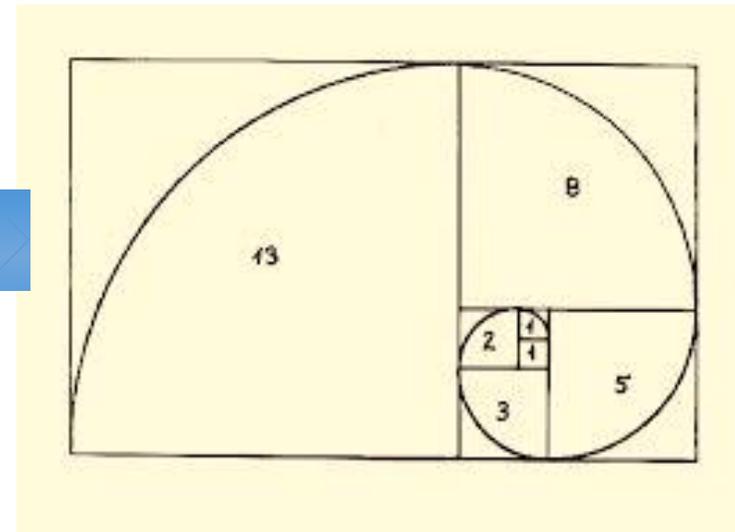
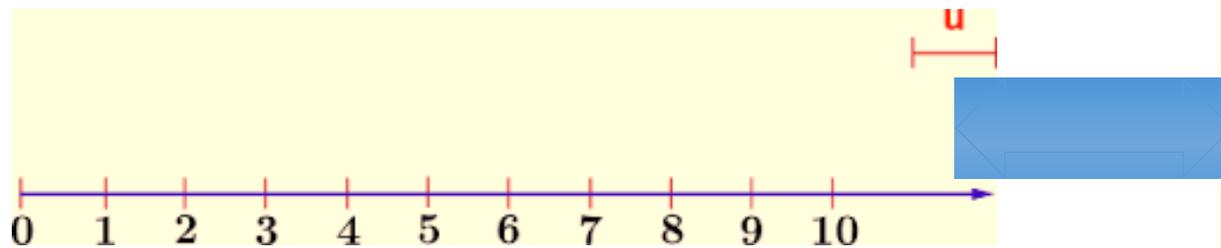
# I significati matematici



# I significati matematici



# I significati matematici

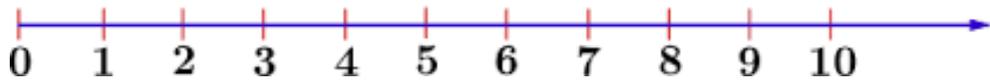


# I significati matematici

1 2 3  
4 5

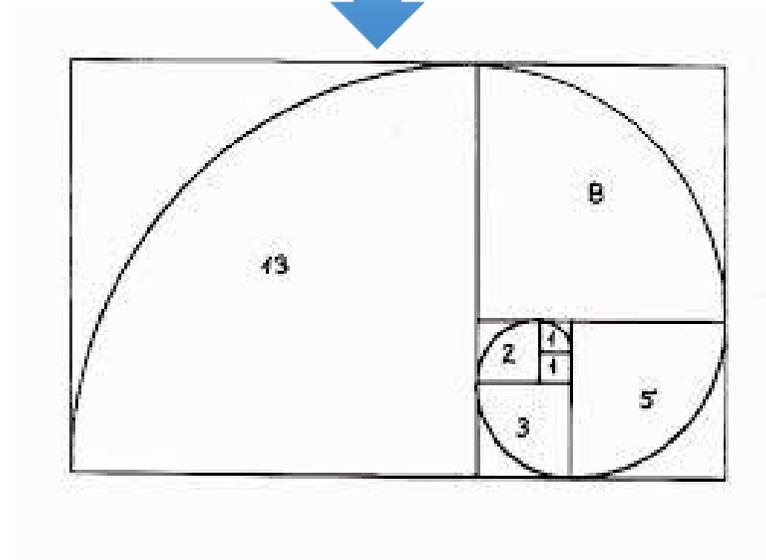
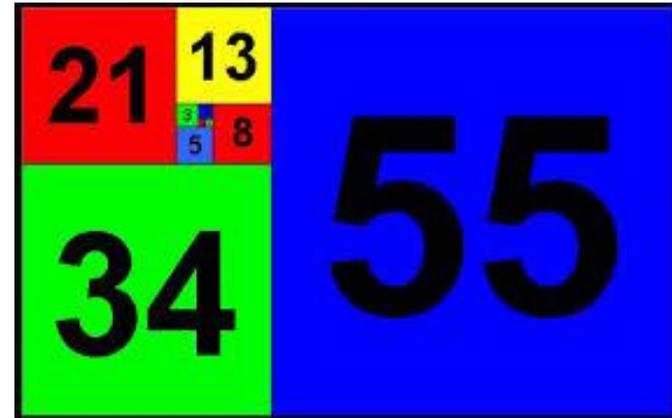
www.livestoforabid.com

NUMERI NATURALI

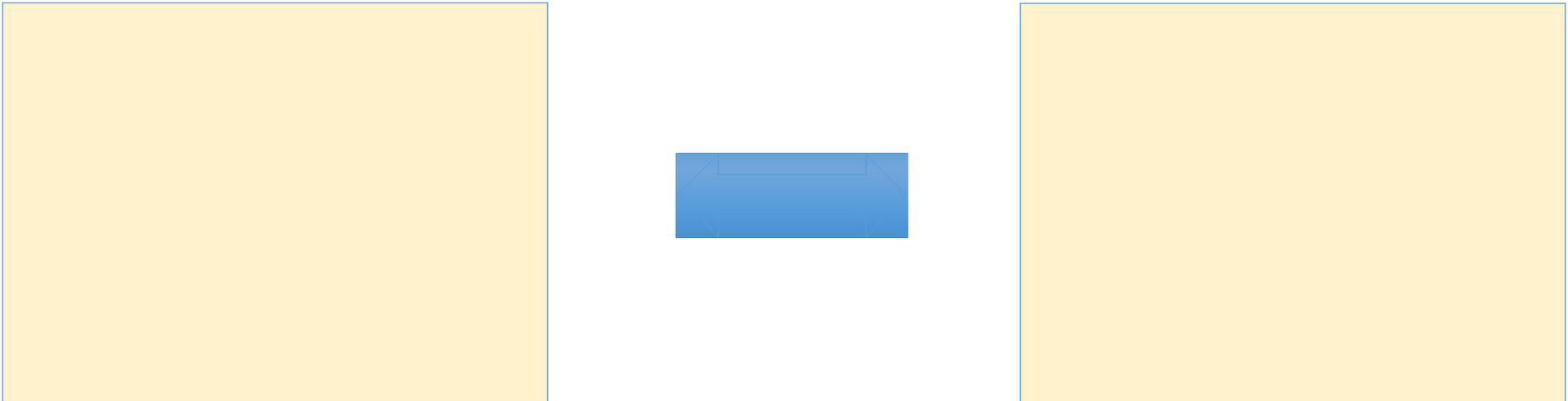


## I significati matematici

SUCCESSIONE DI  
FIBONACCI



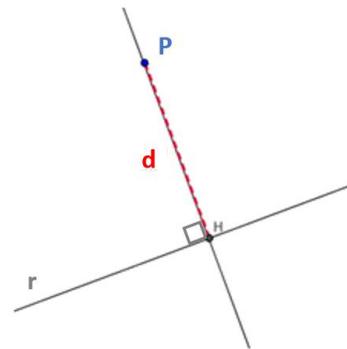
# I significati matematici



RICONOSCERE LA CONDIVISIONE DI UN SIGNIFICATO MATEMATICO

# Scheda Pre-MERLO

*La distanza di un punto  $P$  da una retta  $r$  è la lunghezza del segmento appartenente alla perpendicolare ad  $r$  passante per  $P$  e avente come estremi  $P$  e l'intersezione tra le due rette.*



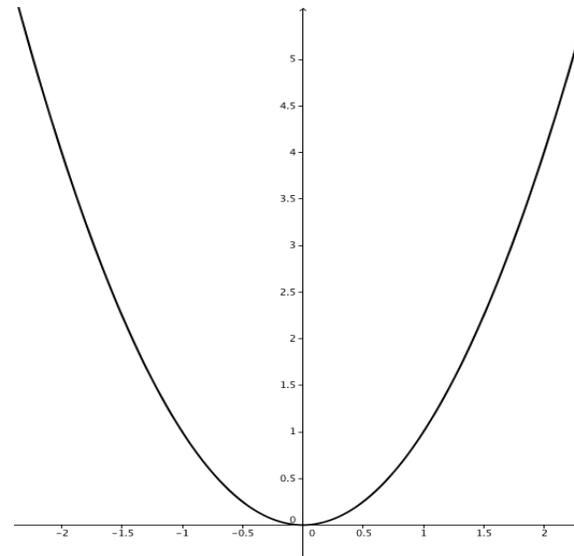
Le due rappresentazioni condividono lo stesso significato matematico?

Spiega il ragionamento che hai seguito per dare la risposta.

# Meaning Equivalence (Equivalenza di significato)

Con l'espressione *Meaning Equivalence* intendiamo una comunanza di significati attraverso diverse forme di rappresentazione.

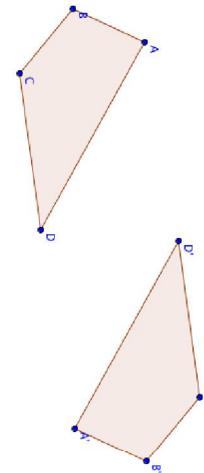
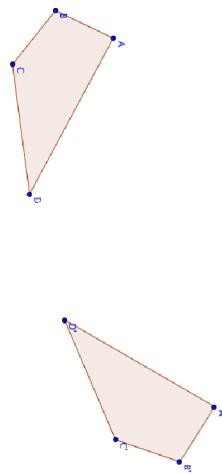
$$y = x^2$$



## Surface Similarity (Somiglianza superficiale)

Se le affermazioni contengono testo in linguaggio naturale, con l'espressione *Surface Similarity* intendiamo parole simili che appaiono in diverse rappresentazioni.

Se le affermazioni usano un altro tipo di rappresentazione, allora può esserci Surface Similarity tramite rappresentazioni simili, come nell'esempio.



# Design di item MERLO

Surface  
Similarity

Meaning  
equivalence

# Design di item MERLO

Surface  
Similarity

$$y = \frac{k}{x^2}$$

dove  $k$  è una costante.

$$y = \frac{k}{x}$$

dove  $k$  è una costante.

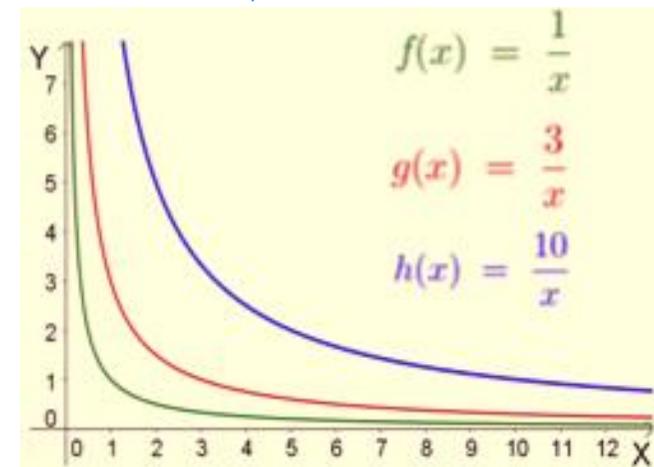
# Design di item MERLO

Meaning  
equivalence

*Conversioni*  
Duval, R. (2006)

$$y = \frac{k}{x}$$

dove  $k$  è una costante.



## 5 rappresentazioni in diversi registri

Classe: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

A [ ]

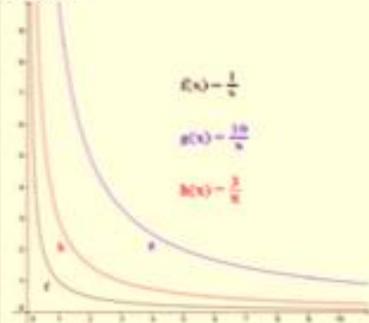
B [ ]

$$y = \frac{k}{x}$$

dove  $k$  è una costante.

Due grandezze  $X$  e  $Y$  inversamente proporzionali hanno prodotto costante.

C [ ]

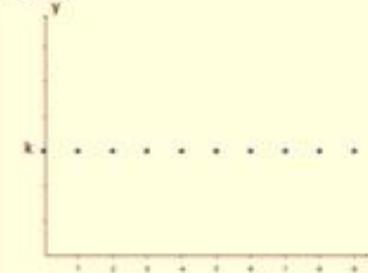


D [ ]

$$y = \frac{k}{x^2}$$

dove  $k$  è una costante.

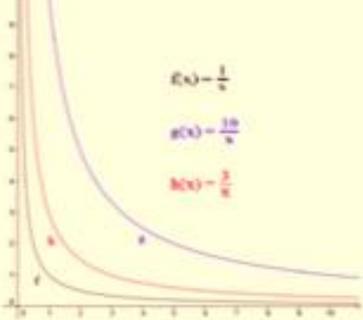
E [ ]



Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

	A [ ]	B [ ]
<p>1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più);</p> <p>2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.</p>	$y = \frac{k}{x}$ <p>dove <math>k</math> è una costante.</p>	<p>Due grandezze <math>X</math> e <math>Y</math> inversamente proporzionali hanno prodotto costante.</p>
C [ ]	D [ ]	E [ ]
	$y = \frac{k}{x^2}$ <p>dove <math>k</math> è una costante.</p>	
 Piano Lauree Scientifiche	Università degli Studi di Torino - Dipartimento di Matematica	

**Compito:**

- 1. Domanda chiusa
- 2. Domanda aperta

Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

A [ ]

B [ ]

1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più);
2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.

$$y = \frac{k}{x}$$

dove  $k$  è una costante.

Due grandezze  $X$  e  $Y$  inversamente proporzionali hanno prodotto costante.

**Meaning equivalence**

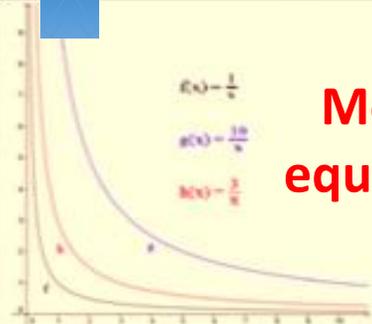
**Compito:**

1. Domanda chiusa
2. Domanda aperta

C [ ]

D [ ]

E [ ]

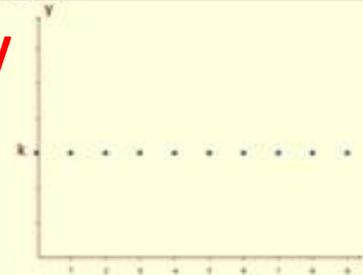


**Meaning equivalence**

**Surface Similarity**

$$y = \frac{k}{x^2}$$

dove  $k$  è una costante.



**Distractor**

**Distractor**

# Descrizione dell'approccio MERLO

**MERLO** (M<sup>e</sup>aning **E**quivalence **R**eusable **L**earning **O**bjects)

È un database che permette la mappatura di **concetti** importanti attraverso rappresentazioni **multi-semiotiche** in diversi sistemi di segni.

Shafrir & Etkind, 2010



Etkind, Kenett, Shafrir, 2010

Arzarello, Kenett, Robutti, Shafrir, to be submitted

Ciascun **MERLO item** include:

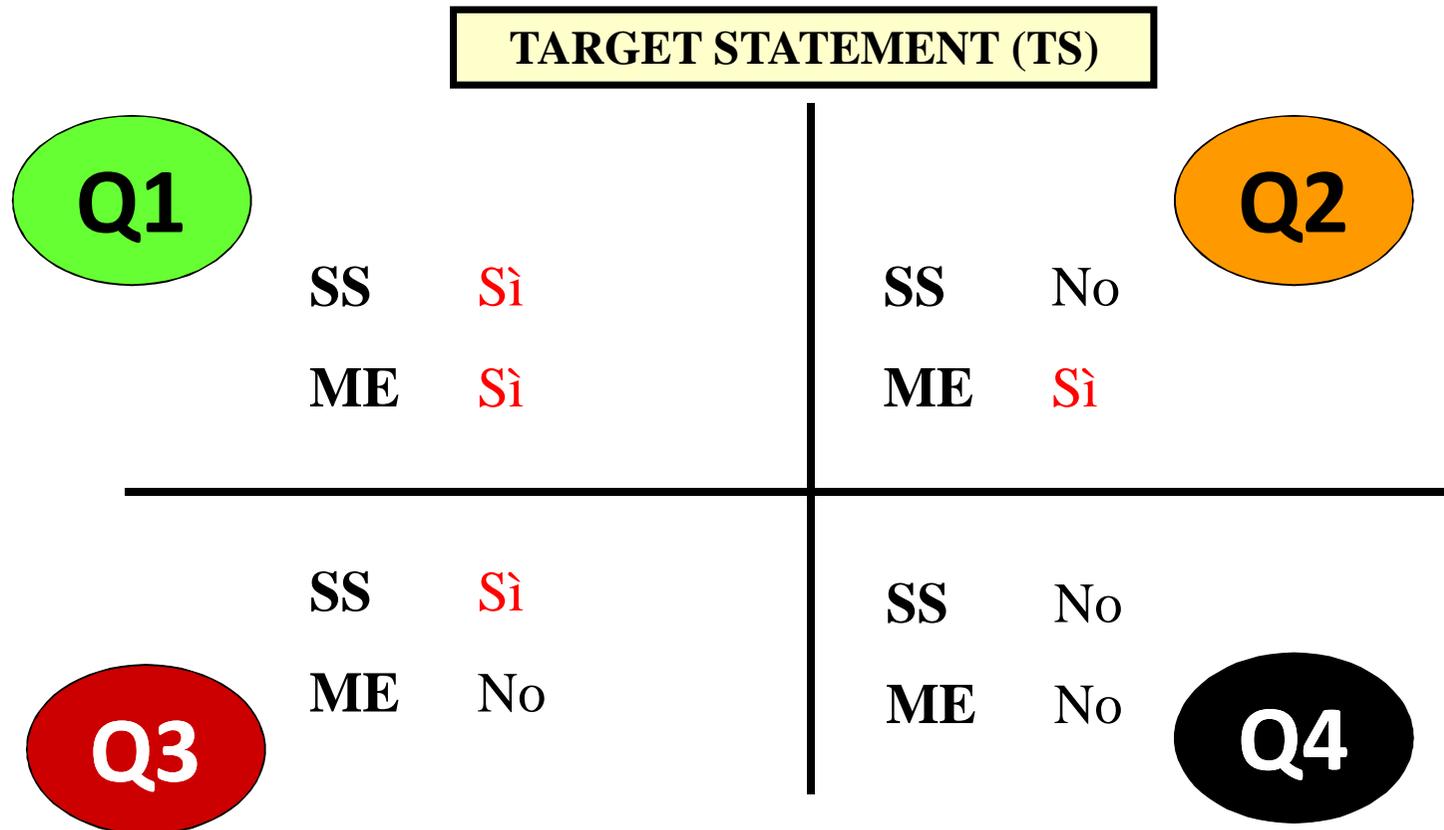
**1 Target Statement (TS)** che descrive e codifica diverse caratteristiche di un concetto importante;

**4 altre affermazioni/rappresentazioni**, organizzate secondo i seguenti criteri:

- ” condividere o non condividere *Meaning Equivalence* con TS
- ” condividere o non condividere *Surface Similarity* con TS

<b>Task Consegna</b>	<b>TS</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>3</b>	<b>4</b>

# Rappresentazioni in relazione con il TS



Nome e cognome: \_\_\_\_\_

Classe: \_\_\_\_\_

Data: \_\_\_\_\_

A [ ]

B [ ]

1. Segnare le affermazioni che condividono lo stesso significato (due o più);
2. Indicare le ragioni che guidano nella scelta.

$$y = \frac{k}{x}$$

dove  $k$  è una costante.

Due grandezze  $X$  e  $Y$  inversamente proporzionali hanno prodotto costante.

Meaning equivalence

TS

Q2

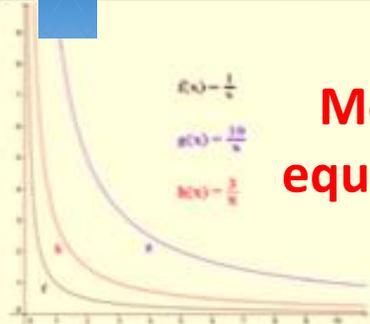
Compito:

1. Domanda chiusa
2. Domanda aperta

C [ ]

D [ ]

E [ ]

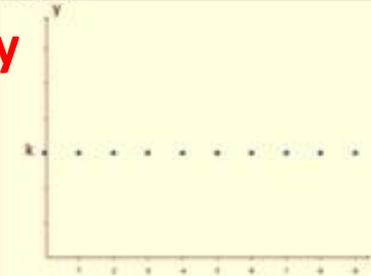


Meaning equivalence

Surface Similarity

$$y = \frac{k}{x^2}$$

dove  $k$  è una costante.



Distrattore

Q2

Q3

Distrattore

Q4

# Applicazione dell'approccio MERLO



**Livello 1** È Formazione insegnanti



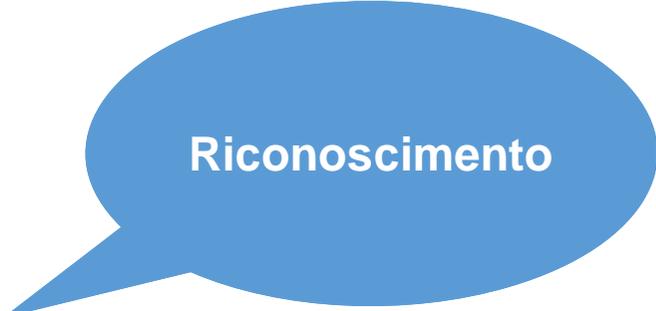
**Livello 2** È Insegnamento e apprendimento della matematica, in un contesto istituzionale di scuola secondaria italiana

## MERLO consegna per gli studenti

Almeno 2 tra le 5 affermazioni/rappresentazioni condividono lo stesso significato matematico.

“ Indicare quelle . solo quelle . che condividono il significato matematico

“ Descrivere brevemente le ragioni della scelta



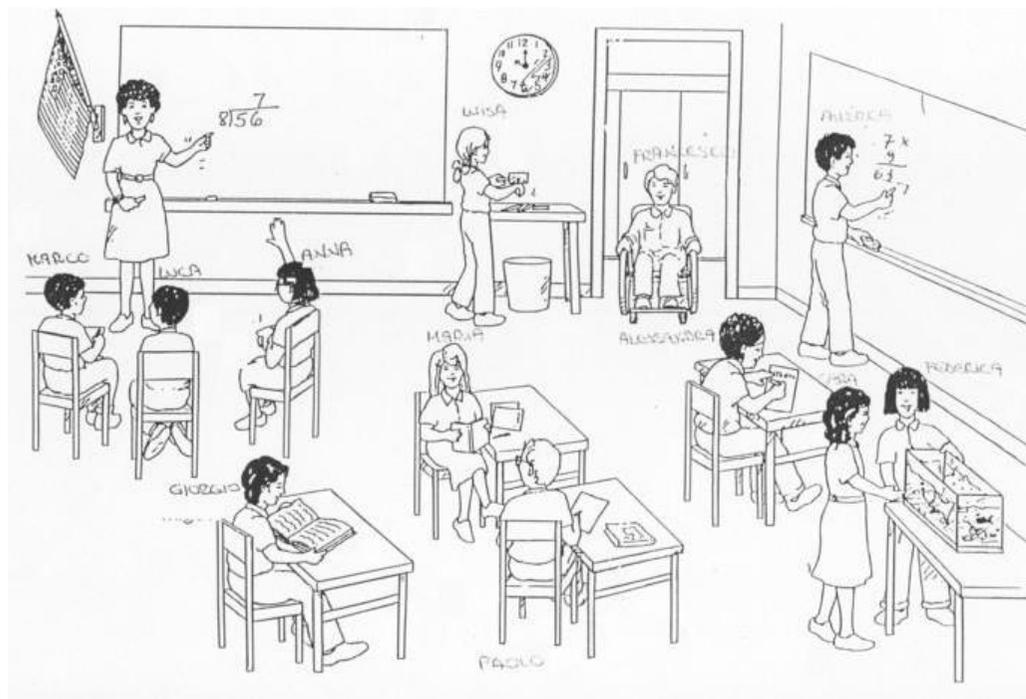
Riconoscimento



Produzione

Focus degli studenti su concetti e significati matematici

# Indicazioni e suggerimenti metodologici



Risoluzione individuale

Lavoro a gruppi di 3 o 4 ragazzi

Discussione di classe,  
moderata dall'insegnante

La nomenclatura e la classificazione delle varie affermazioni non viene presentata agli studenti: a loro è richiesto semplicemente di riconoscere le affermazioni che condividono lo stesso significato matematico e di argomentare i motivi della scelta.

È utile per l'insegnante, per ottenere un *feedback* della classe in relazione alla comprensione di un concetto matematico.



# Pedagogia MERLO

Le attività MERLO pongono l'attenzione sui significati concettuali degli oggetti matematici.

1. consegne di riconoscimento di relazioni di condivisione di significati
2. argomentazione sulle scelte fatte
3. discussione in gruppo
4. valutazione formativa



**GRAZIE!**