

Comunicare in matematica: i ruoli dei linguaggi

Pier Luigi Ferrari

Dipartimento di Scienze e Innovazione Tecnologica



La costruzione dei concetti avviene anche attraverso la comunicazione.

Comunicazione, linguaggio e pensiero

I concetti si costruiscono indipendentemente e la comunicazione interviene dopo.

Mediazione semiotica

“Possiamo quindi parafrasare il termine ‘mediazione semiotica’ come ‘mediazione per mezzo della semiosi’ cioè attraverso l’uso di sistemi di segni che agiscono come uno strumento astratto nel cambiare la natura dell’attività mentale umana.

[Hasan, 2005, p.134]

Rappresentare in modo efficiente il sapere matematico e gli algoritmi.



Linguaggio per **comunicare** in matematica



Comunicare tra persone, in contesti di situazione e di cultura specifici.

Poco cooperativi

Rappresentare in modo efficiente il sapere matematico e gli algoritmi.

Strumenti linguistici diversi

Comunicare tra persone, in contesti di situazione e di cultura specifici.

Cooperativi

Halliday, M.A.K.: 2004. *The Language of Science*. (traduzione mia)

... qualcuno pensa che il linguaggio scientifico sia un modo di scrivere superfluo, più o meno rituale, e che la scienza – concetti scientifici e ragionamento scientifico – potrebbe benissimo essere espressa in termini quotidiani, non tecnici. Si parla di questo altro tipo di linguaggio come “linguaggio naturale”, “parole semplici”, e cose simili. Noi sosteniamo l’opinione opposta, che è che la scienza dipende completamente dal linguaggio scientifico: che non si può separare la scienza da come è scritta, o riscrivere il discorso scientifico in un qualunque altro modo. In base a questo, “imparare scienza” coincide con imparare il linguaggio della scienza. Se il linguaggio è difficile da imparare, questo non è un fattore aggiuntivo causato dalle parole scelte, ma una difficoltà inerente alla natura stessa della scienza.

Funzioni del linguaggio in matematica

Organizzazione del sapere:
tassonomie tecniche

Organizzazione del discorso:
argomentazione

Decidibilità, rappresentazione
degli algoritmi, trasformazioni

Comuni alle
discipline
scientifiche

Tipiche della
matematica


Organizzazione del sapere:
tassonomie tecniche

Ad esempio, gerarchia
inclusiva degli attributi




Organizzazione del discorso:
argomentazione

Ad esempio, l'uso
preciso dei connettivi



Decidibilità,
rappresentazione
degli algoritmi,
trasformazioni

Calcoli aritmetici e algebrici,
trasformazioni geometriche,
operazioni su grafici



Organizzazione del sapere: il lessico matematico

Gerarchia inclusiva

Equilatero/isoscele

Quadrato/rettangolo

$</\leq$

Razionale/reale

Retta/curva

Rappresentazione efficiente del
sapere matematico

“ABCD è un rettangolo ”



Non è un quadrato



implicatura

Conseguenza che deriva dal contenuto di un testo
ma anche dall'assunzione che sia cooperativo.

“Non tutte le caramelle
sono alla menta”



Qualcuna è alla menta



implicatura

$1 \leq 99999$

Linguaggio della matematica come sistema multimediotico

```
graph TD; A[Linguaggio della matematica  
come sistema multimediotico] --> B[Testi verbali  
Scritti e orali]; A --> C[Espressioni  
simboliche]; A --> D[Figure, grafici];
```

Testi verbali
Scritti e orali

Espressioni
simboliche

Figure, grafici

Linguaggio verbale e altri sistemi semiotici

“Di tutte le modalità semiotiche solo il linguaggio [verbale] allo stesso tempo sfida il tempo, è in grado di essere riflessivo, classifica la realtà, organizza l’esperienza umana comunicabile, e articola con pari facilità le molte voci di una cultura, il che non vuol dire che assicura il loro privilegio sociale, o che le altre modalità non danno contributi.”

[Hasan, 2005, p.134, traduzione ed enfasi mie]

Linguaggio verbale e altri sistemi semiotici

*“Di tutte le modalità semiotiche solo il linguaggio [verbale] allo stesso tempo sfida il tempo, **è in grado di essere riflessivo**, classifica la realtà, organizza l’esperienza umana comunicabile, e articola con pari facilità le molte voci di una cultura, il che non vuol dire che assicura il loro privilegio sociale, o che le altre modalità non danno contributi.”*

[Hasan, 2005, p.134, traduzione ed enfasi mie]

Linguaggio della matematica come sistema multivariato

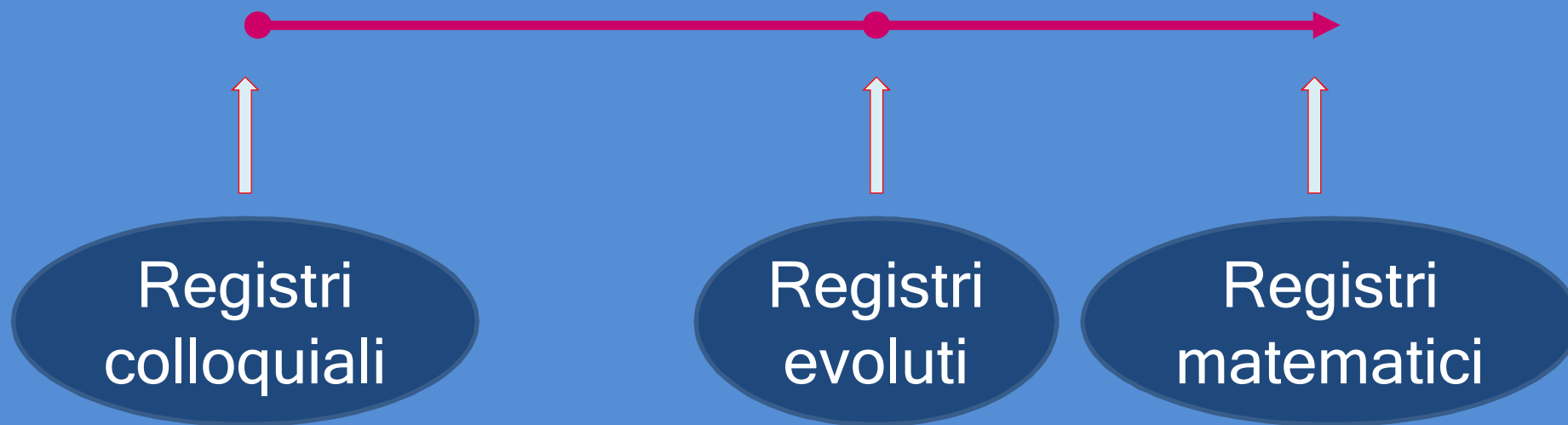
Linguaggio verbale, formule, figure

Usi informali, colloquiali
Sintassi rilassata
Dipendenza dal contesto
Negoziazione
Gesti
Schizzi
Abbozzi di formule,
abbreviazioni



Usi formali,
evoluti
Sintassi rigida
Astrazione,
autosufficienza
Figure precise
Formule ben
formate

Entrambi le modalità di uso sono indispensabili
per la costruzione e la rappresentazione dei
concetti e dei procedimenti matematici



Interpretazione dei testi

Registri
colloquiali



Contesto di situazione
(persone, spazio, tempo, ...)

Registri
matematici

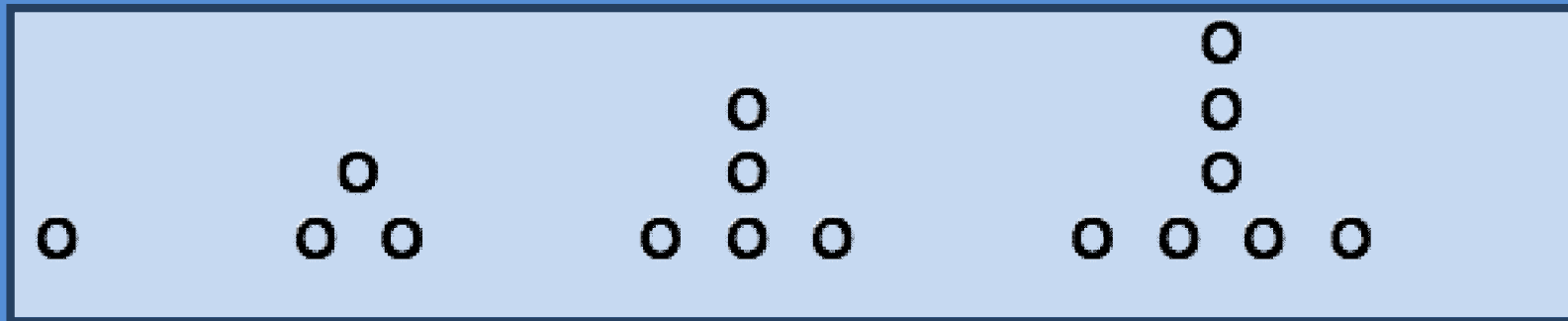


Contesti più astratti

L'interpretazione di una qualsiasi espressione richiede un contesto.

Nessuna espressione isolata viaggia col proprio significato incollato sopra.

Problema (Radford, 2000; Ferrari, 2005)



Quante palline ci sono nelle figure fino alla ventesima?

Trovate una formula per calcolare il numero delle palline di ogni figura.

“Allora, ... se tu, se il numero in alto fosse uguale alla base sarebbe un numero pari ... però se noi togliamo un numero in verticale viene un numero dispari”

“Nella figura cinque, nella figura quattro nella figura tre nella figura due i pallini della base sono uguali alla figura”

“Perché in alto ce n'è sempre una in meno”

Espressioni che

dipendono dal contesto di situazione,
che le rende non ambigue

aprono la strada a generalizzazioni

Difficoltà nell'uso del linguaggio

Comportamenti rilevabili

Errori di interpretazione
di lessico, testi,
formule, immagini

Produzione di testi
inaccurati, abuso dei
registri colloquiali

Comportamenti non rilevabili

Mancate risposte, risposte a caso, risposte da stress

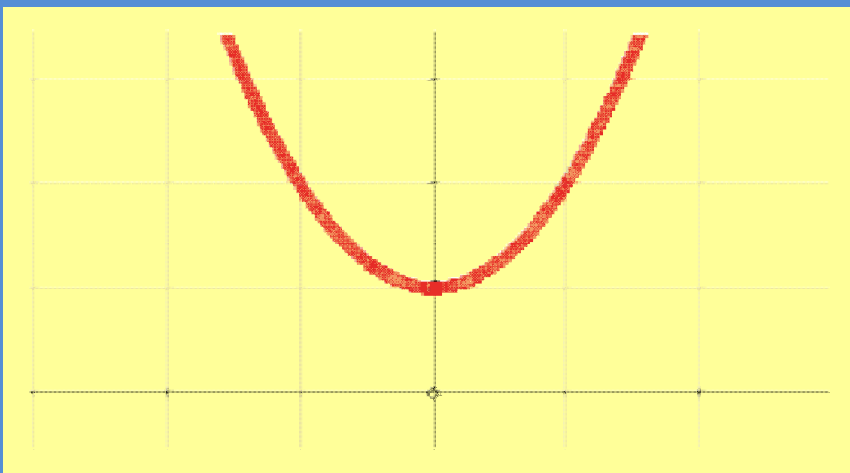
Comunicazione / conoscenze

Mancanza di *conoscenze e abilità specifiche*

Rigidità nell'uso dei registri

Convinzioni e atteggiamenti

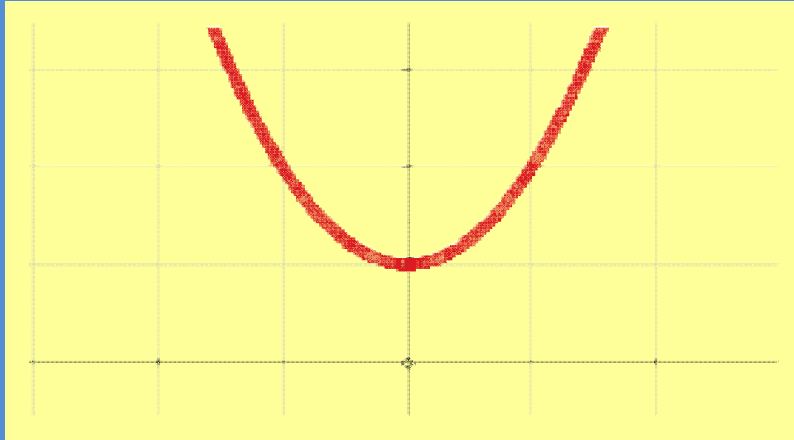
Competenza matematica?



“... la curva ha un
flesso per $x=0$...”

Problemi lessicali
specifici?

Conseguenza di atteggiamenti?
'flesso' = 'piegamento'



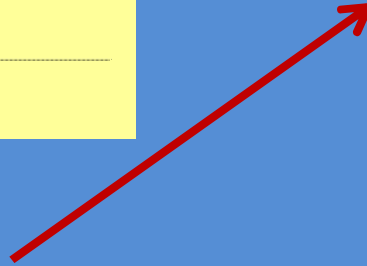
“... la curva ha un *flesso* per $x=0$...”

Studenti locali

Studentessa straniera

Linguaggio inaccurato

Errore lessicale



Non solo lessico

Ma per capire perché la scrittura scientifica diventa in certi modi difficile, dovremo sbarazzarci delle nostre ossessioni con le parole. La difficoltà sta più nella grammatica che nel vocabolario.

[Halliday, 2004, p.161]

Testo scolastico

Dato il trapezio rettangolo ABCD (con AB base maggiore e lato obliquo BC) circoscritto a un cerchio di raggio che misura r e centro O , determina l'angolo BOH (dove H è il punto di tangenza del lato obliquo BC con la circonferenza) in modo che sia minima la superficie laterale del solido che si ottiene con una rotazione completa del trapezio rettangolo intorno alla sua base maggiore.

Elevata complessità sintattica

Elevata densità di informazione

Forme stereotipate

La distanza di due punti di coordinate $P(x,y)$ e $Q(a,b)$ è la radice quadrata della somma dei quadrati delle differenze fra le ascisse di P e Q e le ordinate di P e Q .

$$d_{PQ} = \sqrt{(x-a)^2 + (y-b)^2}$$

Complessità

Nominalizzazione

Se gli Umori dell'Occhio si degradano per l'Età avanzata, in modo da rendere, a causa della contrazione, la Cornea e la Membrana dell'Umor Vitreo più piatte di prima, la Luce non verrà rifratta abbastanza, e per mancanza di una sufficiente Rifrazione non convergerà al fondo dell'Occhio ma in qualche luogo oltre esso, e di conseguenza disegnerà nel fondo dell'Occhio un'Immagine confusa, e in base alla Confusione di questa Immagine l'Oggetto apparirà confuso. Questa è la ragione del degrado della vista nei Vecchi, e mostra perché la loro Vista è accomodata dagli Occhiali. Infatti quelle lenti Convesse compensano la mancanza di rotondità nell'Occhio, e aumentando la Rifrazione, fanno convergere i Raggi prima, in modo da incontrarsi distintamente al fondo dell'Occhio se la lente ha un grado di convessità adatto.

Se gli Umori dell'Occhio si degradano per l'Età avanzata, in modo da rendere, a causa della contrazione, la Cornea e la Membrana dell'Umor Vitreo più piatte di prima, **la Luce non verrà rifratta abbastanza**, e **per mancanza di una sufficiente Rifrazione** non convergerà al fondo dell'Occhio ma in qualche luogo oltre esso, e di conseguenza **disegnerà nel fondo dell'Occhio un'Immagine confusa**, e **in base alla Confusione di questa Immagine** l'Oggetto apparirà confuso. Questa è la ragione del degrado della vista nei Vecchi, e mostra perché la loro Vista è accomodata dagli Occhiali. Infatti quelle lenti Convesse compensano **la mancanza di rotondità nell'Occhio**, e aumentando la Rifrazione, fanno convergere i Raggi prima, in modo da incontrarsi distintamente al fondo dell'Occhio se la lente ha **un grado di convessità adatto**.

Antico greco (attico)

ποιεω (fare)	ποιητης (chi fa), ποιημα (ciò che è fatto), ποιησις (il fare)
πρασσω (fare)	πρακτηρ (πρακτωρ) (chi fa), πραγμα (ciò che è fatto), πραξις (il fare)
μεγας (grande)	μεγεθος (grandezza)

“non è ciò che è nome ma ciò che è nominalizzato – non solo essere un nome, ma essere un nome che prima era qualcos’altro – che ci dà una dimensione in più, la possibilità di guardare al mondo allo stesso tempo in due modi differenti e contraddittori che è l’essenza della comprensione scientifica.”

[Halliday, 2004, p.198]

“Nella prossima sezione sosterrò che in un modo simile, l’abilità di vedere una funzione o un numero sia come processo sia come oggetto è indispensabile per una comprensione profonda della matematica, qualunque cosa sia la definizione di ‘comprensione’

[Sfard, 1991, p.5]

L'organizzazione dei testi da interpretare (ad esempio quelli dei problemi) sembra influenzare pesantemente i comportamenti degli alunni. Su questo ne sappiamo poco.

Su una confezione di succo di frutta da 250 ml trovi le seguenti informazioni nutrizionali:

[...]

Quante kcal assumi se bevi tutto il succo di frutta della confezione?

Si indichi quante kcal vengono assunte bevendo tutto il succo di frutta di una confezione sulla quale sono indicate le

informazioni nutrizionali seguenti:

[...]

Branchetti, L., Viale, M. (2015)

Due punti di vista opposti

Sviluppo naturale della
competenza linguistica

J.N.Britton

“Linguaggio
naturale”

Le varietà linguistiche
evolute richiedono
insegnamento esplicito

Halliday,
Morgan



Grazie!

Riferimenti

- Branchetti, L., Viale, M.: 2015. 'Tra italiano e matematica: il ruolo della formulazione sintattica nella comprensione del testo matematico.' In Ostinelli M. , *La didattica dell'italiano. Problemi e prospettive*. Locarno.
- Britton, J., et al.: 1975. *The Development of Writing Abilities (11-18)*, London: Macmillan Educational.
- Ferrari, P. & L.Lunardi: 2005, 'Inventare notazioni per risolvere problemi', *L'insegnamento della matem. e delle sci. integrate*, 28/5, 451-474.
- Halliday, M.A.K.: 2004. *The Language of Science*. London: Continuum.
- Hasan, R.: 2005. *Language, society and consciousness*, London: Equinox.
- Morgan, C.: 1998. *Writing Mathematically. The Discourse of Investigation*, London, Falmer Press.
- Radford, L.: 2000, 'Signs and meanings in students' emergent algebraic thinking: a semiotic analysis', *Educ. St. in Mathematics*, 42: 237-268.
- Sfard, A.: 1991, 'On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin'. *Educational Studies in Mathematics*, 22, 1-36.