

*L'Officina Matematica di Emma Castelnuovo :*  
**Variazione di aree, perimetri, volumi e superfici**

*Laboratorio a cura di Carla Degli Esposti e Paola Gori*

**Convegno UMI – CIIM Livorno 2014**

**A. Nel Piano**

**Costruire figure per confrontare aree e perimetri**

**1. UTILIZZO DEL GEOPIANO**

Il geopiano è una tavoletta, generalmente di legno a forma quadrata, su cui sono disposti dei chiodi a scacchiera.

**a) Costruzione di figure:** con il supporto concreto del geopiano e l'uso di elastici possiamo indagare sui concetti di area e perimetro

**b) Calcolo di aree senza le formule**

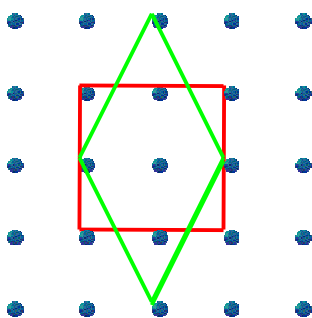
**c) Confronto fra perimetri di vari tipi di figure**

**d) Figure equivalenti e confronto tra i perimetri**

**e) Rapporti tra lunghezze e confronto tra aree**

1) Costruisci un triangolo rettangolo di base 1 e altezza 4; se raddoppi la base e dimezzi l'altezza, l'area del nuovo triangolo come risulta rispetto a quella del primo? E se fai diventare la base 4 volte più grande, rispetto al primo triangolo, come deve risultare la nuova altezza per ottenere un triangolo equivalente?

2) Costruisci sul geopiano queste figure



Qual è il rapporto fra quadrato e rombo?

Costruisci un rettangolo e un parallelogramma, che abbiano  $\frac{2}{3}$  come rapporto fra le loro aree

Costruisci altre coppie di figure e individua il rapporto fra le aree.

## 2. Modelli dinamici nel piano

### a) *Triangoli equivalenti con stessa base e stessa altezza*

Quanti sono i triangoli che hanno uguale base e uguale altezza?

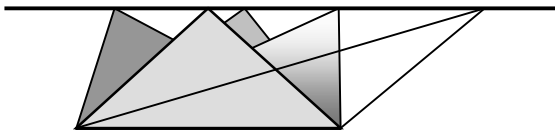
#### Disegno

Prova a rispondere aiutandoti con il disegno.

- 1) Quanti triangoli hai disegnato?
- 2) Potresti disegnarne altri?
- 3) Hanno tutti la stessa area? Hanno tutti lo stesso perimetro?

#### Modello dinamico

Fissiamo due fermacampioni su un cartoncino rigido e disegniamo il segmento che li unisce; è la base dei triangoli. A una certa distanza si fissa un filo di ferro, ben teso, parallelamente alla base e su cui scorra un anellino. Ora leghiamo un elastico ad un fermacampioni, lo facciamo passare nell'anellino e lo fissiamo all'altro fermacampioni della base. Facciamo scorrere l'anellino, osserviamo cosa succede e rispondiamo nuovamente alle domande precedenti.

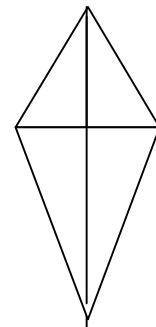


### b) *Romboide con perimetro di elastico*

Prendi due diagonali diverse; nella minore fai un forellino al centro oltre che agli estremi, nella maggiore fai, oltre che un forellino al centro, anche altri forellini distanziati fra loro per esempio di 1,5 cm. Costruisci ora il deltoide come in figura unendo le estremità con un filo elastico. Ora sposta la diagonale minore verso l'alto o verso il basso in modo che sia sempre perpendicolare alla diagonale maggiore. Bloccala in un punto come in figura e ripeti l'operazione per altri punti.

Rispondi alle domande:

- a) quali figure ottieni ?
- b) come risulta l'area di queste figure ?
- c) cambia la tensione dell'elastico nelle varie posizioni ?
- d) cosa accade al perimetro ?
- e) cosa ottieni nel caso limite?



## B. Nello spazio

### Costruire solidi per confrontare volumi e superfici

#### a) *Solidi con superficie laterale uguale*

Con un cartoncino (foglio) rettangolare di dimensioni 24cm e 10cm costruiamo una scatola alta 10cm senza le basi.

Ci chiediamo:

- quante scatole possiamo costruire?
- avranno la stessa superficie totale ?
- avranno tutte lo stesso volume ?

### **b) Solidi con uguale volume**

Con 8 cubetti uguali costruisci un parallelepipedo. In quanti modi diversi lo puoi costruire ?

Si chiede:

- hai ottenuto un cubo ?
- puoi sempre ottenere un cubo ?
- avranno lo stesso volume ?
- avranno la stessa superficie laterale ?
- avranno la stessa superficie totale ?

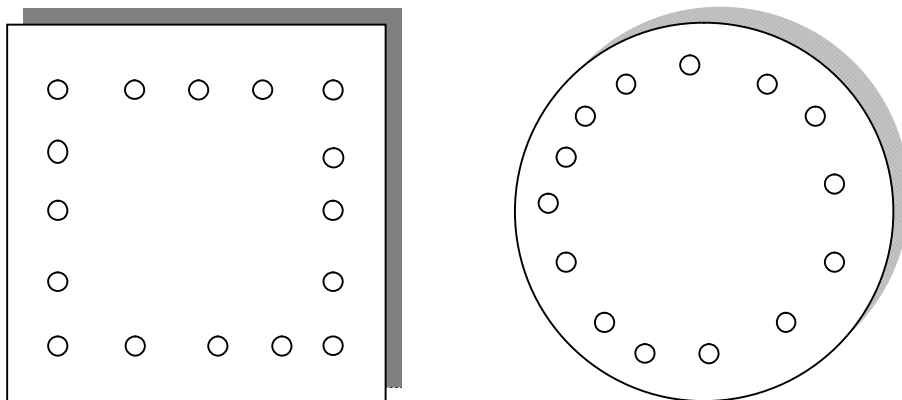
È necessario eseguire i calcoli per rispondere a queste domande ?

Se volessimo esaminare ad esempio il rapporto tra la superficie totale del cubo e quella di uno dei parallelepipedo, sarebbe necessario svolgere i calcoli ?

### **c) Solidi di fili**

#### *Costruzione*

Con un cartoncino un po' rigido costruisci due quadrati ( o altre due figure geometriche compreso il cerchio ) uguali, sovrapponili e, vicino al bordo dei lati, fai dei forellini equidistanti fra loro, in modo da bucare contemporaneamente i due quadrati.



Tenendo sovrapposti i due quadrati, con un ago e un filo elastico fissando il filo solo all'inizio del lavoro; quando avrai fatto passare il filo elastico in tutti i forellini, distanzia i due cartoni facendo scorrere il filo fino ad una certa altezza e chiudi con un nodo il filo. Hai fra le mani un prisma di fili elastici.

#### *Esperienza*

Con l'aiuto di questo modello rispondi alle seguenti domande:

- a) Quanti prismi retti puoi ottenere, a parità di altezza ? E quanti obliqui ?
- b) Nel passaggio da prisma retto a prisma obliquo tutte le facce da rettangoli si trasformano in parallelogrammi ?
- c) Il primo retto avrà lo stesso volume di ciascuno dei prismi obliqui ?
- d) Avrà la stessa superficie ?
- e) Puoi ottenere un poliedro che non sia un prisma ?
- f) Se ruoti sullo stesso piano solo la base superiore ottieni ancora dei poliedri ?
- g) Se la rotazione della base superiore è di  $180^\circ$  cosa ottieni ?
- h) Prova a formulare altre domande a cui poter rispondere con l'aiuto di tale modello.
- i) Se le basi sono due cerchi, cosa ottieni se ruoti la base superiore di  $180^\circ$  ?