



Piano Lauree Scientifiche

In collaborazione con MIUR, con.Scienze, Confindustria



GeoGebra
Institute
of Torino



DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO

DI. FI. MA. in Rete

Verso l'esame di Stato 2015: proposte di problemi e discussioni

XXXII CONVEGNO UMI-CIIM – Livorno

16 ottobre 2014

Valeria Andriano, Elisa Gentile, Ornella Robutti

DALLE INDICAZIONI NAZIONALI

Non sarà richiesto un particolare addestramento alle tecniche del calcolo, che si limiterà alla capacità di derivare le funzioni già note, semplici prodotti, quozienti e composizioni di funzioni, le funzioni razionali e alla capacità di integrare funzioni polinomiali intere e altre funzioni elementari nonché a determinare aree e volumi in casi semplici.



DALLE INDICAZIONI NAZIONALI

Si tratterà soprattutto di comprendere il ruolo del calcolo infinitesimale in quanto strumento concettuale fondamentale nella descrizione e nella modellizzazione di fenomeni fisici o di altra natura.



DUNQUE:

- COMPRENSIONE DI CONCETTI E SIGNIFICATI
- ARGOMENTAZIONE
- MODELLIZZAZIONE



Alcuni spunti dai «vecchi» temi della II prova

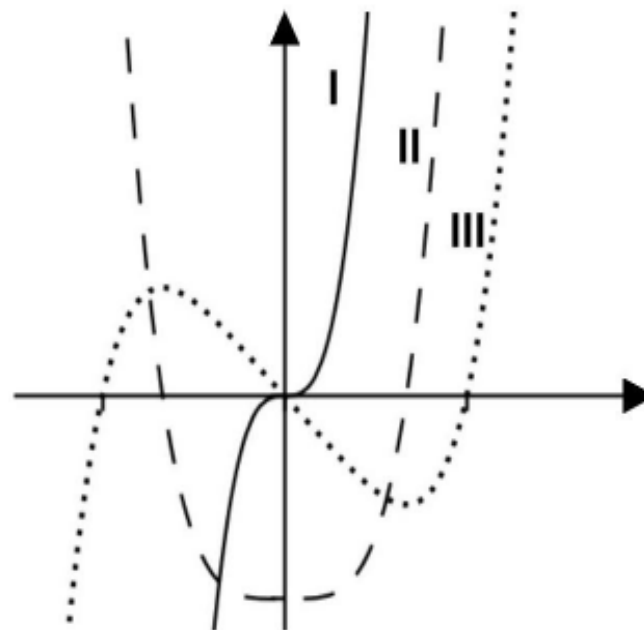
- Quesito 10 Ordinamento 2011
- Problema 1 PNI 2012
- Problema 1 P.N.I. 2013
- Problema 1 Ordinamento 2014



10. Nella figura a lato, denotati con I, II e III, sono disegnati tre grafici. Uno di essi è il grafico di una funzione f , un altro lo è della funzione derivata f' e l'altro ancora di f'' .
Quale delle seguenti alternative identifica correttamente ciascuno dei tre grafici?

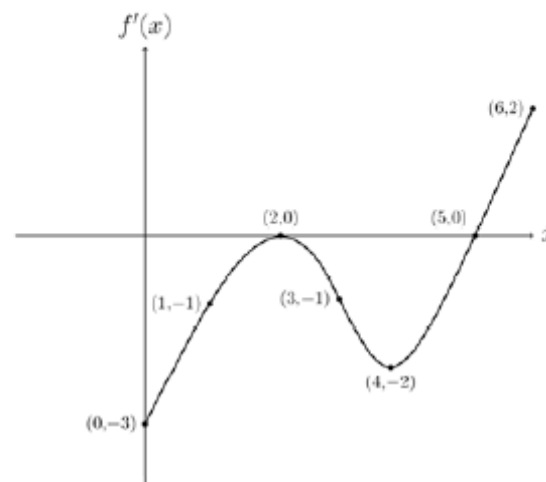
	f	f'	f''
A)	I	II	III
B)	I	III	II
C)	II	III	I
D)	III	II	I
E)	III	I	II

Si motivi la risposta.



PROBLEMA 1

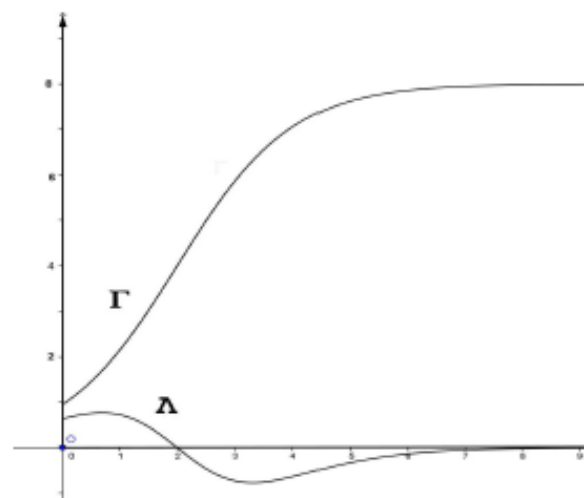
Della funzione f , definita per $0 \leq x \leq 6$, si sa che è dotata di derivata prima e seconda e che il grafico della sua derivata $f'(x)$, disegnato a lato, presenta due tangenti orizzontali per $x = 2$ e $x = 4$. Si sa anche che $f(0) = 9$, $f(3) = 6$ e $f(5) = 3$.



1. Si trovino le ascisse dei punti di flesso di f motivando le risposte in modo esauriente.
2. Per quale valore di x la funzione f presenta il suo minimo assoluto? Sapendo che $\int_0^6 f'(t) dt = -5$ per quale valore di x la funzione f presenta il suo massimo assoluto?
3. Sulla base delle informazioni note, quale andamento potrebbe avere il grafico di f ?
4. Sia g la funzione definita da $g(x) = x f(x)$. Si trovino le equazioni delle rette tangenti ai grafici di f e di g nei rispettivi punti di ascissa $x = 3$ e si determini la misura, in gradi e primi sessagesimali, dell'angolo acuto che esse formano.

Una funzione $f(x)$ è definita e derivabile, insieme alle sue derivate prima e seconda, in $[0, +\infty[$ e nella figura sono disegnati i grafici Γ e Λ di $f(x)$ e della sua derivata seconda $f''(x)$. La tangente a Γ nel suo punto di flesso, di coordinate $(2; 4)$, passa per $(0; 0)$, mentre le rette $y = 8$ e $y = 0$ sono asintoti orizzontali per Γ e Λ , rispettivamente.

- 1) Si dimostri che la funzione $f'(x)$, ovvero la derivata prima di $f(x)$, ha un massimo e se ne determinino le coordinate. Sapendo che per ogni x del dominio è: $f''(x) \leq f'(x) \leq f(x)$, qual è un possibile andamento di $f'(x)$?
- 2) Si supponga che $f(x)$ costituisca, ovviamente in opportune unità di misura, il modello di crescita di un certo tipo di popolazione. Quali informazioni sulla sua evoluzione si possono dedurre dai grafici in figura e in particolare dal fatto che Γ presenta un asintoto orizzontale e un punto di flesso?



- 3) Se Γ è il grafico della funzione $f(x) = \frac{a}{1 + e^{b-x}}$, si provi che $a = 8$ e $b = 2$.
- 4) Nell'ipotesi del punto 3), si calcoli l'area della regione di piano delimitata da Λ e dall'asse x sull'intervallo $[0, 2]$.

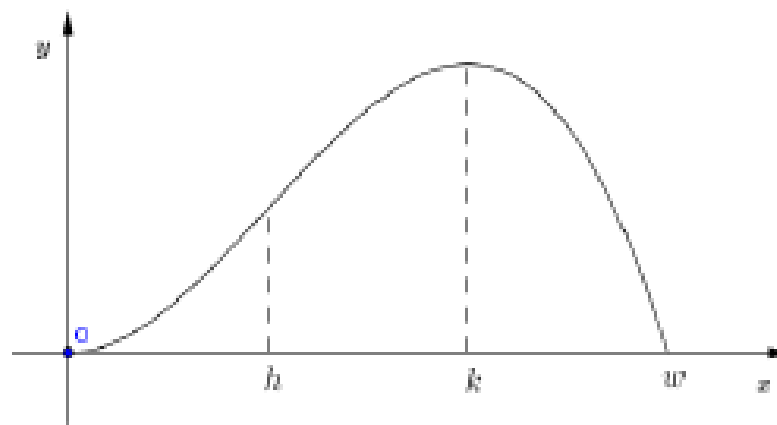
Ordinamento 2014

Problema 1

Nella figura a lato è disegnato il grafico

Γ di $g(x) = \int_0^x f(t) dt$ con f funzione

definita sull'intervallo $[0, w]$ e ivi continua e derivabile. Γ è tangente all'asse x nell'origine O del sistema di riferimento e presenta un flesso e un massimo rispettivamente per $x = h$ e $x = k$.



- 1) Si determinino $f(0)$ e $f(k)$; si dica se il grafico della funzione f presenta punti di massimo o di minimo e se ne tracci il possibile andamento.
- 2) Si supponga, anche nei punti successivi 3 e 4, che $g(x)$ sia, sull'intervallo considerato, esprimibile come funzione polinomiale di terzo grado. Si provi che, in tal caso, i numeri h e k dividono l'intervallo $[0, w]$ in tre parti uguali.
- 3) Si determini l'espressione di $g(x)$ nel caso $w=3$ e $g(1)=\frac{2}{3}$ e si scrivano le equazioni delle normali a Γ nei punti in cui esso è tagliato dalla retta $y = \frac{2}{3}$.

Spunti e considerazioni

- **Pochi calcoli:** comprensione «profonda» dei concetti
- **Registro grafico**
- **Argomentare:** una delle difficoltà evidenziate è l'argomentazione.



Esame 2014

- Problema 1 è stato il meno affrontato (in alcune scuole in 100% sceglie il P2)
- «Percepito iniziale» che ha spaventato: forse un concetto «non maturato»
- Importanza non solo di saper calcolare integrale, ma di aver compreso che «cos'è» la funzione integrale e il suo legame con la derivata della funzione

$$\text{se } g(x) = \int_0^x f(t) dt \quad \text{allora } g'(x) = f(x)$$

Quali indicazioni?

- Non più studio di funzione
- Registro grafico e registro simbolico
- Dal grafico della funzione al grafico della derivata e viceversa
- Collegamenti interdisciplinari



Il «nuovo» Esame di Stato – Il prova

Tre quesiti obbligatori riguardanti concetti e contenuti relativi al V anno

Tre quesiti (su sei proposti) di carattere teorico e applicativo che evidenziano capacità di integrazione tra **Matematica, Fisica e Scienze** (per opzione Scienze Applicate) e tra **Matematica e Fisica** (per Scientifico Tradizionale)

(Convegno Rovigo 29-30 settembre 2014 - prof. Settimio Mobilio)



Come acquisire queste competenze?

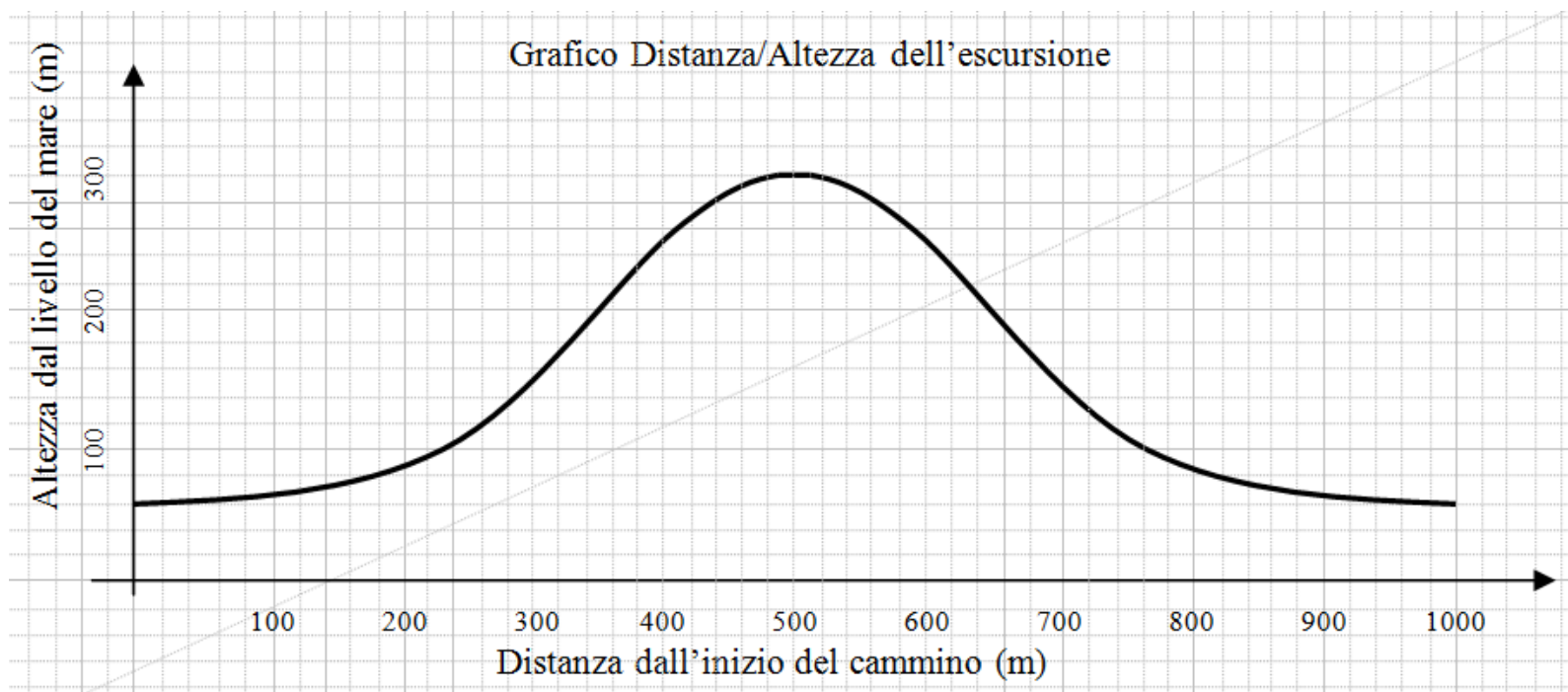
"Un tema importante di studio sarà il concetto di velocità di variazione di un processo rappresentato mediante una funzione".

Indicazioni Nazionali II biennio



Proposte di attività

- Escursionisti arrabbiati



Al lavoro

- Dividetevi in gruppi di 3-4 persone
- Lavorate dapprima come se foste studenti, poi:
 - ✦ Riflettete da docenti su:
 - Quali nodi concettuali e metodologie?
 - Come proporlo in classe?
 - Quali altre attività proporre?
 - ...



Discussione



Nell'ultimo anno

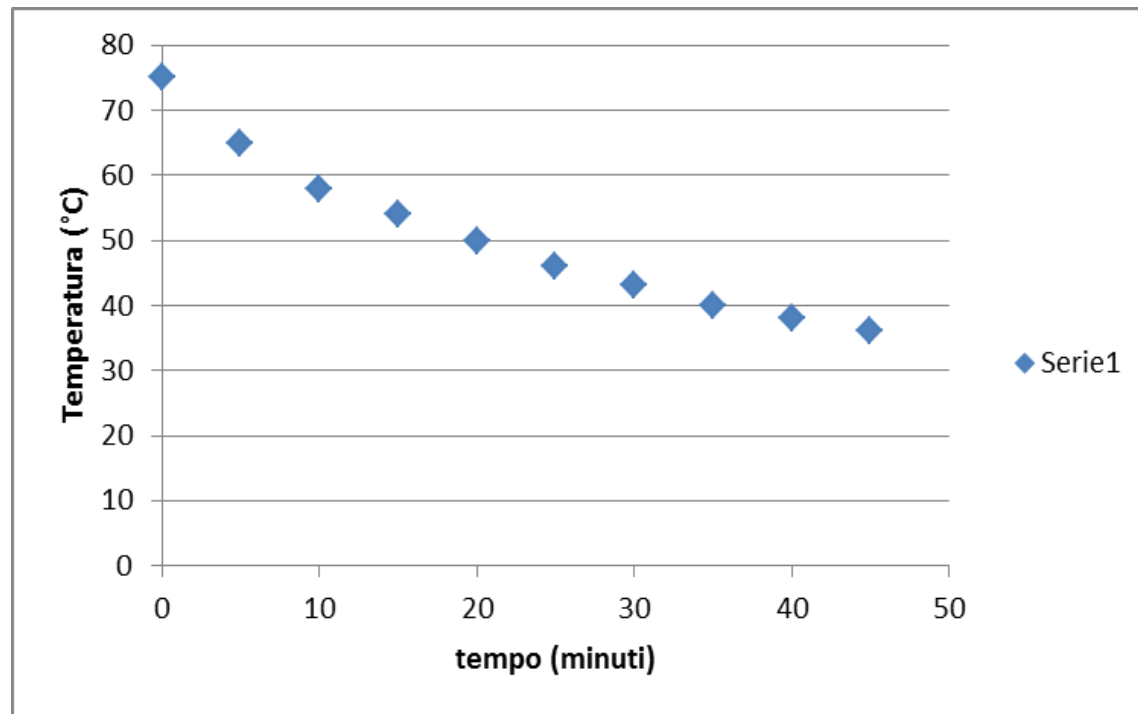
"Altro importante tema di studio sarà il concetto di equazione differenziale, cosa si intenda con le sue soluzioni e le loro principali proprietà, nonché alcuni esempi importanti e significativi di equazioni differenziali, con particolare riguardo all'equazione della dinamica di Newton".

Indicazioni Nazionali V anno



Proposte di attività

- Raffreddamento di un liquido a temperatura ambiente

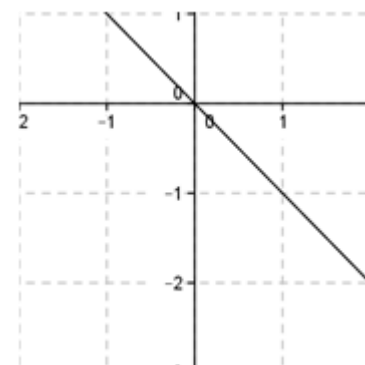
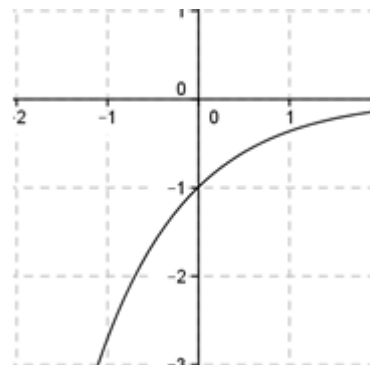
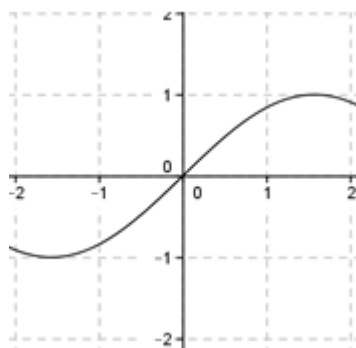
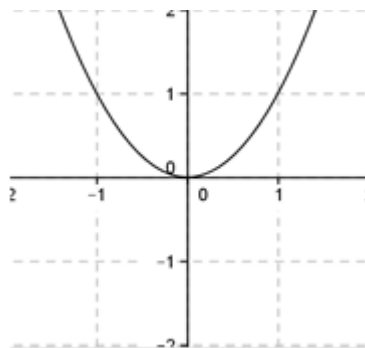


Discussione



Proposte di quesiti

Considera la seguente equazione differenziale: $y' + y = 0$. Analizza i grafici riportati sotto e stabilisci se ce n'è uno che rappresenta una funzione soluzione dell'equazione assegnata. (Per ogni grafico motiva le ragioni per cui è o non è soluzione dell'equazione.)

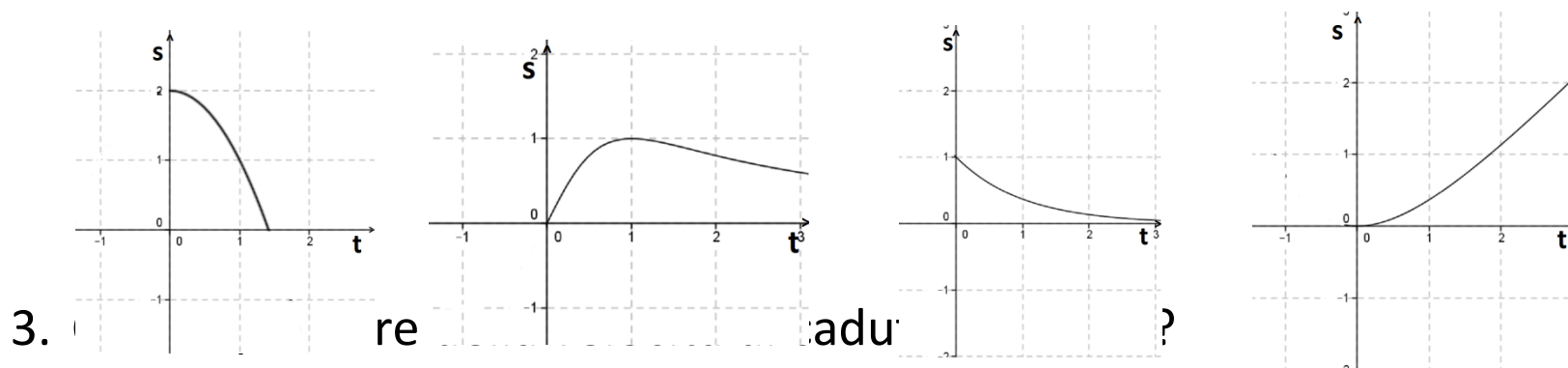


Puoi trovare altre funzioni soluzioni dell'equazione? (Puoi rispondere sia con grafici che con espressioni analitiche).

Proposte di quesiti

Un sasso di 100 g, viene lasciato cadere nell'acqua. E' noto che la forza d'attrito è proporzionale alla velocità $F=-kv$. Posto $k=0,1\text{kg/s}$

1. Scegliere un opportuno sistema di riferimento e scrivere l'equazione differenziale che descrive l'equazione del moto (si ponga $g=10\text{m/s}^2$)
2. Tra le funzioni il cui grafico è riportato sotto, stabilire quale è una soluzione e motivare la risposta.



Domande





Piano Lauree Scientifiche

In collaborazione con MIUR, con.Scienze, Confindustria



GeoGebra
Institute
of Torino



DIPARTIMENTO
DI MATEMATICA
GIUSEPPE PEANO
UNIVERSITÀ DI TORINO

DI. FI. MA. in Rete

Grazie per l'attenzione

Referente del progetto

Ornella Robutti

ornella.robutti@unito.it

Valeria Andriano

vandriano@alice.it

Liceo Scientifico Galileo Ferraris, Torino

Elisa Gentile

elisa.gentile@icloud.com

Liceo Scientifico Blaise Pascal, Chieri (TO)