



Commissione Italiana per
l'Insegnamento della Matematica

Commissione Permanente
dell'Unione Matematica Italiana



HOME

CHE COS'È LA CIIM

ATTIVITÀ DELLA CIIM

MATERIALI UMI-CIIM

ALTRE RISORSE

CONTATTI

NEWS

Spazio C.I.I.M. Le prove INVALSI di matematica per la scuola primaria

XXXII Convegno UMI-CIIM (Livorno, 16-18 ottobre 2014)

IL VALORE FORMATIVO DELLA MATEMATICA NELLA SCUOLA DI OGGI dedicato a
Federigo Enriques (vai al sito del convegno)

*Gruppo di ricerca-azione sulle prove
INVALSI di matematica 2013 per il
primo ciclo*

Un anno di lavoro che ha coinvolto
circa 40 insegnanti dei due livelli
scolari e ricercatori universitari

Sperimentazione

Interpretazione


Produzione di materiale

Chi fosse interessato può richiederli:
dimartin@dm.unipi.it

Sperimentazione

Interpretazione

Necessità/volontà/importanza di
"ascoltare" i bambini



**Strumento
didattico**

Per poter
intervenire in
maniera
mirata su
eventuali
difficoltà

**Occasione di
formazione per gli
allievi**

Lavorare sulla
fondamentale
competenza
argomentativa,
confrontarsi con gli altri

**Occasione di
formazione per
l'insegnante**

minare le
proprie certezze,
ampliare il
proprio bagaglio
interpretativo

Importanza di chiedere di spiegare quel che è stato fatto e perché è stato fatto

Focus sui processi

Focus sui problemi, sul
nuovo e difficile

Per questo testi
INVALSI possono
essere utili, ma
quelli come altri...

**Strumento
didattico**

Per poter
intervenire in
maniera
mirata su
eventuali
difficoltà

**Occasione di
formazione per gli
allievi**

Lavorare sulla
fondamentale
competenza
argomentativa,
confrontarsi con gli altri

**Occasione di
formazione per
l'insegnante**

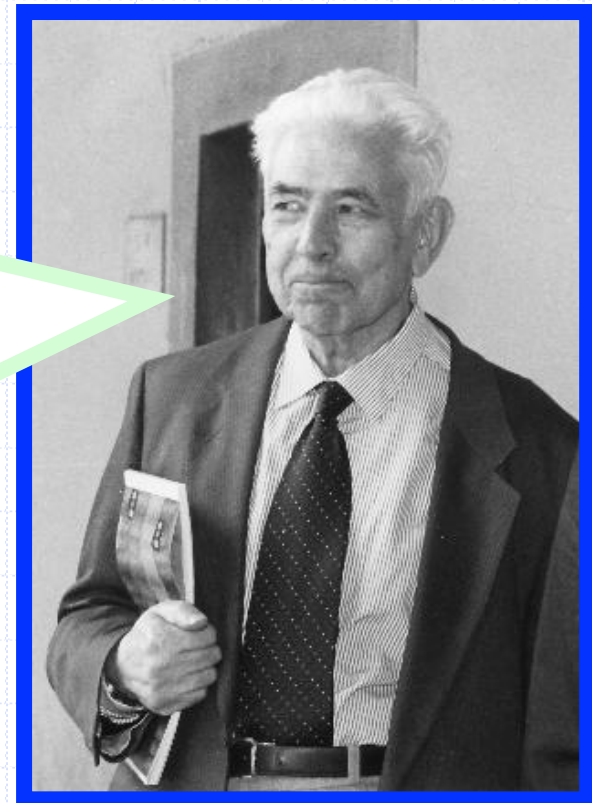
minare le
proprie certezze,
ampliare il
proprio bagaglio
interpretativo

Focus sui problemi, sul *nuovo e difficile*

Il primo a dover vincere le proprie paure è l'insegnante stesso

"Ma se non facciamo vedere come si fa, poi non riescono a farlo, sbagliano"

"Un bel problema, anche se non lo risolvi, ti fa compagnia se ci pensi ogni tanto"



E. De Giorgi

Focus sui problemi, sul *nuovo e difficile*

Il primo a dover vincere le proprie paure è l'insegnante stesso

"Ma se non facciamo vedere come si fa, poi non riescono a farlo, sbagliano"

Un problema sorge quando un essere vivente ha una meta ma non sa come raggiungerla
Karl Duncker, 1945



“Parliamo di quella certa pratica scolastica ripetitiva secondo la quale per far capire bene (per esempio, una certa tipologia di strategie per la risoluzione di una classe di problemi o esercizi) occorre far fare alla classe più volte lo stesso esercizio. Nella memoria di alcuni di noi c'è il ricordo fisso della mortificazione intellettuale e una vaga idea di inutilità e della stupidità di questo modo di fare.

Un conto è ripetere le tabelline fino a farle diventare un automatismo in modo che, senza pensare, uno dica $<45>$ allo stimolo $<5 \text{ per } 9>$ (e ciò semplifica poi addirittura la complessità della risoluzione di problemi). Ma ben altro è indurre soluzioni di problemi per tipologie.

Chi non conosce la dichiarazione tipica che molti discenti fanno imbattendosi in un nuovo problema $<\text{Noi non siamo ancora arrivati a risolvere questi problemi}>$, come se di dovesse saper risolvere solo problemi già una volta risolti”



Bruno D'Amore
Problemi e laboratori
Metodologie per
l'apprendimento
della matematica

Cosa è un problema

Confronto tra inizio e fine
primaria

“COSA VI VIENE IN MENTE SE DICO LA PAROLA PROBLEMA?”

Raccogliere le risposte individuali e rappresentarle
graficamente.

Provare a fare ipotesi risolutive

Disegnare le soluzioni possibili

Cosa è un problema

TEMPI: una settimana, due lezioni

MODALITA' D'USO: prima parte (punto 1 e 2)
individuale; seconda parte (punti 3 e 4) a coppie,
confronto finale nel gruppo classe

Cosa è un problema

Classe prima

È una cosa grave

È quando qualcuno si fa male

Quando si perde qualcosa

Quando succede un incidente (qualcuno o qualcosa si rompe, si brucia, si allaga...)

Classe quinta

E' una cosa difficile da risolvere

E' un esercizio di matematica

E' un esercizio da risolvere

E' un testo che ti chiede qualcosa

E' un problema di famiglia

Un problema di salute

E' un testo dove ci sono i numeri e più domande

Come si risolve

Classe prima

Pensando...

Provando...

Cercando...

Chiedendo aiuto...

...senza mai arrendersi...!

Classe quinta

Con il dottore

Parlando

Facendolo insieme

Con i dati..

Con la soluzione...

Con il diagramma

Con la risposta...

Con l'equivalenza

Con la logica

Con l'espressione

Lavorare su "problemi" (quelli INVALSI spesso lo sono)

Lavoro sul problem solving

Indicazioni Nazionali

Programmi
per la scuola
elementare
1985



“Il pensiero matematico è caratterizzato dall’attività di risoluzione di problemi”

Indicazioni
per il
curricolo
2007



“Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo”

Lavorare su "problemi" (quelli INVALSI spesso lo sono)

Lavoro sul problem solving

Indicazioni Nazionali

Le indicazioni nazionali 2012

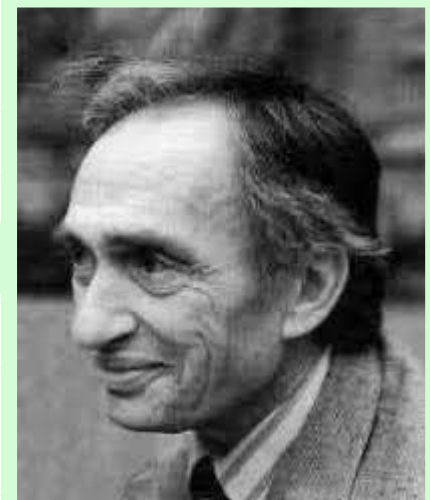
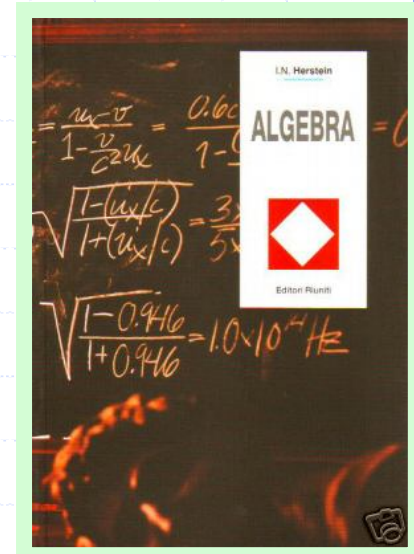
“Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola...”

*“...Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, **l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche**, rappresentandole in diverse modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando possibili strategie risolutive”*

Perché fare problem solving?

Due parole sui problemi. Ve ne sono molti, e solo un studente eccezionale potrebbe risolverli tutti. Alcuni servono solo a completare dimostrazioni del testo, altri hanno lo scopo di illustrare i risultati ottenuti e far pratica su di essi.

Molti non vengono proposti **tanto per essere risolti, quanto per essere affrontati**. Il valore di un problema non sta tanto nel trovarne la soluzione, quanto nelle idee che fa sorgere in chi la affronta e nei tentativi messi in atto”



Necessità/volontà/importanza di "ascoltare" i bambini

Lavoro sulle competenze argomentative

Indicazioni Nazionali

“L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. **Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti**”

*“Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria.
Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri”*

Perché fare problem solving?

“Ora me la cavicchio, ma non perché riesco a ragionare sulle formule, ma perché le applico e basta. Sono sicura che se dovessi fare un compito con dei “perché” sulle formule, non sarei in grado nemmeno di scrivere una parola.

Andando avanti per la mia strada, le equazioni di primo grado, quelle di secondo grado e i radicali nel campo del turismo non servono, ma queste cose le facciamo per imparare a ragionare giusto...?

Ma se io le faccio perché so le regole ma non le capisco, a cosa mi servono? ...

Perché fare problem solving?

... Ci sono persone che passano la loro vita a studiare la matematica, ma io mi chiedo come facciano. Se potessi, la matematica sarebbe una materia che smetterei di studiare, visto che la odio.

Penso che questo “sentimento” dipenda dal fatto che il mio studio è stato sempre di tipo mnemonico, meccanico senza la preoccupazione di capire veramente l'esercizio che dovevo svolgere.

Colpa mia o degli insegnanti? ”

Qualche esempio dalla sperimentazione

Se interessati ai materiali prodotti
scrivere a dimartin@dm.unipi.it

AMBITO NUMERI

Seconda primaria

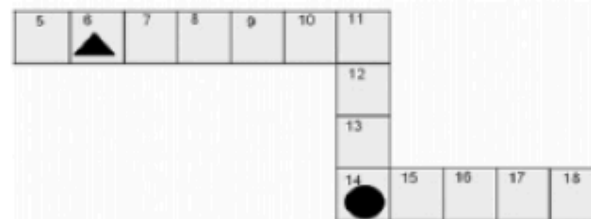
Cosa mette in gioco?


Coerente con lo
scopo che si è dato?

E con il richiamo
alle Indicazioni
Nazionali?

Facile/difficile?

D6. Ali, Bruno e Carla fanno una partita al gioco dell'oca.
Ogni giocatore lancia un dado e muove la sua pedina.



- a. Ali ha la pedina ▲. Lancia il dado e fa 6.
Su quale casella metterà la sua pedina Ali?
- A. ☐ Sulla casella 11
B. ☐ Sulla casella 12
C. ☐ Sulla casella 13
- b. Carla è partita dalla casella 6 ed è arrivata alla 10.
Che numero ha fatto col dado?
- A. ☐ 6
B. ☐ 5
C. ☐ 4
- c. Bruno ha la pedina ●. Ha tirato il dado, ha fatto  ed è arrivato sulla casella che vedi in figura.
Su quale casella era la pedina di Bruno prima di lanciare il dado?

Risposta:

Caratteristiche

SCOPO DELLA DOMANDA

Muoversi sulla retta dei numeri.

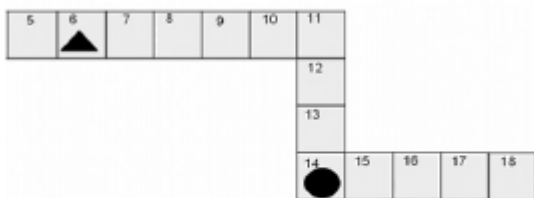
Indicazioni nazionali


Eeguire semplici operazioni con i numeri naturali.

ANALISI A PRIORI DELLE DIFFICOLTÀ

Difficoltà legate alla lunghezza del testo: i bambini di questa età spesso si spaventano “a priori”

D6. Ali, Bruno e Carla fanno una partita al gioco dell'oca. Ogni giocatore lancia un dado e muove la sua pedina.



- a. Ali ha la pedina ▲. Lancia il dado e fa 6. Su quale casella metterà la sua pedina Ali?
- A. ☐ Sulla casella 11
- B. ☐ Sulla casella 12
- C. ☐ Sulla casella 13
- b. Carla è partita dalla casella 6 ed è arrivata alla 10. Che numero ha fatto col dado?
- A. ☐ 6
- B. ☐ 5
- C. ☐ 4
- c. Bruno ha la pedina ●. Ha tirato il dado, ha fatto  ed è arrivato sulla casella che vedi in figura. Su quale casella era la pedina di Bruno prima di lanciare il dado?

Risposta:

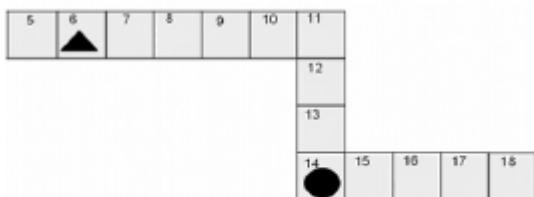
Richiamo ad un concreto
“astratto”: quello
rappresentato è un modello
di gioco dell'oca


Dover gestire “tempi
diversi” dell'azione: Ali
(item a)) si deve muovere,
Bruno si è già mosso

ENCICLOPEDIA

Conoscenza delle cose del mondo

D6. Ali, Bruno e Carla fanno una partita al gioco dell'oca. Ogni giocatore lancia un dado e muove la sua pedina.



- a. Ali ha la pedina ▲. Lancia il dado e fa 6. Su quale casella metterà la sua pedina Ali?
- A. ☐ Sulla casella 11
- B. ☐ Sulla casella 12
- C. ☐ Sulla casella 13
- b. Carla è partita dalla casella 6 ed è arrivata alla 10. Che numero ha fatto col dado?
- A. ☐ 6
- B. ☐ 5
- C. ☐ 4
- c. Bruno ha la pedina ●. Ha tirato il dado, ha fatto  ed è arrivato sulla casella che vedi in figura. Su quale casella era la pedina di Bruno prima di lanciare il dado?

Risposta:

Risultati del campione nazionale

Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
D6_c	5,9	56,3	37,7

Solo il 35% dichiara di conoscere il gioco dell'oca

Chi conosce il gioco ha una percentuale di risposte corrette che è il doppio di quella di chi non lo conosce

Importanza di “leggere” le risposte sbagliate

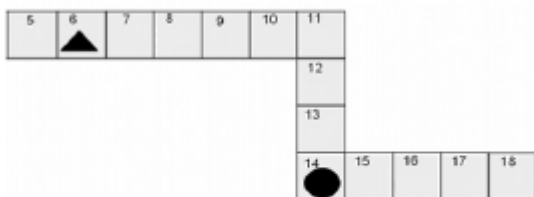
Molto frequente la risposta “14”



“14” perché?

Ipotesi interpretativa:
comprensione del testo.
I bambini leggendo “sulla casella che vedi in figura”, pensino di dover scrivere dove vedono la pedina di Bruno

D6. Ali, Bruno e Carla fanno una partita al gioco dell'oca.
Ogni giocatore lancia un dado e muove la sua pedina.



a. Ali ha la pedina ▲. Lancia il dado e fa 6.
Su quale casella metterà la sua pedina Ali?

- A. ☐ Sulla casella 11
- B. ☐ Sulla casella 12
- C. ☐ Sulla casella 13

b. Carla è partita dalla casella 11.
Che numero ha fatto con il dado?

- A. ☐ 6
- B. ☐ 5
- C. ☐ 4

c. Bruno ha la pedina ●.
arrivato sulla casella che vedi in figura.
Su quale casella era la sua pedina prima di lanciare il dado?

Risposta:

Bruno ha la pedina ●. Ha tirato il dado, ha fatto 5 ed è arrivato sulla casella che vedi in figura.

Su quale casella era la pedina di Bruno prima di lanciare il dado?

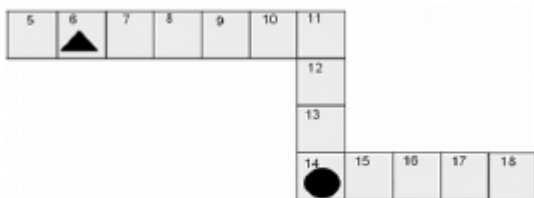
Risposta: 14.....


Perché? ha fatto che Bruno era nella casella 11

Importanza di “leggere” le risposte sbagliate

Forma o nodi concettuali?

D6. Ali, Bruno e Carla fanno una partita al gioco dell'oca. Ogni giocatore lancia un dado e muove la sua pedina.



- a. Ali ha la pedina ▲. Lancia il dado e fa 6. Su quale casella metterà la sua pedina Ali?
- A. ☐ Sulla casella 11
- B. ☐ Sulla casella 12
- C. ☐ Sulla casella 13
- b. Carla è partita dalla casella 6 ed è arrivata alla 10. Che numero ha fatto col dado?
- A. ☐ 6
- B. ☐ 5
- C. ☐ 4
- c. Bruno ha la pedina ●. Ha tirato il dado, ha fatto  ed è arrivato sulla casella che vedi in figura. Su quale casella era la pedina di Bruno prima di lanciare il dado?

Risposta:

“Osservando” i processi ci si rende conto che i bambini raramente usano operazioni per rispondere, ma contano in avanti e indietro!

Rarissime le risposte sbagliate per errori di calcolo

Perché? $10 + 5 = 14$

Importanza di “leggere” le risposte sbagliate

Perché? $10 + 5 = 14$

Interessante oltre all'errore di calcolo, mostra una strategia frequente e “significativa”: si preferisce “andare avanti” invece che “andare a ritroso”

Una insegnante del gruppo ha fatto notare anche nelle diverse esperienze didattiche in cui si fanno fare passi veri ai bambini sulla linea dei numeri fatta sul pavimento, contare all'indietro non risulti facile né quando si conta né quando si fanno i passi, e come, anche fisicamente, sia un po' più complicato camminare a ritroso

Importanza di “leggere” le risposte sbagliate

Molto frequente la risposta “10”

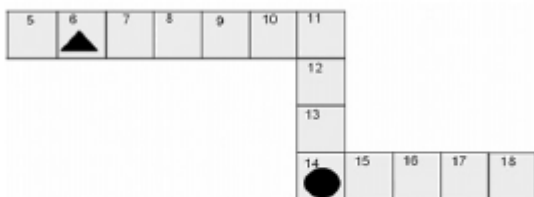



“10” perché?

**Ipotesi interpretativa:
nodo concettuale**

Difficoltà nell'accettare che non si debba contare la casella da cui si parte. La gestione dello 0!

D6. Ali, Bruno e Carla fanno una partita al gioco dell'oca.
Ogni giocatore lancia un dado e muove la sua pedina.



- a. Ali ha la pedina ▲. Lancia il dado e fa 6.
Su quale casella metterà la sua pedina Ali?
- A. ☐ Sulla casella 11
B. ☐ Sulla casella 12
C. ☐ Sulla casella 13
- b. Carla è partita dalla casella 6 ed è arrivata alla 10.
Che numero ha fatto col dado?
- A. ☐ 6
B. ☐ 5
C. ☐ 4
- c. Bruno ha la pedina ●. Ha tirato il dado, ha fatto  ed è arrivato sulla casella che vedi in figura.
Su quale casella era la pedina di Bruno prima di lanciare il dado?

Risposta:

Dai nodi concettuali alle attività

Ipotesi interpretativa: nodo concettuale

Difficoltà nell'accettare che non si debba contare la casella da cui si parte. La gestione dello 0!



Scuola infanzia –
Inizio scuola primaria

Riconoscere lo zero come primo numero naturale, distinguere zero da vuoto

A turno i bambini salgono sulla scaletta. La regola è che prima di salire debbano dire il numero del gradino che stanno per salire. Arrivati ad un certo gradino (o in cima alla scaletta) dovranno fare il percorso inverso, contando regressivamente

Dai nodi concettuali alle attività

Esempio: il contare sulla retta dei numeri

Indicazioni Nazionali

Obiettivi di apprendimento fine terza primaria.

Ambito Numeri: "Contare oggetti o eventi, a voce e mentalmente, in senso progressivo e regressivo e per salti di due, tre, ...

- Leggere e scrivere i numeri naturali in notazione decimale, avendo consapevolezza della notazione posizionale; confrontarli e ordinarli, anche rappresentandoli sulla retta.
- Eseguire mentalmente semplici operazioni con i numeri naturali e verbalizzare le procedure di calcolo."

Esempio attività: ballata degli elefanti

Progetto: "Capire si può"

Tesi dottorato
Maria Mellone

"Il primo incontro si svolge in un'aula vuota, piuttosto grande, con il pavimento possibilmente di piastrelle.

I bambini si dispongono in linea uno accanto all'altro, il conduttore del gioco (bambino o adulto) canta la filastrocca <È la Ballata degli Elefanti / tre passi indietro, due passi avanti> per indicare ai partecipanti le azioni da compiere, sostituendo di volta in volta al due e al tre dell'esempio i numeri che vuole - scelti con un intento preciso, oppure a caso, magari estratti a sorte, ma sempre piccoli all'inizio.

Si gioca e si osserva cosa succede, "dove si va a finire": variando i numeri, aggiungendo altri ordini o producendone di "simmetrici", ponendo vincoli al movimento.

Durante il primo turno sembra che abbiano interpretato il gioco proprio come una lezione di danza: si guardano molto l'un l'altro cercando di restare vicini e di andare a tempo, più che di fare il numero di passi indicato.

Poi si divide la classe in due gruppi, giocatori e osservatori, che successivamente si scambiano i ruoli. Dopo ogni turno viene chiesto ai bambini di spiegare che cosa hanno fatto e che cosa hanno notato.



Il primo nodo che è stato affrontato è l'arbitrarietà del riferimento spaziale (linea di partenza) e dell'unità di misura (lunghezza del passo)!

Marcello fa i primi tre passi indietro e poi non sa da dove partire per fare i passi avanti: deve tornare alla partenza o può partire da dove si trova?

Importanza del fatto che il passo della stessa persona sia costante

Non è l'adulto a risolvere "il conflitto"

Passaggio dall'azione alla sua astrazione

Durante l'attività i bambini avvertono naturalmente la necessità di utilizzare segni o oggetti-simbolo per ricordare, per "trasformare" i passi in oggetti manipolabili, stabili nel tempo, numerabili, confrontabili

Emerge ad esempio la necessità di segnare la linea di partenza (con lo scotch rosso): se non ci si ricorda da dove si è partiti non si può sapere se si è arrivati dove si doveva arrivare, non si può "tornare indietro" per controllare ciò che si è fatto.

Analogamente, poco dopo, viene l'idea di mettere sul pavimento un segno per ogni passo e più precisamente gettoni rossi per i passi avanti e blu per i passi indietro. Già da questo momento alcuni bambini cominciano a chiamare la linea di partenza "zero", nominano come "l'uno", "il due" o "il tre" i luoghi in cui i loro passi li portano.

L'esigenza di una unità di misura condivisa

C'è chi fa passi da elefante, ma c'è anche chi fa i passi da "formica"!

La questione viene risolta da Lorenza "se facciamo che i passi sono le mattonelle siamo più giusti".

"Come se": il raggiungimento dell'astrazione

Durante il primo incontro Giorgio osserva: "Marcello se ha fatto 3 indietro e 1 avanti è come se ne avesse fatti 2 indietro".

Di fronte al comando "3 passi indietro e 9 avanti" Stefano non usa l'espressione "come se", ma dimostra di aver interiorizzato una immagine mentale della linea dei numeri: senza fare i passi mette 6 gettoni rossi sulle mattonelle

I precursori (apparentemente) inascoltati

Come è accaduto nel caso di Giorgio, la classe non sembra pronta immediatamente ad accogliere gli spunti "all'avanguardia" di Stefano. E' possibile tuttavia che la rappresentazione da lui proposta abbia agito "sotto la superficie" per poi riemergere al momento opportuno offrendo un esempio e un supporto per l'immaginazione agli altri bambini, che hanno cominciato a farsi domande sulla questione

Durante il terzo incontro, infatti, sembra che tutti abbiano imparato a rispondere in che luogo si arriverà prima di svolgere concretamente l'azione ed è a questo punto, che in una delle lavagne in cui si tiene il conto dei passi eseguiti, viene proposto esplicitamente lo schema di compensazione, che i bambini sembrano accogliere volentieri

