

“Dal male il bene”?
L'errore secondo alcuni concorrenti delle
Olimpiadi della Matematica

Ludovico Pernazza

Livorno, 16 ottobre 2014

Lo scopo dell'indagine

Una delle caratteristiche della matematica che rende più forte la frustrazione di molti alunni è - a mio avviso - il fatto che l'insuccesso, "l'errore", è una piccola "catastrofe": un calcolo, un procedimento passano infatti dall'essere **giusti** all'essere **sbagliati** senza misure intermedie, in un certo senso vanificando anche il "merito" di aver fatto passaggi giusti fino a quel momento.

L'ipotesi in esame è la seguente: è possibile che tra gli alunni più abili ci sia un diverso atteggiamento verso l'errore; di esso verrebbero considerati anche alcuni aspetti positivi, migliorando l'esperienza del risolvere problemi anche nell'alleviare la frustrazione indotta dall'errore stesso.

Le domande

1. la versione finale di una dimostrazione omette completamente gli errori fatti durante il processo che ha portato ad ottenerla. Dal punto di vista formale è naturalmente giusto così, ma non sarebbe più educativo (magari in un tipo di “documento” diverso) includerli?
2. Non è raro che, nel cercare di risolvere un problema che chiede di dimostrare qualcosa, si passi per il dimostrare correttamente una congettura diversa, che in realtà poi non porta al problema (talvolta partendo dall'ipotesi, talvolta dalla tesi). L'attività matematica fatta è meno “nobile” di quella che si fa quando la congettura porta effettivamente alla soluzione del problema?

- 3) Abbiamo tutti l'esperienza di leggere dimostrazioni giuste e dimostrazioni sbagliate. Cosa ci insegnano le dimostrazioni sbagliate degli altri? Vi è parso di essere diventati migliori solutori grazie alla correzione delle dimostrazioni altrui, o forse solo dei migliori scrittori di dimostrazioni (ammesso che questo sia successo...)?

I soggetti

Le domande sono state poste ad alcuni concorrenti ed ex-concorrenti italiani delle Olimpiadi Internazionali della Matematica: Alberto Alfarano, Francesco Ballini, Andrea Bianchi, Luca Ghidelli, Dario Rancati, Francesco Sala.

Tre di loro hanno risposto; verranno qui indicati con **A,B,C**.

Domanda 1

B dice: “Per quanto riguarda le dimostrazioni sbagliate e gli errori che faccio nel tentare una dimostrazione, devo ammettere che ho sempre avuto la tendenza ad ignorarli. In effetti, scrivendo tutto a matita, quando mi accorgo di aver sbagliato un passaggio spesso lo cancello; questo soddisfa una sorta di mio capriccio per la pulizia formale (con la sola eccezione delle gare, in cui - mi si insegna - è meglio tenere tutto).”

C dice: “Gli errori che portano ad una dimostrazione spesso possono aiutare a capire una soluzione: nei compiti che ho corretto già era difficile di per sé capire i ragionamenti, ma era molto più semplice capirlo se una persona spiegava empiricamente, magari anche con alcune stime iniziali sbagliate la strada seguita.”

Domanda 2

A dice:“uno è portato a partire dalle ipotesi e costruire alberi che arrivano da qualche parte, oppure a trovare delle ipotesi dalle quali si raggiunge la tesi. In generale nella risoluzione di un problema saltano fuori anche degli alberi le cui radici non sono necessariamente tra le ipotesi del problema originario, e la cui tesi non necessariamente è la tesi del problema. Di solito uno costruisce un po' di questi alberi parziali e poi cerca di concatenarli per ottenere alberi più grandi, sperando di ottenere prima o poi una dimostrazione.

[...]

Al contrario è ovvio che se uno ha un albero grande può tagliarlo in alberi più piccoli. Questa operazione diventa obbligatoria quando si ha a che fare con un albero in cui una implicazione è sbagliata

[...]

Ma si può fare di più: se un'implicazione è sbagliata, ad esempio perché non vale in generale, si può aggiungere un'ipotesi più forte che la fa valere, e far funzionare così anche l'implicazione sbagliata. In questo modo l'albero che eravamo stati costretti a tagliare può essere risaldato più o meno allo stesso modo. Dal punto di vista didattico è molto utile partire con poche ipotesi e poi aggiungerle mano a mano durante la dimostrazione nel momento in cui servono. Un'altra possibilità ovviamente è che una variante dell'implicazione sbagliata sia giusta, e in questo caso sapere almeno l'idea della implicazione sbagliata aiuta ad aggiustarla.”

C dice: “Beh, come detto sopra, dipende quanto la congettura assomiglia alla tesi: se la congettura è simile alla tesi vale la pena migliorarla. In generale dimostrare altre cose può anche essere proprio divertente e pensarci su (magari non in gara :D) può portare a fatti nuovi e interessanti.”

B dice: “Devo dire che il mio approccio alle dimostrazioni, senza entrare in questioni filosofiche, è sempre stato quello di cercare di ricostruire un ordine a me ignoto, ma preesistente indipendentemente dalla mia indagine; in questo modo non ho timore a lanciarmi in congetture e a riformulare più volte i problemi, perchè questa mia attività non può far altro che aiutarmi nell’attività di ordinamento (se le congetture sono vere, naturalmente). Se poi il lavoro si rivela inutile, almeno avrò costruito qualcosa di interessante o creato un nuovo problema ancora più intrigante del precedente perchè più complesso”

Domanda 3

A dice:“Leggere dimostrazioni sbagliate di altri può essere utile più agli altri che a te stesso, è molto meglio leggere le proprie dimostrazioni sbagliate e capire, magari con l'aiuto di qualcun altro, perché sono sbagliate.

[...]

L'utilità di leggere dimostrazioni altrui secondo me è più nel capire l'importanza di formalizzare le cose

[...]

Leggere invece una dimostrazione scritta bene e provare poi, da soli, a riscriverla, quindi farsi correggere da qualcun altro, è invece un buon esercizio per imparare a scrivere bene”

B dice: “Per quanto riguarda gli errori altrui, ho sempre pensato che almeno ai livelli a cui sono ora mi sia più utile riflettere sui miei”

C dice: “Leggere dimostrazioni sbagliate mi ha sicuramente migliorato nell’utilizzo della sintassi italiana; inoltre confrontando dimostrazioni chiari [sic] e dimostrazioni poco chiare ho optato per la creazione di Lemmi all’interno delle dimostrazioni (cosa che ho iniziato a fare da poco) e per l’utilizzo, se non dei colori, della sottolineatura nelle dimostrazioni. Ma poi soprattutto in combinatoria: leggere dimostrazioni confuse di combinatoria è atroce”