

Navigare tra il cielo e la terra : che cos'è la latitudine

Laboratorio di **Nicoletta Lanciano** – Dip di Matematica – Università di Roma “La Sapienza” – P. Aldo Moro 2 – 00185 Roma – cell 3332859833 - mail nicoletta.lanciano@uniroma1.it

All'inizio del laboratorio ognuno si presenta nominando la città da cui proviene. A partire da Livorno, città in cui ci troviamo, e che “poniamo” con un biglietto al centro del tavolo, sistemiamo i biglietti con i nomi delle altre città dei partecipanti, da Bolzano e Catania e da Cagliari a Trieste, cercando di rispettare la pozione reciproca rispetto alle direzioni cardinali. Qualcuno dice “Cagliari è all'altezza di Roma” per intendere è “alla stessa latitudine”.

Osservando poi le **cartine d'Italia** ci si accorge di quanto la nostra mente, ovvero la nostra memoria visiva di adulti, “distorce e raddrizza” la cartina dello stivale. (*) Scopriamo che a Nord di Roma non c'è Milano, come molti pensano, ma Venezia e che a Sud di Roma non c'è Catania ma Trapani.

Ogni città si trova su un meridiano e su un parallelo: ogni punto della Terra è caratterizzato da una coordinata per la longitudine e una per la latitudine.

Che cos'è la latitudine?

Una distanza dall'Equatore, ma se la parola *distanza* rimanda ad una misura lineare attenzione: si tratta in questo caso di una *distanza angolare*. Dov'è questo angolo? È dentro la Terra, ha il vertice nel centro della Terra, non “si vede”.

Propongo di realizzare, in gruppi di 3 o 4, delle costruzioni per visualizzare questo angolo con i materiali: metto a disposizione semisfere trasparenti rigide, semisfere di polistirolo cave e piene, stuzzicadenti, fili, gommina, scotch, forbici e taglierina, livella, cartoncini colorati, pennarelli ...

Attenzione alle potenzialità, ai vincoli e ai limiti

- *dei diversi materiali* (rigidi, plastici, trasparenti, pieni, vuoti ...)
- *e degli strumenti* (per misurare gradi o cm, per tracciare rette o cerchi con raggio dato o cerchi con raggio qualsiasi, o cerchi dato il centro ..., per trovare la verticale o l'orizzontale, per scrivere su certe superfici, per incidere).

Il piacere di costruire, di tradurre un'idea in oggetto, l'interesse di assemblare “modelli”, “oggetti per visualizzare gli angoli al centro della sfera si manifesta anche tra gli adulti. I modelli sono tutti diversi e ogni oggetto mette in evidenza qualcosa. Analizziamo altri lavori analoghi e anche possibili errori: ad esempio l'errore di linearità nel sovrapporre cerchi con raggio via via minore dall'Equatore al polo (se distanzio i cerchi di 1 cm e diminuisco il raggio di 1 cm ho un cono e non una sfera, se....)

Volendo dare una definizione geometrica, potremmo dire che: la *latitudine* di un punto P sulla superficie terrestre è l'ampiezza dell'angolo formato dalla semiretta OP, dove O è il centro della Terra, con il piano dell'equatore. In altre parole, si tratta dell'ampiezza dell'angolo formato dalla semiretta OP con la sua proiezione sul piano dell'equatore.

Che caratteristica hanno i luoghi con la stessa latitudine, ossia che sono sullo stesso parallelo?

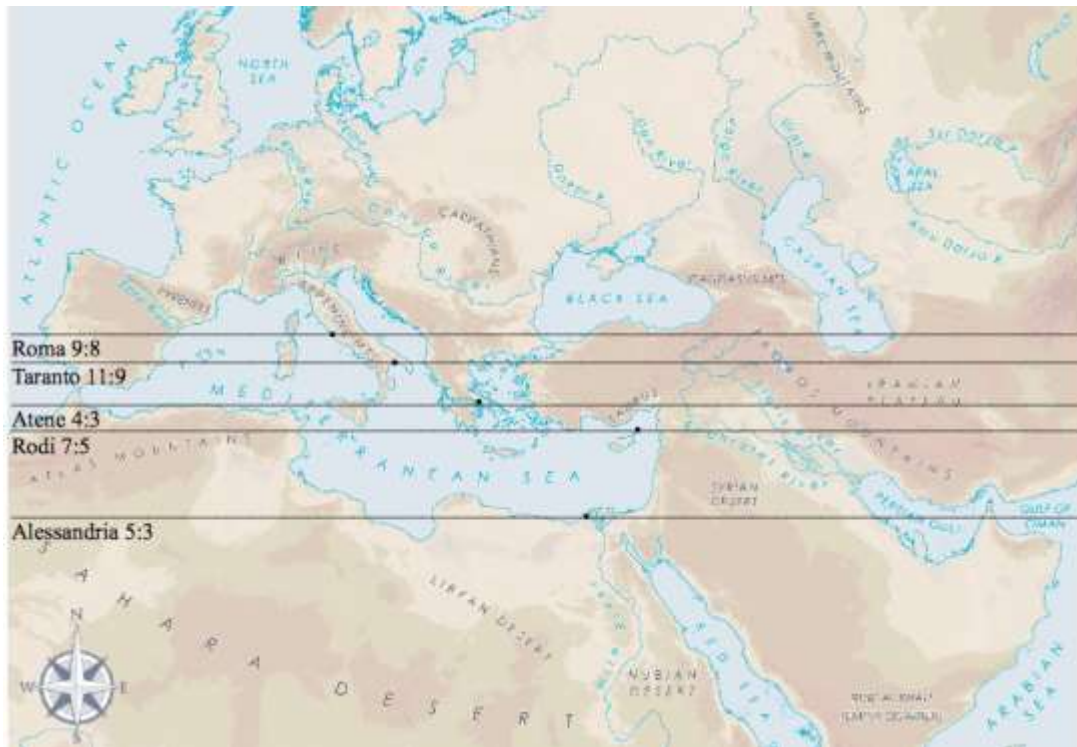
Per rispondere facciamo appello a dati geografici, astronomici e geometrici, e guardiamo alla Terra e al cielo.

Tutti i luoghi **con** la stessa latitudine:

- Hanno **la stella Polare alla stessa altezza angolare sull'orizzonte** – quindi vi si può usare la stessa carta celeste mobile (*) Come è fatta una carta celeste al Polo Nord o al Polo Sud? Quante stelle ci sono? e all'Equatore ? chi vede più stelle , chi vive al Polo o all'Equatore?
- Hanno, ogni giorno, **la stessa durata del giorno e della notte**. Chi vive all'Equatore ha sempre 12 ore di giorno chiaro e 12 ore di notte, per tutto l'anno (perché il terminatore, che è un cerchio massimo sulla sfera della Terra, interseca il cerchio massimo dell'Equatore sempre per metà); alla latitudine di Roma si ha un massimo di 15 ore di luce e 9 di buio al Solstizio d'Estate e viceversa al Solstizio d'Inverno; più si va verso i Poli più la differenza tra le durate aumenta. Il rapporto n° ore di luce al Solstizio d'Estate / n° ore di luce al Solstizio d'Inverno è una caratteristica dei luoghi sullo stesso parallelo. Ma tale misura si può esprimere anche
- come rapporto tra il n° di ore di luce al Solstizio d'Estate / n° di ore di buio al Solstizio d'estate
- o come differenza da ciò che accade all'Equatore, come fa Tolomeo nelle sue carte. Scrive Tolomeo che l'isola di Thule a 63° di latitudine Nord differisce dall'equinoziale (il parallelo dell'Equatore) di ore 8, avendo il giorno più lungo di ore 20 (12 + 8):



- Hanno, ogni giorno, **lo stesso rapporto tra la lunghezza dell'ombra** (elemento spaziale) **di mezzogiorno** (elemento temporale) **e la lunghezza di uno gnomone** (elemento spaziale) che la produce. Attenzione : nell'antichità non si avevano racconti di viaggiatori che hanno misurato la lunghezza di gnomoni della stessa misura sparsi per il mondo, ma si potevano confrontare i **rapporti** tra le ombre su un suolo pianeggiante e gli gnomoni che le producevano. All'Equatore all'Equinozio ho 0/gnomone, tra 0° e 45° ho valori <1; a 45° = 1; tra 45° e 66,5° > 1 e poi oltre il circolo polare la situazione è più complessa Vitruvio riporta i rapporti per i giorni d'Equinozio dello gnomone/ombra come nella figura: Roma 9/ 8 Atene 4/ 3 Rodi 7 /5 Taranto 11/9 Alessandria 5/3



Nel parlare di ore di luce e di buio intendiamo **le ore equinoziali o uguali**: quelle che si ottengono dividendo in 24 parti uguali il tempo tra due mezzogiorni successivi. (Il mezzogiorno si trova con l'ombra minima raggiunta da uno gnomone nel giorno(*)) Ma nell'antichità si usavano le ore temporarie (cioè la parte del giorno chiaro era divisa in 12 parti uguali e anche la notte, per cui le *ore estive diurne* erano più lunghe delle *ore estive notturne* ...). Poi si sono usate ore tra loro uguali, come quelle che si hanno all'Equatore o nei giorni di Equinozio, ma con inizio in diversi momenti del giorno: le ore italiche iniziavano al tramonto, le ore babiloniche all'alba, le ore astronomiche, poi dette francesi, poi dette civili, alla mezzanotte.

Le carte della Terra non sono neutre ma sono frutto di scelte: carte di Mercatore in cui non si rispettano i rapporti di equiestensione delle superfici come invece si ha nelle carte di Peters, ad esempio. Carte Sud/Nord (*) in cui il Sud è messo in alto.

Accenno al problema della **misura della longitudine**: per determinare la longitudine occorre avere il "trasporto della misura del tempo" e anche una misura della circonferenza della Terra. (cito l'antico metodo delle eclissi di Luna, il contributo di Galileo con i satelliti medicei e poi il libro *Longitudine* di Dava Sobel)

Nell'organizzazione che conosciamo oggi dello spazio e del tempo ci sono elementi radicalmente diversi:

- Dettati **dalla natura** (i poli geografici, i giorni di Equinozio ...)
- ed altri decisi **dalle culture** (il primo meridiano, l'inizio del giorno o dell'anno, il n° di ore di un giorno ...)

Alcune questioni didattiche

- La "sospensione del giudizio" per cui sono accolti i prodotti, le risposte di tutti per ragionarci su ma senza giudicare chi le porta nel gruppo. L'invito è soprattutto a ciascuno a sospendere il giudizio su di sé nel momento di presentare qualcosa: meglio sbagliare, in questo contesto, piuttosto che non partecipare, non esprimersi, non collaborare.

Vedi su questo http://www.aiems.eu/files/rs_10_-_saggio_lanciano.pdf

- Dichiarare, essere coscienti, esplicitare il livello di approssimazione a cui si lavora (la Terra è sferica, le 24 ore vanno da un mezzogiorno all'altro, ...)
- Anche agli studenti più grandi, anche agli adulti, si addice il costruire con le mani, il manipolare oggetti: come il pensiero individuale è sollecitato dal lavorare in gruppo e dal lavorare manualmente ?

(*) indica attività e strumenti descritti nel mio libro *Strumenti per i giardini del cielo* - ediz Junior Spaggiari

Ci tengo a segnalare che un'attività che, dal punto di vista del percorso didattico, precede o quanto meno accompagna tutto ciò che ho proposto in questo laboratorio, riguarda il lavoro sull'osservazione delle luci e delle ombre su un mappamondo posto in posizione omotetica alla Terra, cioè in posizione che io chiamo di "**mappamondo parallelo**" posto al Sole. Su questo si può vedere in tempo reale la diversa porzione di ogni parallelo terrestre illuminata dal Sole, e anche la diversa misura delle ombre di gnomoni radiali posti sulla superficie del mappamondo parallelo, nei diversi giorni dell'anno.



Per il mappamondo parallelo potete guardare il sito www.globolocal.net

Anche nel *Diario del cielo 2014-15* edizioni NewPress, si trovano molti riferimenti a queste attività e a dati astronomici utili.

Per una trattazione per i più grandi, vedi la Tesi da me seguita di Alessandro Regoli, *Problemi di spazio e di tempo sulla sfera della Terra*.

Per iniziative del Gruppo di ricerca sulla pedagogia del cielo del MCE si veda www.mce-fimem.it

Immagini del "mappamondo parallelo" e foto di modelli di sfere con gli angoli di latitudine evidenziati:

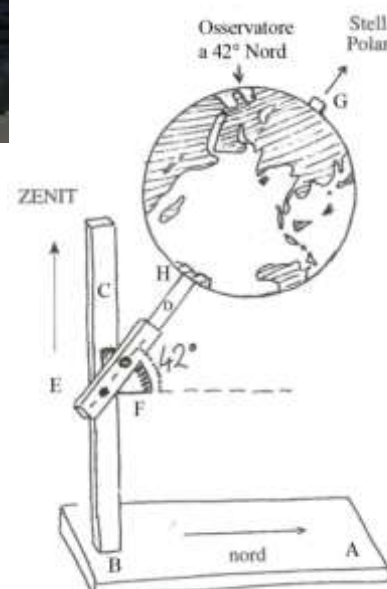




TABELLA 2.2.1

		VALORI DI δ intervallo di 5°										
		$-23^\circ 26'$	-20°	-15°	-10°	-5°	0°	5°	10°	15°	20°	$23^\circ 26'$
VALORI DI λ intervallo di 10°	Giorno* dell'anno corrispondente a δ	21 Dicembre 2001	20 gennaio 2001 ** 22 novembre 2001	8 Febbraio 2001 3 Novembre 2001	23 Febbraio 2001 19 Ottobre 2001	8 Marzo 2001 6 Ottobre 2001	21 Marzo 2001 23 Settembre 2001	2 Aprile 2001 10 Settembre 2001	16 Aprile 2001 27 Agosto 2001	1 Maggio 2001 12 Agosto 2001	20 Maggio 2001 24 Luglio 2001	21 Giugno 2001
	λ											
	90°	0°	0°	0°	0°	0°	12°	24°	24°	24°	24°	24°
	80°	0°	0°	0°	$8^\circ 2'$	12°	$15^\circ 58''$	24°	24°	24°	24°	24°
	70°	0°	0°	$5^\circ 41''$	$8^\circ 8''$	$10^\circ 9''$	12°	$13^\circ 51''$	$15^\circ 52''$	$18^\circ 19''$	24°	24°
	60°	$5^\circ 30''$	$6^\circ 47''$	$8^\circ 19''$	$9^\circ 38''$	$10^\circ 50''$	12°	$13^\circ 10''$	$14^\circ 22''$	$15^\circ 41''$	$17^\circ 13''$	$18^\circ 30''$
	50°	$7^\circ 51''$	$8^\circ 34''$	$9^\circ 31''$	$10^\circ 23''$	$11^\circ 12''$	12°	$12^\circ 48''$	$13^\circ 37''$	$14^\circ 29''$	$15^\circ 26''$	$16^\circ 9''$
	40°	$9^\circ 9''$	$9^\circ 38''$	$10^\circ 16''$	$10^\circ 52''$	$11^\circ 26''$	12°	$12^\circ 34''$	$13^\circ 8''$	$13^\circ 44''$	$14^\circ 22''$	$14^\circ 51''$
	30°	$10^\circ 4''$	$10^\circ 23''$	$10^\circ 49''$	$11^\circ 13''$	$11^\circ 37''$	12°	$12^\circ 23''$	$12^\circ 47''$	$13^\circ 11''$	$13^\circ 37''$	$13^\circ 56''$
	20°	$10^\circ 47''$	$10^\circ 59''$	$11^\circ 15''$	$11^\circ 30''$	$11^\circ 46''$	12°	$12^\circ 14''$	$12^\circ 30''$	$12^\circ 45''$	$13^\circ 1''$	$13^\circ 13''$
	10°	$11^\circ 25''$	$11^\circ 30''$	$11^\circ 38''$	$11^\circ 46''$	$11^\circ 53''$	12°	$12^\circ 7''$	$12^\circ 14''$	$12^\circ 22''$	$12^\circ 30''$	$12^\circ 35''$
	0°	12°	12°	12°	12°	12°	12°	12°	12°	12°	12°	12°
	-10°	$12^\circ 35''$	$12^\circ 30''$	$12^\circ 22''$	$12^\circ 14''$	$12^\circ 7''$	12°	$11^\circ 53''$	$11^\circ 46''$	$11^\circ 38''$	$11^\circ 30''$	$11^\circ 25''$
	-20°	$13^\circ 13''$	$13^\circ 1''$	$12^\circ 45''$	$12^\circ 30''$	$12^\circ 14''$	12°	$11^\circ 46''$	$11^\circ 30''$	$11^\circ 15''$	$10^\circ 59''$	$10^\circ 47''$
	-30°	$13^\circ 56''$	$13^\circ 37''$	$13^\circ 11''$	$12^\circ 47''$	$12^\circ 23''$	12°	$11^\circ 37''$	$11^\circ 13''$	$10^\circ 49''$	$10^\circ 23''$	$10^\circ 4''$
	-40°	$14^\circ 51''$	$14^\circ 22''$	$13^\circ 44''$	$13^\circ 8''$	$12^\circ 34''$	12°	$11^\circ 26''$	$10^\circ 52''$	$10^\circ 16''$	$9^\circ 38''$	$9^\circ 9''$
	-50°	$16^\circ 9''$	$15^\circ 26''$	$14^\circ 29''$	$13^\circ 37''$	$12^\circ 48''$	12°	$11^\circ 12''$	$10^\circ 23''$	$9^\circ 31''$	$8^\circ 34''$	$7^\circ 51''$
	-60°	$18^\circ 30''$	$17^\circ 13''$	$15^\circ 41''$	$14^\circ 22''$	$13^\circ 10''$	12°	$10^\circ 50''$	$9^\circ 38''$	$8^\circ 19''$	$6^\circ 47''$	$5^\circ 30''$
	-70°	24°	24°	$18^\circ 19''$	$15^\circ 52''$	$13^\circ 51''$	12°	$10^\circ 9''$	$8^\circ 8''$	$5^\circ 41''$	0°	0°
	-80°	24°	24°	24°	24°	$15^\circ 58''$	12°	$8^\circ 2''$	0°	0°	0°	0°
	-90°	24°	24°	24°	24°	24°	12°	0°	0°	0°	0°	0°

* Giorno approssimato in base al Calendario Solare 2001 dell'Almanacco di Astronomia 2001 a partire dal 1 gennaio 2001
 ** Dati d'inizio del ciclo solare 1 Gennaio 2001

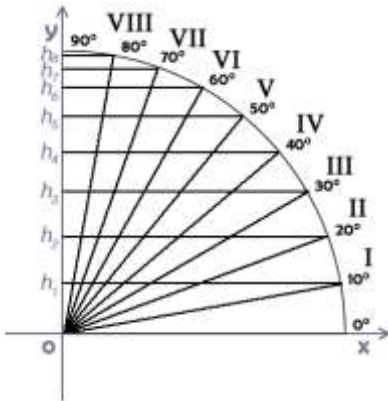
Dalla Tesi di A. Regoli:

Le ore di luce data la declinazione del Sole δ e la latitudine λ sono date dalla formula:

$$h_{luce} = 24h/360^\circ 2 \arccos(-\tan(\lambda) \tan(\delta))$$

con $\lambda \in [-90^\circ, 90^\circ]$,
 $\delta \in [-23^\circ 26', 23^\circ 26']$
 e $\lambda < 90^\circ - |\beta|$.

con $\beta = 23^\circ 26'$



la misura del raggio di ogni parallelo è dato da: $r \cos(\text{latitudine})$, dove r è il raggio della Terra

$h_1, h_2 \dots h_8$ sono i punti dell'asse y intercettati dai paralleli segnati ogni 10° e sono dati da: $r \sin \text{latitudine}$

A quale latitudine il parallelo è la metà dell'Equatore terrestre? Provate a rispondere senza e con la trigonometria.

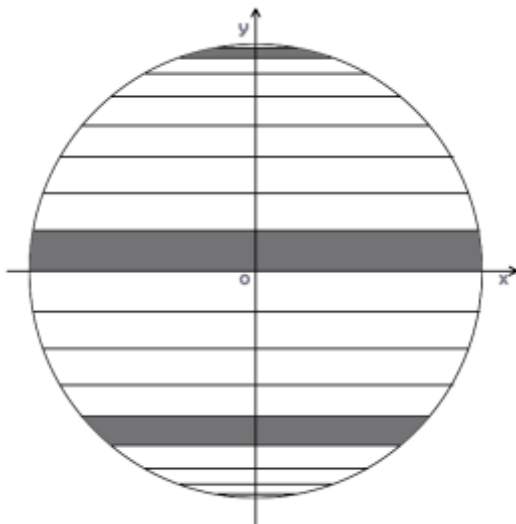


TABELLA 2.3.3

Latitudine λ	β	n. giorni di luce	n. giorni di buio	n. giorni di alternanza
90°	0°	186	179	0
85°	5°	161	153	51
80°	10°	133	127	105
75°	15°	103	97	165
70°	20°	65	59	241
$66^\circ 34'$	$23^\circ 26'$	0	0	365
$-66^\circ 34'$	$-23^\circ 26'$	0	0	365
-70°	-20°	59	65	241
-75°	-15°	97	103	165
-80°	-10°	127	133	105
-85°	-5°	153	161	51
-90°	0°	179	186	0