



Spiega che cosa, come e perché...

**Esempi e riflessioni
sullo sviluppo delle competenze argomentative**

Francesca Morselli - DFE Università di Torino

*Con la collaborazione di Monica Testera e Elisabetta Panucci
Istituto Comprensivo di Carcare (SV)*

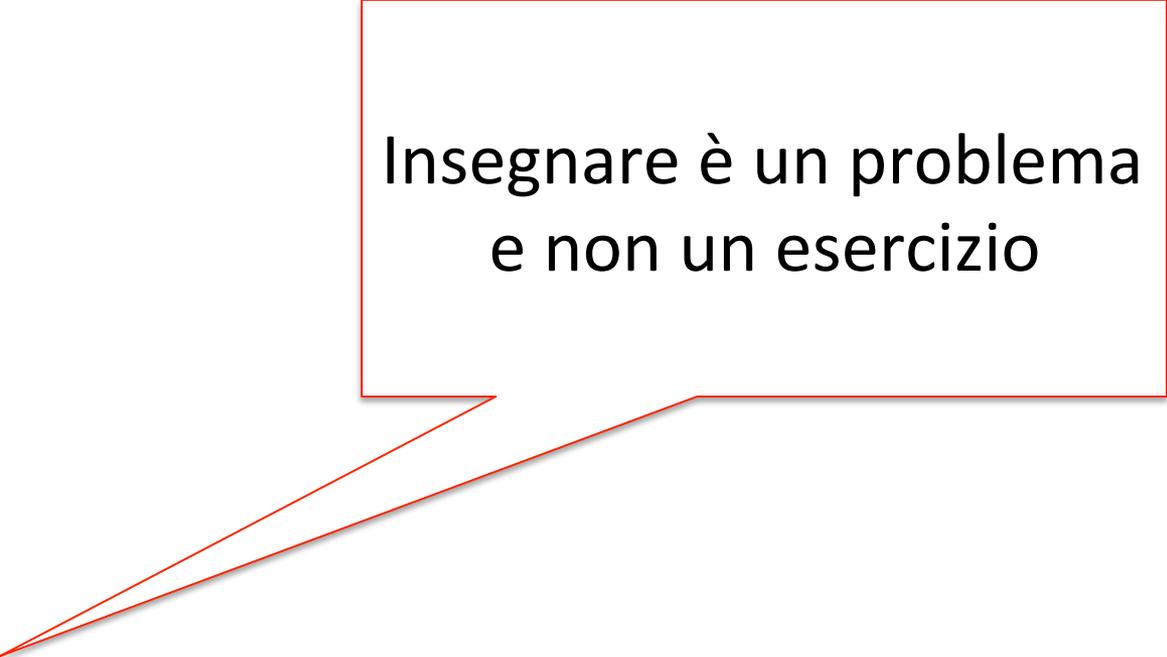


- Ripensare il ruolo dell'errore
- Cambiare l'idea di successo in matematica
- In matematica le opinioni sono importanti!
- Diversità di approcci come risorsa e non come pericolo
- Trovare "buoni" problemi
- Favorire l'assunzione di responsabilità dei processi di pensiero
- Dare realmente importanza ai processi di pensiero degli allievi
- Supportare i primi tentativi di argomentazione



- Ripensare il ruolo dell'errore
- Cambiare l'idea di successo in matematica
- In matematica le opinioni sono importanti!
- Diversità di approcci come risorsa e non come pericolo
- Trovare "buoni" problemi
- Favorire l'assunzione di responsabilità dei propri processi di pensiero
- Dare realmente importanza ai processi di pensiero degli studenti
- Supportare i primi tentativi di argomentazione





Insegnare è un problema
e non un esercizio

R. Zan

Il progetto “Linguaggio e argomentazione”

- Progetto in collaborazione tra Università di Genova (**DIMA**-Dipartimento di Matematica) e Ufficio Scolastico Regionale nel quadro del Piano Nazionale « **Lauree Scientifiche** » (MIUR)
- Stretta collaborazione scuola-università (progettazione, sperimentazione, analisi a posteriori di percorsi didattici)

Il progetto “Linguaggio e argomentazione”

- **Continuità verticale** (infanzia-primaria-secondaria di I e II grado)
- Ove possibile, collaborazione con docenti di **discipline diverse**
- Scopo del progetto è mettere a punto e sperimentare in classe attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**



Istituto
Comprensivo di
Carcare (SV)

Perché l'argomentazione?

Indicazioni per il curricolo (2012)

Indicazioni per il curricolo (2012)

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola primaria

... Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri

Indicazioni per il curricolo (2012)

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola primaria

... Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola secondaria di I grado

... produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite...

Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di un'argomentazione corretta

Indicazioni per il curricolo (2012)

Obiettivi per la terza classe della scuola secondaria di primo grado – ITALIANO

Argomentare la propria tesi su un tema affrontato nello studio e nel dialogo in classe con dati pertinenti e motivazioni valide

Obiettivi per la terza classe della scuola secondaria di primo grado – STORIA

Argomentare su conoscenze e concetti appresi usando il linguaggio specifico della disciplina

...

Perché l'argomentazione?

- Argomentazione come competenza **trasversale**
- Argomentazione come educazione alla **cittadinanza**
- Argomentazione come discorso che porta alla costruzione dei **significati**

Argomentazione come mezzo e come fine

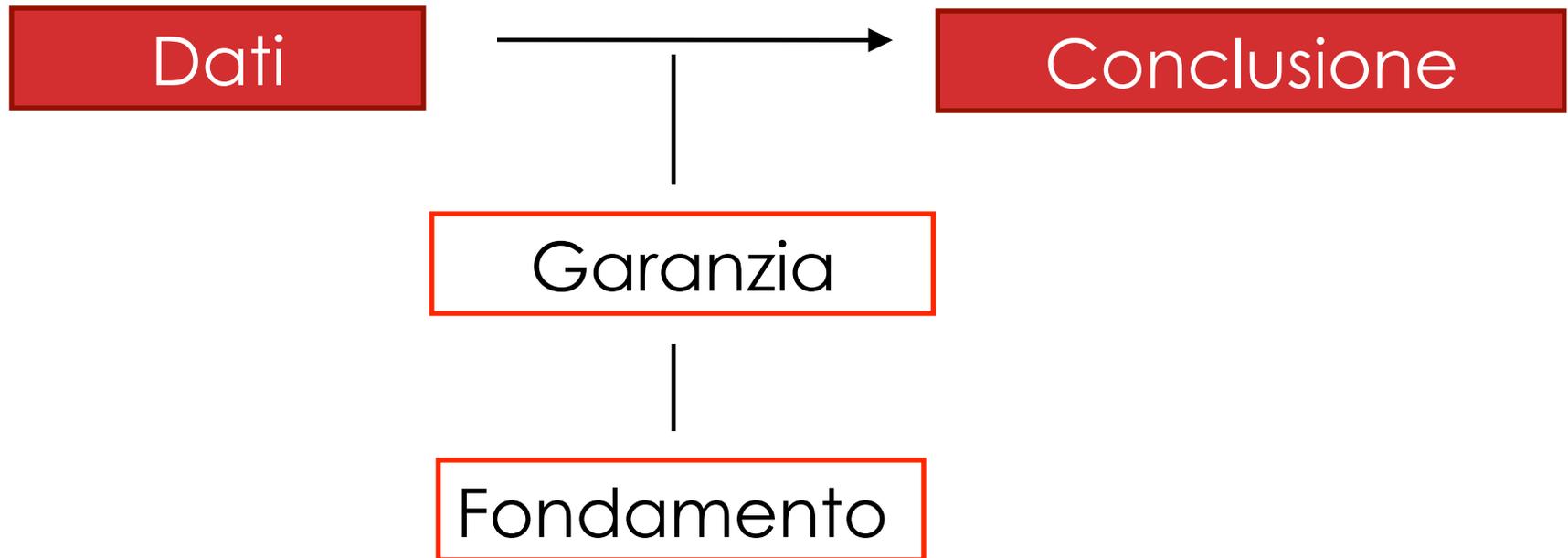
L'argomentazione

Un **argomento** è “una ragione adottata a favore o contro una certa proposizione od opinione”.

Un argomento può essere costituito da espressioni linguistiche, dati numerici, disegni, ...

Un' **argomentazione** è un discorso costituito da argomenti logicamente connessi tra loro.

Un modello per descrivere l'argomentazione



S. Toulmin, Uses of argumentation

Dalle prove INVALSI... (Il primaria)

D11. Osserva il riquadro:

$$17 + 46 = 60 + 3$$

Perché quello che è scritto nel riquadro è corretto?

- A. Perché ci sono due numeri a destra e due a sinistra del segno di uguale
- B. Perché il risultato della prima addizione è uguale al risultato della seconda addizione
- C. Perché 60 è il risultato di $17 + 46$

$$17+46=60+3$$

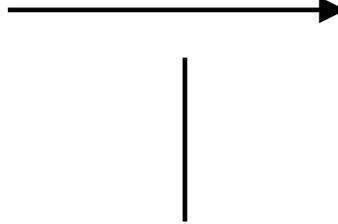


L'espressione è
corretta

Perché il risultato della
prima addizione è
uguale al risultato
della seconda
addizione

Significato del
segno di
uguaglianza

$$17+46=60+3$$



L'espressione è
corretta

Perché ci sono due
numeri a destra e due
a sinistra del segno di
uguale

$$17+46=60+3$$



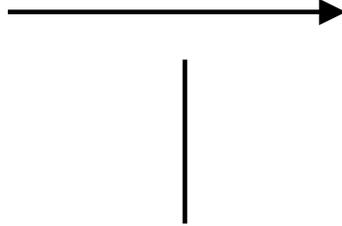
L'espressione è
corretta



Perché ci sono due
numeri a destra e due
a sinistra del segno di
uguale

Affermazione vera, ma
non è la garanzia per la
conclusione

$$17+46=60+3$$



L'espressione è
corretta

Perché 60 è il risultato
di $17+46$

Affermazione non
vera

Dalle Prove Invalsi (SNV 2015)

D12. Nel gioco del superenalotto ogni giocatore sceglie almeno sei numeri interi compresi tra 1 e 90. Gli organizzatori estraggono a caso sei numeri, sempre compresi tra 1 e 90. Vincono i giocatori che hanno scelto proprio gli stessi numeri estratti dagli organizzatori del gioco.

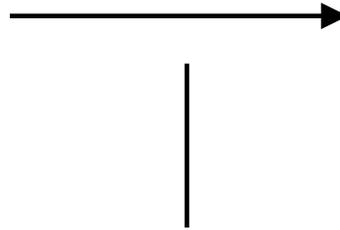
Sara ha scelto i numeri 1, 2, 3, 4, 5, 6.

Guglielmo ha scelto i numeri 7, 12, 15, 23, 28, 34.

Sara e Guglielmo hanno la stessa probabilità di vincere?

- A. No, perché i numeri scelti da Sara sono consecutivi
- B. Sì, perché tutti i numeri hanno la stessa probabilità di essere estratti
- C. No, perché Sara e Guglielmo non hanno scelto gli stessi numeri
- D. Sì, perché non conosciamo i numeri usciti nelle estrazioni precedenti

Sara ha scelto
1,2,3,4,5,6
Guglielmo ha scelto
7,12,15,23,28,34

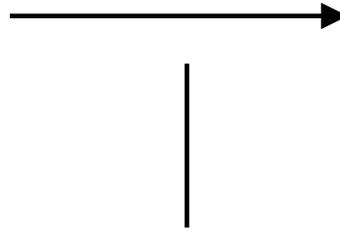


Hanno la stessa
probabilità di vincere

Perché tutti i numeri
hanno la stessa
probabilità di essere
estratti

Elementi di
calcolo delle
probabilità

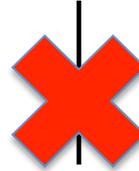
Sara ha scelto
1,2,3,4,5,6
Guglielmo ha scelto
7,12,15,23,28,34



Hanno la stessa
probabilità di vincere

Perché non
conosciamo i numeri
usciti nelle estrazioni
precedenti

Sara ha scelto
1,2,3,4,5,6
Guglielmo ha scelto
7,12,15,23,28,34

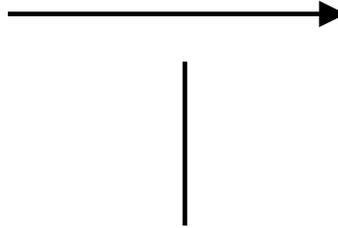


Hanno la stessa
probabilità di vincere

Perché non
conosciamo i numeri
usciti nelle estrazioni
precedenti

Affermazione vera, ma
non è la garanzia per la
conclusione

Sara ha scelto
1,2,3,4,5,6
Guglielmo ha scelto
7,12,15,23,28,34



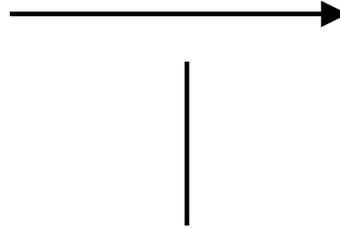
Non hanno la stessa
probabilità di vincere



Perché i numeri scelti
da Sara sono
consecutivi

Affermazione vera che
porta alla conclusione
non corretta

Sara ha scelto
1,2,3,4,5,6
Guglielmo ha scelto
7,12,15,23,28,34



Non hanno la stessa
probabilità di vincere



Perché non hanno
scelto gli stessi numeri

Affermazione vera che
porta alla conclusione
non corretta

Che cosa occorre per argomentare?



- Possedere **conoscenze** sul contenuto dell'argomentazione
- Saper gestire sul terreno **logico** e **linguistico** i passi di ragionamento e la loro concatenazione

Che cosa occorre per argomentare?



- Possedere **modelli di argomentazione**
- Avere interiorizzato i **valori culturali** insiti nell'argomentazione

Che cosa occorre per argomentare?

- Le competenze argomentative non si esauriscono in una serie di tecniche e nozioni, sono costituite da un insieme di atteggiamenti, valori, risorse logico-linguistiche da costruire **progressivamente**
- L'argomentare deve diventare una prestazione che si inserisce in **molte attività** in **ambiti disciplinari diversi**

Come promuovere lo sviluppo dell'argomentazione?

- Formulazione di ipotesi motivate
- Validazione argomentativa di tali ipotesi

- Confronto di ipotesi
- Confronto di strategie
- Confronto di testi

Come promuovere lo sviluppo dell'argomentazione?

- Formulazione di ipotesi motivate
- Validazione argomentativa di tali ipotesi

- Confronto di ipotesi
- Confronto di strategie
- Confronto di testi

Lavoro individuale

Lavoro in piccoli gruppi

Discussione di classe

Alcuni esempi...

Esempio 1: Pensa un numero



Pensa un numero...

L'insegnante ti propone il seguente gioco:

“Pensa ad un numero, moltipicalo per due, aggiungi cinque, toglì il numero che hai pensato, aggiungi otto, toglì due, toglì il numero che hai pensato, toglì uno”.

- Secondo te, è possibile che l'insegnante, pur non conoscendo il numero che tu hai pensato, indovini il tuo risultato?
- Se sì, in quale modo?

Pensa un numero...

Pensi che sia un mago l'insegnante che ha indovinato il risultato che avete ottenuto ?

- Scrivi sotto forma di espressione la sequenza dei calcoli del gioco, utilizzando un colore diverso per il numero pensato.
- Prova a scrivere una espressione che vada bene per qualsiasi numero abbiate pensato.







- Osservate e confrontate le due consegne: in che cosa differiscono? Sono entrambe necessarie?
- Come pensate abbiano risposto gli studenti?

L'insegnante ti propone il seguente gioco:

“Pensa ad un numero, moltiplicalo per due, aggiungi cinque, togli il numero che hai pensato, aggiungi otto, togli due, togli il numero che hai pensato, togli uno”.

- Secondo te, è possibile che l'insegnante, pur non conoscendo il numero che tu hai pensato, indovini il tuo risultato?
- Se sì, in quale modo?

1

Pensi che sia un mago l'insegnante che ha indovinato il risultato che avete ottenuto ?

- Scrivi sotto forma di espressione la sequenza dei calcoli del gioco, utilizzando un colore diverso per il numero pensato.
- Prova a scrivere una espressione che vada bene per qualsiasi numero abbiate pensato.

2

- Analizziamo alcune produzioni di studenti di una classe II

Secondo te, è possibile che l'insegnante, pur non conoscendo il numero che tu hai pensato, indovini il tuo risultato? Se sì, in quale modo?

Sì, perché alla fine trovi sempre $11-1$

Sì, perché si tratta di un procedimento matematico che, per via di esso, per tutti i numeri vale lo stesso risultato. Il fattore che lo determina è “togli il numero che hai pensato”

Secondo te, è possibile che l'insegnante, pur non conoscendo il numero che tu hai pensato, indovini il tuo risultato? Se sì, in quale modo?

Con qualsiasi numero il risultato è 10 perché moltiplicare per 2 è uguale ad aggiungere lo stesso numero che si è pensato e che in seguito viene chiesto di togliere per due volte dando zero e facendo gli altri calcoli anche in ordine sparso, si ottiene 10

Pensi che sia un mago l'insegnante che ha indovinato il risultato che avete ottenuto?

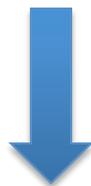
No, perché il numero pensato, di qualsiasi tipo esso sia, non cambia il risultato di quanto richiesto



No, perché il risultato è sempre 10. Quindi si sa anche senza sapere il numero pensato

Le due consegne

Dalla constatazione del fatto che il risultato non cambia, alla ricerca delle motivazioni per cui il risultato non cambia



Rappresentazione del problema in forma di espressione

Algebra come strumento dimostrativo



Scrivi sotto forma di espressione la sequenza dei calcoli del gioco, utilizzando un colore diverso per il numero pensato

Tor

$$\begin{aligned}100 \times 2 &= 200 \\200 + 5 &= 205 \\205 - 100 &= 105 \\105 + 8 &= 113 \\113 - 2 &= 111 \\111 - 100 &= 11 \\11 - 1 &= 10\end{aligned}$$

$$100 \times 2 + 5 - 100 + 8 - 2 - 100 - 1 = 10$$

Ric

Mu

$$10 \times 2 = 20 + 5 = 25 - 10 = 15 + 8 = 23 - 2 = 21 - 10 = 11 - 1 = 10$$

Prova a scrivere una espressione che vada bene per qualsiasi numero abbiate pensato

$$? \cdot 2 + 5 - ? + 8 - 2 - ? - 1 = 10$$

$$(n^2 + \text{qualsiasi}) \cdot 2 + 5 - (n^2 + \text{qualsiasi}) + 8 - 2 - (n^2 + \text{qualsiasi}) - 1 = 10$$

$$\infty \cdot 2 + 5 - \infty + 8 - 2 - \infty - 1 = 10$$

Prova a scrivere una espressione che vada bene per qualsiasi numero abbiate pensato

$$?.2+5-?.+8-2-?.-1=10$$

↓
 il numero che
 hai pensato può essere
 piccolo o grande
 ma sicuramente è
 un numero
 positivo.

↓ numero
 che hai
 pensato
 al punto
 passaggio

↓ numero che
 hai pensato
 al punto
 passaggio

$$0.2+5-0.+8-2-0.-1$$

↓
 2
 cioè
 il raddoppio

↓
 meno
 tenuto
 e quindi
 il meno
 ritorna
 una 0

↓
 a zero
 il meno
 e quindi
 arriva
 a 0

$$X.2+5-X.+8-2-X.-1=10$$

Prova a scrivere una espressione che vada bene per qualsiasi numero abbiate pensato

Tor

$$\begin{aligned}N \times 2 &= N \\N + 5 &= N \\N - N &= N \\N + 8 &= N \\N - 2 &= N \\N - N &= N \\N - 1 &= N\end{aligned}$$

Ric

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

$$n \times 2 = 20 + 5 = 25 - n = 15 + 8 = 23 - 2 = 21 - n = 11 - 1 = 10$$

Al

Nuova domanda (*compito a casa*)

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Tor

$$\begin{aligned}N \times 2 &= N \\N + 5 &= N \\N - N &= N \\N + 8 &= N \\N - 2 &= N \\N - N &= N \\N - 1 &= N\end{aligned}$$

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

Ric

Avrei scelto quella di Ric perché era più semplice da capire e più... [...] più veloce

Secondo me quella di Tor perché è più schematica e qualsiasi persona, che abbia sei anni, che... di qualsiasi età la può capire

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Tor

$$\begin{aligned} N \times 2 &= N \\ N + 5 &= N \\ N - N &= N \\ N + 8 &= N \\ N - 2 &= N \\ N - N &= N \\ N - 1 &= N \end{aligned}$$

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

Ric

Io sceglierei quella di Ric perché N sta a indicare sempre lo stesso numero, a differenza di quella di Tor, che N significa sia il numero che si è pensato sia i risultati delle operazioni.

Io sceglierei sempre quella di Tor, però quella che avevamo modificato mettendo il risultato, al posto del risultato altre lettere

Nuova rappresentazione di Tor

$$\begin{aligned}NX2 &= A \\A + 5 &= B \\B - N &= C \\C + 8 &= D \\D - 2 &= E \\E - N &= F \\F - 1 &= G\end{aligned}$$

Tor "modificata"

$$NX2+5-N+8-2-N-1=10$$

Ric



- Che cosa pensate abbiano detto gli studenti a questo punto?
- Come sareste intervenuti?

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Tor

$$\begin{aligned}N \times 2 &= A \\A + 5 &= B \\B - N &= C \\C + 8 &= D \\D - 2 &= E \\E - N &= F \\F - 1 &= G\end{aligned}$$

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

Ric

è più schematica e è anche un modo più matematico

perché si vede di più che è un'espressione e riesci ad arrivare prima al risultato

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Tor

$$N \times 2 = A$$

$$A + 5 = B$$

$$B - N = C$$

$$C + 8 = D$$

$$D - 2 = E$$

$$E - N = F$$

$$F - 1 = G$$

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

Ric

Ma lei quale sceglierebbe delle due?

Avete detto un sacco di cose giuste, avete detto che effettivamente fare l'una o l'altra è la stessa cosa e in tutti e due i casi si arriva al risultato, ok? Però vi ricordate qual era la domanda che vi avevamo fatto l'altra volta? Non era "dimmi il risultato", ma "la prof è in grado di indovinare il risultato"?

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Tor

$$N \times 2 = A$$

$$A + 5 = B$$

$$B - N = C$$

$$C + 8 = D$$

$$D - 2 = E$$

$$E - N = F$$

$$F - 1 = G$$

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

Ric

Riesci a capire che il numero pensato non serve

Quale tra le espressioni proposte sarebbe scelta da un matematico?

Tor

$$\begin{aligned}N \times 2 &= A \\ A + 5 &= B \\ B - N &= C \\ C + 8 &= D \\ D - 2 &= E \\ E - N &= F \\ F - 1 &= G\end{aligned}$$

$$N \times 2 + 5 - N + 8 - 2 - N - 1 = 10$$

Ric

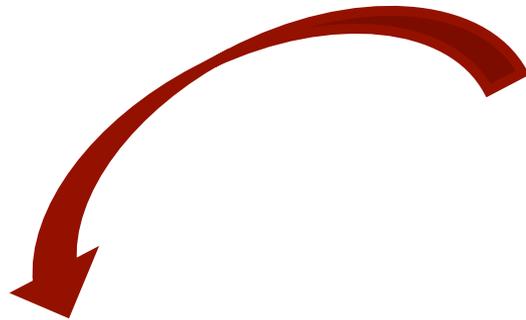
*Correttezza,
comprensibilità,
utilità ai fini del
problema*

Riflessioni sull'esempio 1

- Argomentare **sul gioco** (viene sempre 10 perché...)
- Argomentare **su come si può procedere** per fornire una spiegazione

Due livelli di argomentazione

Argomentazione di livello meta, sul modo di argomentare e dimostrare



Argomentazione sul contenuto

I rettangoli isoperimetrici

- **Continuità verticale**: percorso sperimentato in diversi livelli scolari

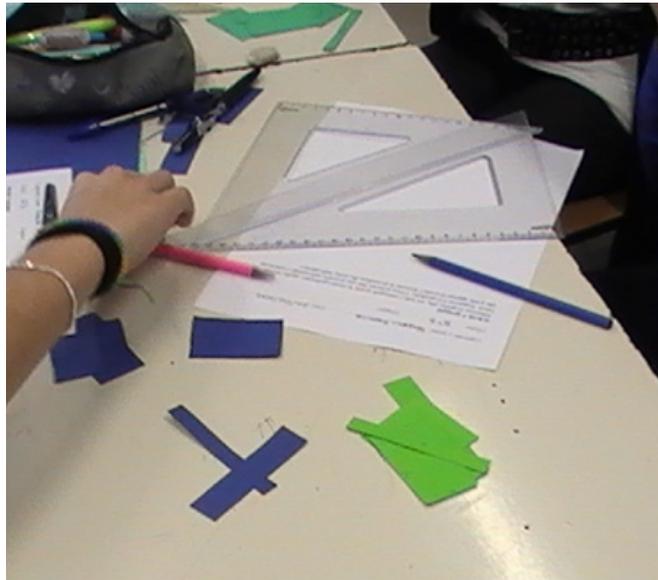


- Il percorso ha un contenuto comune (**i rettangoli isoperimetrici**) e si declina in modo diverso nei diversi livelli scolastici (scuola primaria, secondaria di primo grado e secondaria di secondo grado), in un'ottica di continuità verticale

I rettangoli isoperimetrici

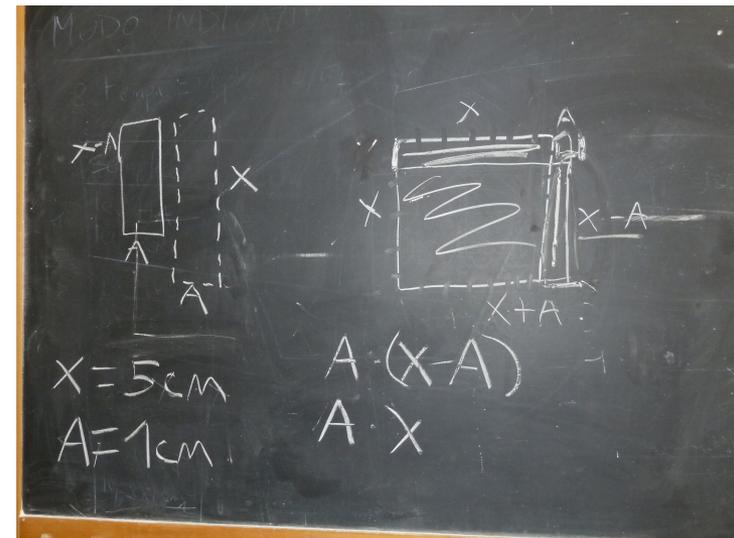


Il percorso



1. Costruzione dei rettangoli (disegnati e col cartoncino)
2. Esplorazione e congettura sull'area massima

4. Dimostrazione (guidata)
5. Ricostruzione individuale della dimostrazione
6. Scheda di bilancio sul percorso effettuato





LAVORO DI GRUPPO

Prima parte:

Leggiamo le prime consegne date agli studenti

Seconda parte:

Analizziamo alcune produzioni degli studenti



Prima parte: Le consegne

1. Leggete le consegne delle schede 1 e 2
2. Individuate i contenuti matematici e i processi in gioco
3. Immaginate i comportamenti degli studenti...

Le consegne

Scheda 1 (individuale)

- Disegna quattro rettangoli aventi tutto lo stesso perimetro di 20 cm.

Scheda 2 (gruppi)

- Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate...



Seconda parte: i protocolli

1. Analizzate i protocolli degli studenti: che cosa potete osservare?
2. Come avreste proseguito il lavoro?

Gruppo 1

Scheda 2 (gruppi)

1. Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate:

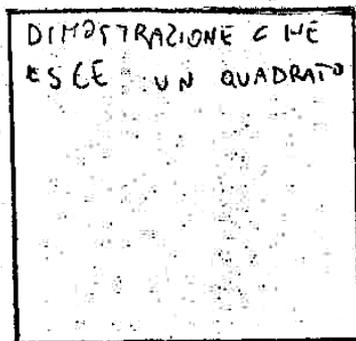
PER FORMARE I RETTANGOLI CON IL PERIMETRO 20 CM
BISOGNA FORMARE 10 CM E POI MOLTIPLICARE $\times 2$.
CON QUESTO METODO SI POSSONO FORMARE 9
RETTANGOLI: $6+4$, $7+3$, $8+2$, $9+1$, $4+6$, $3+7$, $2+8$ E $1+9$, PER
IL PRIMO, SECONDO, TERZO, QUARTO SONO UGUALI
AGLI ULTIMI QUATTRO.

$5+5$ NON SI PUÒ FARE PERCHÉ SI FORMA
UN QUADRATO.

U1

5 cm

5 cm



5 cm

5 cm

Gruppo 2

SAPENDO CHE:
OGNI RETTANGOLO DOVEVA AVERE UN PERIMETRO DI 20cm,
ABBIAMO SOMMATO INSIEME DUE NUMERI CHE DAVANO 10
COME RISULTATO. ~~ABBIAMO~~ ABBIAMO DISEGNATO I RETTANGOLI
I CUI LATI MISURAVANO es: 6cm e 4cm.

Beatrice \rightarrow 8cm - 2cm; 7cm - 3cm; 6cm - 4cm; 9cm - 1cm

Jelonde \rightarrow 6cm - 4cm; 9cm - 1cm; 7cm - 3cm; 8cm - 2cm

Clomora \rightarrow 8cm - 2cm; ~~9cm - 1cm~~; 6cm - 4cm; 7cm - 3cm.

Gruppo 3

Scheda 2 (gruppi)

✗ Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate:

Abbiamo sommato due lati diversi la cui somma era 10 che moltiplicata per due il risultato era 20, ovvero il perimetro del rettangolo.

Non sono possibili altri perimetri di 20 cm se non con queste lati: $6\text{ cm} + 4\text{ cm} = \times 2$, $8 + 2\text{ cm} = \times 2$, $9 + 1\text{ cm} = \times 2$, $7 + 3\text{ cm} = \times 2$.

$5 + 5 + 5 + 5\text{ cm} = 20$, - non è un rettangolo, ma un quadrato.

$10 + 10\text{ cm} = 20\text{ cm}$, ma non è un rettangolo.

Gruppo 4

Trova l'obliquo cercato un numero che faccia dieci o più obliqui addizionali es: $8+2$ più obliqui addizionali lo stesso numero, $8+8$ e' la lunghezza e $2+2$ e' il lato così formando un rettangolo - es. $9+9$ e $1+1 = 20$ e 2 $3+3$ e $7+7 = 20$ es 3
BASE LATO

Discussione sulle produzioni

- Solo misure intere?
- Il quadrato è da scartare?
- Quanti rettangoli?

- Una strategia per la costruzione dei rettangoli: **semiperimetro e “amici del 10”**
 - (NB: il perimetro era proprio 20 cm...)

Vi mostriamo come è proseguito il lavoro nella
nostra sperimentazione...

Approfondimento:
la costruzione dei
rettangoli

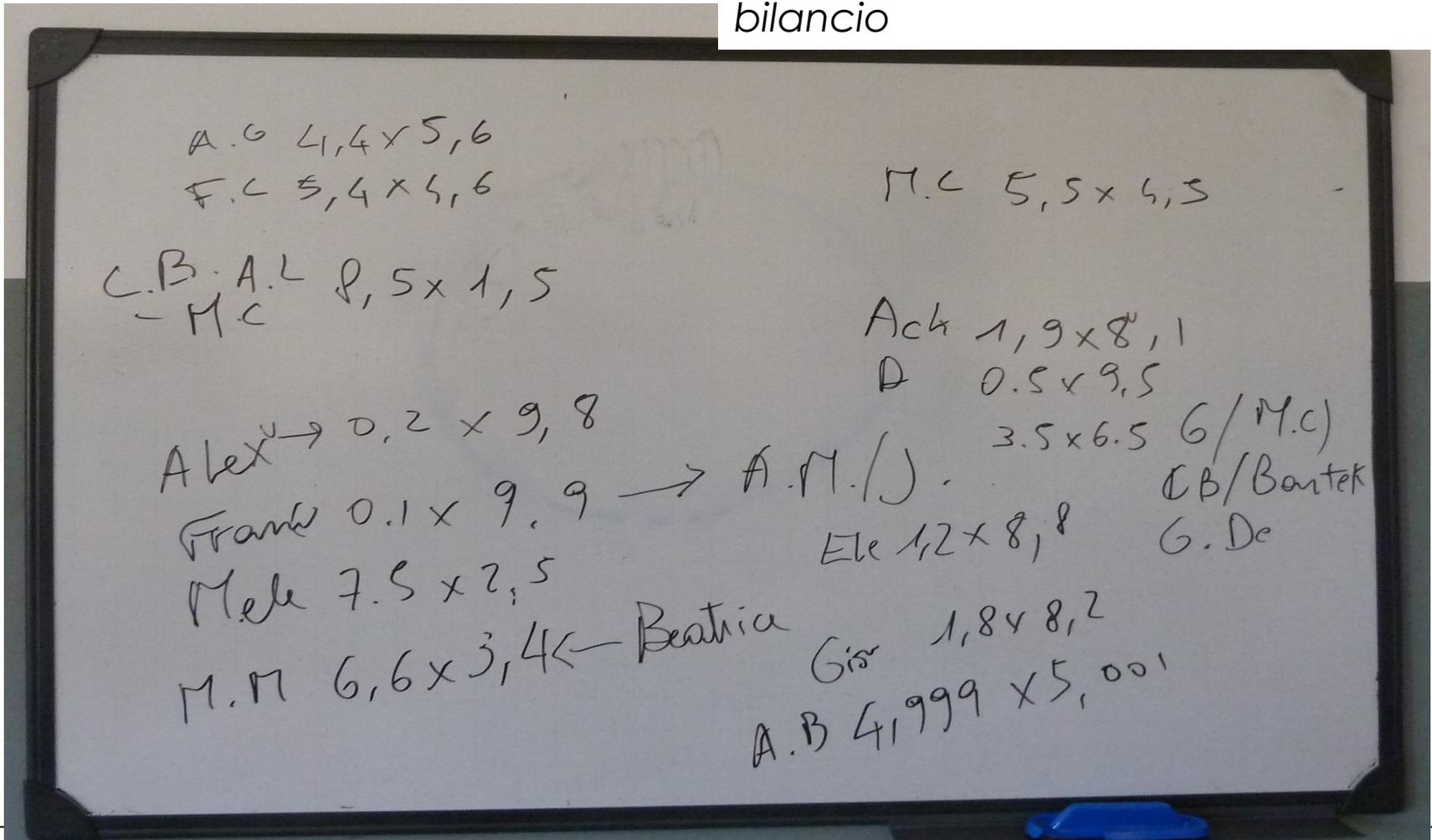
Trova dei rettangoli
diversi da quelli dei
compagni

*Compito a casa + discussione di
bilancio*

Approfondimento: la costruzione dei rettangoli

Trova dei rettangoli diversi da quelli dei compagni

Compito a casa + discussione di
bilancio



Approfondimento: il passaggio da un rettangolo a un altro ad esso isoperimetrico

- Relazione tra le misure di due rettangoli isoperimetrici:

Se aggiungo e tolgo una stessa quantità rispettivamente a base e altezza ottengo un altro rettangolo avente lo stesso perimetro di quello di partenza

Approfondimento: il passaggio da un rettangolo a un altro ad esso isoperimetrico

Prova a scrivere perché aggiungendo e togliendo uno stesso numero ai due lati il perimetro non cambia

Consegna individuale + discussione di bilancio

Prova a scrivere perché aggiungendo e togliendo uno stesso numero ai due lati il perimetro non cambia

$$(3,5 - 1) + (6,5 + 1) = 10 \times 2 = 20$$

$$(x, y - M) + (N, y + M) = 10 \cdot 2 = 20$$

$$(x - M) + (N + M) = z \cdot 2 = v$$

Relazioni a casa

Lettura collettiva delle relazioni

Dalla scuola abbiamo calcolato tanti modi per trovare 20 lit. di perimetro.

Uno è quello con i numeri decimali: $8,2 + 1,8 = 10 \times 2 = 20$

Un altro è quello di aggiungere una cifra

e toglierla dall'altra: $7 + 3 = 10 \times 2 = 20$ questo calcolo si può fare anche con $+2$ e -2 , $+3$ e -3 e eventi così. Poi bisogna moltiplicare

il risultato, cioè 10×2 e quindi il risultato viene ~~20~~ 20. Abbiamo ~~trovato~~ tantissimi

numeri e gli abbiamo trasformati in

lettere: $6 + 4 = 10 = 6 + 4 - 1 = 7 + 3 = 10 \cdot 2 = 20$

$$N + S + M - S = Z + P = B \cdot 2 = 20$$

Relazioni a casa

Letture collettiva delle relazioni

$$8-1+2+1$$

$$8+2-1+1$$

$$(x-M)+(N+M)=Z \longrightarrow x+N-M+M=Z \longrightarrow x+N=Z$$

Scritte le due espressioni numeriche e modificando la posizione degli addendi, abbiamo notato che il risultato non cambia. Dopodiché le abbiamo generalizzate in incognite, cioè abbiamo attribuito ad ogni numero una diversa lettera (incognita).

Eleonora

Relazioni a casa

Lettura collettiva delle relazioni

$$(x-M) + (N+M) = Z \longrightarrow x+N-M+M = Z \longrightarrow x+N = Z$$

L'utilizzo delle parentesi ci ha permesso di associare correttamente le incognite e i segni + e -.

Quindi abbiamo osservato che la generalizzazione definisce una regola ben precisa e che è valida per tutti i numeri.

Eleonora

Relazioni a casa

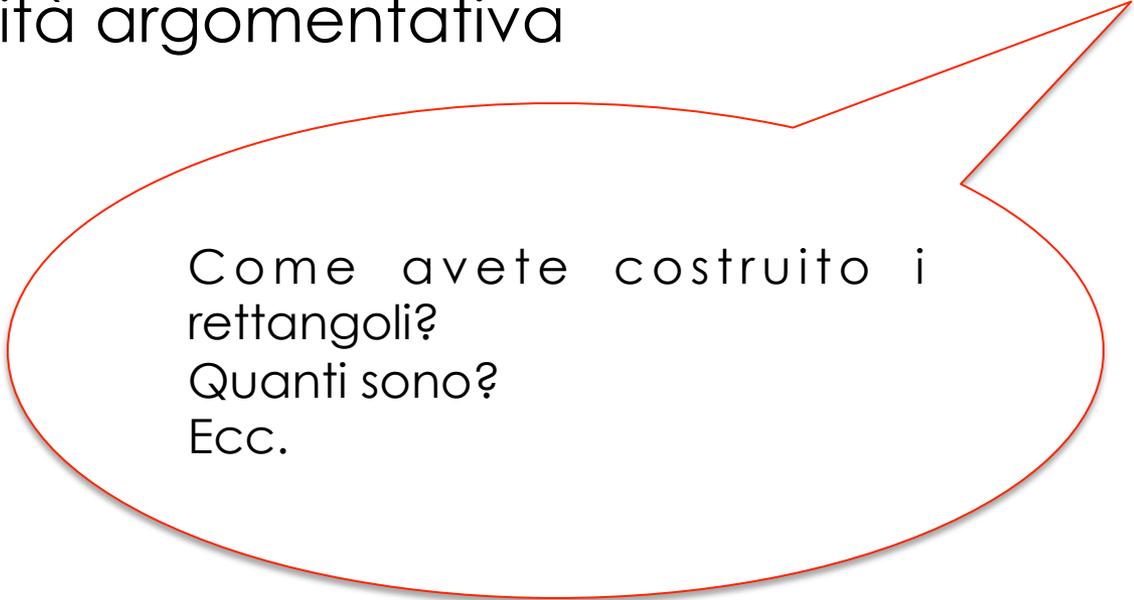
Lettura collettiva delle relazioni

nell'ultima lezione abbiamo scoperto che tagliando una carta misura a cm e aggiungendo all'altro il perimetro non cambia, poi abbiamo generalizzato la regola: $(X-N) + (Y+N) = Z$ pensando a questa regola abbiamo capito che in pratica gli N si "neutralizzano" perché $X+Y+N-N=Z$

Manuel

Quindi...

All'interno del percorso complessivo (finalizzato alla congettura e dimostrazione del fatto che, fissato il perimetro, il quadrato è il rettangolo di area massima) si è aperta una **parentesi sulla costruzione dei rettangoli isoperimetrici** che ha dato luogo ad un'interessante attività argomentativa



Come avete costruito i
rettangoli?
Quanti sono?
Ecc.

Il seguito: verso la produzione della congettura

Tutti i rettangoli che avete disegnato hanno lo stesso perimetro: rettangoli di questo tipo si dicono rettangoli isoperimetrici. Che cosa puoi dire delle loro aree? Sono tutte uguali?

Tra tutti i rettangoli aventi lo stesso perimetro, quale pensate sia quello con l'area maggiore? Come avete fatto a capirlo?

Tutti i rettangoli che avete disegnato hanno lo stesso perimetro: rettangoli di questo tipo si dicono rettangoli isoperimetrici. Che cosa puoi dire delle loro aree? Sono tutte uguali?

Tra tutti i rettangoli aventi lo stesso perimetro, quale pensate sia quello con l'area maggiore? Come avete fatto a capirlo ?

Secondo me le aree sono diverse visto che l'area è un prodotto: se si fa per esempio $1 \cdot 8$ verrebbe 8, se invece si fa $4 \cdot 5$ verrebbe 20 quindi se il perimetro del rettangolo è uguale e il rettangolo è diverso, l'area non sarà uguale tra i diversi rettangoli

Considerazioni sulle misure

Tutti i rettangoli che avete disegnato hanno lo stesso perimetro: rettangoli di questo tipo si dicono rettangoli isoperimetrici. Che cosa puoi dire delle loro aree? Sono tutte uguali?

Tra tutti i rettangoli aventi lo stesso perimetro, quale pensate sia quello con l'area maggiore? Come avete fatto a capirlo ?

No perché se si sovrappongono i rettangoli si vede che lo spazio che occupano è diverso: uno ne occupa di meno e uno di più

Quello con l'area maggiore è il quadrato e l'abbiamo capito facendo un po' di prove, sovrapponendo i rettangoli tagliati e immaginando il quadrato

Percezione e manipolazione delle figure

... dopo averli tagliati li abbiamo sovrapposti, vedendo poi che avanzava sempre un pezzo tra una figura e l'altra. Questo mi ha fatto capire che se quel pezzo che si avanza **lo si tagliava** poteva fare parte della figura. E che quel pezzo che non avanzava si metteva "in comune" con l'altra figura. Io e il mio gruppo abbiamo anche messo in **scala dal più piccolo al più grande**. E abbiamo notato che se continuavamo diventava più piccolo e sottile, o viceversa più stretto ma con l'area grande. E abbiamo notato che si forma un quadrato e tratto conclusione che il quadrato è un tipo particolare di rettangolo.

In conclusione

- Piccoli esempi all'interno di percorsi ad ampio respiro

- SPIEGA CHE COSA HAI SCOPERTO
- SPIEGA COME L'HAI SCOPERTO
- SPIEGA PERCHÉ PENSI SIA VERO
- SPIEGA COME LO SPIEGHERESTI...
- SPIEGA PERCHÉ LO
SPIEGHERESTI COSÌ...

In conclusione

- Idee per un avvio alla dimostrazione nei due aspetti processo e prodotto:
 - Dimostrazione come processo (dimensione teleologica)
 - Dimostrazione come prodotto da creare e comunicare ad altri

In conclusione

- Idee per un avvio alla dimostrazione nei due aspetti processo e prodotto:
 - Dimostrazione come processo (dimensione teleologica)
 - Dimostrazione come prodotto (dimensione comunicativa)

- RICOSTRUISCI IL PROCESSO DIMOSTRATIVO: ABBIAMO FATTO COSÌ PERCHÉ VOLEVAMO...
- CONFRONTA I DIVERSI APPROCCI

Il progetto continua...

- La **valutazione** delle competenze argomentative
- L'**evoluzione** delle competenze argomentative sul lungo periodo (collaborazione con E. Levenson, Tel Aviv University)
- L'argomentazione come **metodologia** per la valutazione formativa



Grazie per l'attenzione!!!

francesca.morselli@unito.it

[http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/
scuola_media/
azione1_linguaggioeargomentazione_media.php](http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/scuola_media/azione1_linguaggioeargomentazione_media.php)