2ª Scuola Estiva UMI-CIIM con la collaborazione di AIRDM

Marina di Pietrasanta, 31 agosto-4 settembre 2015

L'insegnamento della matematica tra regole e perchè

Rosetta Zan
Dipartimento di Matematica dell'Università di Pisa
zan@dm.unipi.it

Attività 1 (individuale)

- Fai l'esempio di una *regola* di matematica che in genere insegni.

Attività 2 (a coppie)

- Ognuno legge l'esempio di *regola* fatto dall'altro, e riconosce se a suo parere si tratta di una regola o no, e perché.

DISCUSSIONE

La parola ‘regola’…

- Non appartiene al linguaggio della matematica, che ha altre parole:
  - Teorema
  - Definizione
  - Algoritmo
  - Convenzione
  - …
- Ma appartiene al linguaggio quotidiano e anche a quello della pratica didattica

Regola (dizionario Hoepli)

Norma dell'agire che prescrive il modo in cui comportarsi in determinate circostanze: *trasgredire, violare, rispettare la r.*; *le regole del gioco*; *le regole della buona educazione*

FARE

DOVERE

La parola ‘regola’…

- Non appartiene al linguaggio della matematica, che ha altre parole:
  - Teorema
  - Definizione
  - Algoritmo
  - Convenzione
  - …
- Ma appartiene al linguaggio quotidiano, e anche a quello della pratica didattica

Un’indagine con insegnanti del 1° ciclo

Fai l’esempio di una *regola* di matematica che in genere insegni

Alcune risposte

Primaria

P1.Sviluppo risoluzione del problema. Dati utili, inutili,…domanda ecc.

P2. Gli algoritmi delle operazioni.

P3. Valore posizionale delle cifre

26 = 2da, 6u

20+6=26

P4. Il perimetro è la misura del contorno.

P5. Regola per calcolare la misura del contorno del rettangolo.

P= AB+BC+CD+DA o: b+h+b+h

P6. Ragionate a voce alta.

P7. Un gruppo da 10 si chiama DECINA e si scrive DA.

P8. Le proprietà delle operazioni.

P9. Area del quadrato: lato x lato

P10. Per trovare frazioni fra loro equivalenti moltiplica o dividi il numeratore e il denominatore per lo stesso numero.

P12. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.

P13. Per moltiplicare un numero intero per 10, 100, … basta aggiungere uno zero, due zeri… al numero dato.

P14. Tutti i numeri moltiplicati per zero sono uguali a zero.

Secondaria di 1° grado

S1. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

S2. Proprietà delle operazioni.

S3. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180° (utilizzata per spiegare la 'forma' delle squadre da disegno).

S4. Proprietà delle potenze: il prodotto di due potenze che hanno la stessa base è uguale a una potenza che ha per base la stesa base e per esponente la somma degli esponenti.

S5. Regola dei segni nel calcolo algebrico con i numeri relativi.

S6. Trovare le frazioni generatrici dei numeri periodici.

S7. Regola per trovare il M.C.D. e il m.c.m. fra due o più numeri.

S8. Proprietà invariantiva delle frazioni.

A. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.

B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

C. Il perimetro è la misura del contorno.

D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.

E. Gli algoritmi delle operazioni.

L’uso che emerge della parola ‘regola’

A. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.

B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

C. Il perimetro è la misura del contorno.

D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.

E. Gli algoritmi delle operazioni.

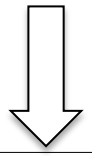
⇩

Qualcosa che si deve applicare / osservare per risolvere un esercizio o un problema

Proviamo a mettere un po’ d’ordine

A. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.

E' una procedura che l'insegnante (o il libro di testo) decide di far seguire all'allievo nel contesto della matematica.
Un altro esempio: quando si introduce il sistema posizionale far colorare di colori diversi le cifre che sono in posizioni diverse.
Non è intrinseca alla matematica, tanto che insegnanti diversi decidono in modo diverso.



REGOLA DI COMPORTAMENTO 'IMPOSTA' DALL'INSEGNANTE

Primaria

P1.Sviluppo risoluzione del problema. Dati utili, inutili….domanda ecc.

P2. Gli algoritmi delle operazioni.

P3. Valore posizionale delle cifre

26 = 2da, 6u

20+6=26

P4. Il perimetro è la misura del contorno.

P5. Regola per calcolare la misura del contorno del rettangolo.

P= AB+BC+CD+DA …o: b+h+b+h

P6. Ragionate a voce alta.

P7. Un gruppo da 10 si chiama DECINA e si scrive DA.

P8. Le proprietà delle operazioni.

P9. Area del quadrato: lato x lato

P10. Per trovare frazioni fra loro equivalenti moltiplica o dividi il numeratore e il denominatore per lo stesso numero.

P12. Spazialità: lasciare 4 quadretti tra operazione e operazione in colonna.

P13. Per moltiplicare un numero intero per 10, 100, … basta aggiungere uno zero, due zeri… al numero dato.

P14. Tutti i numeri moltiplicati per zero sono uguali a zero.

Secondaria di 1° grado

S1. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

S2. Proprietà delle operazioni.

S3. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180° (utilizzata per spiegare la ‘forma’ delle squadre da disegno).

S4. Proprietà delle potenze: il prodotto di due potenze che hanno la stessa base è uguale a una potenza che ha per base la stesa base e per esponente la somma degli esponenti.

S5. Regola dei segni nel calcolo algebrico con i numeri relativi.

S6. Trovare le frazioni generatrici dei numeri periodici.

S7. Regola per trovare il M.C.D. e il m.c.m. fra due o più numeri.

S8. Proprietà invariantiva delle frazioni.

E’ una procedura che l’insegnante (o il libro di testo) decide di far seguire all’allievo nel contesto della matematica.

- L’insegnante la pensa come un aiuto per l’allievo, uno strumento per favorire l’organizzazione mentale e fisica
- Ma l’allievo? La percepisce come aiuto? Come strumento? …allora dovrebbe sentirsi libero di usarla o meno.

REGOLA DI COMPORTAMENTO ‘IMPOSTA’ DALL’INSEGNANTE

I problemi sono un po' noiosi perché metti più tempo a disegnare la figura, a scrivere i dati che a risolvere il problema stesso.
(Marco, 5ª primaria)

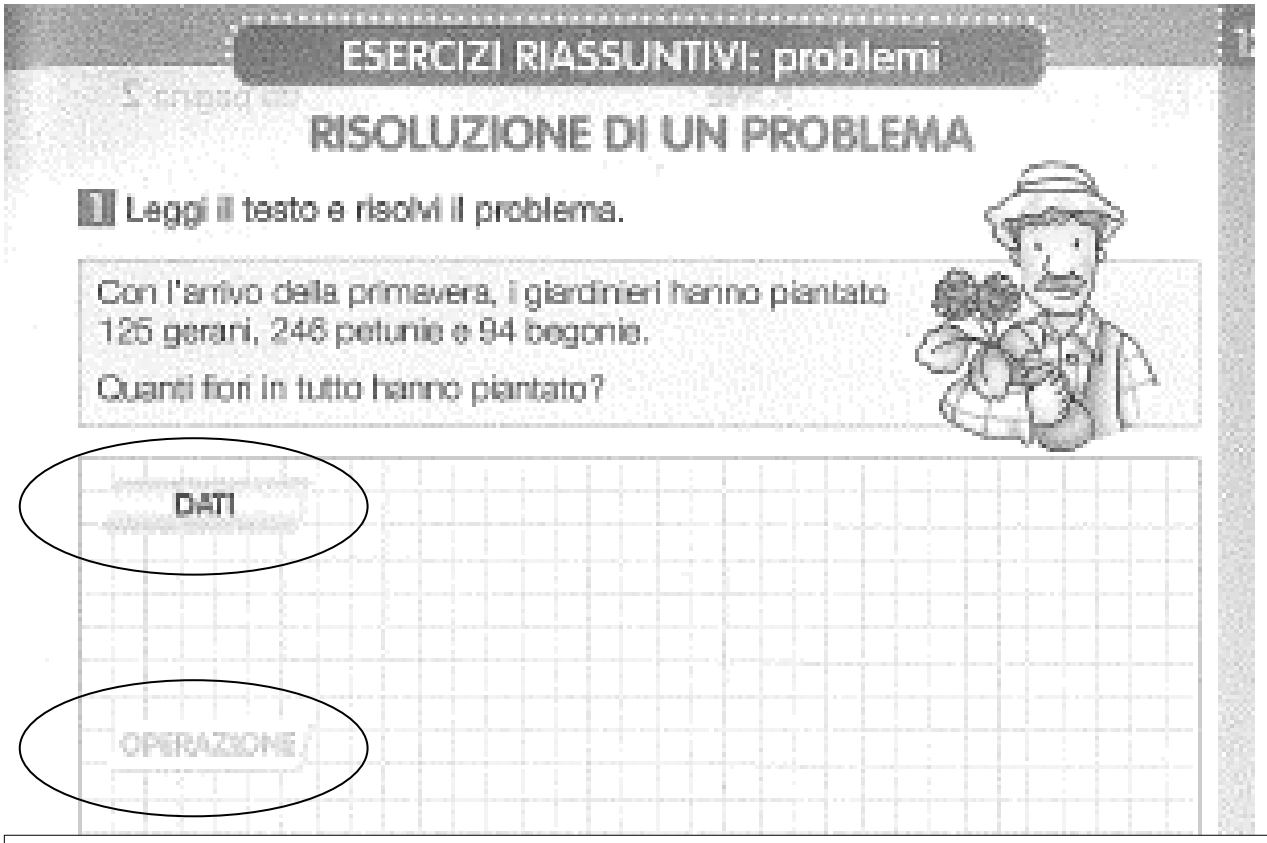
E’ una procedura che l’insegnante (o il libro di testo) decide di far seguire all’allievo nel contesto della matematica.

- L’insegnante la pensa come un aiuto per l’allievo, uno strumento per favorire l’organizzazione mentale e fisica
- …ma l’allievo? Lo percepisce come aiuto? Come strumento?
  O come obbligo?

REGOLA DI COMPORTAMENTO
‘IMPOSTA’ DALL’INSEGNANTE

…ma anche dai libri di testo

DATI



Funziona solo con problemi stereotipati.

OPERAZIONI

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.

Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28.

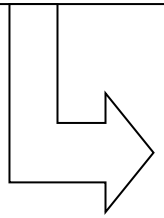
Chi ha il passo più lungo?

DATI?

OPERAZIONE?

Il 50,5 % del campione nazionale non risponde correttamente.

Su un battello ci sono 36 pecore.
10 muoiono affogate.
Quanti anni ha il capitano?



…i bambini ‘rispondono’ !!!!

B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

C. Il perimetro è la misura del contorno.

D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.

E. Gli algoritmi delle operazioni.

Una domanda chiave per mettere un po' d'ordine è:

B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).
C. Il perimetro è la misura del contorno.
D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.
E. Gli algoritmi delle operazioni.

PERCHÈ?

B. Come procedere nella risoluzione delle espressioni (precedenze).

Perché in un'espressione si eseguono prima moltiplicazioni e divisioni e poi addizioni e sottrazioni?

In altre parole perché:

$$3 + 4 \times 5 = 3 + 20 = 23$$

?

e non:

$$3 + 4 \times 5 = 7 \times 5 = 35$$

CONVENZIONE

C. Il perimetro è la misura del contorno.

Perché il perimetro è la misura del contorno?

Perché un numero primo è divisibile solo per se stesso e per 1?

Perché un triangolo è un poligono di 3 lati?

DEFINIZIONE

D. La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.

Perché la somma degli angoli interni di un triangolo è 180°?

Si può *dimostrare*, a partire da altre proprietà geometriche.

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.

TEOREMA

In mancanza di INDICATORI LINGUISTICI può non essere evidente se un enunciato è una ‘proprietà’ o una ’definizione’

Il perimetro è la misura del contorno.

La somma degli angoli interni di un triangolo è 180°.

si può rendere trasparente che si tratta di una definizione

La misura del contorno *si chiama* perimetro.

E. Gli algoritmi delle operazioni.

Ad esempio l'algoritmo della moltiplicazione.

```
  326 x
   45
 ------
 1630
1304
------
14670
```

Perché si esegue così?
Più precisamente:
- Perché procedendo in questo modo si ottiene proprio 326x45?

Si può *dimostrare*.

Come?

La dimostrazione mette in luce i *legami* con le proprietà della scrittura posizionale e delle operazioni.

Nell'algoritmo si sottolinea maggiormente l'aspetto della procedura rispetto a quello della dimostrazione.

Ma per ottenere 326 x 45…
- *devo* procedere in quel modo?
Oppure:
- *posso* procedere in quel modo?

ATTIVITA' m@t.abel
Algoritmi insoliti per la moltiplicazione e per le altre operazioni
Classi I e II della secondaria di 1° grado

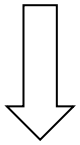
http://www.scuolavalore.indire.it/nuove_risorse/algoritmi-insoliti-per-la-moltiplicazione-e-per-le-altre-operazioni/

- Nelle risposte che abbiamo riportato l'uso della parola 'regola' rimanda a una conoscenza che si deve applicare / osservare per risolvere un esercizio o un problema.
- Tale accezione traspare in modo più marcato quando sono presenti indicatori linguistici quali modi imperativi, che caratterizzano una regola secondo la definizione riportata dal dizionario.

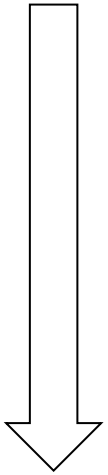
P10. Per trovare frazioni fra loro equivalenti moltiplica o dividi il numeratore e il denominatore per lo stesso numero.

definizione di frazioni equivalenti

FATTO



REGOLA



Chi lo deve fare questo passo?
L'insegnante?
O gli allievi?

P10. Per trovare frazioni fra loro equivalenti moltiplica o dividi il numeratore e il denominatore per lo stesso numero.

In genere il passaggio da un ‘fatto’ a una ‘regola’ è marcato linguisticamente dall’introduzione di espressioni come:

- “*per* …*si deve* …”

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

"FATTO" MATEMATICO

diventa

Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

Comportamento che si *deve* seguire

In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.
In formula: $a^2 = b^2 + c^2$

"FATTO" MATEMATICO

REGOLE

Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna.. $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

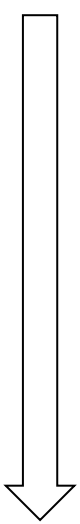
Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna… $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

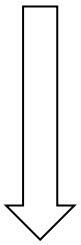
Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna… $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

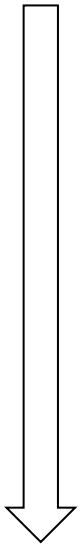
…tante e diverse, a seconda della situazione

PESO LORDO = PESO NETTO + TARA

“FATTO” MATEMATICO







Per trovare il peso lordo
si deve fare:
PESO NETTO + TARA

REGOLE

Per trovare il peso netto
si deve fare:
PESO LORDO - TARA

Per trovare la tara si deve fare:
PESO LORDO – PESO NETTO

La parola ‘regola’:

- Non permette di cogliere la diversità dei perché (regola di comportamento, convenzione, definizione, teorema)

Far *comprendere* agli allievi:

REGOLA
DI COMPORTAMENTO

CONVENZIONE

DEFINIZIONE

TEOREMA

…richiede strategie didattiche diverse

La parola ‘regola’:

- Non permette di cogliere la diversità dei perché (regola di comportamento, convenzione, definizione, teorema)

Insegnare ‘regole’:

- Oscura la rete di relazioni che caratterizza la matematica, presentando i fatti matematici in modo isolato

oscura le relazioni fra le ‘regole’…
…perché si perde di vista il ‘fatto’
che le origina

REGOLE

Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna..

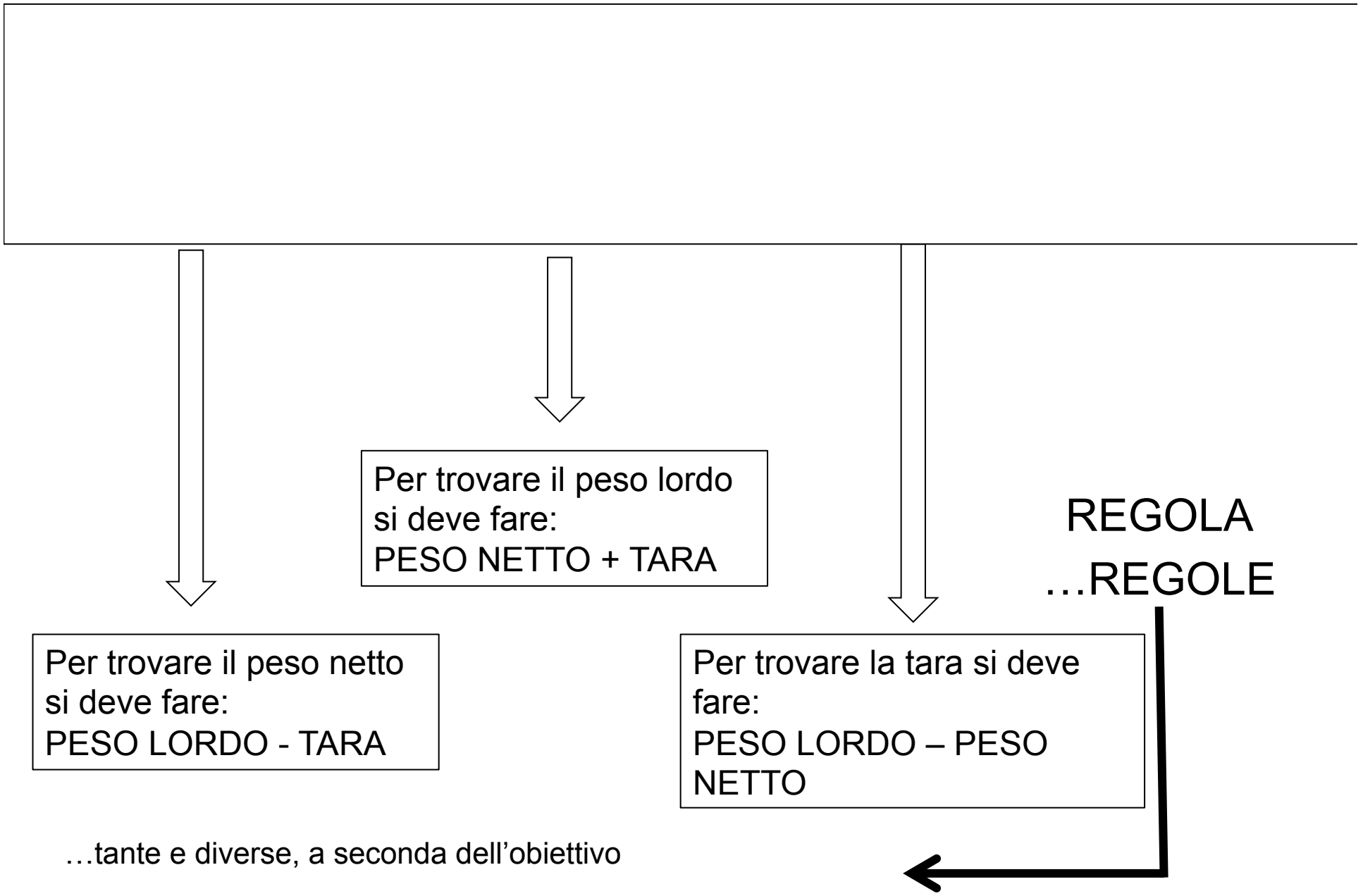
$$a = \sqrt{b^2 + c^2}$$

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna…

$$b = \sqrt{a^2 - c^2}$$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna…

$$c = \sqrt{a^2 - b^2}$$


Per trovare il peso lordo si deve fare:
PESO NETTO + TARA
REGOLA
…REGOLE
Per trovare il peso netto si deve fare:
PESO LORDO - TARA
Per trovare la tara si deve fare:
PESO LORDO – PESO NETTO
…tante e diverse, a seconda dell’obiettivo

oscura le relazioni fra le ‘regole’ e il *perché* del ‘fatto’ matematico che le origina

Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

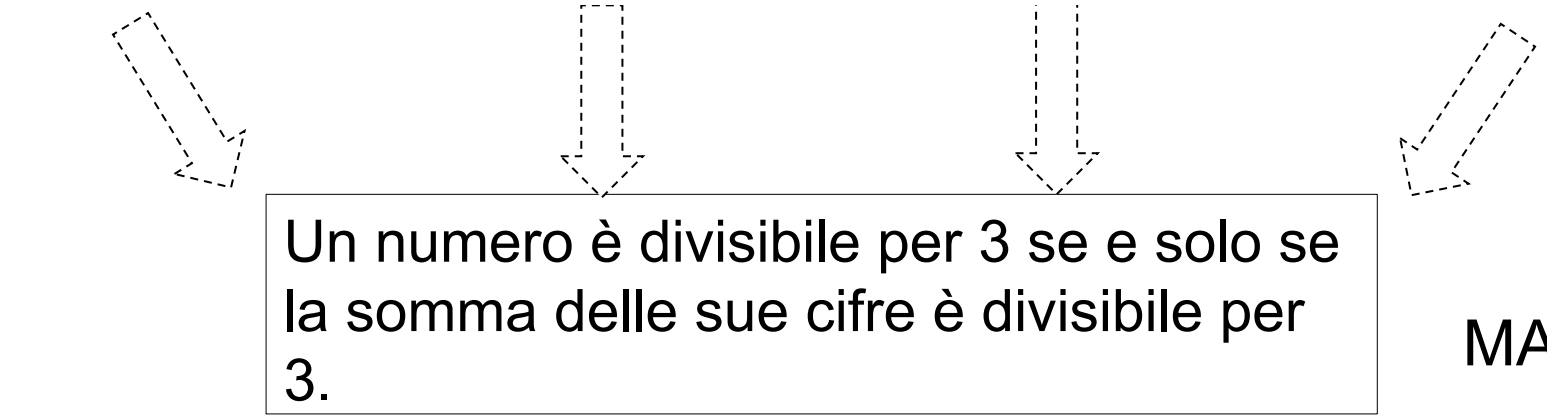
"FATTO" MATEMATICO

diventa

Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

Comportamento che si *deve* seguire



Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

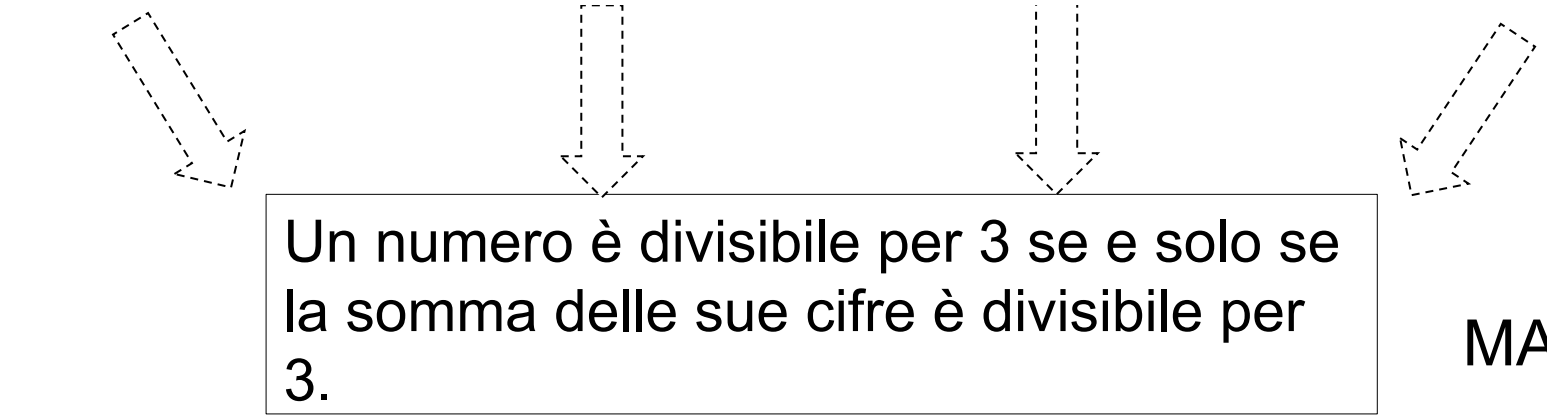
"FATTO" MATEMATICO

diventa

Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

Comportamento che si *deve* seguire



Un numero è divisibile per 3 se e solo se la somma delle sue cifre è divisibile per 3.

"FATTO" MATEMATICO

diventa

Per vedere se un numero è divisibile per 3 bisogna sommare le sue cifre: se questa somma è divisibile per 3, lo è anche il numero di partenza.

REGOLA

Comportamento che si *deve* seguire

Attività 3 (a coppie)

Provate a ‘dimostrare’ il criterio di divisibilità per 3, in un caso particolare:

5274

$5274 = 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 =$

$= 5 \times (999 + 1) + 2 \times (99 + 1) + 7 \times (9 + 1) + 4 =$

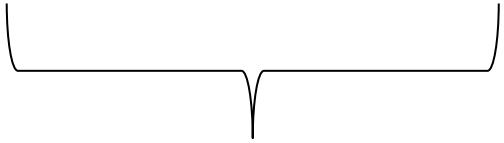
$= 5 \times 999 + 5 \times 1 + 2 \times 99 + 2 \times 1 + 7 \times 9 + 7 \times 1 + 4 =$

$= 5 \times 999 + 2 \times 99 + 7 \times 9 + 5 + 2 + 7 + 4 =$

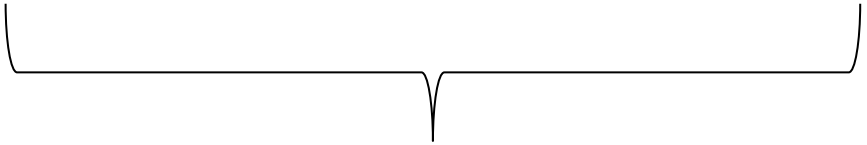
$= 5 \times 111 \times 9 + 2 \times 9 \times 11 + 7 \times 9 + 5 + 2 + 7 + 4$

$= 9 \times 5 \times 111 + 9 \times 2 \times 11 + 9 \times 7 + 5 + 2 + 7 + 4$

$= 9 \times (5 \times 111 + 2 \times 11 + 7) + 5 + 2 + 7 + 4 =$



divisibile per 3



Quindi la somma è divisibile per 3 $\Longleftrightarrow$ $5 + 2 + 7 + 4$ è divisibile per 3

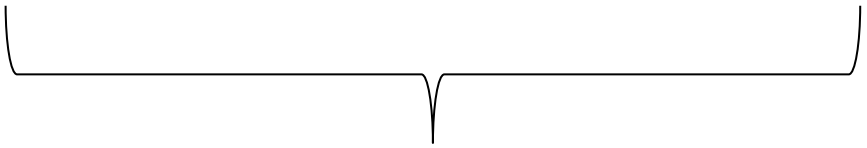
$5274 = 5 \times 1000 + 2 \times 100 + 7 \times 10 + 4 =$

$= 5 \times (999 + 1) + 2 \times (99 + 1) + 7 \times (9 + 1) + 4 =$

$= 5 \times 999 + 5 \times 1 + 2 \times 99 + 2 \times 1 + 7 \times 9 + 7 \times 1 + 4 =$

È una dimostrazione che si applica a un caso particolare, ma è *generica* in quanto il caso scelto è tipico di di un'intera classe di esempi e la dimostrazione permette di capire come si può generalizzare.

divisibile per 3



Quindi la somma è divisibile per 3 $\Longleftrightarrow$ 5 + 2 + 7 + 4 è divisibile per 3

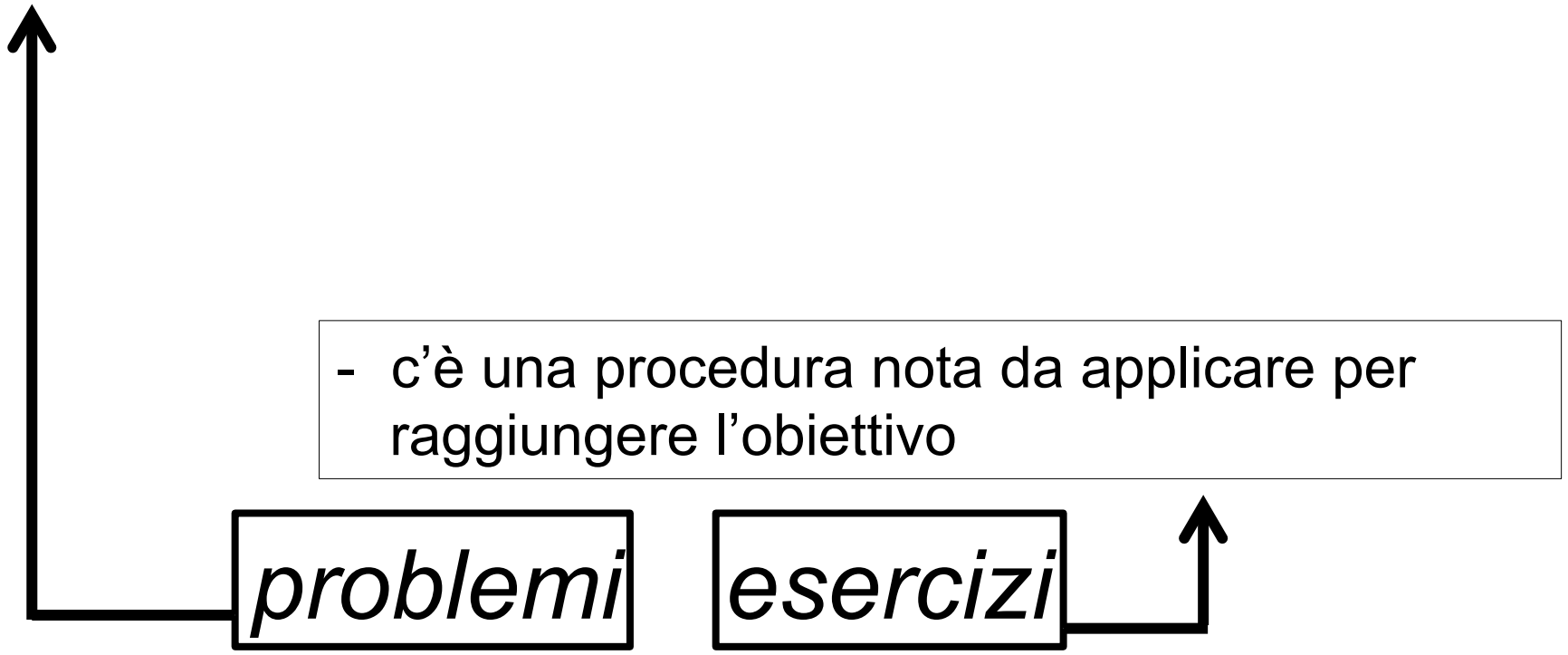
La parola ‘regola’:

- Non permette di cogliere la diversità dei perché (regola socio-matematica, convenzione, definizione, teorema)

Insegnare ‘regole’:

- Oscura la rete di relazioni che caratterizza la matematica, presentando i fatti matematici in modo isolato
- Trasforma i problemi in esercizi, in quanto si individua per ogni situazione cosa deve fare l’allievo

- non c’è una procedura nota da applicare per raggiungere l’obiettivo



In un triangolo rettangolo la somma delle aree dei quadrati costruiti sui cateti AB e AC è uguale all'area del quadrato costruito sull'ipotenusa BC.
In formula: $a^2 = b^2 + c^2$

"FATTO" MATEMATICO

REGOLE

Per trovare l'ipotenusa BC di un triangolo rettangolo conoscendo i cateti AB e AC bisogna.. $a = \sqrt{b^2 + c^2}$

Per trovare il cateto AC conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AB bisogna… $b = \sqrt{a^2 - c^2}$

Per trovare il cateto AB conoscendo l'ipotenusa BC e l'altro cateto AC bisogna… $c = \sqrt{a^2 - b^2}$

I ‘FATTI’ DELLA MATEMATICA

Teorema di Pitagora

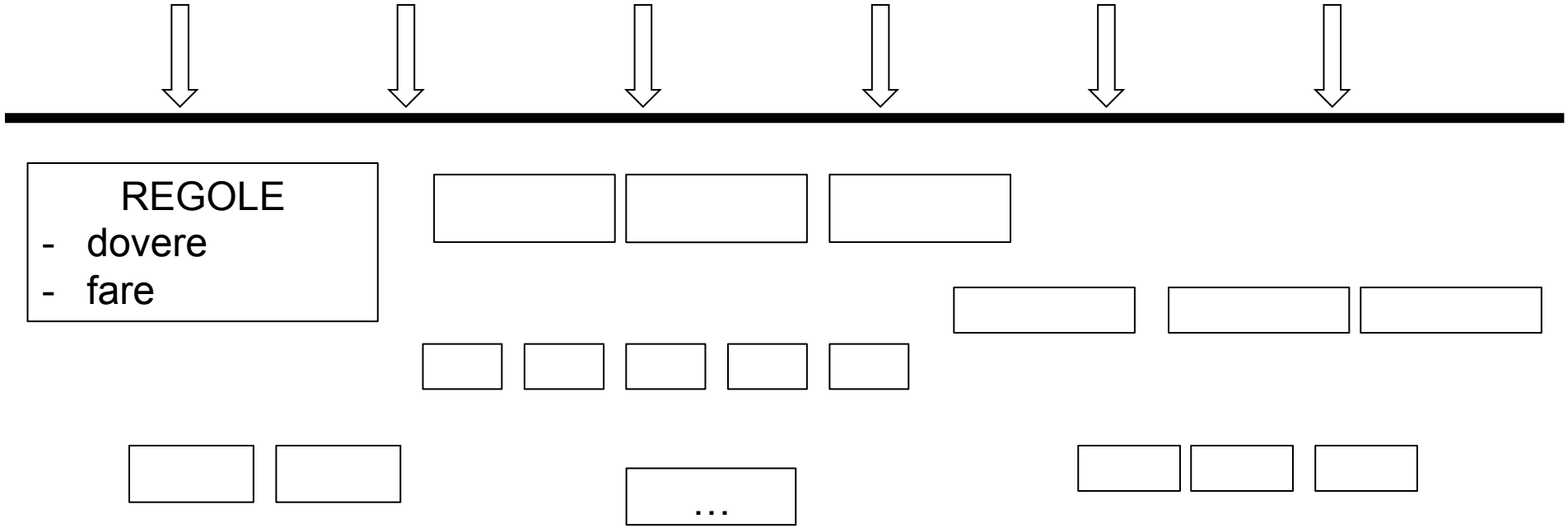
Algoritmi

Area del rettangolo: A=bxh

Criterio di divisibilità per 3

Definizione di multiplo

DIVENTANO



Conseguenze 1.

Cosa succede di fronte a una situazione che non è affrontabile con una ‘regola’…

…cioè di fronte a un problema?

- INVALSI
- OCSE PISA
- GARE, GIOCHI MATEMATICI…

Passi

(INVALSI 2008, 5a primaria)

Maria, Renato e Fabio misurano a passi la lunghezza della loro aula.

Maria conta 26 passi, Renata ne conta 30 e Fabio 28.

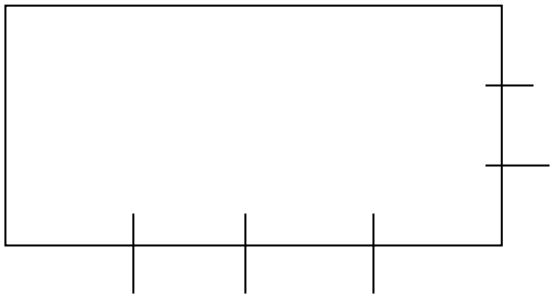
Chi ha il passo più lungo?

Conseguenze 2

Cosa succede se l’allievo è convinto di non ricordare la regola ‘giusta’ per quella situazione?

Alessandro

Trovare l'area di un rettangolo, sapendo che il perimetro è 126 cm, e l'altezza è 3/4 della base.



…e non conclude

"a questo punto non so,
cioè *non mi ricordo bene le formule*…"

Nicola

$$-7x^2 < \sqrt{7}$$

$$x^2 > -\frac{\sqrt{7}}{7} \qquad 7x^2 + \sqrt{7} > 0$$

- I.: *Perché invece di ricordarti cosa devi fare, non provi a risolverla da solo?*
- N.: *La matematica è fatta di regole ben precise che vanno seguite, non ci si può inventare nulla. I problemi si risolvono seguendo quelle regole e io, ora, non mi ricordo come si risolvono le disequazioni.*

Conseguenze 3.

- Per aver successo:
  - bisogna rispettare le regole di comportamento imposte dall'insegnante
  - bisogna studiare e memorizzare le altre regole
- Chi 'trasgredisce'…
  - viene considerato un allievo di basso rendimento / livello
  - si convincerà di essere inadeguato
  - …poi magari fa bene alle gare, all'INVALSI, in compiti non standard

I FATTI
REGOLE
RAGIONARE
RICORDARE
RIFLETTERE
AGIRE
PROBLEMI
ESERCIZI
POTERE
DOVERE

Nei libri di testo di matematica si riconosce un approccio per regole dalla frequenza di parole come:

- regola
- bisogna
- devi
- ricorda

IN PILLOLE

I **criteri di divisibilità** sono semplici regole mediante le quali è possibile riconoscere se un numero è divisibile per un altro, oppure no, senza eseguire la divisione.

Un numero è divisibile:

per **2**	se l'ultima cifra a destra è una delle cifre pari: 0, 2, 4, 6, 8.
per **5**	se l'ultima cifra a destra è 5 oppure 0.
per **10**	se l'ultima cifra a destra è 0.
per **100**, **1000**, ...	se termina rispettivamente con almeno due zeri, almeno tre zeri, ...
per **4**	quando le ultime due cifre formano un multiplo di 4 o sono due zeri.
per **25**	quando le ultime due cifre formano un multiplo di 25 o sono due zeri.
per **3**	quando la somma delle sue cifre è un multiplo di 3.
per **9**	quando la somma delle sue cifre è un multiplo di 9.
per **11**	se la differenza fra la somma delle cifre di posto dispari e quella delle cifre di posto pari (o viceversa) è un multiplo di 11 oppure è 0.

LE VOCI DEGLI ALLIEVI

RICORDARE

Un giorno c'era l'interrogazione delle regole fatte a scuola il giorno prima e nonostante che avevo studiato alcune cose non me le ricordavo e così ci ho preso buono. (Sara, 5ª primaria)

Inoltre in questi anni, che la matematica sta diventando un po complicata non riesco a ricordare tutte le regole e tutte le altre cose perfettamente. (Martina, 5ª primaria)

(…) si applica la memoria a ricordare regole e formule che, a volte, servono nella vita. (Giovanni, 5ª primaria)

NON MI PIACE PERCHE'…

La cosa proprio che non sopporto della matematica sono il PESO-NETTO, PESO LORDO e TARA, perché a me non mi sono mai piaciute le regole. (Caterina, 5ª primaria)

Non mi piace tantissimo, prima di tutto perchè devo imparare tutte le regole. (Davide, 1ª secondaria di 1° grado)

NON MI PIACE PERCHE'…

Non mi piace perché ci sono un mare di regole che per fare un operazione piccina picciò: devi dividere un numero per l'altro, devi togliere il numero che c'era prima e così via. Poi se ti dimentichi una regola sono guai! Non solo sbagli tutto ma ti prendi pure una predica dalla professoressa.
(Eleonora, 1ª secondaria di 1° grado)

La geometria a me non piace perché bisogna ricordarsi tutte le formule, calcolarle, disegnare la figura, metterci la base e l'altezza, insomma bisogna ricordarsi tutto. (Alessandro, 5ª primaria)

NON MI PIACE PERCHE'…

Il mio rappo
perché biso
svolgono gli
grado)

INDICAZIONI NAZIONALI

Traguardi per lo sviluppo delle competenze

Al termine della scuola primaria

Sviluppa un atteggiamento positivo rispetto alla matematica, attraverso esperienze significative, che gli hanno fatto intuire come gli strumenti matematici che ha imparato ad utilizzare siano utili per operare nella realtà.

Al termine della scuola secondaria di primo grado

Ha rafforzato un atteggiamento positivo rispetto alla matematica attraverso esperienze significative e ha capito come gli strumenti matematici appresi siano utili in molte situazioni per operare nella realtà.

La visione d
da ricordare influisce sull'atteggiamento che l'allievo costruisce verso la disciplina.

SI DEVE, BISOGNA,…

La matematica è un dovere che bisogna sempre rispettare e fare.
(Alice, 4ª primaria)

A me fanno un po' di confusione tutte le regole che bisogna rispettare.
(Claudio, 5ª primaria)

SI DEVE, BISOGNA,…

Di recente abbiamo affrontato l'argomento sulle frazioni, sono abbastanza "complicate", devi semplificare, per le moltiplicazioni, non ne parliamo che è meglio, si devono semplificare il numeratore con il denominatore dell'altra frazioni, la divisione la si deve transformare in moltiplicazione, l'addizione e la sottrazione si possono svolgere normalmente solo quando hanno il denominatore uguale se no si trova il m.c.m. (Francesco, 1ª secondaria di 1° grado)

Non è l'unico approccio possibile…

INSEGNARE LE REGOLE

- sorvolando sui fatti che le giustificano
- ignorando i perché di tali fatti
- ignorando quindi anche le relazioni fra le diverse 'regole'

VISIONE STRUMENTALE DELLA MATEMATICA

INSEGNARE I 'FATTI'…

… e come utilizzarli in vista di un obiettivo

→ costruire competenze

VISIONE RELAZIONALE DELLA MATEMATICA

(Skemp, 1976)

Indicazioni Nazionali (p.60)

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto per affrontare e porsi problemi significativi e per esplorare e percepire relazioni e strutture che si ritrovano e ricorrono in natura e nelle creazioni dell'uomo.

Due approcci diversi

INSEGNARE LE REGOLE

- sorvolando sui fatti che le originano
- ignorando i perché di tali fatti
- spesso ignorando anche le relazioni fra:
  - regole e fatti
  - regole

INSEGNARE I 'FATTI'…

… e come utilizzarli in vista di un obiettivo

→ costruire competenze

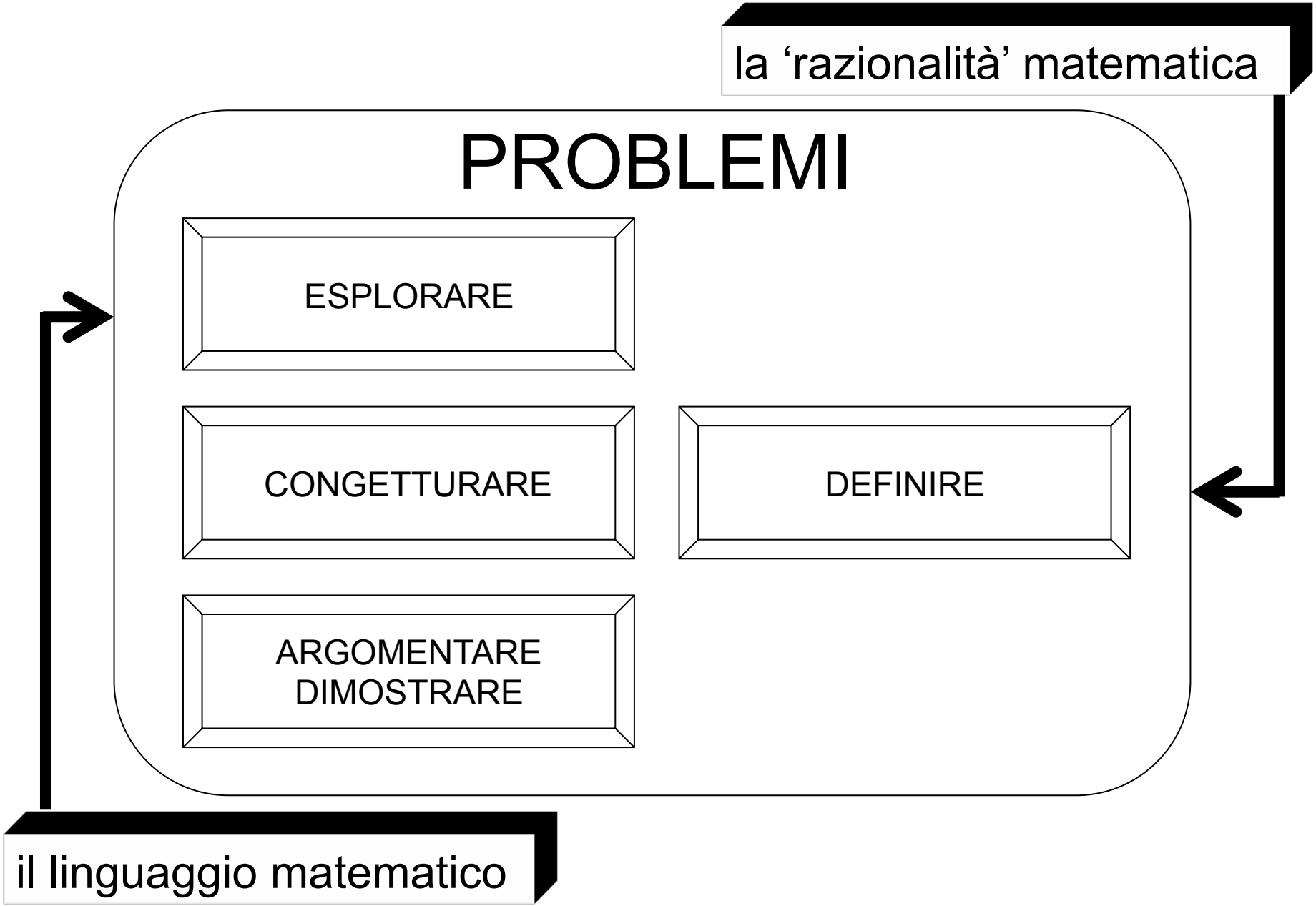
COME?

- Come insegnare i 'fatti'
- Come insegnare a utilizzarli in vista di un obiettivo: *Problem solving*

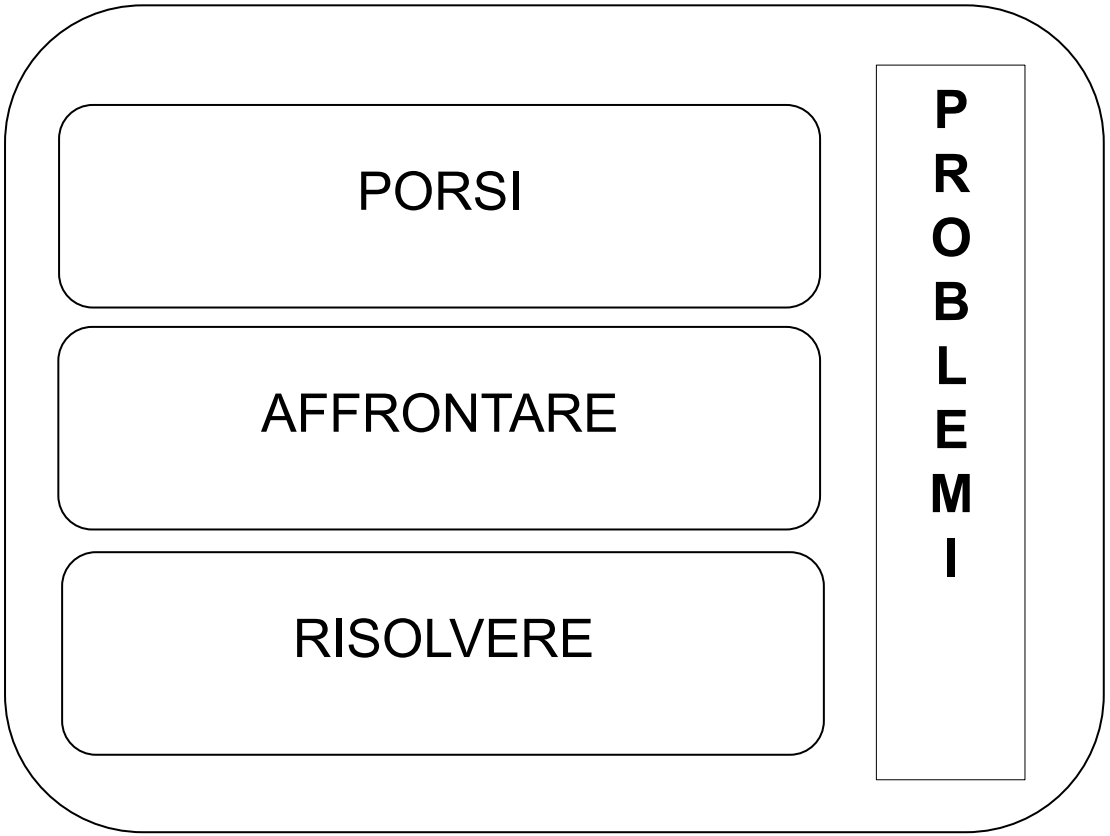
Teoremi, definizioni, convenzioni…

- Non nascono improvvisamente, da sé
- E' all'interno di un problema che il matematico si pone che:
  - nascono *definizioni* per indicare oggetti matematici significativi
  - nascono delle intuizioni su quello che può accadere: le *congetture*
  - solo successivamente si cerca di dimostrare tali congetture, che quindi diventano *teoremi*

I processi tipici della matematica

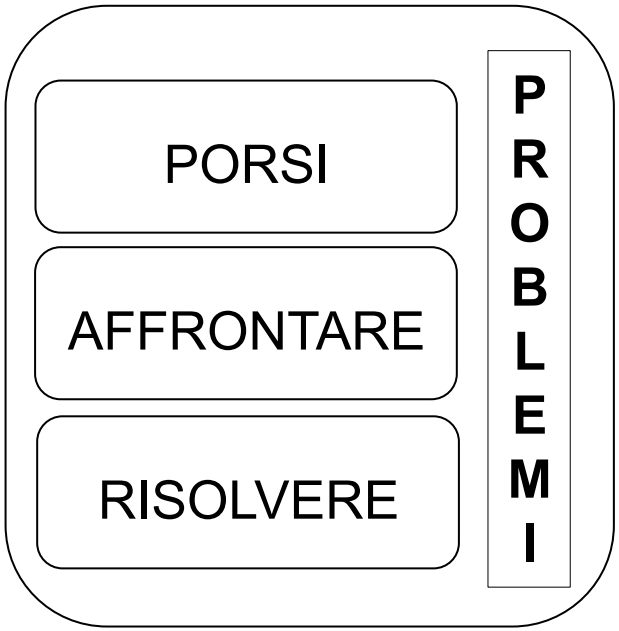


I processi tipici della matematica



Le Indicazioni Nazionali condividono questa visione

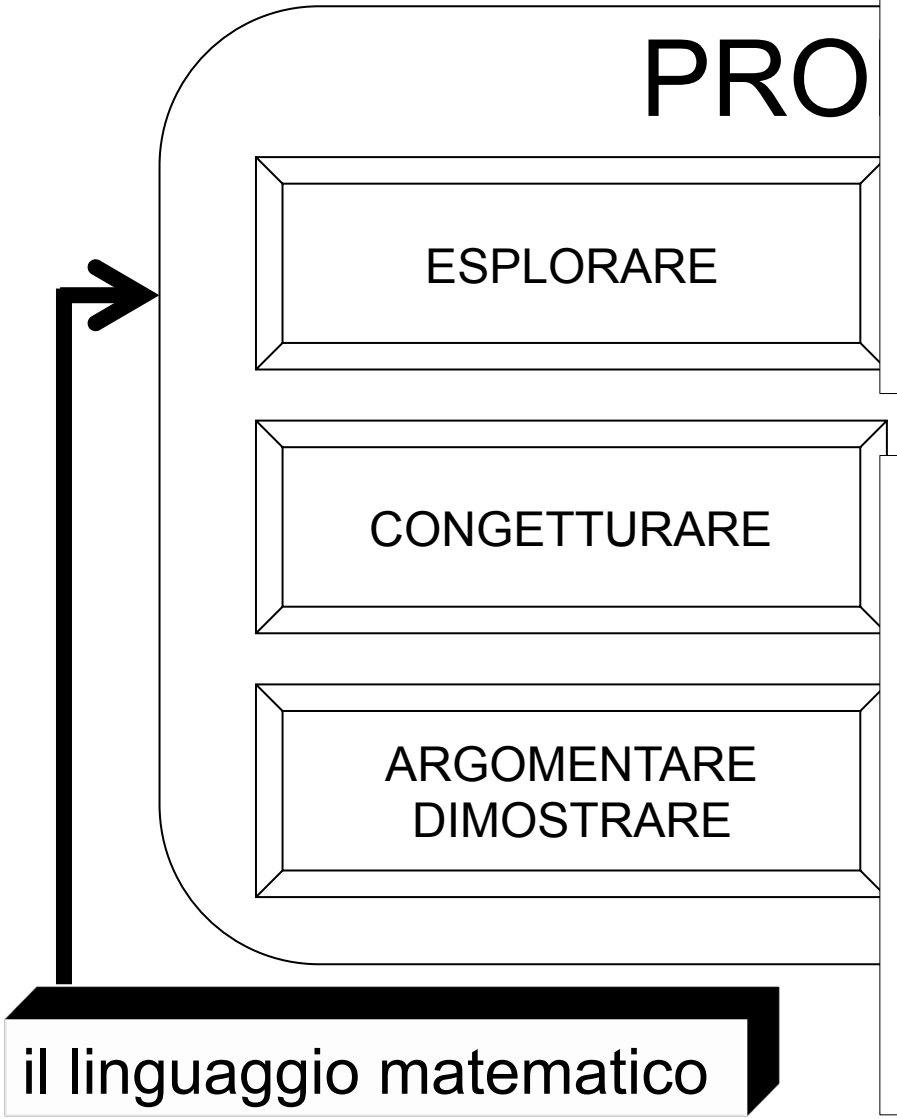
l’alunno imparerà ad **affrontare** con fiducia e determinazione **situazioni problematiche**



Di estrema importanza è lo sviluppo di un’adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto **per affrontare e porsi problemi significativi**

Caratteristica della pratica matematica è **la risoluzione di problemi**

I processi tipici



Gradualmente, stimolato dalla guida dell'insegnante e dalla discussione con i pari, l'alunno imparerà ad affrontare con fiducia e determinazione situazioni problematiche**,** rappresentandole in diversi modi, **conducendo le esplorazioni opportune**, dedicando il tempo necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e di ciò che s'intende trovare, **congetturando soluzioni e risultati**, individuando possibili strategie risolutive.

- Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione).
- Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.

Due approcci diversi

INSEGNARE LE REGOLE

- sorvolando sui fatti che le originano
- ignorando i perché di tali fatti
- spesso ignorando anche le relazioni fra:
  - regole e fatti
  - regole

INSEGNARE I 'FATTI'…

… e come utilizzarli in vista di un obiettivo

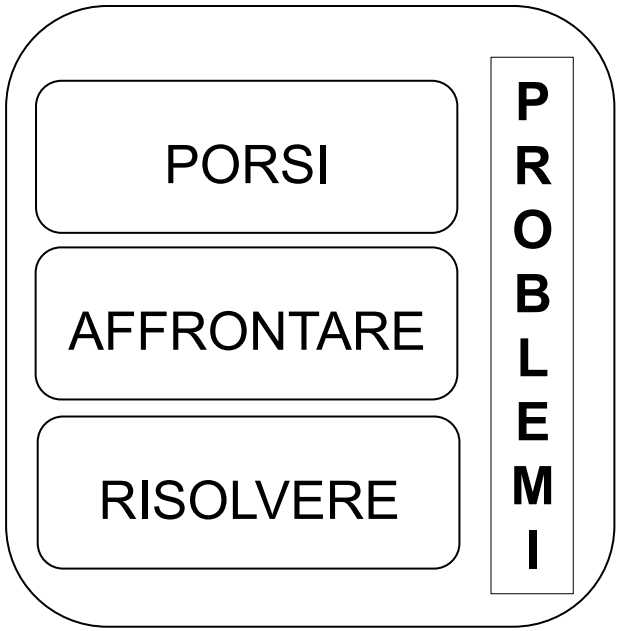
→ costruire competenze

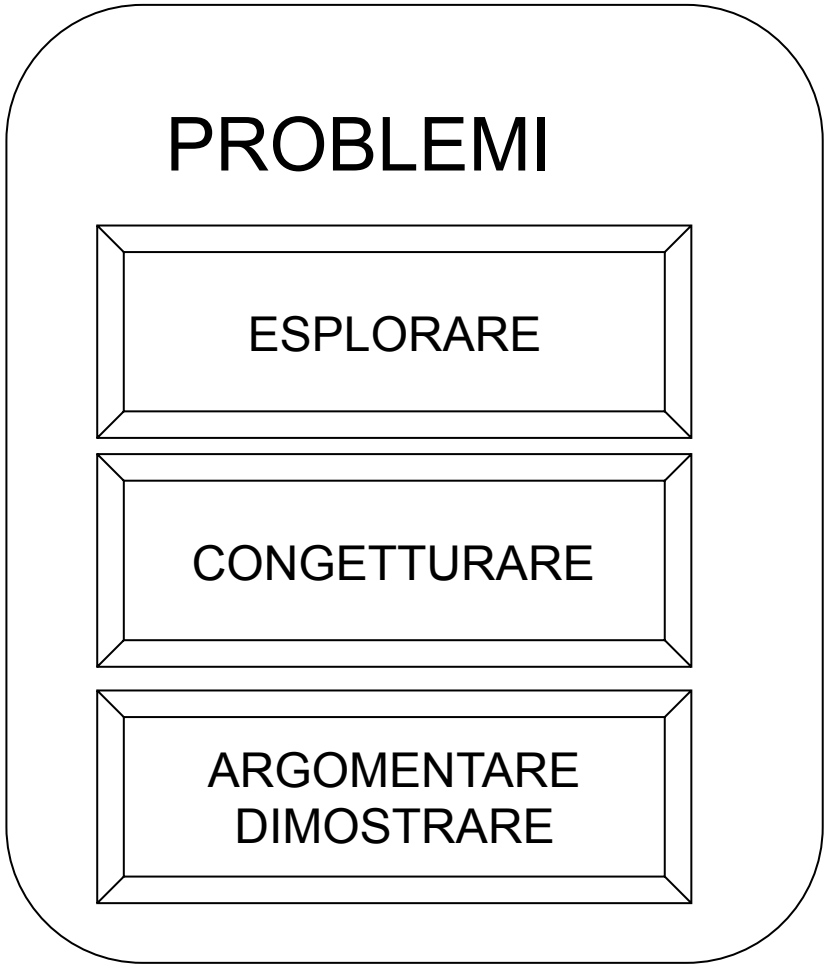
COME?

- Come insegnare i 'fatti'
- Come insegnare a utilizzarli in vista di un obiettivo: *Problem solving*

…se condividiamo l'idea di problem solving proposta

Nella pratica didattica?





…se condividiamo l'idea di problem solving proposta

I LIBRI DI TESTO

Tipologia di problemi:

- si risolvono applicando regole o schemi risolutivi spiegati in precedenza
- spesso raggruppati per capitoli
- spesso con il risultato

COMPLETA LA RISOLUZIONE DEI SEGUENTI PROBLEMI

1 **Sara deve sistemare 12 fogli di appunti di scienze e 15 fogli di appunti di geografia. Vuole preparare delle cartelle contenenti un numero uguale di ciascun tipo di appunti. Qual è il numero massimo di cartelle che può realizzare? Quanti fogli di ciascun tipo conterrà ogni cartella?**

Se le cartelle devono contenere lo stesso numero di ..... dei due tipi, il loro numero deve essere un divisore comune di ..... e ..... Poiché questo divisore deve essere il più ..... possibile, considero il ..... dei numeri 12 e .....:

M.C.D. (..... , ...) = ... che è il numero massimo di cartelle. Il numero di fogli lo ottengo dividendo ..... per ..... e ..... .

12 : ..... fogli di .....

15 : ..... fogli di .....

2 **Una palestra è frequentata da 20 atlete e 35 atleti. Se si vogliono formare il massimo numero possibile di squadre uguali, quante saranno? Quanti atlete e atleti in ciascuna squadra?**

Poiché il numero delle squadre deve essere il massimo possibile, calcolo il ..... dei numeri ..... e ..... ;

Il numero delle atlete per ciascuna squadra lo ottengo dividendo 20 per ..... , cioè ..... ;

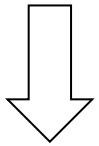
Il numero degli atleti lo ottengo .....

I LIBRI DI TESTO

Tipologia di problemi:
- si risolvono applicando regole o schemi risolutivi spiegati in precedenza
- spesso raggruppati per capitoli
- spesso con il risultato

LA PRATICA IN CLASSE

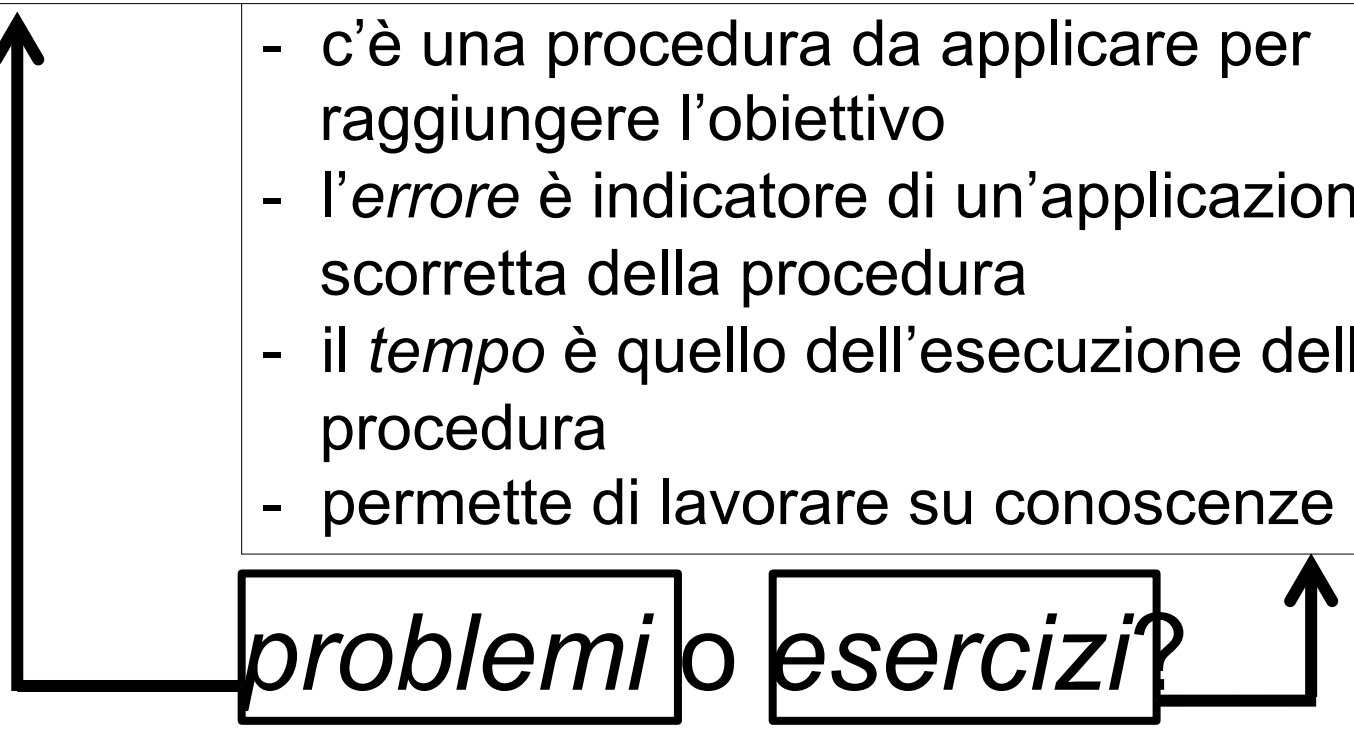
Modalità d'uso:
- prima si danno le conoscenze e le strategie necessarie
- si fa vedere su esempi come si procede
- poi si propongono compiti dello stesso tipo



problemi o *esercizi*?

- non c'è una procedura da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* va messo nel conto
- è necessario *tempo*: per riflettere, per esplorare, per congetturare…
- permette di lavorare su abilità, conoscenze, **competenze**

- c'è una procedura da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* è indicatore di un'applicazione scorretta della procedura
- il *tempo* è quello dell'esecuzione della procedura
- permette di lavorare su conoscenze e abilità



- non c'è una procedura da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* va messo nel conto
- è necessario *tempo*: per riflettere, per esplorare, per congetturare…
- permette di lavorare su abilità, conoscenze, **competenze**

LA PRATICA IN CASSE

È importante poter contare su approcci didattici diversi

problemi

Modalità d'uso:
- prima si danno le conoscenze e le strategie necessarie
- si fa vedere su esempi come si procede
- poi si propongono compiti dello stesso tipo

- non c'è una procedura da applicare per raggiungere l'obiettivo
- l'*errore* va messo nel conto
- è necessario *tempo*: per riflettere, per esplorare, per congetturare…
- permette di lavorare su abilità, conoscenze, **competenze**

E' importante poter contare su dei 'buoni' problemi

I LIBRI DI TESTO

Tipologia di problemi:
- si risolvono applicando regole o schemi risolutivi spiegati in precedenza
- spesso raggruppati per capitoli
- spesso con il risultato

problemi

Dare un senso alla matematica (seminario)
Ferdinando Arzarello, Università di Torino

Definire in Matematica: il caso della geometria (seminario + laboratorio)
M. Alessandra Mariotti, Università di Siena

Definire, congetturare, argomentare in geometria nel primo ciclo
(seminario + laboratorio)
Samuele Antonini, Università di Pavia

Problem solving e argomentazione
(seminario + laboratorio)
Pietro Di Martino, Università di Pisa
Francesca Morselli, Università di Genova

Le definizioni della geometria euclidea: riflessioni suggerite dalla storia (seminario)
Veronica Gavagna, Università di Salerno

Immagini e concetti in Geometria
(seminario)
M.Alessandra Mariotti, Università di Siena

INSEGNARE I 'FATTI'…

… e come utilizzarli in vista di un obiettivo

→ costruire competenze

COME?

- Come insegnare i 'fatti'
- Come insegnare a utilizzarli in vista di un obiettivo: *Problem solving*

La matematica è una materia in cui bisogna riflettere molto e capire perché esiste quella regola. (Marco, 5ª primaria)