Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica

Commissione Permanente dell'Unione Matematica Italiana

UMI - CIIM

Le definizioni della geometria euclidea

Riflessioni suggerite dalla storia

Veronica Gavagna, vgavagna@unisa.it
Università di Salerno

Questo percorso
Prima Parte

La geometria *elementare*

- Euclide, chi era costui?
- Gli *Elementi*
- Una storia lunga due millenni…

- Le definizioni degli *Elementi*

Questo percorso
Seconda parte

Definizioni euclidee e mondo reale: un caso di studio dalla storia rinascimentale

- l'Umanesimo matematico
- Le scuole d'abaco
- Un ponte tra i due mondi: Niccolò Tartaglia

- L'edizione in volgare degli *Elementi* curata da Tartaglia e il *General Trattato de' numeri et misure*

Euclide: una biografia (?)

Cosa sappiamo ***veramente*** della matematica e dei matematici greci?

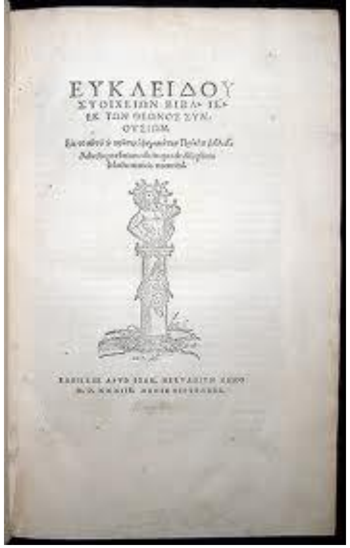
Non ci sono notizie biografiche affidabili su Euclide e anche la sua collocazione cronologica è piuttosto incerta: si situa approssimativamente nel III sec. a.C.

Il bacino del Mediterraneo
attorno al III secolo a.C.

Le notizie relative all'affiliazione di Euclide al Museo o alla Biblioteca di Alessandria vanno considerate con molta cautela.

Le fonti disponibili relative a queste istituzioni sono più tarde del periodo ellenistico e documentano una realtà ormai ben definita che la storiografia ha indebitamente proiettato all'indietro.

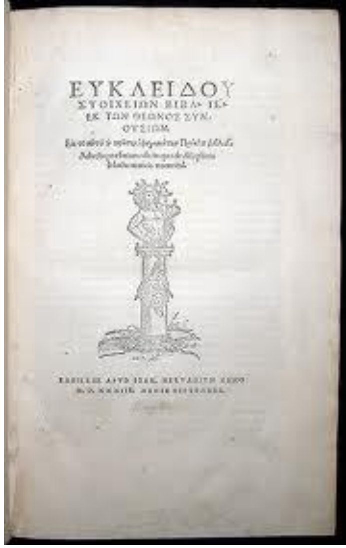
Gli *Elementi*



Quello degli «elementi» era un genere letterario antecedente ad Euclide (forse anche Ippocrate di Chio, V sec. a.C. scrisse un'opera di questo genere). *Perché questo titolo?*

Un commentatore degli *Elementi* vissuto nel V sec., Proclo, dà una spiegazione: «si dice *elemento* la parte più semplice nella quale si risolve il composto. Peraltro non ogni cosa potrà esser detta elemento di un tutto, ma solo le più originarie tra le cose ordinate in ragione di un risultato, come per esempio i postulati sono elementi dei teoremi»

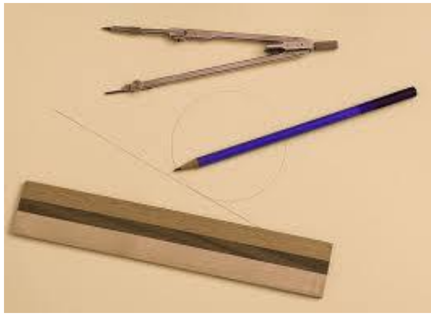
Gli *Elementi*

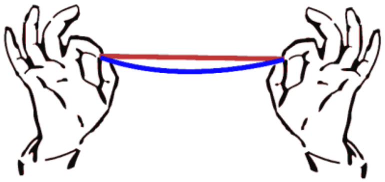


La fortuna dell'opera euclidea è notevole, tanto da assumere un ruolo paradigmatico e da oscurare quanto era stato scritto in precedenza in materia.

Gli *Elementi* non vennero concepiti come manuale d'insegnamento, ma con ogni probabilità lo diventarono molto presto.

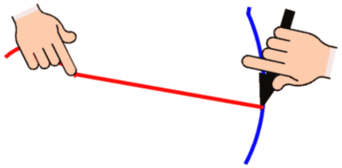
Gli *Elementi*





L'opera non comprende tutta la geometria greca che ci è stata trasmessa, ma solo quella **«della riga e del compasso»:** è possibile eseguire tutte le costruzioni geometriche che compaiono usando solo questi strumenti (virtuali).

E' una geometria **speculativa** e **sintetica**.



Sono esclusi dagli *Elementi* oggetti matematici come le sezioni coniche (ellisse, parabola, iperbole), ma non viene nemmeno studiata la geometria della sfera, sebbene la sfera venga usata nella parte degli *Elementi* dedicata alla geometria solida.

Gli *Elementi*

Architettura generale

Libri piani

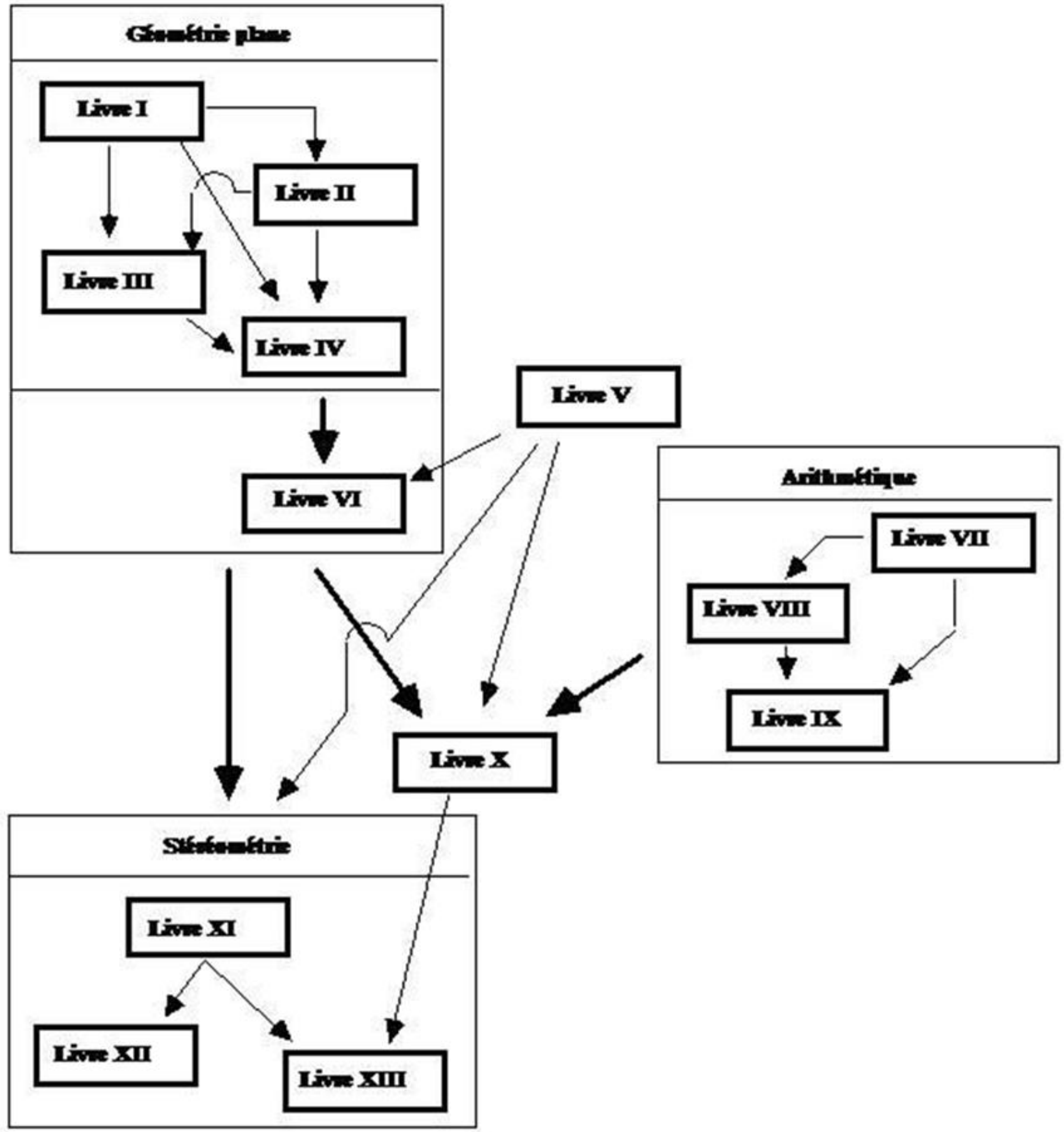
I-VI

Libri aritmetici

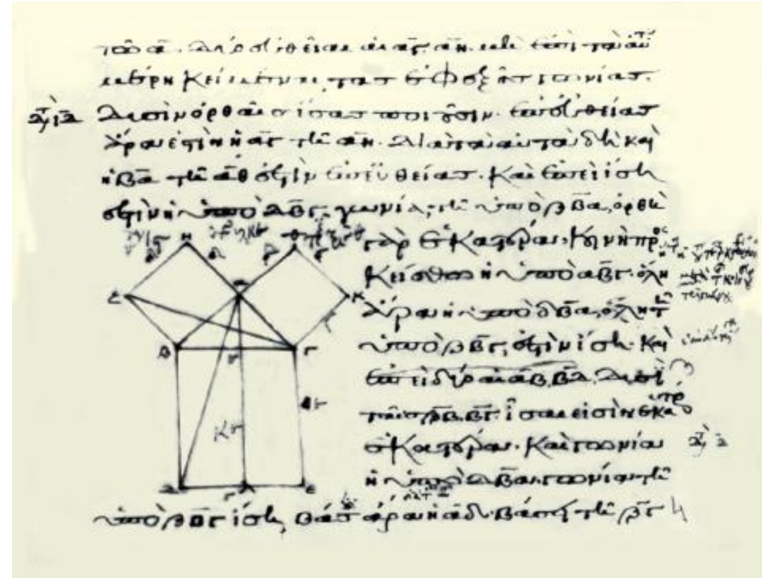
VII-X

Libri stereometrici

XI-XIII



Gli *Elementi*
I contenuti



Definizioni, Postulati
Nozioni comuni

Libro I: geometria del triangolo e del parallelogrammo(criteri di congruenza, propp. 4, 8, 26; th. Pitagora prop.47)

Libro II: sezioni di segmenti e uguaglianza di aree associate, quadratura di un poligono

Gli *Elementi*
I contenuti

Libro III: il cerchio e le sue parti. Tangente al cerchio.

Libro IV: costruzione di poligoni regolari (4, 5, 6, 10, 15 lati)

Libro V: teoria generale delle proporzioni tra grandezze

Libro VI: teoria della similitudine tra figure piane

Gli *Elementi*
I contenuti dei libri aritmetici

Libro VII: teoria dei rapporti tra numeri, Massimo comun divisore e minimo comune multiplo

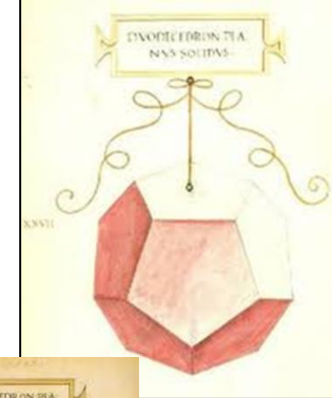
Libro VIII-IX: progressioni geometriche (proporzioni continue), numeri primi e numeri perfetti

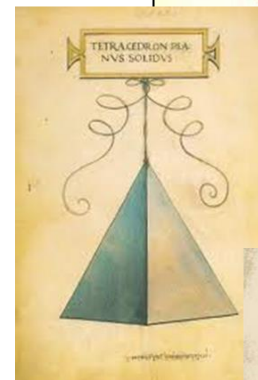
Libro X: classificazione delle linee irrazionali

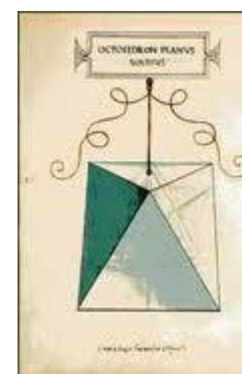
Gli *Elementi*

I contenuti dei libri stereometrici

Solidi platonici disegnati da Leonardo da Vinci per la *Divina Proportione* di Luca Pacioli (1509)







Libro XI: costruzioni stereometriche fondamentali; parallelepipedi

Libro XII: piramidi e prismi, coni, cilindri

Libro XIII: sezione aurea, costruzione dei cinque poliedri regolari (o solidi platonici)

Naturalmente fino ad ora abbiamo parlato dell'*Euclide* che abbiamo oggi, senza porci il problema dell'originalità del testo….

ma è importante avere e trasmettere la consapevolezza che quest'opera ha attraversato molteplici culture nei secoli e la sua trasmissione ha inevitabilmente portato a un'alterazione del testo originale.

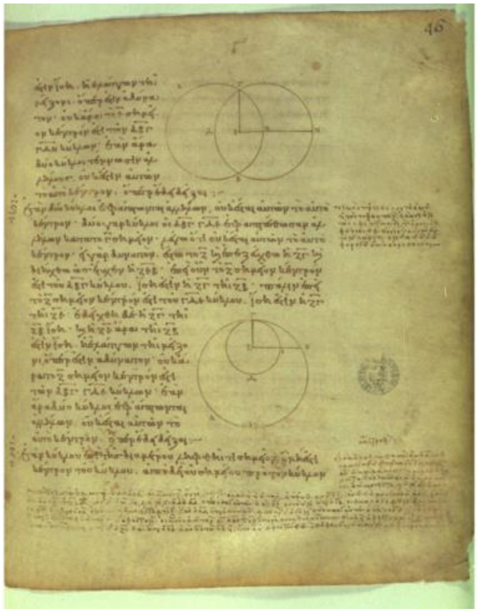
Quanto sono diversi gli *Elementi* che abbiamo oggi da quelli che ha scritto Euclide?

E' possibile ricostruire la storia della trasmissione di questo testo?

Quanto sono diversi gli *Elementi* che abbiamo oggi da quelli che ha scritto Euclide ?

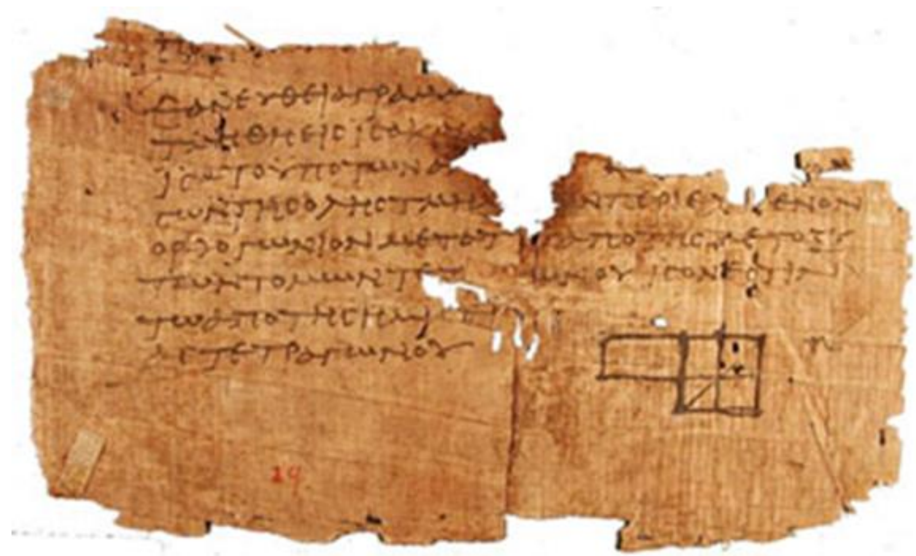
Gli *Elementi* hanno viaggiato
nel **tempo** (circa 2300 anni) e
nello **spazio** (Mediterraneo, Europa, Asia…)
dialogando con decine di culture.
Questa continua interazione ha certamente implicato una continua manipolazione del testo che è oggi irrimediabilmente distante dall’originale. La stessa manipolazione, tuttavia, attesta la perenne vitalità di un testo che continua a parlarci ancora adesso.

A quando risale la più antica edizione degli *Elementi* che si è conservata fino a oggi?



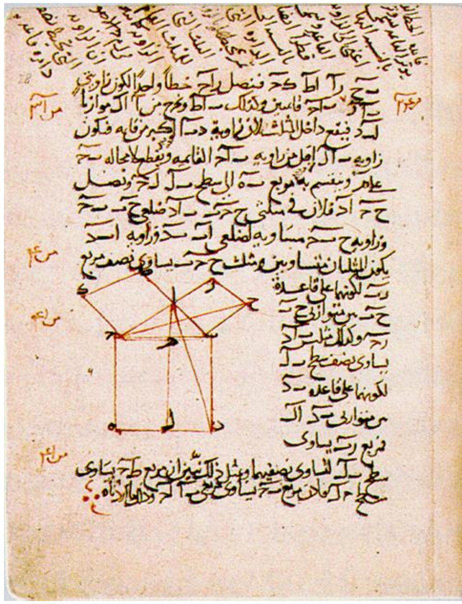
Manoscritto conservato presso la Biblioteca Bodleiana di Oxford, datato 888 d.C.

A Oxyrhynque , sulle rive del Nilo a una sessantina di chilometri dal Cairo, sono stati trovati molti frammenti di papiro, tra cui questo che è **il più antico testimone degli *Elementi*** (attualmente databile I-II sec. d.C.)



Alcuni momenti essenziali di una storia molto complessa….

- Nella seconda metà del **IV secolo** Teone di Alessandria rivisita gli *Elementi*: la sua edizione oscurerà le precedenti



- Gli *Elementi* entrano nella **cultura araba**: vengono tradotti e commentati in molte edizioni

(le più importanti dal IX secolo)

Nel Medioevo – attorno alla metà del XII secolo – il testo comincia a essere tradotto in latino

Le edizioni latine che circolano nel Medioevo sono di due tipi

1. **dal greco al latino**
2. **dall'arabo al latino**

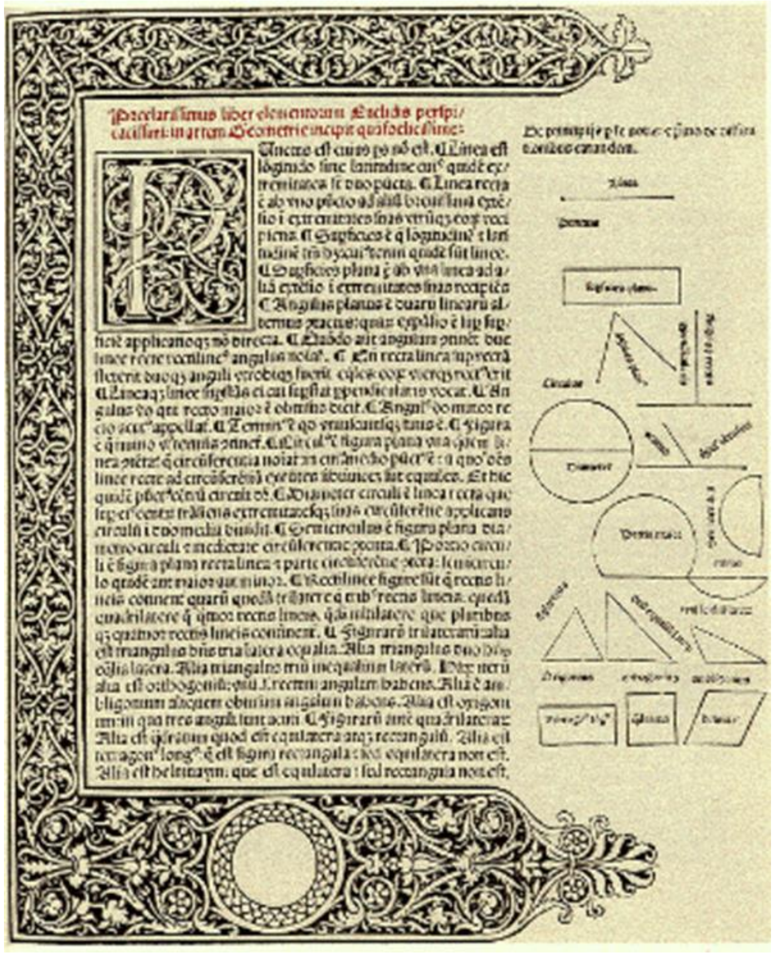
Gerardo da Cremona (scuola di Toledo), **Adelardo di Bath, Ermanno di Carinzia, Roberto di Chester**

Il più importante traduttore e commentatore euclideo del Medioevo:

Campano da Novara (m.1296)

Cappellano pontificio alla corte di Viterbo dal 1264.

Nel **1259** redige un'edizione commentata degli *Elementi*, che diventa il modello di riferimento fino al Cinquecento.



Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi in artem Geometrie incipit quafoelicissime:

Prima edizione a stampa, 1482

Il problema della costruzione di un lessico (matematico) latino

I traduttori si trovano di fronte al problema di inventare neologismi (soprattutto scientifici) perché nel vocabolario latino mancano i termini corrispondenti.

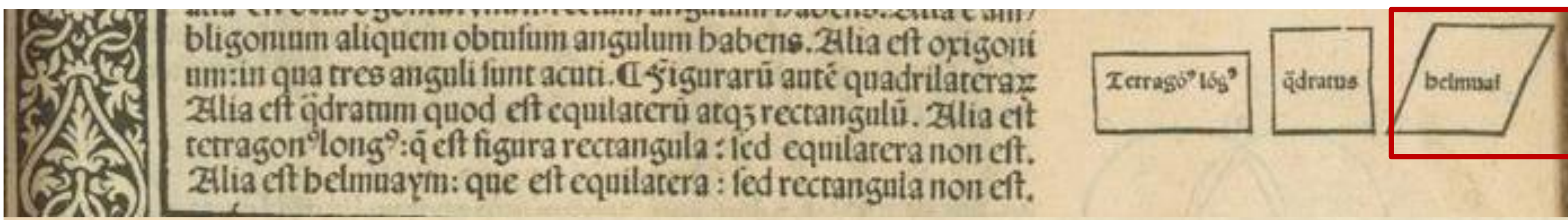
Attingere dal greco o dall'arabo?

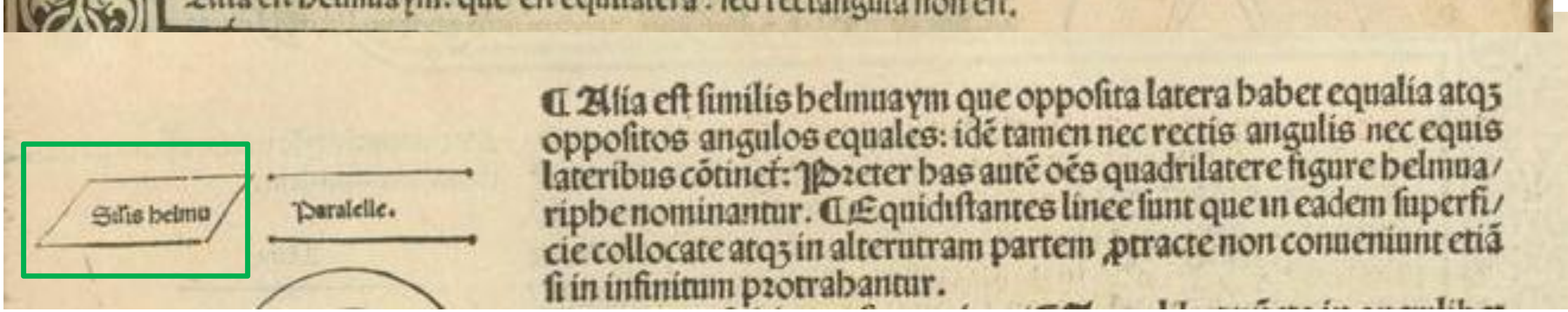
All'inizio le posizioni sono oscillanti…

Alia est ***helmuaym****: que est equilatera: sed rectangula non est.*

Alia est ***similis helmuaym*** *que opposita latera habet equalia atque oppositos angulos equales….*

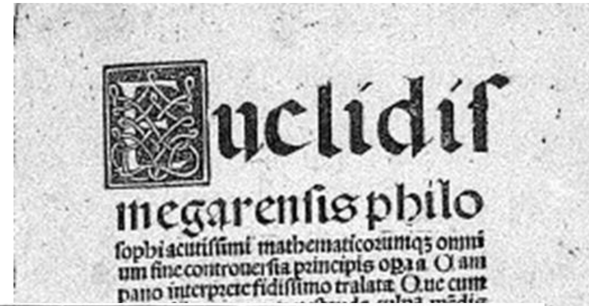
(ed. Ratdolt 1482, testo di Campano)


bligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. Figurarũ autẽ quadrilaterarum: Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atq; rectangulũ. Alia est tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.


Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atq; oppositos angulos equales: idẽ tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cõtinetur: Preter has autẽ oẽs quadrilatere figure helmuariphe nominantur. Equidistantes linee sunt que in eadem superficie collocate atq; in alterutram partem protracte non conueniunt etiã si in infinitum protrahantur.

Nel corso del **Cinquecento** vengono stampate almeno una cinquantina di edizioni degli *Elementi* di Euclide, diverse tra loro.

Alcuni testi seguono la tradizione arabo-latina, alcuni la tradizione greco-latina; qualche autore cerca di dare interpretazioni originali, altri cercano di «portare al pristino splendore» il testo euclideo… la situazione si stabilizza alla fine del secolo …


Euclidis
megarensis philo
sophi acutissimi mathematicorumque omni
um sine controversia principis opa a Cam
pano interprete fidissimo tralata. Que cum


Euclidis Megarensis accutissimi mathematici elemen
torum liber primus ex traditione Theonis Bartholo
meo Zamberto Vene. interprete icipit cum foelici.

Diffinitio prima.

Signum est cuius pars nulla.

Diffinitio. ii.

Linea uero longitudo illatabilis.

Diffinitio. iii.

Lineae autem limites sunt signa.

Diffinitio. iiii.

Recta linea e q ex aequali sua interiacet signa.

Diffinitio. v.

Superficies est quae longitudinem: latitudinemque tantum habet.

Diffinitio. vi.

Superficiei extrema sunt lineae.

Diffinitio. vii.

Plana superficies est quae ex aequali suas interiacet lineas.

Diffinitio. viii.

Planus angulus e: duarum linearum in plano se se tangentium: & non in dirrecto iacentium ad alteruteram inclinatio.

Diffinitio. ix.

Quando autem quae angulum continent lineae rectae fuerint: recti line-us angulus nuncupatur.

Diffinitio. x.

Cum uero recta linea super rectam consistens lineam utrobique an-gulos aequales ad inuicem fecerit: rectus est uterque aequalium angu lorum: & quae supstat recta linea perpendicularis uocitatur sup quam steterit.

Diffinitio. xi.

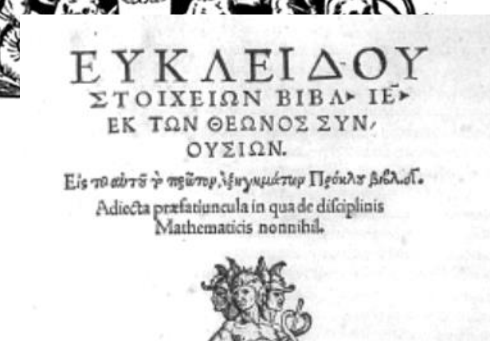
Obtusus angulus maior est recto.

Diffinitio. xii.

Accutus uero minor est recto.

Diffinitio. xiii.

Terminus est quod cuiusque finis est.


ΕΥΚΛΕΙΔΟΥ
ΣΤΟΙΧΕΙΩΝ ΒΙΒΛ. ΙΕ.
ΕΚ ΤΩΝ ΘΕΩΝΟΣ ΣΥΝ-
ΟΥΣΙΩΝ.

Adiecta praefatiuncula in qua de disciplinis
Mathematicis nonnihil.

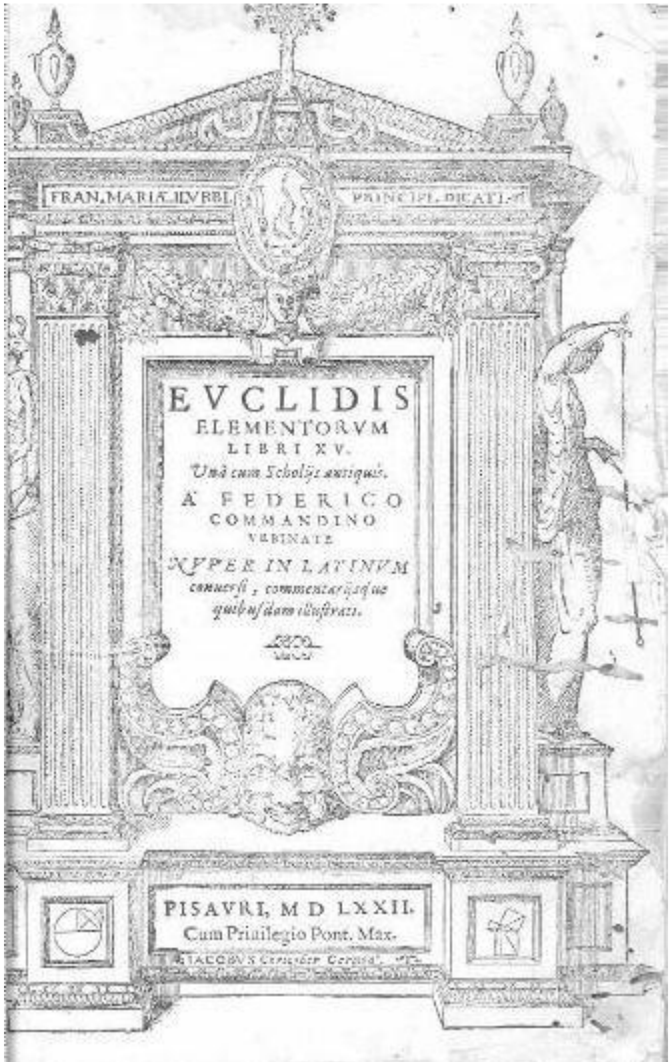
Finalmente l'edizione che si aspettava!

Nella seconda metà del Cinquecento

compare sulla scena l'urbinate **Federico Commandino** (1509-1575) che traduce vari classici della matematica greca tra cui gli *Elementi* in latino (1572) e in volgare (1575)

Commandino coniuga – finalmente – competenza filologica e sensibilità matematica.

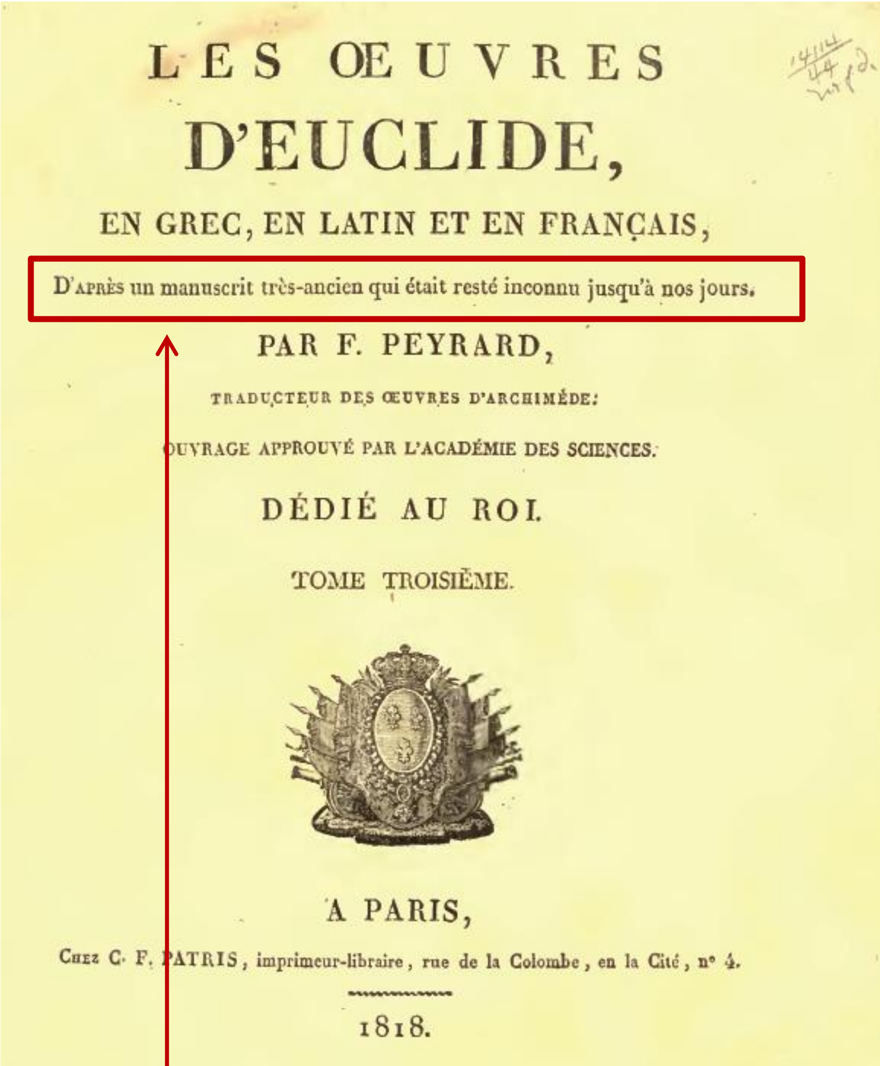
F. Commandino
Euclidis Elementorum libri XV
Pesaro, 1572



F. Commandino
De gli Elementi d'Euclide libri quindici con gli scholii antichi, Urbino, 1575

Le edizioni si susseguono senza molte variazioni, ma a cavallo tra Sette e Ottocento le cose cambiano quando l'armata napoleonica porta a Parigi alcuni codici vaticani tra cui….

Il bibliotecario François Peyrard riconosce nel **Vat.Gr. 190** qualcosa di straordinario.



LES ŒUVRES
D'EUCLIDE,
EN GREC, EN LATIN ET EN FRANÇAIS,
D'après un manuscrit très-ancien qui était resté inconnu jusqu'à nos jours.
PAR F. PEYRARD,
TRADUCTEUR DES ŒUVRES D'ARCHIMÈDE;
OUVRAGE APPROUVÉ PAR L'ACADÉMIE DES SCIENCES.
DÉDIÉ AU ROI.
TOME TROISIÈME.
A PARIS,
Chez C. F. PATRIS, imprimeur-libraire, rue de la Colombe, en la Cité, nº 4.
1818.

D'après un manuscrit très-ancien qui était resté inconnus jusq'à nos jours

Peyrard tuttavia non ha la competenza per rendere giustizia al manoscritto (che è il più antico non datato).

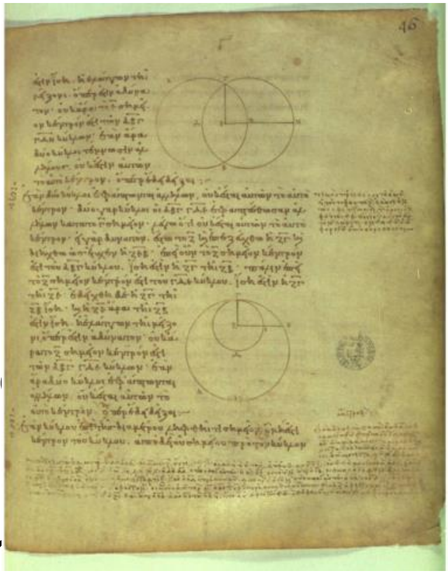
Chi invece attribuirà a questo codice la giusta importanza sarà un filologo danese…

Johann Ludvig Heiberg
1854-1928

Il grande filologo danese è autore delle più importanti edizioni dei classici della matematica greca: Euclide, Archimede, Apollonio, Erone, Tolomeo… ancora oggi costituiscono il modello di riferimento per la comunità degli studiosi.

Girò l’Europa a studiare manoscritti e **per Euclide ne scelse (essenzialmente) sei.**

I testimoni di Heiberg



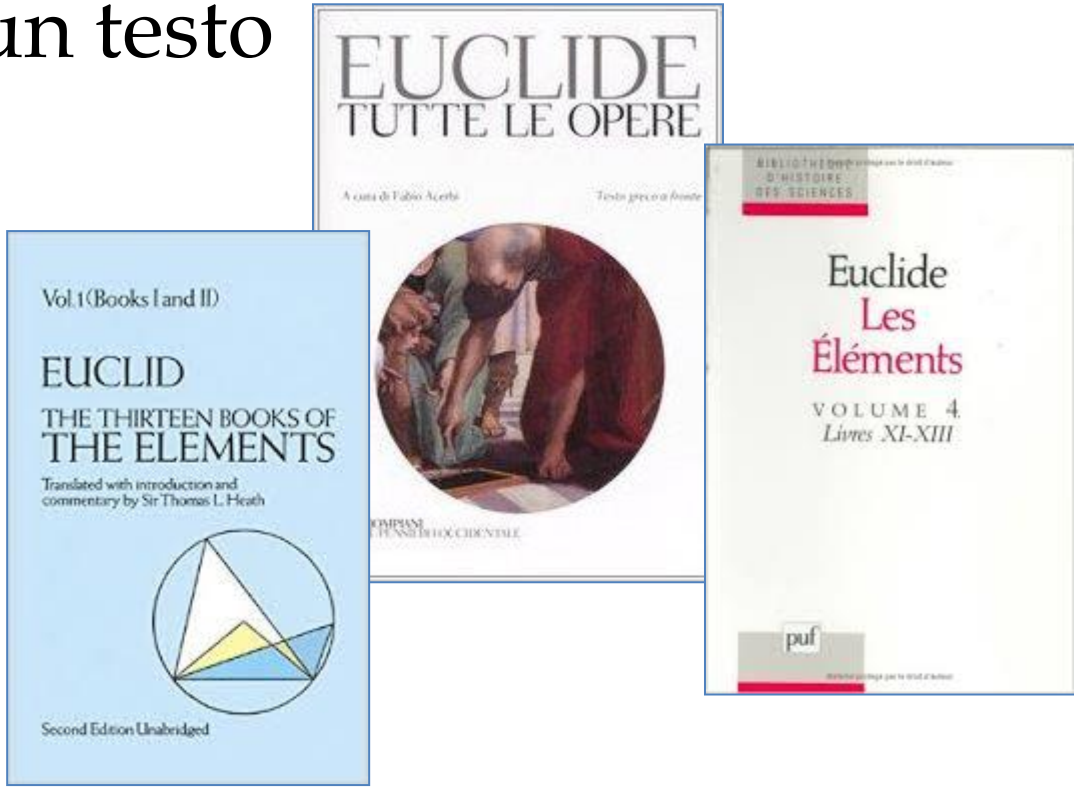
P Vat.Gr. 190, Biblioteca Vaticana, IX s
F Laurenziano XXVIII.3, X sec.
B D'Orville 301, Bib. bodleiana, 888 d.C.
V Gr.103, Vienna, XII sec.
b Biblioteca comunale di Bologna, 18-19, XI sec.
p Gr.2466, XII sec.

Questi sono i principali manoscritti sui quali è stata costruita l'edizione critica moderna degli *Elementi* di Euclide o meglio … degli «*Elementi* di Heiberg»!

Dobbiamo essere quindi consapevoli del fatto che quando si parla degli *Elementi* di Euclide si parla di un testo

- **stratificato**

- **interpolato**



la cui edizione moderna è il risultato di una tradizione lunga 2300 anni.

Una delle caratteristiche degli *Elementi*, che ne ha fatto per secoli la pietra miliare del pensiero razionale occidentale, è **l'architettura logica**.

A partire da un piccolo numero di principi (**termini**, postulati e assiomi) tutte le proposizioni successive si provano – o si dovrebbero provare – per deduzione logica utilizzando i risultati che via via si acquisiscono con le dimostrazioni: è il **metodo assiomatico-deduttivo.**

Ma come si fa a stabilire quali sono i principi elementari necessari a costruire la geometria (euclidea)?

E′ una costruzione a priori o a posteriori?

Cominciamo a considerare quale sia il primo vero problema generale che viene affrontato e risolto negli *Elementi*: **la quadratura delle figure rettilinee (poligoni)** che in termini moderni suona così:

Dato un poligono è sempre possibile trasformarlo «con riga e compasso» in un quadrato equivalente?

A questo problema Euclide dedica i primi due libri e infatti la proposizione finale del Libro II recita

II.14 *Costruire un quadrato uguale a un rettangolo dato*

Soffermiamoci sugli oggetti che entrano in gioco in questo enunciato: il quadrato e il rettangolo.

Ovviamente occorre che, per esempio, il termine *quadrato* definisca univocamente un oggetto che tutti possono riconoscere.

Il ruolo delle definizioni negli *Elementi* e nella matematica classica è quello di **chiarire la natura** dell'oggetto definito.

Che cosa è un quadrato?

Definizione I.22

Delle **figure quadrilatere**, è quadrato quella che è insieme equilatera e ha gli **angoli retti**…

Già, ma cos'è una *figura quadrilatera*?

Definizione I.19

Figure rettilinee sono quelle comprese da **rette**, vale a dire, figure trilatere comprese da tre rette, quadrilatere comprese da quattro rette e multilatere quelle comprese da più di quattro rette.

Che cosa sono le *figure* e cosa le *rette*?

Definizione I.4

Linea retta è quella che giace ugualmente rispetto ai suoi **punti**

Che cosa è un *punto*?

Definizione I.1

Punto è ciò che non ha **parti**

Che cosa è una *parte*?

A questa domanda Euclide non risponde. La definizione di punto è quella di partenza e si assume che il concetto di *parte* sia comprensibile a tutti.

Possiamo definire *tutto* andando indefinitamente a ritroso?

Il rischio dei circoli viziosi…

Dal dizionario Devoto-Oli

Punto: (I) segno grafico consistente in una macchiolina o in un trattino di limitatissime dimensioni (II) Ente geometrico che non si estende in nessuna delle tre dimensioni, che non si può definire in quanto concetto primitivo, ma che si può intuire, come per es. **l'intersezione di due rette**

Retta: Ente geometrico che, in quanto concetto primitivo, non si può definire ma che si può rappresentare intuitivamente come la linea più breve che **congiunge due punti**, indefinitamente prolungata nei due versi

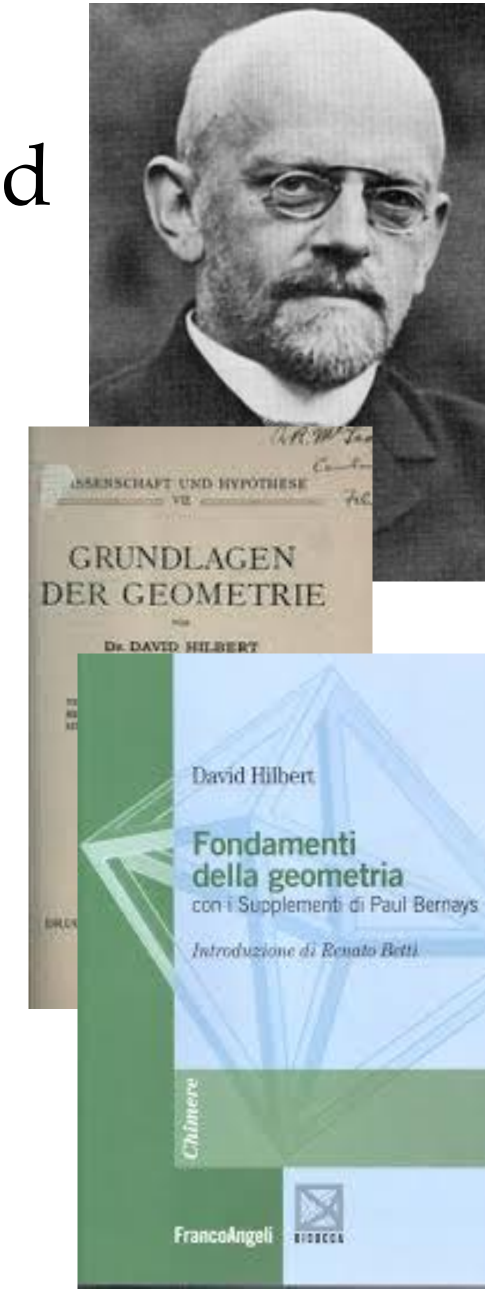
V. Villani, *Cominciamo dal punto*, Pitagora, Bologna 2006, pp.12-13

Nelle geometria euclidea «rivisitata» nell’Ottocento da David Hilbert gli *enti fondamentali*

punto, retta, piano

non sono definiti, anzi sono addirittura completamente **indipendenti dalla realtà fisica**.

«Consideriamo tre diversi sistemi di oggetti: chiamiamo *punti* gli oggetti del primo sistema e li indichiamo con A, B, C,…; chiamiamo *rette* gli oggetti del



1899

secondo sistema e li indichiamo con a, b, c,… ; chiamiamo *piani* gli oggetti del terzo sistema e li indichiamo con α, β, γ…»

Hilbert ristruttura i fondamenti della geometria euclidea per renderla più solida dal punto di vista logico.

1899

Nella geometria euclidea secondo Hilbert, solo i concetti primitivi non sono definiti, ma tutti gli altri oggetti devono essere *univocamente* definiti.

Ma che cosa è una definizione?

Ma che cos'è una definizione?

Secondo Giuseppe Peano (1858-1932)

una definizione è un'uguaglianza

Posso sostituire al nome la sua 'definizione', che è un'espressione linguistica più complessa

Possiamo allora riformulare alcune definizioni euclidee già viste:

Def.I.1, Punto = ciò che non ha parte

Def.I.22, Quadrato = figura quadrilatera equilatera con quattro angoli retti

Possiamo farlo con tutte le definizioni del libro I?

Andiamo a vedere meglio le definizioni euclidee di punto, retta e piano

Def. I.1 Un punto è ciò che non ha parti

Def. I.2 Una linea è lunghezza senza larghezza

Def. I.3 Gli estremi di una linea sono i punti

Questa non è una definizione nel senso di Peano

Def. I.4 Linea retta è quella che giace ugualmente rispetto a tutti i suoi punti

Def. I.5 Superficie è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza

Possiamo dire che definire un oggetto ne assicura l'esistenza?

Esiste un celebre esempio di Aristotele:

L'Ircocervo è un animale che ha corna di cervo, il mento irto per la lunga barba, spalle pelose, impeto velocissimo nel primo correre, e facilità a stancarsi subito

L'ircocervo non esiste (sicuri?).
La nostra esperienza e le conoscenze acquisite ce lo assicurano anche se possiamo definirlo…

E' lo stesso anche per gli oggetti matematici?

Definizione a

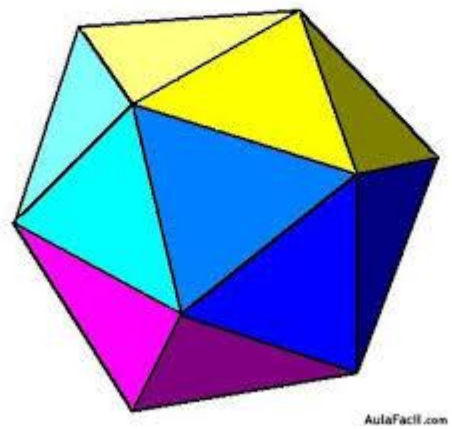
Un **decaedro** è un solido costituito da dieci facce a forma di poligoni regolari congruenti tra loro.

Definizione b

Un **icosaedro** è un solido costituito da venti facce a forma di poligoni regolari congruenti tra loro.

Cosa possiamo dire dell'esistenza di questi solidi che sono definiti in maniera del tutto analoga?

Il decaedro non esiste ma l'icosaedro sì



20 facce a forma di triangolo equilatero

Nella geometria euclidea l'esistenza di un oggetto non è garantita dalla sua definizione ma dalla sua **costruibilità**.

«Il geometra può **stabilire** cosa significa il termine *triangolo*, ma deve **provare** la sua esistenza» (Aristotele, *Analitici secondi*, II, 92b 15-16)

Secondo Aristotele le definizioni che il geometra pone all'inizio della sua opera per fissare il senso dei termini che si propone di utilizzare sono in qualche modo

in attesa della dimostrazione di esistenza degli oggetti che individuano

[*a meno che non siano termini primari per i quali l'esistenza è tacitamente assunta*]

Esempio:

Abbiamo visto che la definizione 22 del libro I definisce il quadrato, ma Euclide **non usa mai quadrati nelle sue costruzioni** fino alla proposizione 46 del Libro I in cui si spiega come costruire un quadrato di lato assegnato. **E’ la proposizione I.46 che garantisce l’esistenza del quadrato, non la sua definizione.**

Dalla proposizione successiva (I.47, il ben noto *Teorema di Pitagora*) i quadrati entrano nelle costruzioni euclidee.

Ma è proprio vero che tutti gli oggetti definiti all'inizio del Libro I vengono costruiti nelle proposizioni successive?

In realtà no… non ci sono proposizioni che «costruiscano» punti, né rette, né circonferenze, né piani….

Per la retta e la circonferenza (la riga e il compasso…) si **chiede** la costruibilità senza dimostrarla… nei **Postulati**

Negli *Elementi* possiamo contare ben 103 definizioni distribuite nei tredici libri….

- Libro I: 23 definizioni
- Libro II: 2 definizioni
- Libro III: 11 definizioni
- Libro IV: 7 definizioni
- Libro V: 18 definizioni
- Libro VI: 4 definizioni
- Libro VII: 22 definizioni
- Libri VIII e IX: nessuna
- Libro X: 16 definizioni
- Libro XI: 28 definizioni
- Libri XII e XIII: nessuna

…ma i Postulati e gli Assiomi sono solo all'inizio del Libro I

I cinque postulati

Si chiede

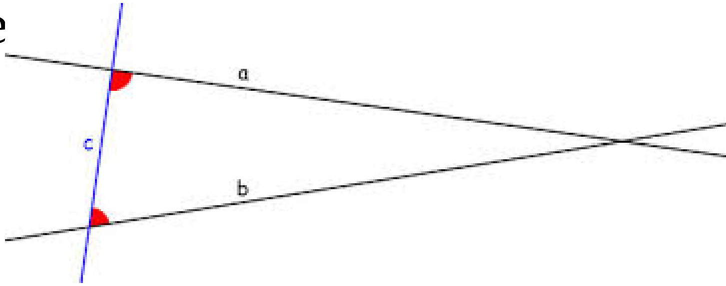
1. che si possa condurre una linea retta da un qualsiasi punto ad ogni altro punto.

2. che una retta limitata si possa prolungare continuamente in linea retta.

3. che si possa descrivere un cerchio con qualsiasi centro ed ogni distanza

4. che tutti gli angoli retti siano uguali tra loro.

5. che se una retta venendo a cadere su due rette forma gli angoli interni e dalla stessa parte minori di due retti, le due rette prolungate illimitatamente verranno ad incontrarsi da quella parte in cui sono gli angoli minori di due retti



Gli assiomi

1. Gli uguali allo stesso sono uguali anche tra loro
2. E qualora a uguali siano sommati uguali, i totali sono uguali
3. E qualora da uguali siano sottratti uguali, i resti sono uguali
4. *[E qualora a disuguali siano sommati uguali i totali sono disuguali]*
5. *[E i doppi dello stesso sono uguali tra loro]*
6. *[E le metà dello stesso sono uguali tra loro]*
7. E i sovrapponentisi tra loro sono uguali tra loro
8. E il totale è maggiore della parte
9. E due rette non comprendono un piano

4, 5, 6, interpolati

Dunque l’esistenza=costruibilità degli oggetti fondamentali degli *Elementi* – la retta e la circonferenza – non viene dimostrata ma viene ammessa.

L’esistenza di retta e circonferenza consente poi di costruire tutti gli altri oggetti geometrici.

Torniamo alle definizioni di retta e cerchio.

Definizione I.4

Linea **retta** è quella che giace ugualmente rispetto a tutti i suoi punti.

Definizione oscura!!!

Come definireste un cerchio?

Definizione I.15

Il **cerchio** è una figura piana racchiusa da una linea, detta circonferenza, tale che le rette (=segmenti) tirate da un punto interno ad essa sono tutte uguali

E perché non «il cerchio è una figura piana racchiusa da una linea ugualmente curva»?

Quale potrebbe essere l'origine di queste definizioni?

Tutte le testimonianze degli autori greci sono concordi sul fatto che la matematica, e in particolare la geometria, sia sorta in Egitto e poi di qui sia stata introdotta in Grecia. In un notissimo passo Erodoto ci ha tramandato le circostanze della sua nascita. Parlando del faraone Sesostri, regnante attorno al 2000 a.C. egli racconta:

da E.Giusti, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri 1999

Dicevano che questo re distribuì il territorio tra tutti gli egiziani, dando a ciascuno un lotto uguale di forma quadrata, e che in base a questa suddivisione si procurava le entrate, avendo imposto il pagamento di un tributo annuo. Se da un podere il fiume asportava una qualche parte, il proprietario, recatosi presso il re, gli segnalava l'accaduto: egli allora mandava funzionari che osservavano e misuravano di quanto il terreno era divenuto più piccolo, affinché per l'avvenire il proprietario pagasse in proporzione il tributo. Io ritengo che in seguito a ciò sia stata inventata la geometria e poi passata in Grecia.

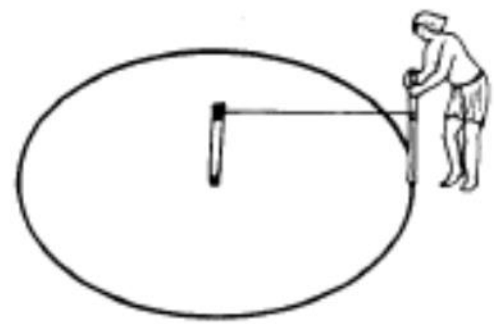
Gli agrimensori egizi erano chiamati dai greci ***arpenodapti***, annodatori di funi.

Il motivo di questo nome è evidente: le **funi** e i **picchetti** sono gli strumenti principali della geometria pratica non solo nell'antichità ma almeno fino al XVII secolo.

I picchetti segnano in terra i punti; le funi annodate ad essi tracciano le due linee più semplici e più importanti della geometria: la **retta** e il **cerchio**.

La linea retta si otteneva semplicemente tendendo uniformemente una fune annodata tra due picchetti.

E' un'operazione di cui resta una traccia in molte lingue moderne, nell'espressione *tirare una retta*



Presa la stessa fune annodata a due picchetti, se se ne pianta uno e si fa ruotare l'altro, il secondo traccia sul terreno una circonferenza.

Confrontiamo queste due operazioni con le definizioni euclidee di retta e cerchio.

La definizione di cerchio

Il cerchio è una figura piana racchiusa da una linea, detta circonferenza, tale che ***le rette tirate da un punto interno ai punti della circonferenza sono tutte uguali***

rimanda in maniera piuttosto evidente alla procedura di tracciamento: l'uguaglianza delle distanze tra il centro e i punti della circonferenza è quella della corda tesa.

E la linea retta? O meglio il segmento? Anche questa oscura definizione

Linea ***retta*** *è quella che giace ugualmente rispetto a tutti i suoi punti.*

rimanda all’operazione di tendere una corda tra due picchetti? E’ meno evidente tuttavia

la definizione che precede quella di retta recita:
I punti (o segni) sono gli estremi della linea

mentre la “retta giace uniformemente rispetto ai suoi segni” potrebbe rimandare alla necessaria **uniformità della tensione della corda**

I primi tre postulati riproducono quasi esattamente le operazioni dell’agrimensore:

1. Si chiede di tirare una linea retta da un qualsiasi segno a un qualsiasi segno (**tracciamento**)
2. E di allungare per diritto una linea retta finita (**prolungamento**)
3. E con qualsiasi centro e distanza descrivere un cerchio

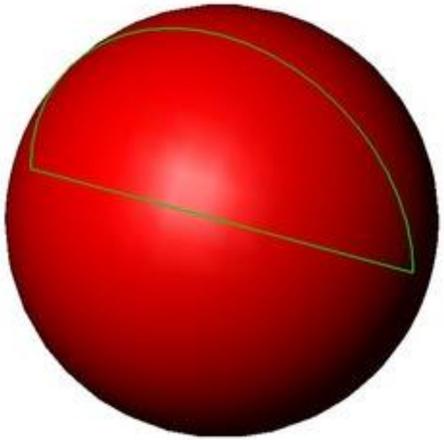
E’ quindi **oggettualizzando le operazioni pratiche** che il geometra trae le definizioni degli enti fondamentali e dei primi postulati

Vediamo un altro esempio.

Come definireste una sfera?

Per analogia con il cerchio, si potrebbe definire come il solido racchiuso da una superficie i cui punti hanno uguale distanza da un punto interno. Si tratta di una definizione corretta (Teodosio, *Sferiche*) e del tutto speculare, eppure negli *Elementi* troviamo una definizione «genetica»:

La sfera è una figura racchiusa da una semicirconferenza che gira attorno al diametro fino a tornare al luogo da cui era partita.

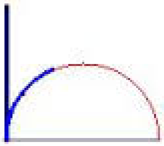


Scorriamo velocemente le definizioni del primo libro per fare qualche considerazione

I primi 23 termini

1. Un **punto** (o segno) è ciò che non ha parti.
2. Una **linea** è una lunghezza senza larghezza
3. Gli **estremi di una linea** sono i punti
4. **Linea retta** è quella che giace ugualmente rispetto a tutti i suoi punti
5. **Superficie** è ciò che ha soltanto lunghezza e larghezza.
6. **Estremi di una superficie** sono linee.
7. Superficie piana è quella che giace ugualmente rispetto alle sue rette.

I primi 23 termini



8. **Angolo piano** è l'inclinazione reciproca di due linee su un piano, le quali si incontrino fra loro e non giacciano in linea retta.

L'angolo piatto non è un angolo

9. Quando le linee che comprendono l'angolo sono rette, l'angolo si chiama **rettilineo**.

10. Quando una retta innalzata su un'altra retta forma gli angoli adiacenti uguali fra loro, ciascuno dei due angoli uguali è **retto**, e la retta innalzata si chiama **perpendicolare** a quella su cui è innalzata.

11. **Angolo ottuso** è quello maggiore di un retto.

12. **Angolo acuto** è quello minore di un retto.

I primi 23 termini

13. **Termine** è ciò che è estremo di qualche cosa.

14. **Figura** è ciò che è compreso da uno o più termini.

15. Il **cerchio** è una figura piana racchiusa da una linea, detta **circonferenza**, tale che le rette tirate da un punto interno ai punti della circonferenza sono tutte uguali.

16. Quel punto si chiama **centro** del cerchio.

I primi 23 termini

17. **Diametro** del cerchio è una retta condotta per il centro e terminata da ambedue le parti dalla circonferenza del cerchio*, la quale retta taglia anche il cerchio per metà.* Coerente????

18. **Semicerchio** è la figura compresa dal diametro e dalla circonferenza da esso tagliata. E centro del semicerchio è quello stesso che è anche centro del cerchio.

19. **Figure rettilinee** sono quelle comprese da rette, vale a dire: figure trilatere quelle comprese da tre rette, quadrilatere quelle comprese da quattro, e multilatere quelle comprese da più di quattro rette.

I primi 23 termini

20. Delle figure trilatere, è **triangolo equilatero** quello che ha i tre lati uguali, **isoscele** quello che ha soltanto due lati uguali, e **scaleno** quello che ha i tre lati disuguali. *Non sono definizioni inclusive!*

21. Infine, delle figure trilatere, è **triangolo rettangolo** quello che ha un angolo retto, **ottusangolo** quello che ha un angolo ottuso, ed **acutangolo** quello che ha i tre angoli acuti.

I primi 23 termini

22. Delle figure quadrilatere, è **quadrato** quella che è insieme equilatera ed ha gli angoli retti, **rettangolo** quella che ha gli angoli retti, ma non è equilatera, **rombo** quella che è equilatera, ma non ha gli angoli retti, **romboide** quella che ha i lati e gli angoli opposti uguali fra loro, ma non è equilatera né ha gli angoli retti. E le figure quadrilatere oltre a queste si chiamano **trapezi.**

Oggi: è un quadrilatero con due lati paralleli

23. **Parallele** sono quelle rette che, essendo nello stesso piano e venendo prolungate illimitatamente dall'una e dall'altra parte, non si incontrano fra loro da nessuna delle due parti.

Qualche conclusione su questa prima parte:

- Le definizioni euclidee sono il prodotto di un «processo a ritroso» che si arresta a quelli che sono giudicati essere gli enti fondamentali.
- Le definizioni chiariscono la natura di un oggetto ma non ne garantiscono l’esistenza, che deve essere assicurata dalla costruibilità dell’oggetto

- L’esistenza degli enti geometrici fondamentali è tacitamente assunta, mentre l’esistenza degli altri oggetti viene dimostrata per costruzione
- Anche le costruzioni si basano su due costruzioni fondamentali che si danno per ammissibili: quella della retta e quella della circonferenza
- I primi tre postulati oggettualizzano una pratica agrimensoria comune: **la geometria euclidea affonda le radici nella sua realtà storica contingente**

Dai manuali…

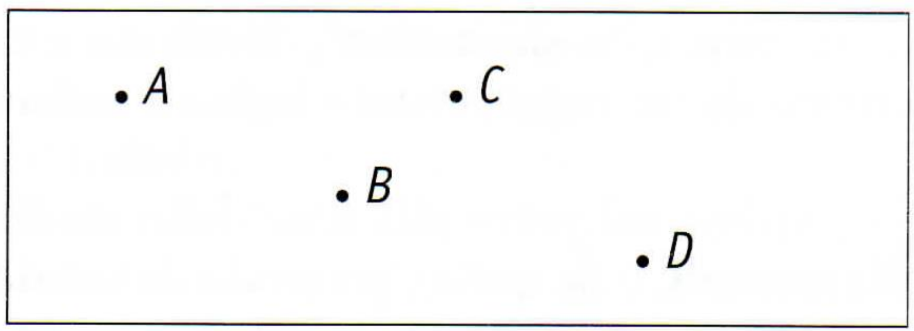
Hilbert

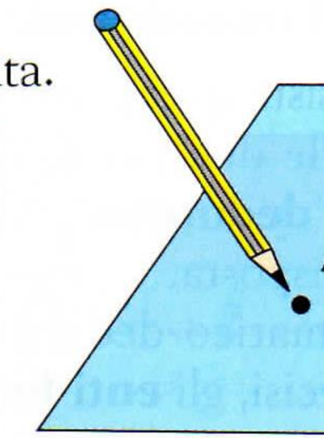
Il **punto** è il primo ente fondamentale della geometria; esso è un concetto primitivo, privo di vera definizione. Non ha alcuna dimensione.

Euclide

Ci può dare l'idea di punto il segno lasciato da una matita appuntita.

Per indicare un punto si usano le lettere maiuscole dell'alfabeto italiano: *A*, *B*, *C*, …



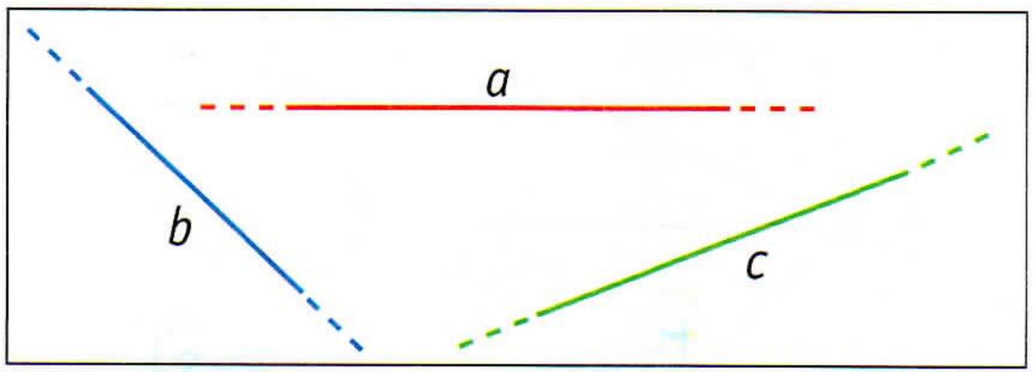


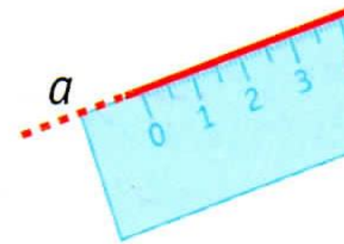
La **retta**, il secondo ente geometrico, è un insieme continuo e infinito di punti avente sempre la stessa direzione. Ha una sola dimensione: la **lunghezza**.

Euclide

Ci può dare l'idea di retta la traccia lasciata su un foglio da una matita che scorre lungo il bordo di un righello.

Per indicare una retta si usano le lettere minuscole dell'alfabeto italiano: *a*, *b*, *c*, …



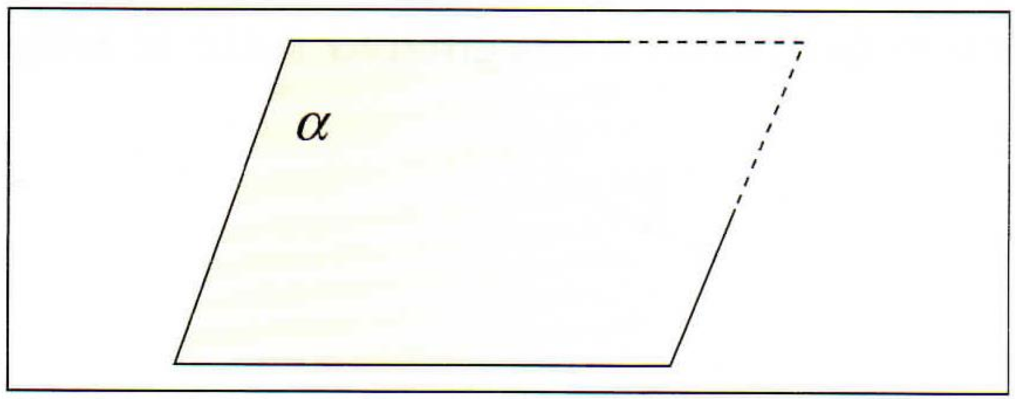


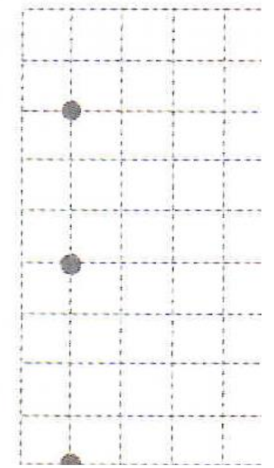
Qui invece si tenta una definizione usando tra l'altro termini non elementari come 'continuo' e 'infinito'

Il **piano**, il terzo ente fondamentale, è un insieme continuo e infinito di rette. Ha due sole dimensioni: la **lunghezza** e la **larghezza**.

Ci può dare l'immagine di piano un foglio di quaderno ben disteso.

Per indicare un piano si usano le lettere minuscole dell'alfabeto greco: α (alfa), β (beta), γ (gamma), δ (delta), ...





Anche in questo caso si tenta di dare una definizione e si aggiunge pure la caratterizzazione euclidea

Basandoci su questo metodo, facciamo adesso alcune importanti considerazioni sulla retta, prendendo in esame gli **assiomi euclidei** che stanno alla base della geometria euclidea.

Per un punto passano **infinite rette**, ovvero un **fascio di rette**.

Per due punti distinti passa **una e una sola retta**. Hilbert I.1+I.2

Per tre punti allineati passa **una e una sola retta**, **nessuna** in caso contrario. Hilbert I.3 più o meno

Per tre punti allineati, o per una retta, passano **infiniti piani**, ovvero **un fascio di piani**.

- Per tre punti non allineati passa **uno e un solo piano**. Hilbert I.4+I.5
- Per una retta e un punto fuori di essa passa **uno e un solo piano**. Teorema 2
- Per due rette che si incontrano in un punto passa **uno e un solo piano**. Teorema 1

Un (bel) salto temporale….

Italia nel XV secolo

In questo periodo coesistono due fenomeni

- Il desiderio di **recupero della cultura classica** attraverso la restituzione alla comunità dei suoi testi più importanti

- lo **sviluppo della matematica pratica** negli «ambienti abachistici»

Vediamo qualche ulteriore dettaglio

L'Umanesimo matematico

L'**intensa ricerca di testi antichi** portò dapprima alla formazione di raccolte librarie e poi alla costituzione delle vere e proprie biblioteche umanistiche. I centri principali di questa rinnovata e vivacissima circolazione libraria furono essenzialmente Firenze, Roma, Urbino e Venezia.

Gli umanisti italiani del Quattrocento non solo riuscirono a recuperare in gran parte il *corpus* della matematica greca, ma ne promossero anche la traduzione e lo studio

Alla fine del Quattrocento si impose una straordinaria rivoluzione tecnologica: la **stampa a caratteri mobili**.

A differenza del manoscritto, il libro stampato era più economico e le copie in cui veniva tirato erano tutte uguali, costituendo un testo condiviso.
Nel corso del Cinquecento tutte le opere della matematica greca verranno pubblicate a stampa

Le scuole
(o botteghe) d'abaco

Nel 1202 Leonardo Pisano (Fibonacci) pubblica il *Liber abaci*, veicolando nell'Occidente Latino la matematica araba.

La diffusione delle cifre arabe e dei corrispondenti metodi di calcolo avviene in gran parte attraverso istituzioni forse uniche nella storia d'Europa: le **scuole o botteghe d'abaco.**

Queste fioriscono, a partire dal tardo tredicesimo secolo, soprattutto nei centri più attivi economicamente, dove le attività mercantili si consolidano e si espandono.

Fin dal loro primo apparire, queste occuparono, accanto alle scuole di grammatica, il secondo livello del corso di studi, che faceva seguito a un primo ciclo scolastico elementare in cui i ragazzi imparavano a leggere e scrivere in latino e volgare.

Mentre la scuola di grammatica era dedicata all'approfondimento del latino e allo studio delle lettere, **la scuola d'abaco era riservata all'apprendimento di un sapere matematico che aveva a che fare con la pratica di mercatura, con la progettazione di macchine, la costruzione di strumenti bellici, con le fortezze, i canali, le dighe...**

La matematica nelle botteghe d’abaco

lettura e scrittura dei numeri con il sistema indo-arabico

Indigitazione (rappresentazione dei numeri con le mani e tecniche per eseguire alcuni semplici calcoli con le mani)

procedure per eseguire le quattro operazioni con i numeri interi e relative prove

sistema di monete, pesi e misure della città nella quale veniva impartito l'insegnamento e sue relazioni con quelli delle principali piazze commerciali

compagnie (metodo di calcolare perdite e profitti di persone che mettono insieme i loro capitali per un certo tempo e per particolari operazioni commerciali)

La matematica nelle botteghe d’abaco

- baratti (calcoli relativi a transazioni commerciali di scambio)

- merito (calcolo di interessi e sconti sia semplici che composti)

- alligazione (calcolo delle percentuali di metalli nelle leghe)

Nelle scuole d'abaco era inoltre possibile apprendere elementi di geometria pratica, finalizzata cioè al calcolo di aree e di volumi.

Il mondo umanistico e il mondo abachistico dialogano tra loro?

Non molto…ma per incoraggiare il dialogo serve un **ambiente** dove convivano raffinati circoli umanisti e in generale ci sia un vivace clima culturale, un alto tasso di alfabetizzazione scientifica (matematica), dove fioriscano attività che richiedano sviluppi tecnologici… e serve qualcuno che voglia e possa porsi come **interlocutore**…

Venezia

- Traffici commerciali
- Arsenale
- Sviluppo delle tipografie e della stampa
- Politica lungimirante
- Circolo di Ermolao Barbaro

Niccolò Tartaglia

- maestro d'abaco
- Cultore di
opere classiche
- traduttore

Niccolò Tartaglia (1499-1557)

La Rotonda o Duomo vecchio

Nato da «Micheletto cavallaro», Niccolò rimane orfano di padre giovanissimo. L’evento che più segnerà la sua vita è il «Sacco di Brescia» ad opera delle truppe francesi nel 1512. Così lo ricorda Niccolò:

quando che li Francesi saccheggiorno Bressa … ma più che essendo io fugito nel domo de Bressa insieme con mia madre et mia sorella et molti altri huomini, et donne della nostra contrata, credendone in tal luogo esser salvi, almen della persona, ma tal pensier ne andò fallito

perche in tal giesa alla presentia
mi fur date cinque ferrite mortale
…non solamente io non poteva
parlare (salvo che in gorga come
fanno le gazzole) ma neanche poteva
manzare …essendo io quasi guarito di tale et tai
ferrite steti un tempo che io non poteva ben
proferire parole, ma sempre balbutava … me
imposero il sopranome de Tartalea

La vita di Tartaglia si svolge costantemente all'insegna delle difficoltà economiche:

… vero è che essendo poi di età di anni 14 vel circa andei volontariamente circa giorni 15 à scola de scrivere da uno chiamato maestro Francesco, nel qual tempo imparai affare la A.b.c. per fin al k de lettera mercantesca.

… mai piu ne andai da alcun'altro precettore, ma solamente in compagnia di una figlia di poverta chiamata industria

Niccolò Tartaglia

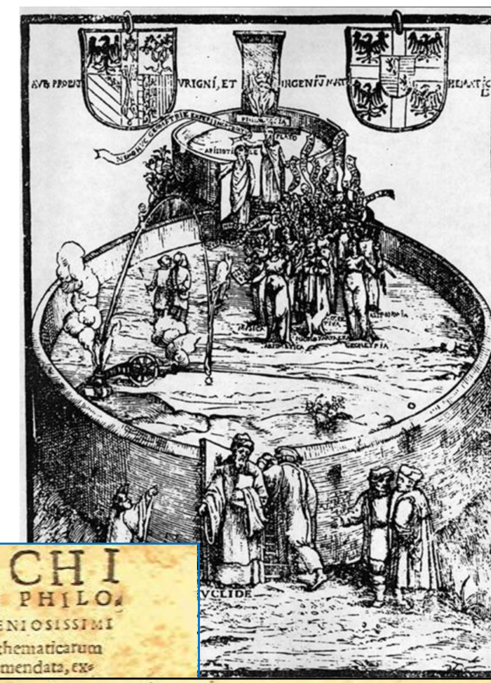
(≈1500-1557)

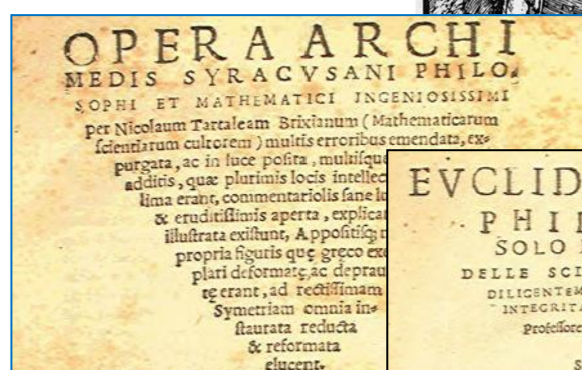
Chiesa di San Giovanni e Paolo
(San Zanipolo)

≈ **1518 - 1534** vive a Verona (maestro d'abaco)

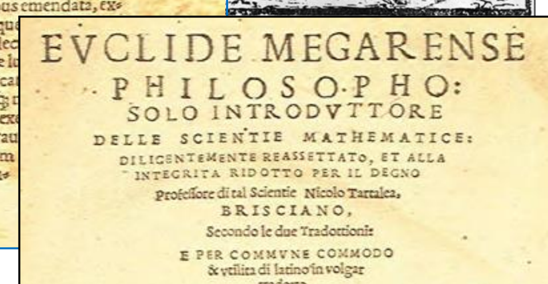
1534 trasferimento a Venezia: legge pubblicamente gli *Elementi*

1543 pubblica alcune opere di Archimede e





OPERA ARCHI
MEDIS SYRACVSANI PHILO.
SOPHI ET MATHEMATICI INGENIOSISSIMI
per Nicolaum Tartaleam Brixianum (Mathematicarum
scientiarum cultorem) multis erroribus emendata, ex-
purgata, ac in luce posita, multisque
additis, quæ plurimis locis intellec
lima erant, commentariolis sane lu
& eruditissimis aperta, explicat
illustrata existunt, Appositisq; n
propria figuris quę greco exe
plari deformatę, ac deprau
tę erant, ad rectissimam
Symetriam omnia in-
staurata reducta
& reformata
elucent.



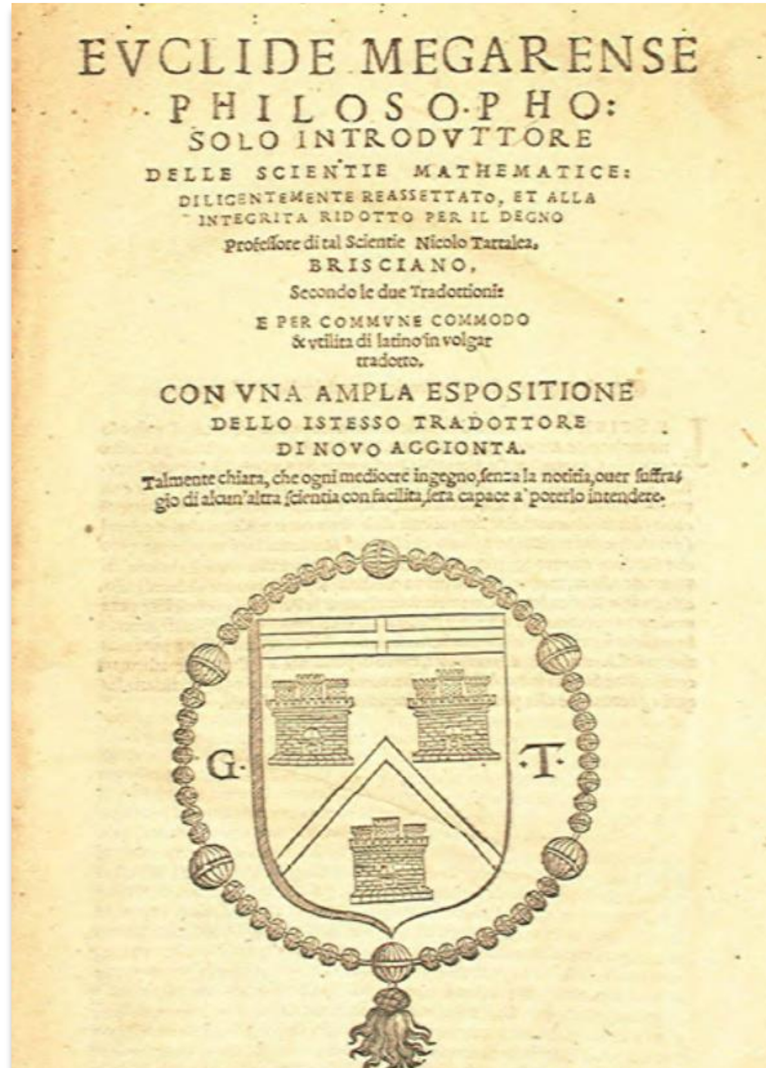
EVCLIDE MEGARENSE
PHILOSO.PHO:
SOLO INTRODVTTORE
DELLE SCIENTIE MATHEMATICE:
DILIGENTEMENTE REASSETTATO, ET ALLA
INTEGRITA RIDOTTO PER IL DEGNO
Professore di tal Scientie Nicolo Tartalea,
BRISCIANO,
Secondo le due Tradottioni:
E PER COMMVNE COMMODO
& vtilita di latino in volgar
tradotto.

La prima edizione in lingua viva degli *Elementi* (1543)

Gli *Elementi* di Euclide sono presentati come il fondamento di qualsiasi ragionamento

Di ben intendere senza le Euclidiane Istruttioni, niun certo si puo avantare.

Ma del resto già l'antiporta della *Nova Scientia* (1537) parlava chiaro…


EVCLIDE MEGARENSE
PHILOSOPHO:
SOLO INTRODVTTORE
DELLE SCIENTIE MATHEMATICE:
DILIGENTEMENTE REASSETTATO, ET ALLA
INTEGRITA RIDOTTO PER IL DEGNO
Professore di tal Scientie Nicolo Tartalea,
BRISCIANO,
Secondo le due Tradottioni:
E PER COMMVNE COMMODO
& vtilita di latino in volgar
tradotto.
CON VNA AMPLA ESPOSITIONE
DELLO ISTESSO TRADOTTORE
DI NOVO AGGIONTA.
Talmente chiara, che ogni mediocre ingegno, senza la notitia, ouer suffra-
gio di alcun'altra scientia con facilita, sera capace a poterlo intendere.

Antiporta della *Nova scientia* *(1537)*

Tartaglia è posto tra aritmetica e geometria mentre guarda le traiettorie di un cannone e di un mortaio. Platone brandisce un cartiglio ***Nemo huc geometriae expers ingrediatur***

Euclide è posto a guardia del recinto e apre a sua discrezione il cancello che dà l'accesso al sapere.

Aurum probatur igni et ingenium mathematicis

L’edizione italiana degli *Elementi* di Euclide è uno dei mattoni del ponte costruito da Tartaglia tra l’ambiente umanistico e quello abachistico

- **È un’opera classica, anzi l’opera matematica greca per eccellenza**
- **Ma è scritta nella lingua del «ceto culturale intermedio» promossa anche da Pietro Bembo**

Ancora però non basta… la struttura logica, la filosofia che sottende la geometria euclidea non sono familiari ai *prattici*….

Tra il 1556 e il 1560 viene pubblicata una specie di enciclopedia di matematica pratica, il **General Trattato di numeri et misure**, in sei volumi

LA TERZA PARTE DEL
GENERAL TRATTATO,
DE NVMERI ET MISVRE,
DI NICOLO TARTAGLIA.
NEL QVALE SI DECHIARANO I PRIMI PRINCIPII, ET LA PRIMA PARTE DELLA GEOMETRIA.
CON CON SVOI PRIVILEGGI.

LA QVARTA PARTE DEL
GENERAL TRATTATO
DE' NVMERI ET MISVRE,
DI NICOLO TARTAGLIA;
NELLA QVALE SI RIDVCONO IN NVMERI QVASI LA MAGGIOR PARTE DELLE FIGVRE,
COSE MOLTO VTILE A TVTTE LE QVALITA' DELLE PERSONE
CON SVOI PRIVILEGGI.

LA QVINTA PARTE DEL
GENERAL TRATTATO
DE' NVMERI ET MISVRE,
DI NICOLO TARTAGLIA;
NELLA QVALE SI MOSTRA IL MODO DE ESSEQVIRE
MATERIA NON MEN' VTILE CHE NECESSARIA
CON SVOI PRIVILEGGI.

Le Parti geometriche (Terza, Quarta e Quinta) sono complementari all'edizione degli *Elementi* e spesso ne riprendono e ampliano i commenti.

E' in queste parti che affiora il Tartaglia maestro d'abaco, che cerca di spiegare Euclide affidandosi a immagini evocative tratte dalla pratica quotidiana del suo pubblico.

Vediamo in particolare qualche esempio sugli enti fondamentali

Dall'*Euclide* di Tartaglia

Seconda lettione

Punctus est cuius pars non est. Cioè il punto è quello, la parte del quale non è, cioè che non si trova parte di quello, che in sostanza non vuole inferire altro, salvo che il punto è quello che non ha parte alcuna, cioè che di quello non si potrebbe togliere né dare né trovare e neanche immaginare la metà, cioè che non si potrebbe togliere né dare né trovare né immaginare un mezzo punto, e non potendo togliere né dare un mezzo punto, meno ancora potremmo togliere né dare un mezzo terzo, né un mezzo quarto, né alcuna altra parte simile a quello, per la quale definizione ne consegue che ***il punto è indivisibile e, di conseguenza, non è quantità, perché ogni quantità continua è divisibile all'infinito.***

Qualcuno potrebbe dire, per tutto quello che tu mi hai detto finora, io non so né intendo che cosa sia questo punto.

E io rispondo che ciascuno di noi, **per istinto naturale, sa che cosa egli è**, e che ciò sia vero lo farò confessare a voi stessi. Per esempio.

Se io domando a chiunque tra voi come si chiama l'estremità di questo ago, senza dubbio ciascuno di voi dirà che si chiama punta, se poi vi domanderò per quale ragione si chiama così punta, voi mi risponderete, perché è così sottilmente appuntita e che va così a terminare in niente: se dunque tale termine sarà niente esso non riceverà divisione, cioè quello non si potrà dividere in due né in più parti, e perciò non avrà parte alcuna, e non avendo parte, per la definizione del nostro Euclide, sarà un punto, e questa è la ragione per cui noi la chiamiamo punta. **Or dunque egli è tempo assai che voi sappiate che cosa è il punto.**

Che coſa ſia il Ponto, che da greci è detto Segno.

Il ponto, che da Greci è detto segno (come diffinisse Euclide) è quello che non ha parte, & quantunque quello sia stato da noi dichiarito in esso Euclide, nondimeno non restaremo da dichiarirlo un'altra volta in questo luogo, per quelli che non hanno visto il detto Euclide con qualche altra particolarita più alla pratica conveniente. [spiega poi che il punto è indivisibile e che i punti reali, per quanto piccolissimi, non lo sono]

General Trattato de' numeri et misure, Terza Parte

Che cosa sia il Ponto, che da greci è detto Segno.

Con quanti philosophi & persone dotte … habbia ragionato … dicono che il vero ponto mathematico è solamente intentionale & non sensibile, ma astratto totalmente da ogni materia sensibile & esser impossibile di darlo, over di porlo in atto & quantunque da molti saro giudicato arrogante a volermi opporre a tal comune openione, nondimeno son sforzato a far conoscere la verita & a mostrare come ciascuno di questi tali s'ingannano di grosso.

Che cosa sia il Ponto, che da greci è detto Segno.

… tal ponto naturale è considerato secondo l'essere dal mathematico & da quello ne cava overo estrae secondo la ragione il ponto mathematico indivisibile & quel tal ponto mathematico lo intende & piglia per il centro di quel tal ponto naturale… e questo è quello che vuol inferire Aristotile nel sesto della Metaphisica…

… e ora la Metafisica aristotelica si incarna in un’attività del tutto comprensibile

Ma che ben auertiſſe ad alcune operationi di naturali, & altri, molte volte trouara quelli accordarſi con il mathematico nella conſideration del ponto, & queſto ſi vedera verificarſi nelli arcieri, baleſtreri, & ſchiopetteri, quando vogliono giocar fra loro a chi tira piu dritto a vn qualche ponto, ouer ſegno tondo accolorato imbroccano quello in cima di qualche haſta, ouer baſtone, & tutti li tirano, & quantunque molti diano nel detto ponto, ouer ſegno, non per queſto tutti quelli tali s'intende, che habbiano vinto, ma ſolamente colui, che hauera percoſſo piu appreſſo al centro di quel tal material ponto, ouer ſegno s'intendera hauer vinto. E pero ſi vede che queſti tali per il vero ponto intendono (per natural diſcorſo) il centro di quell'altro ponto, ouer ſegno, & quel tal centro non è parte alcuna di quel põto materiale, & perche tutto quel primo põto colorato è ſenſibile ſeguita, che anchora il ſuo centro ſia ſenſibile, non dico corporalmẽte, ne manco ſuperficialmente, ne manco linealmente, per non eſſer tal cẽtro (com'è detto) alcuna minima parte di quel tal material colorato ſpacio, ma dico che vedendo noi tutto quel colorato ſpacio, vedemmo anchora il centro di quello, il qual centro non è quantita, ma vn ſimplice ponto terminante tal centro, & queſto credo ſia baſtante alla verificatione di quello, che di ſopra habbiamo detto.

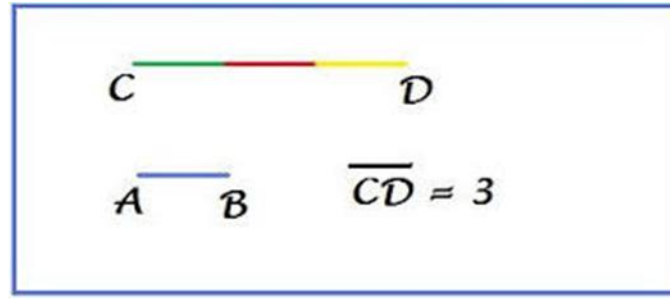
Esistono realmente *superfici che hanno solo lunghezza e larghezza* o sono pure astrazioni?

Entra ancora in gioco *l'essenza* degli oggetti naturali

intentionarie (come fu detto della linea) hor per chiarire tal ſua falſa openione. Dico che pigliando tai ſpecie di ſuperficie ſecondo la conſideratione del naturale, il quale ſempre le conſidera ſi ſecondo l'eſſer, come ſecondo la ragione congiontamẽte con quella materia colorata, el non ſi puo negare, che tai ſuperficie per ſottili, che ſiano, che ſempre non habbiano alquanto di groſſezza, ma per queſto non reſta, che tai ſpecie di ſuperficie materiali non ſiano anchora conſiderate ſecondo l'eſſer dal mathematico, perche da quelle medeſime ne caua, ouero eſtrae la ſuperficie mathematica, cioe ſi come che il contadino dalla vua ne eſtrae, ouer caua il vino, & dalle oliue l'oglio, ſimilmente il mathematico dalle coſe naturali ne eſtrae, ouer caua le mathematiche. E per tanto il detto

Che cosa significa misurare una grandezza?

Significa determinare il rapporto tra la grandezza data e una grandezza omogenea assunta come unità di misura. Anche Tartaglia dà una definizione di questo tipo



Che coſa ſia miſurare.

MIſurare alcuna quantita,non vuol inferir altro , che vn voler trouar quante volte ſi ritroui in quella alcuna famoſa quantita,ouer qual parte,ouer quãte parti ſia di detta famoſa quantita.

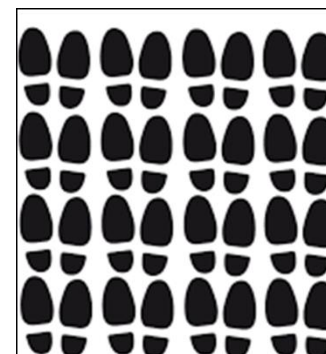
Che cosa significa misurare una grandezza?

… ma quando vuole spiegarlo bene al suo pubblico, invoca un esempio pratico molto più suggestivo..

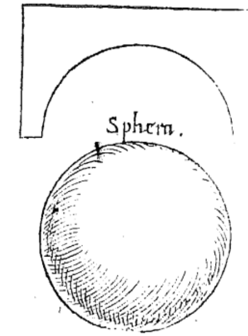
Che coſa ſia il uoler ſaper la quantita dell'area di una ſuperficie.

2 QVeſto voler ſaper la quantita dell'area di vna ſuperficie,non è altro che vn volerſi certificar quante volte il quadrato,di qualche famoſa , ouer coſtumata miſura lineale intrara in quella tal ſuperficie . Et per eſſer meglio inteſo voglio addure vn molto mecanico eſſempio.Il caligaro volendoſi certificare quante ſole di ſcarpe potra cauare da vna qualche croppa di curame da lui comperata , lui pigliara vn certo cartone fatto alla ſimilitudine di vna ſola di ſcarpa,& quel tal cartone lo andara ſuperponendo a quella croppa di curame, deſignando,& compaſſando talmente la ſuperficie di quella croppa di curame, che venira in cognitione quante ſole di ſcarpa potra cauar di quella tal croppa di curame.

«Questo voler saper la quantita dell'area di una superficie, non è altro che un volersi certificar quante volte il quadrato, di qualche famosa, over costumata misura lineale intrara in quella tal superficie. Et per esse meglio inteso voglio addurre un molto meccanico essempio. Il caligaro volendosi certificare quante sole di scarpe potra cavare da una qualche croppa di curame da lui comperata, lui pigliara un certo cartone fatto alla similitudine di una sola di scarpa, & quel tal cartone lo andra superponendo a quella coppa di curame, designando & compassando talmente la superficie di quella croppa di curame, che venira in cognitione quante sole di scarpa potra cavar di quella tal croppa di curame» (Tartaglia 1556-1560, *Terza Parte*, c.6v)



Definizioni



Che cosa è una sfera?

La sphera è il transito del arco della circonferentia del mezzo cerchio circondutto per fina a tanto che ritorni al luoco dove dette principio a circonvolversi stante il diametro fermo e fisso (Def.XI.10 Tartaglia, Def. XI.14 Heiberg)

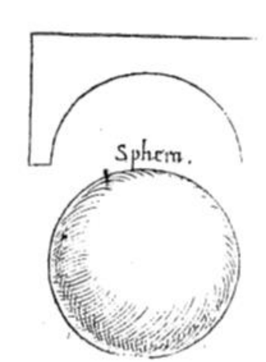
E' una definizione "genetica"

5 LA sfera (come diffiniſſe Euclide nella 10 diffinitione del ſuo 11 libro) è il tranſito del arco della circonferenza del mezo cerchio, circondutto per fino a tãto, che ritorni al luogo doue diede principio a circonuolgerſi (ſtante il diametro fermo, & fiſſo.)

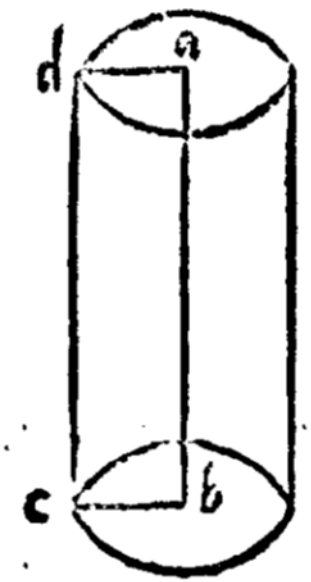
Queſta diffinitione ha inſegnato alli artefici il modo di formare vna balla rotonda di pietra, o altra materia, & che queſto ſia il vero, quando che vn taia pietra vuol far vna balla rotondiſſima di pietra, lui forma prima vn mezo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, ouer di legno, ouer di altra materia, grande, ouer piccolo ſecondo la qualita della balla, ouer balle, che vuol fare, poi va ſcarpellando attorno la pietra ſecondo l'ordine del detto mezo giuſtãdo ſpeſſo il detto mezo cer

«Questa diffinitione ha insegnato alli artefici il modo di formare una balla rotonda di pietra, o altra materia, & che questo sia il vero, quando che un taia pietra vuol far una balla rotondissima di pietra, lui forma prima un mezo cerchio vacuo in qualche banda di ferro, over di legno, over di altra materia, grande, over piccolo secondo la qualita della balla, over balle, che vuol fare, poi va scarpellando attorno la pietra secondo l'ordine del detto mezo giustando spesso il detto mezo cerchio vacuo sopra quel sasso, che va scarpellando, & dove vede che non si confronta con la circonferenza del detto mezo cerchio, vi fa un segno con il carbone, & cosi di mano in mano a poco a poco la va tirando a perfettione & quel tal mezo cerchio in alcuni luoghi è detto sagoma».

(Tartaglia 1556-1560, *Quarta Parte*, c.31r)



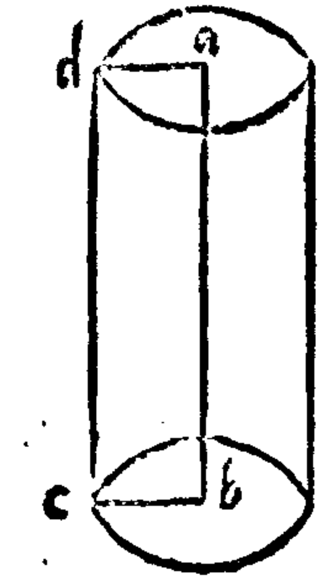
Ancora più interessante è il **caso del cilindro**, in cui Tartaglia deve mettere in campo anche la sua esperienza di traduttore oltre che la conoscenza del mondo «dei pratici»



Dalla traduzione tartagliana degli *Elementi*

*Questa **figura columnale** (diffinita di sopra secondo che se contiene in la prima tradottione* [Campano n.d.r]) *in la seconda tradottione* [Zamberti n.d.r] *se chiama **cylindro** però bisogna notare che tanto vol dire uno cylindro quanto una colonna rotonda & similmente da Archimede è pur detta cylindro vocabol greco*

Come decidere se chiamare questo oggetto *figura columnale* o *cilindro*?

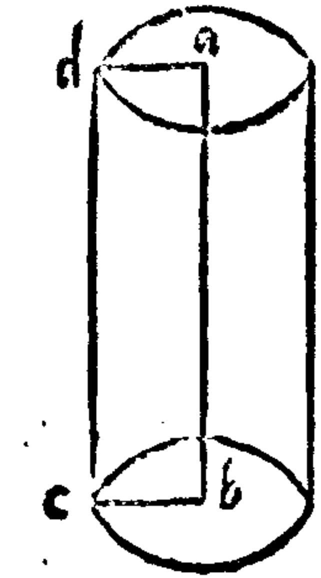


Cosa avrà scelto Tartaglia e perché?

Cominciamo a vedere la definizione euclidea:

Cilindro è la figura che viene compresa quando, in un rettangolo, resti immobile uno dei lati comprendenti l'angolo retto e si faccia ruotare il rettangolo finché non torni nuovamente nella stessa posizione da cui si cominciò a farlo muovere

Anche la definizione euclidea di cilindro è una definizione genetica e quindi oggettualizza un procedimento costruttivo.



Si tratta forse del procedimento costruttivo che gli artigiani usano per costruire le colonne? In tal caso il nome di «colonna» o «figura columnale» sarebbe adeguato…

Che cosa sia colona rotonda detta da greci Cilindro.

«dalla qual diffinitione credo sia stata cavata la regola, che usano li spezza pietre nel costruire una colonna rotonda, perche loro incavano una tavola, facendo in quella la forma, che estrinsicamente vogliono dar a tal colonna, la qual tavola incavata da loro è detta sagoma, & con la regola di quella vanno scarpellando la detta pietra, che ridur vogliono in colonna, talmente che con la regola di tal sagoma la riducono a fine, **vero è che per dare un puoco di panzetta a tal colonna (che così si costuma) non fanno tal incavo nella detta tavola parallelogrammo rettangolo, come dice Euclide, anzi lo fanno alquanto inarcato, accioche tal colonna habbia (come è detto) un puoco di panzetta, la qual panzetta fa molto vistosa tal colonna** […]»

… e per tanto la sopradetta diffinitione, par che piu si convenga per far la canna di un pozzo, che per far una colonna, perche la detta canna non preferisse in cosa alcuna alla sopradetta diffinitione, & la forma di detta canna, da greci (come di sopra è stato detto)

è chiamata

cilindro, e pero quel nome di

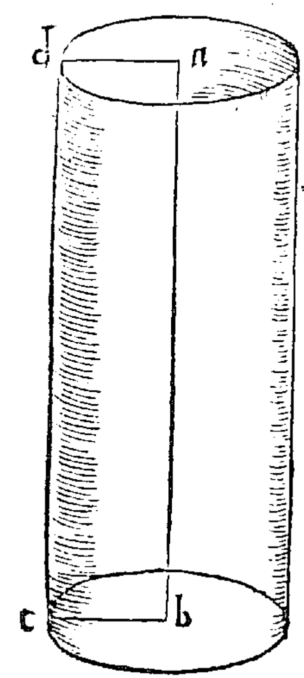
colonna rotonda tengo che non sia

di Euclide, ma che sia stato

aggiunto dal Campano, over da

qualche altro. (c.33v)

Cilindro



Dunque, per ragioni statiche e di prospettiva, le colonne non hanno realmente una forma cilindrica e pertanto designare il cilindro con l’espressione *columna rotunda* potrebbe essere addirittura fuorviante.

Forse lo sforzo pedagogico più significativo risiede nel tentativo di **educare al ragionamento matematico astratto un pubblico che è interessato solo ai risultati "utili" e immediatamente spendibili nella propria realtà quotidiana.**

Tartaglia si rivolge a questi lettori usando un linguaggio e un approccio fortemente evocativo, ricco di metafore ed esempi concreti in cui i lettori possono facilmente riconoscere il mondo in cui vivono. E, una volta che i lettori si sentano a proprio agio, il matematico Tartaglia può permettersi di prenderli per mano e mostrare loro come molte delle pratiche quotidiane racchiudano un' «essenza» matematica che può generalizzarsi e trascendere i casi particolari, mostrando così la vera utilità della matematica.

Un messaggio che a distanza di secoli non ha ancora perso il proprio fascino

Bibliografia essenziale

Euclide, *Les Éléments*, a cura di Bernard Vitrac, Presses Universitaires de France, 1990-2001, 4 voll.

M. Ferrari, *La definizione: libertà e coerenza*, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, (2000) 23 A-B.

E. Giusti, *Ipotesi sulla natura degli oggetti matematici*, Bollati Boringhieri, Torino 1999

D. Paola, *La definizione: dalla parte degli studenti*, L'insegnamento della matematica e delle scienze integrate, (2000) 23 A-B.

V. Villani, *Cominciamo dal punto*, Pitagora, Bologna 2006.

Fonti tartagliane

Niccolò Tartaglia, *General trattato di numeri et misure*, Venezia, Curzio Troiano 1556-1560.

Niccolò Tartaglia, *Euclide Megarense Philosopho … diligentemente rassettato et alla integrità ridotto per il degno professore di tal scientie Nicolo Tartalea Brisciano*, Venezia, Curzio Troiano 1543

Nel sito *Mathematica Italiana* (http://mathematica.sns.it/autori/1323/) si trovano tutte le opere di Tartaglia, ma si possono utilmente consultare numerosi altri siti, come ad esempio Google Books (http://books.google.it), Echo-Cultural Heritage online (http://echo.mpiwg-berlin.mpg.de/home), E-rara (http://www.e-rara.ch/), la Bibliothéque Numérique Gallica (http://gallica.bnf.fr/), o la Biblioteca Digitale del Museo Galileo(http://www.museogalileo.it/esplora/biblioteche/bibliotecadigitale.html)