

# Problem solving e argomentazione



Seconda scuola estiva UMI-CIIM

Pietro Di Martino  
dimartin@dm.unipi.it

# PREMESSA (lunga)

Problem solving e  
argomentazione:  
perché no e soprattutto perché sì

Alcuni "nemici" e i motivi per  
lavorarci

# Problem solving e argomentazione

Alcuni nemici

La paura dell'errore

Studenti

*La matematica non mi piace:  
mi mette un po' di paura ed  
ansia perché ho sempre il  
terrore di sbagliare*

Sara, 5a primaria

Insegnanti

*Ma se non facciamo  
vedere come si fa, poi  
non riescono a farlo,  
sbagliano*

# Problem solving e argomentazione

## Alcuni nemici

La paura dell'errore

*Una delle caratteristiche della matematica è di essere una materia scientifica, questo comporta molti aspetti positivi, ma anche negativi. Ad esempio non vengono accettati errori*

Insegnanti

*Ma se non facciamo vedere come si fa, poi non riescono a farlo, sbagliano*

Non vengono accettati da chi?

# Alcune conseguenze (libri di testo e pratica)

Nella scelta dei  
“problemi”

Importante che sia  
difficile sbagliare

Ma anche nelle  
istruzioni che si  
“impartiscono”

Regole –  
prescrizioni  
(presentazione  
Rosetta Zan)

ESERCIZI RIASSUNTIVI: problemi

5. risolve

## RISOLUZIONE DI UN PROBLEMA

Leggi il testo e risolvi il problema.

Quest'anno della primavera, i giardinieri hanno piantato 125 gerani, 215 petunie e 94 begonie.  
Quanti fiori in tutto hanno piantato?



DATI

**DATI**

OPERAZIONE

**OPERAZIONI**

Si sta veramente suggerendo di leggere al bambino? O in realtà si suggerisce una lettura selettiva del testo e un procedimento automatico e non strategico?

# Alcune conseguenze (libri di testo e pratica)

*“Aggiungo io sulla base delle mie esperienze: fare un circoletto rosso sui dati (ovviamente solo numerici), sottolineare in verde la domanda (se una domanda esplicita c'è), capire se il risultato deve diventare più grande o più piccolo e da qui inferire il tipo di operazione che serve; e il micidiale: prima di risolvere, disegnare il diagramma di flusso”*



**Bruno D'Amore**  
(plenaria convegno  
alerno)

**Strategie**

Per risolvere un problema di qualsiasi tipo bisogna sempre elaborare un **piano di azione**. Nel caso del **problema di matematica** la pianificazione si compone di una serie di **operazioni concrete** e di **calcoli** che vanno messi in atto secondo una **corretta sequenza**.

- Leggi ed esegui.

**Leggi il testo** del problema con calma. Cerchia i **dati** e concentrati sulle **parole importanti**.

Federica compra **3 chili** di pere che costano **€ 1,80** l'uno e un sacchetto di arance che costa **€ 3,50**. Paga con una banconota da **€ 10**. Quanto riceverà di **resto**?

Esercizi ripetitivi e guidati e non problemi...

Perché?

Perché è più facile ottenere la risposta giusta

Perché permette di *riuscire* anche a chi ha difficoltà

Siamo veramente convinti della significatività di questi risultati? Esempio: quando siete davanti ad un problema di matematica scrivete  $5 \cdot 3x^2 - 75 = 0$

Per dare strumenti (amuleti?) agli allievi

Se davvero fossero strumenti dovrebbero essere gli allievi a scegliere se e quando usarli

Si evita di richiedere di  
argomentare...soprattutto a chi risponde bene

Perché?



Perché è difficile

Perché “accontentiamoci del fatto che abbiamo dato *il risultato giusto* che chiedendo il perché chissà che esce da quella bocca” (abbiamo bisogno di certezze anche noi insegnanti...)

Conseguenze

Gli allievi intuiscono che  
l'insegnante *soffre* se  
loro sbagliano

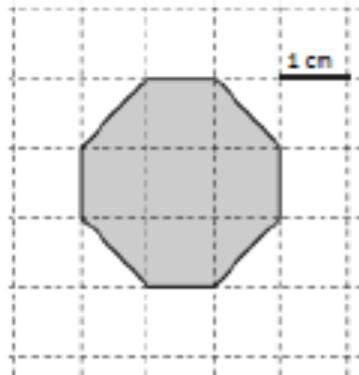
Diagnosi allarmanti su  
falsi *positivi*, ma anche  
pericolose illusioni

Idea di successo in  
matematica

Deresponsabilizzazione

Scarse occasioni di far  
lavorare su competenze di  
problem solving e  
soprattutto argomentative

D11. Giulio dice che l'ottagono rappresentato in figura ha il perimetro di 8 cm.



### Risultati del campione nazionale

Item	Risposta omessa	Risposta errata	Risposta Corretta
D11	6,0	79,7	14,3

Giulio ha ragione? Scegli una delle due risposte e completa la frase.

- Giulio ha ragione perché .....
- .....
- .....
- Giulio non ha ragione perché .....
- .....
- .....

### Caratteristiche

#### SCOPO DELLA DOMANDA

Riconoscere e esplicitare la differenza di lunghezza tra lato e diagonale di un quadrato (o ipotenusa e cateto di triangolo rettangolo).

Riflessione  
Arzarello su  
scopi

# Le difficoltà argomentative alla fine della scuola dell'obbligo

Fase 1:  
costruzione  
della prova

**Scelte**



Proporre domande tratte da prove  
INVALSI ma trasformate da  
domande a risposta chiusa univoca  
a **domande a risposta aperta** con  
richiesta di procedimento,  
spiegazione o argomentazione

Privilegiato Ambito  
**Numeri** (per tradizione  
didattica è quello su cui  
si concentrano le  
maggiori attenzioni a  
livello di scuola  
dell'obbligo)

Scelto prevalentemente **domande di livello 8** (3a media)  
per proporre contenuti maggiormente accessibili a tutti

Le difficoltà argomentative alla fine della scuola dell'obbligo

## Fase 2: somministrazione della prova

Prova proposta ad un totale di 444 studenti di 23 classi differenti (2 prime e 21 seconde) provenienti da 6 istituti di istruzione secondaria differenti:  
49% da un liceo scientifico o delle scienze applicate  
32% da un istituto tecnico o professionale  
19% da altri licei

Modalità di somministrazione della prova:

- in orario scolastico in presenza mia e dell'insegnante
  - (come detto) un'ora di tempo
- non abbiamo permesso di utilizzare la calcolatrice
- abbiamo fornito chiarimenti sul testo se richiesti

# La richiesta di argomentare

E13. L'insegnante chiede: «Un numero pari, maggiore di 2, si può sempre scrivere come somma di due numeri dispari diversi fra loro?». Qui sotto ci sono le risposte di quattro studenti. Chi dà la risposta esatta e la giustifica correttamente?

- A.  Antonio: Sì, perché la somma di due numeri dispari è un numero pari
- B.  Barbara: No, perché  $6 = 4 + 2$
- C.  Carlo: Sì, perché posso scriverlo come il numero dispari che lo precede più 1
- D.  Daniela: No, perché ogni numero pari può essere scritto come somma di due numeri uguali fra loro

*È vero o falso che un numero pari maggiore di due si può sempre scrivere come somma di due numeri dispari diversi tra loro? Perché?*

*"l'argomentazione potrebbe creare qualche difficoltà"*

Item	Risp. Manc.	Opzioni			
		A	B	C	D
E12	1,5	44,0	6,4	34,0	14,0

*"mi aspetto che rispondano abbastanza bene, tranne la motivazione"*

*"non sono abituati a risolvere problemi di questo tipo [in cui si chiede il perché]"*

# La richiesta di argomentare

La tipologia di risposte  
"corrette" ma senza  
giustificazione

L'importanza del processo al  
di là della risposta corretta o  
incorretta!

vero ma non lo so  
Spiegare

"Vero ma  
non lo so  
spiegare!"

È vero, ho appena constatato la verità di questa  
affermazione, ma effettivamente non me la spiego.

# Problem solving e argomentazione

## Alcuni nemici

### La visione della matematica

## La matematica non è un'opinione

Come si suol dire la matematica non è un'opinione, perciò è una materia molto interessante, ma noiosa perché se non ti torna un risultato devi rifare tutto da capo, o se hai eseguito un problema in maniera diversa dalla correzione alla lavagna non ci capisci più niente e magari cancelli perché non hanno ancora finito di correggere e non ti torna uguale (il risultato) Alice 5a primaria

# La matematica non è un'opinione

Come dice un detto popolare: “La matematica non è un'opinione” infatti per riuscire in questa materia non esistono scuole di pensiero ma solo regole ben definite

Gigi 3a superiore

Per risolvere un'equazione, non hai certo bisogno di creatività, non serve la tua interpretazione, oppure idre quello che senti; la matematica è priva di sentimento, basta pensare al famoso detto: “la matematica no è un'opinione”.

Proprio in quella frase è racchiusa la mia ripugnanza nei confronti di essa, non è come un tema nel quale si può avere interpretazioni diverse, c'è un solo modo di riuscire, un unico metodo Rachele 5a superiore

# Problem solving e argomentazione

Dare un senso alla matematica

*Io non so il “perché” della matematica, perché quello schema, quel procedimento e non un altro; perché, come dice il mio babbo: “Nell’aritmetica non si inventa.”; io a volte invento e sbaglio; vorrei proprio sapere i motivi, le cause, perché così mi sembrano tutte regole astratte e appicciate qui e là (Luca, 1a media)*

Perché?

# Problem solving e argomentazione

## Dare un senso alla matematica

“Ora me la cavicchio, ma non perché riesco a ragionare sulle formule, ma perché le applico e basta. Sono sicura che se dovessi fare un compito con dei “perché” sulle formule, non sarei in grado nemmeno di scrivere una parola.

Andando avanti per la mia strada, le equazioni di primo grado, quelle di secondo grado e i radicali nel campo del turismo non servono, ma queste cose le facciamo per imparare a ragionare giusto...?

Ma se io le faccio perché so le regole ma non le capisco, a cosa mi servono? ...

# Problem solving e argomentazione

## Dare un senso alla matematica

... Ci sono persone che passano la loro vita a studiare la matematica, ma io mi chiedo come facciano. Se potessi, la matematica sarebbe una materia che smetterei di studiare, visto che la odio.

Penso che questo “sentimento” dipenda dal fatto che il mio studio è stato sempre di tipo mnemonico, meccanico senza la preoccupazione di capire veramente l'esercizio che dovevo svolgere.

Colpa mia o degli insegnanti?” Dania, 2S

# Problem solving e argomentazione

Passare da “la matematica non è un’opinione” ...

*I miei voti non sono mai stati troppo disastrosi, ma questo non vuol certo dire che la matematica mi piaccia, anzi, la odio completamente, semplicemente perché è una materia che sento molto lontana da me. Per risolvere un’equazione, non hai certo bisogno di creatività, non serve la tua interpretazione, oppure dire quello che senti; la matematica è priva di sentimento, basta pensare al famoso detto: “la matematica non è un’opinione”.*

*Proprio in quella frase è racchiusa la mia ripugnanza nei confronti di essa, non è come un tema nel quale si può avere interpretazioni diverse, c’è un solo modo di riuscire, un unico metodo (Luigi, 5a sup)*

Perché?

# Problem solving e argomentazione

Passare da “la matematica non è un’opinione” ...

...a “in matematica le opinioni sono importanti” ...

*La mia 'non simpatia' per la matematica è dovuta al fatto che in questo tipo di disciplina manca la possibilità di esprimere un pensiero, un parere, un'opinione da parte di colui che la svolge (Carlo, 3a sup)*

Perché?

# Problem solving e argomentazione

Passare da “la matematica non è un’opinione” ...

...a “in matematica le opinioni sono importanti” ...

...ed è importante imparare a raccontarle, giustificarle, argomentarle, difenderle...assumersene la responsabilità



È cruciale che gli studenti siano convinti di poter costruirsi “proprie opinioni matematiche” di fronte ad una questione, un problema, un’attività matematica e che abbiano l’opportunità di farlo

“Nell'immaginario di molti, la matematica continua a essere una disciplina in cui i risultati a cui si arriva o sono giusti o sono sbagliati, **a seconda che si seguano, o no, le indicazioni date dall'insegnante, dal manuale scolastico o da chi ha autorità in materia.** In questa concezione, non c'è molto spazio per attività argomentative, se le intendiamo come esperienze di apprendimento il cui fuoco è la matematica, e che assumono la forma di ragionamenti destinati sia a **dare fondamento a idee associate all'esplorazione** di situazioni matematiche, sia a **convincere qualcuno ad accettare o rifiutare enunciati o posizioni tramite l'indicazione di ragioni**” (Boavida et al., 2008)

# Problem solving e argomentazione

**Favorire** l'autonomia di pensiero

**Favorire** l'emergere del pensiero divergente 

**Cambiare** l'idea di successo in matematica

**Mostrare** il lato più bello della matematica

**Agire** sul senso di auto-efficacia, rimettendo in gioco tutti

**Favorire** l'assunzione di responsabilità dei processi di pensiero

**Dare** senso all'educazione matematica

**Lavorare** con e su aspetti metacognitivi

**Lavorare** su competenze argomentative e dunque anche linguistiche

**Agire** sulla paura dell'errore e del nuovo/difficile

# Problem solving e argomentazione

A volte c'è qualche timore tra gli insegnanti, ma usualmente chi prova si accorge di una certa "potenzialità"...

*Mi avete convinta con questa storia dell'argomentazione, che è importante. Sperimentando le attività nella pratica **ho visto che escono fuori cose belle, che i bambini chiedono di fare ancora questi problemi...***

Però...

*"non sono abituati a risolvere problemi di questo tipo [in cui si chiede il perché]"*

*Però, l'anno prossimo avrò le prime...a volte guardo in mensa le prime di quest'anno, vedo come si comportano...e allora penso che non so se riuscirò a fare anche queste attività, magari non avrò il tempo di fare nemmeno **quello che devo...***

*Però, l'anno prossimo avrò le prime...a volte guardo in mensa le prime di quest'anno, vedo come si comportano...e allora penso che non so se riuscirò a fare anche queste attività, magari non avrò il tempo di fare nemmeno **quello che devo...***

Ma cosa è “quello che dobbiamo”?

I contenuti? Gli esercizi? Alcune attività in particolare?

Forse val la pena dare un'occhiata a cosa richiedono le Indicazioni Nazionali...



*Ministero dell'Istruzione,  
dell'Università e della Ricerca*

**Indicazioni nazionali per il curricolo**

Problematizzare, mettere in discussione, cercare strategie personali

**La scuola del primo ciclo**

**L'ambiente di apprendimento**

*“Favorire l'esplorazione e la scoperta, al fine di promuovere il gusto per la ricerca di nuove conoscenze. **In questa prospettiva, la problematizzazione svolge una funzione insostituibile:** sollecita gli alunni a individuare problemi, a sollevare domande, a mettere in discussione le conoscenze già elaborate, a trovare appropriate piste d'indagine, a cercare soluzioni originali.”*

Una competenza in verticale

Indicazioni Nazionali

Scuola dell'Infanzia

**Il sé e l'altro:** "Il bambino gioca in modo costruttivo e creativo con gli altri, sa argomentare, confrontarsi, sostenere le proprie ragioni con adulti e bambini (...)  
Riflette, si confronta, discute con gli adulti e con gli altri bambini e comincia a riconoscere la reciprocità di attenzione tra chi parla e chi ascolta"

## Una competenza in verticale

**Dalla scuola dell'infanzia alla scuola primaria** *“Manifesta curiosità e voglia di sperimentare, interagisce con le cose, l'ambiente e le persone, percepisce le reazioni ed i cambiamenti”*

*“Rileva le caratteristiche principali di eventi, oggetti, situazioni, formula ipotesi, ricerca soluzioni a situazioni problematiche di vita quotidiana”*

Importante di considerare e valorizzare i saperi pregressi!

# Importanza di lavorare in verticale (considerando le competenze pregresse)

"Le strategie di cui dicevamo mirano ad attivare un processo di estraniamento del bambino dal contesto abituale per far vivere il problema e, per questo motivo, vengono proposte situazioni che siano modelli del reale da costruire in contesti opportuni variabili di volta in volta"



Infanzia e matematica  
Pitagora Editrice  
Bologna

"È proprio in questa accezione che sono stati proposti a bambini dell'ultimo anno della scuola dell'infanzia alcuni 'problemi stimolo' che miravano a far emergere quelle consapevolezze che in altri modo non erano palesate, creando situazioni semplici e dominabili da mettere in grado un bambino di 5 o 6 anni, di dare indicazioni sul procedimento"

## Importanza di lavorare in verticale (considerando le competenze pregresse)

**Esempio:** Fai finta di essere un gelataio. Un bambino piccolo ti chiede un gelato che costa 21 centesimi. Ti dà 12 centesimi e alle tue obiezioni risponde dicendo che nei numeri 21 e 12 c'è un 1 e c'è un 2 e quindi è uguale.  
Cosa fai per convincerlo ed avere i tuoi soldi?

“Viene alzato un sipario immaginario ed il bambino diventa regista e protagonista di una storia quasi reale” (6 anni)

**G:** Hei, bambino! Non mi hai dato i soldi giusti!  
**B:** Ma io sono piccolo, non lo so! Me li ha dati la mamma.  
**G:** Allora devi dire a tua mamma che così non va bene, perché il gelato non costa così.  
**B:** Sì, ma allora tu cosa vuoi?

## Importanza di lavorare in verticale (considerando le competenze pregresse)

**G:** Devi dire a tua mamma che il gelato costa 21 centesimi e non 12! E poi le devi dire che 21 non è come 12. Guarda, lo vedi il cartellino del prezzo? Qui c'è scritto che costa 21 centesimi! E allora devi dire a tua mamma che...guarda!

Per fare 21 centesimi [prende le monete] devi prendere 2 monete da 10, ma per fare 12 di monete da 10 ne basta 1! Io voglio 2 monete da 10 e 1 moneta da 1, no 2 monete da 1 e 1 da 10.

**B:** Ma io le monete da 10 te le ho date e anche da 1!

**G:** Sì, ma me le hai date al contrario e così mi hai dato meno soldi. Guarda! [prende un foglio di carta e scrive] Tu mi hai dato 12 e io voglio 21, Se 2 sta davanti, così [scrive di nuovo 21] allora vuol dire che il gelato costa di più che se stava davanti 1 così [scrive di nuovo 12]

**B:** Sì, va beh! Adesso glielo dico a mia mamma tutto quello che vuoi tu, ma io voglio un altro gelato perché questo mi si è sciolto!



## **TRAGUARDI per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola primaria**

Riesce a risolvere facili problemi in tutti gli ambiti di contenuto, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Descrive il procedimento seguito e riconosce strategie di soluzione diverse dalla propria. Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri.



## **TRAGUARDI per lo sviluppo delle competenze al termine della scuola secondaria di 1° grado**

Riconosce e risolve problemi in contesti diversi valutando le informazioni e la loro coerenza. Spiega il procedimento seguito, anche in forma scritta, mantenendo il controllo sia sul processo risolutivo, sia sui risultati. Confronta procedimenti diversi e produce formalizzazioni che gli consentono di passare da un problema specifico a una classe di problemi. Produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite (ad esempio sa utilizzare i concetti di proprietà caratterizzante e di definizione). Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di una argomentazione corretta.



“Nella scuola del primo ciclo i traguardi costituiscono criteri per la valutazione delle competenze attese e, nella loro scansione temporale, sono prescrittivi, impegnando così le istituzioni scolastiche affinché ogni alunno possa conseguirli, a garanzia dell'unità del sistema nazionale e della qualità del servizio. Le scuole hanno la libertà e la responsabilità di organizzarsi e di scegliere l'itinerario più opportuno per consentire agli studenti il miglior conseguimento dei risultati”

La promozione di competenze argomentative è dunque una parte significativa di “quello che dobbiamo” fare, non si tratta di attività opzionali (*“le faccio magari a maggio dopo le prove INVALSI...”*)

## Il legame con l'obiettivo di educare alla cittadinanza attiva

“la scuola deve garantire a chi la frequenta (...) l'assimilazione e lo sviluppo della capacità di comprendere, costruire, criticare argomentazioni e discorsi, per dare significato alle proprie esperienze e anche difendersi da messaggi talvolta truccati in termini di verità e di valore”

**M.P.I. i contenuti essenziali per la formazione di base, 1998**

Apparente digressione: Malvaldi, la briscola in cinque, i coccodrilli che volano e le guide infallibili

In matematica dovrebbe essere (è) importante cosa uno dice e come lo argomenta, non chi lo dice





**Mahmoud Vahidnia - 28 ottobre 2009**

L'affondo durante l'incontro dell'ayatollah con universitari e intellettuali del Paese: "Perchè nessuno può criticarla?"

## Khamenei sfidato da uno studente Il giovane matematico è già un mito

Mahmoud Vahidnia ha parlato per 20 minuti attaccando la Guida Suprema  
Adesso è diventato un eroe sul web. Il video della scena è cliccatissimo  
di *VINCENZO NIGRO*



Mahmoud Vahidnia durante il suo intervento

Mahmoud Vahidnia è già diventato un piccolo eroe. Il giovane studente vincitore delle olimpiadi di matematica iraniane ha criticato l'ayatollah Khamenei durante l'incontro che la guida della rivoluzione iraniana ogni anno tiene con i migliori studenti e professori. Sono stati venti minuti di discorso che nulla e nessuno è riuscito a interrompere, venti minuti in cui il piccolo, coraggioso studente iraniano è riuscito a indirizzare verso il capo supremo iraniano le critiche che molti condividono ma che se espresse in pubblico fino a ieri avrebbero portato al carcere duro chi solo avesse iniziato a farle. Un modo per riuscire a dire che "il re è nudo" senza provocare la reazione immediata dei pretoriani dell'ayatollah.

Dopo gli interventi cerimoniosi e le domande "preparate" di altri studenti, il giovane Mahmoud sale al podio alla sinistra di Khamenei, si aggiusta il microfono e inizia a parlare. Dopo le prime battute la televisione iraniana, che trasmetteva in diretta l'evento, stacca la spina e sospende tutto; ma i cellulari di molti fra i presenti sono serviti a registrare l'intervento di Mahmoud per rilanciarlo poi su Internet.

**"Voglio dirle qualcosa", esordisce il giovane rivolgendosi direttamente alla Guida, "perché nessuno può permettersi di criticarla in questo paese? Non è ignoranza questa? Lei ritiene di non fare errori? L'hanno trasformata in una sorta di idolo irraggiungibile che nessuno può sfidare".**

Sbanda la prima linea di dignitari e professori, seduta in terra di fronte al leader: tutti insieme si girano verso destra, a guardare lo studente, i volti sbigottiti mentre l'arringa di Mahmoud prosegue. A un certo punto dalle file dei giovani parte qualche applauso; gli applausi poi si ripetono, diventano più insistenti. **Repubblica - 31 Ottobre 2009**

Problem solving: una competenza intimamente connessa col fare matematica



Paul Richard Halmos (1916 - 2006)

“Di cosa si occupa realmente la matematica? Di risolvere problemi”

Una competenza inseguita da tempo...

Risolvere problemi è – per molti matematici – l’essenza del fare matematica

Programmi per la scuola elementare  
1985



*“Il pensiero matematico è caratterizzato dall’attività di risoluzione di problemi”*

# Le Indicazioni Nazionali

Indicazioni  
Nazionali  
per il  
curricolo  
2007



*“Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate spesso alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo”*



Indicazioni  
Nazionali per il  
curricolo 2012

*“Caratteristica della pratica matematica è la risoluzione di problemi, che devono essere intesi come questioni autentiche e significative, legate alla vita quotidiana, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola...”*

## Problem solving: una competenza intimamente connessa con l'argomentazione

**Problemi:** “questioni autentiche e significative, e non solo esercizi a carattere ripetitivo o quesiti ai quali si risponde semplicemente ricordando una definizione o una regola, che si affrontano rappresentandole in diversi modi, conducendo le esplorazioni opportune, dedicando il **TEMPO** necessario alla precisa individuazione di ciò che è noto e che si intende trovare, congetturando soluzioni e risultati, individuando **POSSIBILI** strategie risolutive”.

“L'alunno analizza le situazioni per tradurle in termini matematici, riconosce schemi ricorrenti, stabilisce analogie con modelli noti, sceglie le azioni da compiere (operazioni, costruzioni geometriche, grafici, formalizzazioni, scrittura e risoluzione di equazioni, ...) e le concatena in modo efficace al fine di produrre una risoluzione del problema. **Un'attenzione particolare andrà dedicata allo sviluppo della capacità di esporre e di discutere con i compagni le soluzioni e i procedimenti seguiti**”.

# Competenze in continuità

PRIMO CICLO

PROBLEM SOLVING

ARGOMENTAZIONE

DIMOSTRAZIONE

SECONDO CICLO

LICEI

Le conoscenze matematiche contribuiscono alla formazione culturale delle persone e delle comunità, sviluppando le capacità di mettere in stretto rapporto il "pensare" e il "fare" e offrendo strumenti adatti a percepire, interpretare e collegare tra loro fenomeni naturali, concetti e artefatti costruiti dall'uomo, eventi quotidiani. In particolare, la matematica dà strumenti per la descrizione scientifica del mondo e per affrontare problemi utili nella vita quotidiana; contribuisce a sviluppare la capacità di comunicare e discutere, di argomentare in modo corretto, di comprendere i punti di vista e le argomentazioni degli altri.

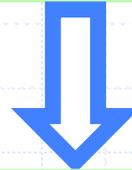


## ATTENZIONE A PROMUOVERE UNA CERTA VISIONE DELLA MATEMATICA

REGOLE

MEMORIA

TECNICHE



PORSI, AFFRONTARE E RISOLVERE PROBLEMI  
GIUSTIFICARE E ARGOMENTARE QUEL CHE SI FA

DA PENSIERO RIPRODUTTIVO A PRODUTTIVO

DA ADEGUARSI AD ASSUMERSI LA RESPONSABILITÀ  
DEI PROPRI PROCESSI DI PENSIERO

L'alunno imparerà ad **affrontare** con fiducia e determinazione **situazioni problematiche**

Di estrema importanza è lo sviluppo di un'adeguata visione della matematica, non ridotta a un insieme di regole da memorizzare e applicare, ma riconosciuta e apprezzata come contesto **per affrontare e porsi problemi significativi**

Caratteristica della pratica matematica è **la risoluzione di problemi**

**PORSI, AFFRONTARE E RISOLVERE PROBLEMI**  
**GIUSTIFICARE E ARGOMENTARE QUEL CHE SI FA**

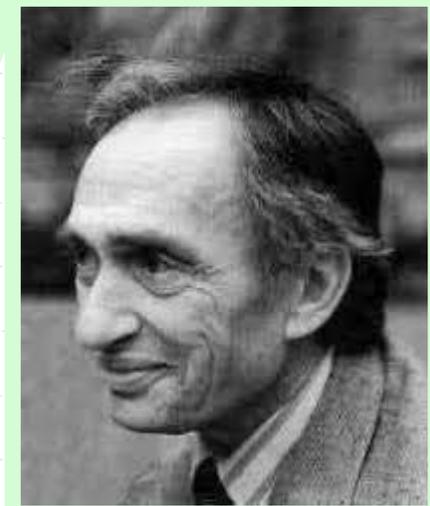
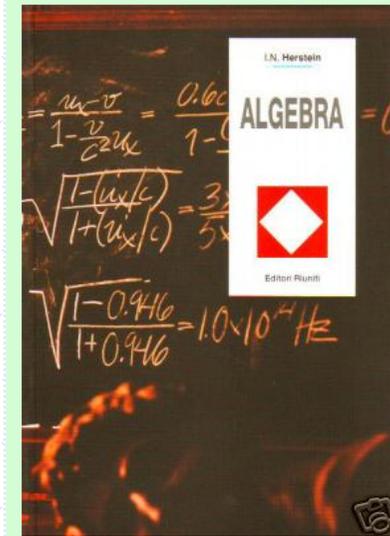
**DA PENSIERO RIPRODUTTIVO A PRODUTTIVO**

**DA ADEGUARSI AD ASSUMERSI LA RESPONSABILITÀ  
DEI PROPRI PROCESSI DI PENSIERO**

# L'importanza della centralità di far affrontare problemi

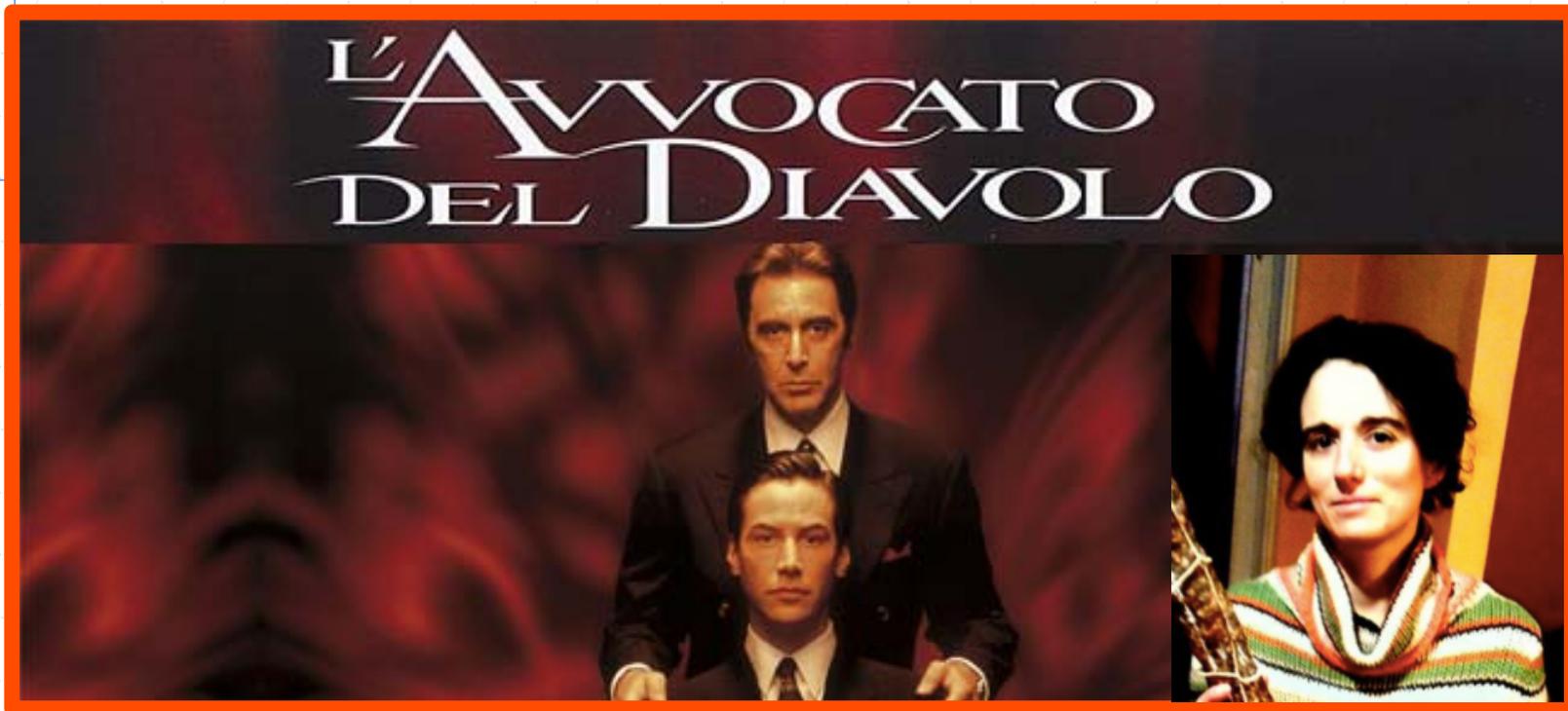
Due parole sui problemi. Ve ne sono molti, e solo un studente eccezionale potrebbe risolverli tutti. Alcuni servono solo a completare dimostrazioni del testo, altri hanno lo scopo di illustrare i risultati ottenuti e far pratica su di essi.

Molti non vengono proposti **tanto per essere risolti, quanto per essere affrontati**. Il valore di un problema non sta tanto nel trovarne la soluzione, quanto nelle idee che fa sorgere in chi la affronta e nei tentativi messi in atto”



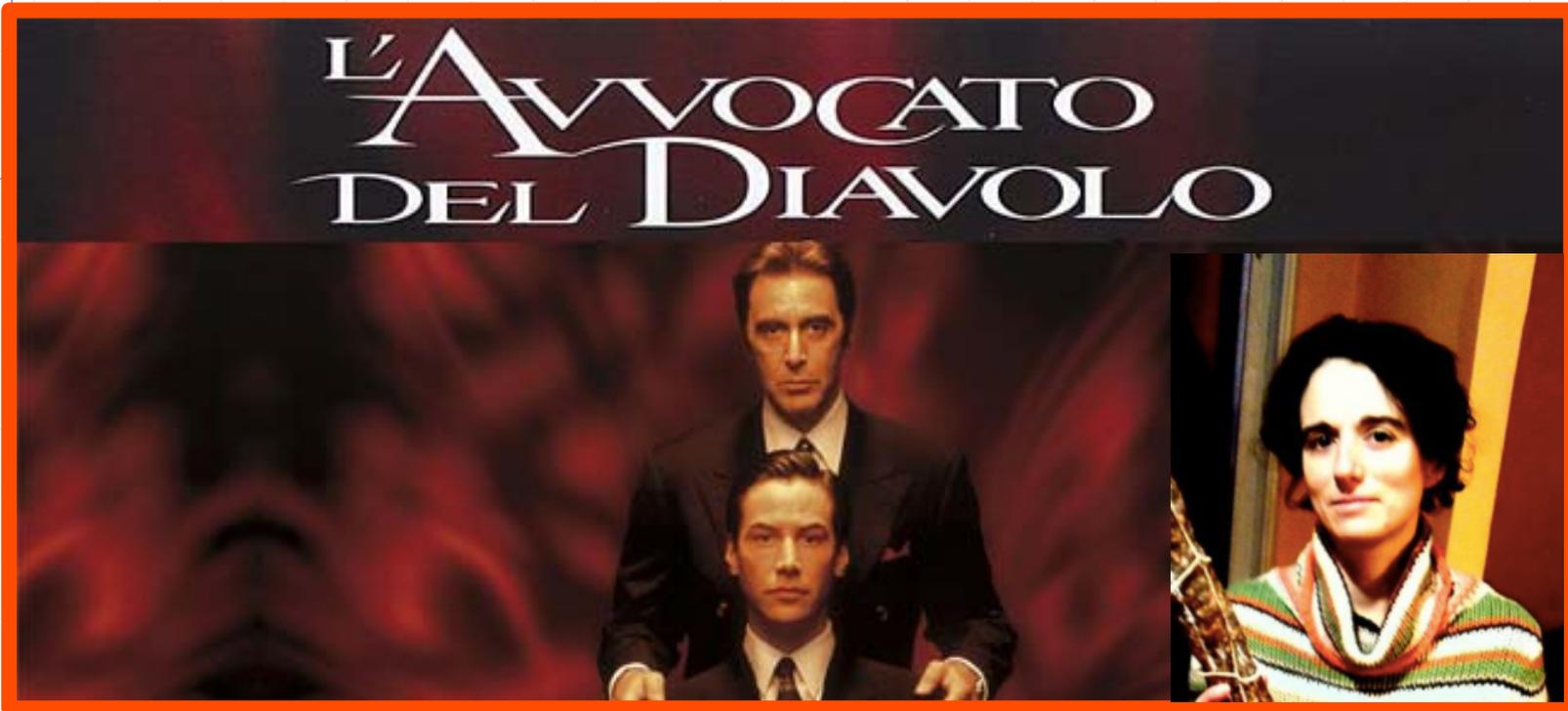
“Quale è il modo migliore per imparare a risolvere problemi?  
Affrontare problemi”

Problem solving e argomentazione:  
affrontare *l'avvocato del diavolo* per  
riflettere sul "come" lavorarci



Con il fondamentale contributo di Maria Pezzia

*D'accordo, problem solving e argomentazione sono importanti, ma non è che va a finire che sacrifichiamo i contenuti?*



*D'accordo, problem solving e argomentazione sono importanti, ma non è che va a finire che sacrificiamo i contenuti?*

Dipende da cosa intendiamo per "sacrificare"?

Immolare, offrire in sacrificio la propria vita o un proprio interesse morale e materiale per il bene della patria, della società o di altri, per una fede o un ideale, o anche trascurare le proprie esigenze, i propri interessi materiali e morali a vantaggio altrui

Rinunciare a un utile o a un diritto, a una cosa desiderata o a uno svago, per uno scopo o un interesse diverso, a favore proprio o di altri

Danneggiare, limitare le possibilità e le aspirazioni di una persona, costringendola a una sistemazione diversa da quella desiderata e meritata

*D'accordo, problem solving e argomentazione sono importanti, ma non è che va a finire che sacrificiamo i contenuti?*

Dipende da cosa intendiamo per "sacrificare"?

Se sacrificare invece significa scegliere, siamo sicuri che sia un male?

1- L'insegnante non solo può fare delle scelte, ma è caratteristica cruciale della sua competenza professionale

In questo, come in altri aspetti di programmazione, è molto importante il confronto, condividere alcune scelte con i colleghi: cambiare le pratiche è il lavoro di una comunità in ricerca (che coinvolge tutti)

## I.C. Manzoni di Cava

A giugno, riunioni per il curricolo di istituto: il gruppo di matematica si trova con la Commissione continuità, per decidere come lavorare su problem solving e argomentazione, quali contenuti eventualmente sacrificare, proporre attività, scambiare testi

“Una volta tanto riunioni che servono!”



1- L'insegnante non solo può fare delle scelte, ma è caratteristica cruciale della sua competenza professionale

In questo, come in altri aspetti di programmazione, è molto importante il confronto, condividere alcune scelte con i colleghi: cambiare le pratiche è il lavoro di una comunità in ricerca (che coinvolge tutti)

La fase delle scelte può essere anche un'occasione per lavorare finalmente in verticale!

*Non posso sacrificare i contenuti perché poi alle medie/superiori li vogliono*

Ma è davvero così? L'impressione è proprio che sia vero il viceversa...

*Facessero meno cose, ma fatte in maniera diversa sarebbe molto meglio*

“Ferma restando l'importanza della acquisizione delle tecniche, saranno evitate dispersioni in tecnicismi ripetitivi o casistiche sterili che non contribuiscono in modo significativo alla comprensione dei problemi. **L'indicazione principale è: pochi concetti e metodi fondamentali, acquisiti in profondità**”

*D'accordo, problem solving e argomentazione sono importanti, ma non è che va a finire che sacrificiamo i contenuti?*

Dipende da cosa intendiamo per "sacrificare"?

La SIGNIFICATIVITÀ e il TEMPO

2- L'argomentazione e il problem solving permettono di comprendere e USARE i contenuti in contesti significativi, interagendo con gli altri. Quindi permette di interiorizzarli in maniera più significativa (legata ad uno scopo) e soprattutto stabile

Lavorare su problem solving e argomentazione, rende più significativo ed efficace l'apprendimento dei contenuti, e (sul lungo termine) fa anche guadagnare tempo!

*D'accordo, problem solving e argomentazione sono importanti, ma non è che va a finire che sacrificiamo i contenuti?*

Dipende da cosa intendiamo per "sacrificare"?

I feedback per l'insegnante

3- L'argomentazione e il problem solving permettono all'insegnante di avere feedback fondamentali sulle difficoltà e anche sulle intuizioni inaspettate dei ragazzi rispetto ai contenuti.

Spesso e volentieri il feedback provenienti da esercizi meccanici e ripetitivi e legato solo al risultato (senza l'esplicitazione del processo) è ingannevole: tante volte si nascondono o si equivocano difficoltà, tante altre volte si impedisce di esprimere dei *talenti*

# Esempio I

L'analisi di difficoltà in verticale

Quinta primaria

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

- A.  100,010
- B.  100,001
- C.  99,909
- D.  99,990

Tipicamente dato anche in prima secondaria di primo grado

## Indicazioni nazionali

*Leggere, scrivere, confrontare numeri decimali.*

## RISULTATI DEL CAMPIONE

Item	Manc. Resp.	Opzioni			
		A	B	C	D
D23	1,2	3,8	43,9	6,5	44,6

Macro processo: Utilizzare

Perché così tanti rispondono D? Sicuramente ci possono essere difficoltà con i decimali ma...

Importanza di chiedere di argomentare...l'attenzione ai processi!

# Esempio I

L'analisi di difficoltà in verticale

Quinta primaria

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

- A.  100,010
- B.  100,001
- C.  99,909
- D.  99,990

Tipicamente dato anche in prima secondaria di primo grado

Emerge una difficoltà di “dizionario”

Molti bambini, anche bravi solutori, hanno dichiarato “*non abbiamo considerato i numeri successivi a cento*”, “*il più vicino a cento*” significa che “*non sono ancora arrivato a cento*”. Risulta che per i bambini “vicino a X” significa “prima di X, che non supera X, che lo deve ancora raggiungere”

Molti bambini, anche bravi solutori, hanno dichiarato “*non abbiamo considerato i numeri successivi a cento*”, “*il più vicino a cento*” significa che “*non sono ancora arrivato a cento*”. Risulta che per i bambini “vicino a X” significa “prima di X, che non supera X, che lo deve ancora raggiungere”

È stato anche chiesto agli allievi di riformulare il quesito per cercare di evitare questa difficoltà testuale e la proposta fatta dai bambini è stata la seguente

D23. Quale dei seguenti numeri è più vicino a 100?

- A.  100,010
- B.  100,001
- C.  99,909
- D.  99,990

L'eventuale intervento didattico dell'insegnante sarà diverso e avrà una diversa efficacia!

*“Quali di questi numeri, andando avanti e indietro sulla retta dei numeri, si avvicina di più a 100”*

*D'accordo, problem solving e argomentazione sono importanti, ma non è che va a finire che sacrificiamo i contenuti?*

Dipende da cosa intendiamo per "sacrificare"?

La focalizzazione sul processo

3- Solo attraverso l'argomentazione in contesto di problem solving può emergere l'importanza del processo

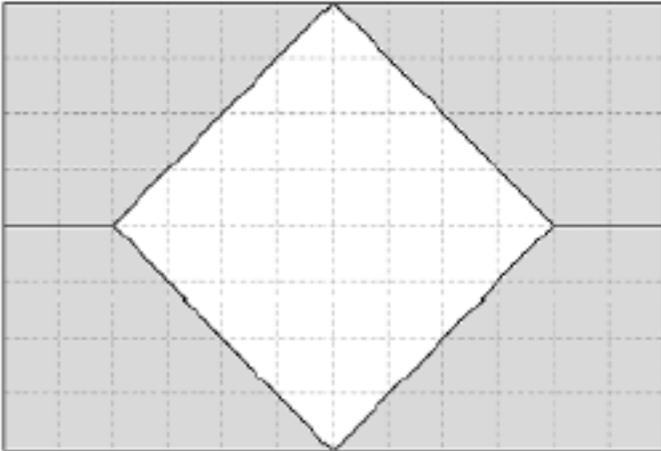
La richiesta di attivare un pensiero produttivo porta spesso a far emergere che possono esistere diversi modi di poter arrivare ad una risposta. Discuterne in classe, argomentando, enfatizza il senso di cercare più modi di arrivare alla soluzione e di confrontarne l'efficacia rispetto ad un determinato obiettivo

# Esempio II

La geometria come contesto  
“ricco” per le diverse  
esplorazioni e i diversi approcci

Quinta  
primaria

D7. Osserva la figura.



Quanto misura, in centimetri quadrati, la superficie del quadrato bianco?  
Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

Risultati del campione nazionale

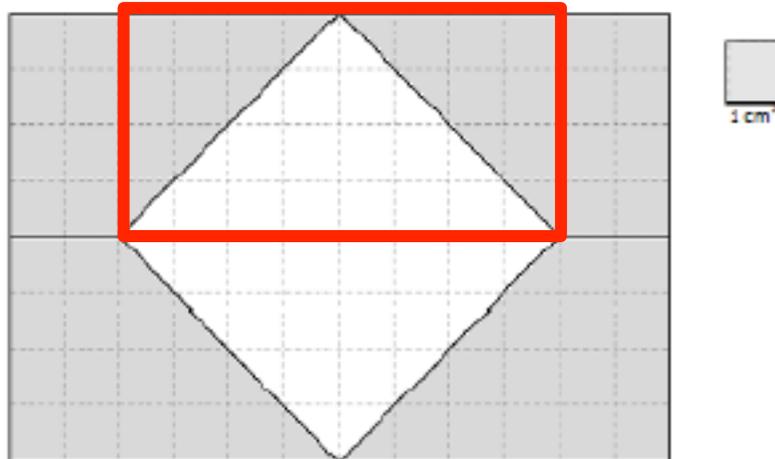
Item	Mancata risposta	Errata	Corretta
D7	3,2	55,7	41,1

Caratteristiche

**DOMANDA**  
Calcolare la misura della superficie di una figura, in posizione non standard, disegnata su una griglia quadrettata.

C'è chi scompone e ricomponne come un rettangolo di base di misura 8cm e altezza di misura 4cm

D7. Osserva la figura.



Quanto misura, in centimetri quadrati, la superficie del quadrato bianco?

Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

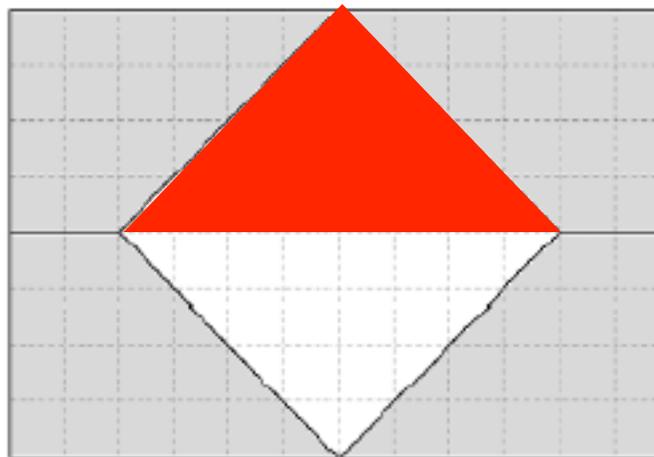
### Caratteristiche

#### SCOPO DELLA DOMANDA

Calcolare la misura della superficie di una figura, in posizione non standard, disegnata su una griglia quadrettata.

Chi vede il doppio di un triangolo di base che misura 8cm e altezza che misura 4cm

D7. Osserva la figura.



Quanto misura, in centimetri quadrati, la superficie del quadrato bianco?

Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

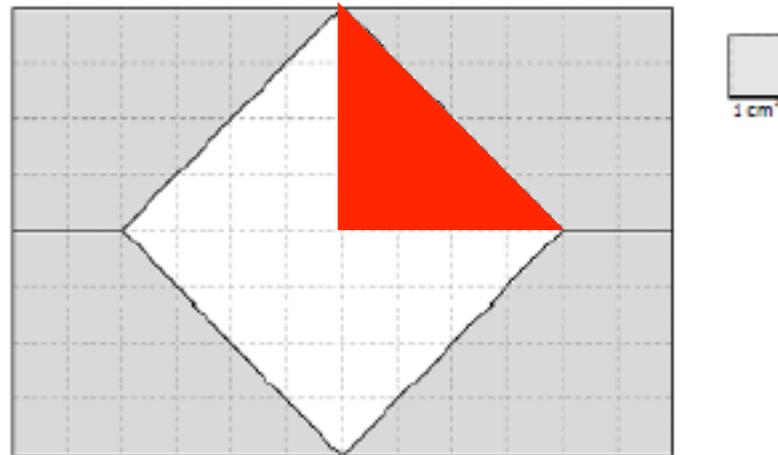
### Caratteristiche

#### SCOPO DELLA DOMANDA

Calcolare la misura della superficie di una figura, in posizione non standard, disegnata su una griglia quadrettata.

Chi vede quattro triangoli rettangoli isosceli di cateti di misura 3cm

D7. Osserva la figura.



Quanto misura, in centimetri quadrati, la superficie del quadrato bianco?

Risposta: ..... cm<sup>2</sup>

### Caratteristiche

#### SCOPO DELLA DOMANDA

Calcolare la misura della superficie di una figura, in posizione non standard, disegnata su una griglia quadrettata.

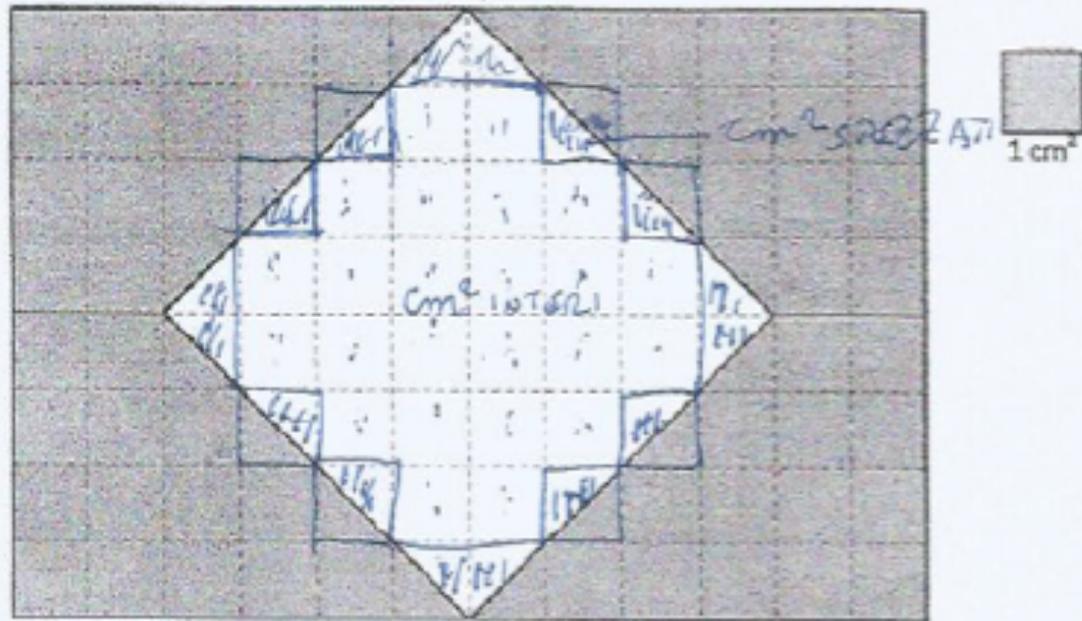
Risposta: ...32..... cm<sup>2</sup>

Spiega come hai ragionato:  
HO CONTATO TUTTI I MEZZI CENTIMETRI QUADRATI (16)  
E LI HO DIVISI PER 2 (OPPURE 16:2=8 CM<sup>2</sup>) E HO  
CONTATO GLI ALTRI (24)

C'è chi conta  
i quadretti

Ma anche con  
la stessa  
strategia di  
fondo (contare  
in questo  
caso), possono  
emergere  
processi  
diversi...

D7. Osserva la figura.



Quanto misura, in centimetri quadrati, la superficie del quadrato bianco?

Risposta: ...32..... cm<sup>2</sup>

Spiega come hai ragionato:  
HO CONTATO TUTTI I CM<sup>2</sup> INTERI FORMANDO UN QUADRATO  
POI CON GLI SPAZI HO COMPILATO ALTRI 16 CM<sup>2</sup> INTERI  
IN COSTRUIENDO LE LINEE USANDO LE 4 FIGURE FORMATE IN  
PRECEDENZA

# Il far lavorare su problemi significativi e richiedere di argomentare è dunque...

## **Un'occasione di formazione per gli allievi**

Per lavorare in maniera significativa sui contenuti, per lavorare sulla fondamentale competenza argomentativa, per confrontarsi con gli altri e avere anche più strumenti per auto-valutarsi, per riconoscere che ci possono essere diverse strade (processi) per arrivare al risultato (e magari può aver senso discutere di quale è la migliore)

**Uno strumento per raccogliere feedback significativi sull'apprendimento dei propri allievi**

Per poter intervenire in maniera mirata su eventuali difficoltà

**Un'occasione di formazione per l'insegnante**

minare le proprie certezze, ampliare il proprio bagaglio interpretativo

## Appare dunque fondamentale...

... trovare problemi che potenzialmente permettano di seguire diverse strade (ruolo dell'analisi a priori della potenzialità di un problema)...

...vedere la diversità di approcci come una risorsa, non come un pericolo...

...interpretare a posteriori i possibili significati e motivi delle diverse strade percorse dagli studenti (a prescindere che tali strade portino alla risposta corretta o meno)

# Appare dunque fondamentale...



## ... *imparare* ad ascoltare, forzarsi di ascoltare

Carla Melazzini

Insegnare al principe di Danimarca



Sellerio editore Palermo

“L’insegnamento linguistico è prima di tutto dialogo, e nel dialogo viene prima di tutto l’ascolto: sennò è vero quel che dicono i ragazzi, che usiamo le parole per avere sempre ragione noi.

Solo se impara ad ascoltare l’insegnante può avere la pretesa di essere ascoltato.

C’è nelle scuole una linea didattica che ha ad una estremità la situazione tipica da liceo classico (che io chiamo l’obitorio della scuola italiana): un insegnante che parla per cinque ore, una classe in silenzio.

Quando mia figlia se ne lamenta e io le chiedo <tu che fai?> lei risponde <ma io non ascolto>”



CHE PECCATO CHE GLI ESSERI UMANI  
NON POSSANO SCAMBIARSI  
I PROBLEMI.

TUTTI SEMBRANO ESATTAMENTE  
SAPERE COME RISOLVERE  
QUELLI DEGLI ALTRI

OLIN MILLER



# GRAZIE!

Pietro Di Martino  
dimartin@dm.unipi.it