

Spiega che cosa, come e perché:
percorsi di avvio all'argomentazione e
dimostrazione nella scuola secondaria di
primo grado

Francesca Morselli - DFE Università di Torino

***Con Monica Testera e Elisabetta Panucci
Istituto Comprensivo di Carcare (SV)***

Il progetto “Linguaggio e argomentazione”

- Progetto in collaborazione tra Università di Genova (**DIMA**-Dipartimento di Matematica) e Ufficio Scolastico Regionale nel quadro del Piano Nazionale « **Lauree Scientifiche** » (MIUR)
- Stretta collaborazione scuola-università (progettazione, sperimentazione, analisi a posteriori di percorsi didattici)

Il progetto “Linguaggio e argomentazione”

- Continuità verticale (infanzia-primaria-secondaria di I e II grado)
- Ove possibile, collaborazione con docenti di discipline diverse
- Scopo del progetto è mettere a punto e sperimentare in classe attività ad ampio respiro, in campi di esperienza significativi, attorno al "nodo" dell'**argomentazione**

Perché l'argomentazione?

Indicazioni per il curricolo (2012)

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola primaria

... Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri

Indicazioni per il curricolo (2012)

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola primaria

... Costruisce ragionamenti formulando ipotesi, sostenendo le proprie idee e confrontandosi con il punto di vista di altri

Traguardi per lo sviluppo di competenze alla fine della scuola secondaria di I grado

... produce argomentazioni in base alle conoscenze teoriche acquisite...

Sostiene le proprie convinzioni, portando esempi e controesempi adeguati e utilizzando concatenazioni di affermazioni; accetta di cambiare opinione riconoscendo le conseguenze logiche di un'argomentazione corretta

Indicazioni per il curricolo (2012)

Obiettivi per la terza classe della scuola secondaria di primo grado – ITALIANO

Argomentare la propria tesi su un tema affrontato nello studio e nel dialogo in classe con dati pertinenti e motivazioni valide

Obiettivi per la terza classe della scuola secondaria di primo grado – STORIA

Argomentare su conoscenze e concetti appresi usando il linguaggio specifico della disciplina

...

Perché l'argomentazione?

- Argomentazione come competenza **trasversale**
- Argomentazione come educazione alla **cittadinanza**
- Argomentazione come discorso che porta alla costruzione dei **significati**

Argomentazione come mezzo e come fine

Un approfondimento teorico

L'argomentazione

Un **argomento** è “una ragione addotta a favore o contro una certa proposizione od opinione”.

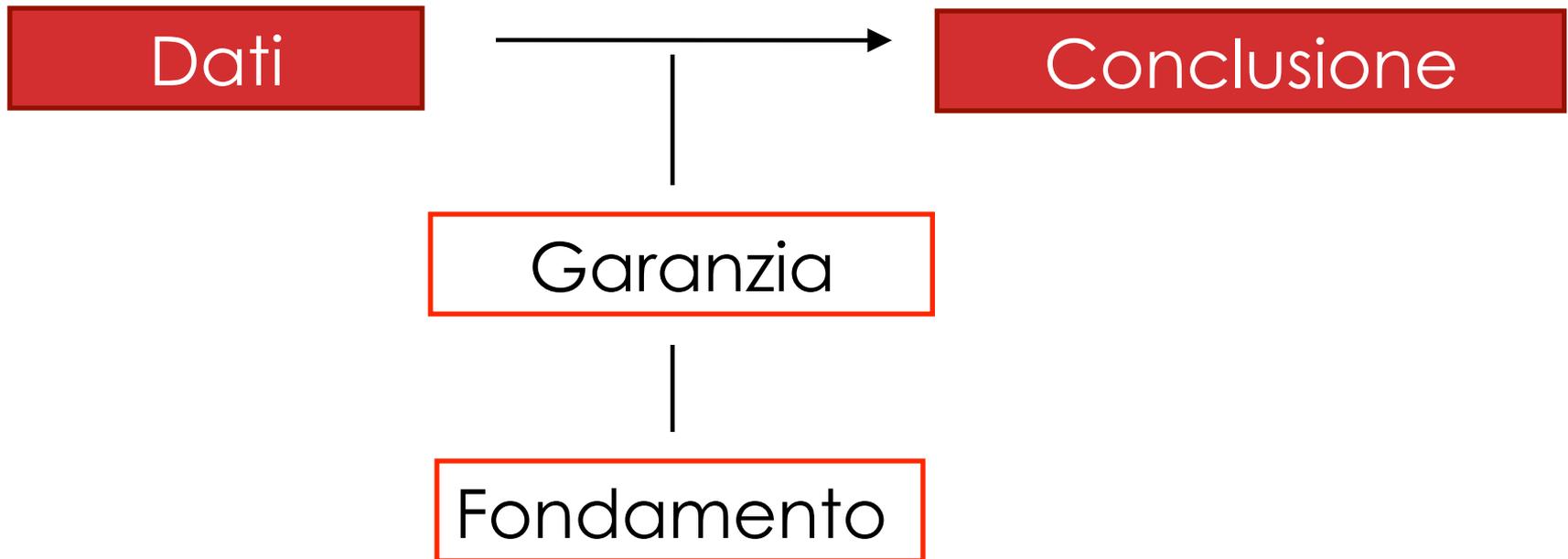
Un argomento può essere costituito da espressioni linguistiche, dati numerici, disegni, ...

Un' **argomentazione** è un discorso costituito da argomenti logicamente connessi tra loro.

L'argomentazione

- In matematica:
spiegazione – prova - dimostrazione

Un modello per descrivere l'argomentazione



S. Toulmin, Uses of argumentation

Dalle prove INVALSI... (Il primaria)

D11. Osserva il riquadro:

$$17 + 46 = 60 + 3$$

Perché quello che è scritto nel riquadro è corretto?

- A. Perché ci sono due numeri a destra e due a sinistra del segno di uguale
- B. Perché il risultato della prima addizione è uguale al risultato della seconda addizione
- C. Perché 60 è il risultato di $17 + 46$

$$17+46=60+3$$



L'espressione è
corretta

Perché il risultato della
prima addizione è
uguale al risultato
della seconda
addizione

Significato del
segno di
uguaglianza

$$17+46=60+3$$



L'espressione è
corretta

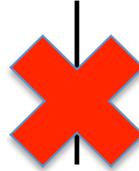


Perché ci sono due
numeri a destra e due
a sinistra del segno di
uguale

$$17+46=60+3$$



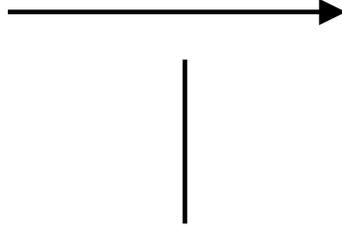
L'espressione è
corretta



Perché ci sono due
numeri a destra e due
a sinistra del segno di
uguale

Affermazione vera, ma
non è la garanzia per la
conclusione

$$17+46=60+3$$



L'espressione è
corretta

Perché 60 è il risultato
di $17+46$

Affermazione non
vera

Che cosa occorre per argomentare?

- Possedere **conoscenze** sul contenuto dell'argomentazione
- Saper gestire sul terreno **logico** e **linguistico** i passi di ragionamento e la loro concatenazione

Che cosa occorre per argomentare?

- Possedere **modelli di argomentazione**
- Avere interiorizzato i **valori culturali** insiti nell'argomentazione

Che cosa occorre per argomentare?

- La capacità argomentativa non si esaurisce in una serie di tecniche e nozioni, è costituita da un insieme di atteggiamenti, valori, risorse logico-linguistiche da costruire **progressivamente**
- L'argomentare deve diventare una prestazione che si inserisce in **molte attività** in **ambiti disciplinari diversi**

Come promuovere lo sviluppo dell'argomentazione?

- Formulazione di ipotesi motivate
- Validazione argomentativa di tali ipotesi

- Confronto di ipotesi
- Confronto di strategie
- Confronto di testi

Come promuovere lo sviluppo dell'argomentazione?

- Formulazione di ipotesi motivate
- Validazione argomentativa di tali ipotesi

- Confronto di ipotesi
- Confronto di strategie
- Confronto di testi

“Spiega perché”, “motiva la tua scelta”, “motiva la tua interpretazione”, “confronta.... con ...”, “stabilisci se... e giustifica la tua risposta”, “valuta aspetti positivi e negativi di...”

Come promuovere lo sviluppo dell'argomentazione?

- Formulazione di ipotesi motivate
- Validazione argomentativa di tali ipotesi

- Confronto di ipotesi
- Confronto di strategie
- Confronto di testi

Lavoro individuale

Lavoro in piccoli gruppi

Discussione di classe

Spiega come, spiega perché...

Spiega come, spiega perché...

Descrizione del proprio
procedimento (nella
risoluzione di un
problema)

Conoscenza procedurale: so dire che
cosa ho fatto

Giustificazione
(del perché si è scelto
di risolvere il problema
in un certo modo)

Giustificazione della plausibilità di
un procedimento, di un
ragionamento

Spiegazione

Conoscenza relazionale, riferimento
alle proprietà matematiche (perché
questa affermazione è vera?)

L'argomentazione nella scuola secondaria di primo grado

L'argomentazione nella scuola secondaria di primo grado

- Riprendere/consolidare/costruire i **prerequisiti** per l'attività argomentativa
 - Attività ad alto contenuto argomentativo
 - Argomentazione nelle diverse discipline
- Avvio alla **dimostrazione in matematica**



Polo di riferimento:
l'Istituto
Comprensivo di
Carcare (SV)

Vero laboratorio di progettazione

- Stretta collaborazione coi docenti
- Gruppo di lavoro affiatato

- Sperimentazioni in parallelo
- Sperimentazioni in serie

- Sperimentazione, analisi, affinamento...

Vero laboratorio di progettazione

- Stretta collaborazione coi docenti
- Gruppo di lavoro affiatato
- Sperimentazioni in parallelo
- Sperimentazioni in serie
- Sperimentazione, analisi, affinamento...

Nuova vita a
percorsi
“storici” del
gruppo di
ricerca di
Genova

Nuovi percorsi

I percorsi

- Percorsi di durata medio-lunga, **inseriti nella programmazione annuale**
 - Ampio spazio alle attività di gruppo e alle discussioni
 - Riflessione sulle produzioni proprie e altrui
 - Relazioni finali, storia del percorso...

Prospettiva a lungo termine

- Progressivo affinamento dei percorsi
- Riflessione teorica sull'avvio all'argomentazione
- Possibilità di seguire gli stessi studenti su più percorsi e su più anni

Il workshop di oggi – 1° parte

- Attività sperimentata in continuità V primaria-I sec. primo grado: **“Vero o falso”**
- Valore di **esempi** e **controesempi** in situazioni extramatematiche e in matematica

Vero o falso: approfondimenti di carattere interdisciplinare

- ***Vero o falso?***
- ***Come hai fatto a stabilirlo?***
- ***Come potresti convincere qualcuno che non la pensa come te?***



LAVORO DI GRUPPO



- Osservate le diverse righe: le affermazioni sono tutte dello stesso tipo? Quali vi sembrano più “promettenti”?
- Osservate le diverse colonne: qual è l'utilità di porre tre domande distinte?
- Come pensate abbiano risposto gli studenti?

1

*Se il 17 del mese cade di venerdì,
quel giorno bisogna stare attenti*



Se in quel
giorno accade
qualcosa è un
caso

Io non sono
superstiziosa

Il giorno che porta
sfortuna è venerdì
13

Sono nata venerdì
17 e non mi ha
portato sfortuna

Il venerdì 17
non cade ogni
mese

Venerdì 17 porta
sfortuna e lo so perché
l'ho visto alla TV

1

Se il 17 del mese cade di venerdì, quel giorno bisogna stare attenti

- Se il 17 del mese cade di venerdì, quel giorno bisogna stare attenti

Come hai fatto a stabilirlo?

FALSO: Il mio decimo compleanno è stato festeggiato venerdì 17 dicembre. La festa è stata bellissima e non è successo niente a nessuno.

Come potresti convincere qualcuno che non la pensa come te?

Gli chiederei se un venerdì 17 gli fosse mai successo qualcosa. Se risponde di sì gli direi che è stata solo una coincidenza. Se risponde di no dovrebbe capirlo da solo...

1

*Se il 17 del mese cade di venerdì,
quel giorno bisogna stare attenti*

- Se il 17 del mese cade di venerdì, quel giorno bisogna stare attenti

Come hai fatto a stabilirlo?

Come potresti convincere qualcuno che non la pensa come te?

FALSO perché in tutti i giorni e in tutti i mesi devi ascoltare

2

Tutti i liguri sono tirchi



FALSO: Non tutte le persone di un popolo possono essere tirchie

FALSO: Dipende da persona a persona

FALSO: conosco molte persone, compresa la mia famiglia, che non sono tirchie

VERO: quando vado a comprare ci sono dei prezzi da svenire, invece quando compro in altre regioni a volte costano meno

2

Tutti i liguri sono tirchi

Come hai fatto a stabilirlo?

Come potresti convincere qualcuno che non la pensa come te?

FALSO. È facile: dipende da persona a persona, un ligure può essere tirchio, ma ad un altro potrebbe piacere spendere

Se ad esempio tu sei tirchio, mentre tuo fratello no e abitate entrambi in Liguria, vuol dire che i Liguri non sono tutti tirchi.

I tirchi ci sono in Liguria, ma come in tutto il resto del mondo, quindi è falso dirlo

2

Tutti i liguri sono tirchi

- Che cosa significa “essere tirchi”?
- Tutti i liguri... qualche ligure...solo i liguri...

- La **discussione** diventa **esperienza di riferimento** ed è ripresa in una successiva attività in ambito numerico



3

Vero o falso in ambito numerico

- Se un numero intero termina per 7 e non è divisibile per 3 allora è un numero primo



1. I: Che cosa avevate trovato per 107?
2. Che è un numero primo.
3. I: Avevate quindi trovato che 107 termina per 7, non è divisibile per 3 ed è un numero primo. Era per quello che avevate detto: allora la proprietà è vera? Erano esempi di questo tipo che vi avevano fatto pensare che la proprietà fosse vera. Ora, non so se è quello che vi rendeva perplessi prima, però se io faccio vedere il 107 mi verrebbe da concludere che l'affermazione è vera, però poi c'è il 77 e allora dico: chiuso tutto, l'affermazione è falsa. La capite la differenza?
4. È come l'esercizio che abbiamo fatto l'altra volta, che tutti i liguri sono tirchi. Basta uno che non è tirchio e la regola non è vera.

4

La somma di due numeri dispari è un numero pari

Come hai fatto a stabilirlo?

VERO: sono riuscita a farlo perché ad esempio 1 è un numero dispari più un altro 1 fanno 2 che è un numero pari

VERO. Ho provato a fare ad esempio $3+3$ che è un numero dispari, il risultato è 6, cioè un numero pari

VERO. Me l'ha insegnato il mio maestro



Come potresti convincere qualcuno che non la pensa come te?

1) Lo manderei da una maestra di matematica e glielo farei dire.
2) Glielo farei fare.

Basta fargli provare a fare un'addizione con due numeri dispari e il numero che gli uscirà sarà pari

Gli porto un quaderno di matematica

4

La somma di due numeri dispari è un numero pari

- **Tutti hanno risposto vero!!!**



- Basta un esempio?
- Perché nel caso dei liguri bastava un esempio?

1. Avevamo discusso se era meglio trovare tanti esempi o se era meglio trovare subito la regola. Si era discusso perché Veronica e Ginevra dicevano che era meglio trovare **alcuni** esempi, io invece dicevo che era meglio trovare la regola. Avevamo detto che dovevi trovare tantissimi esempi, invece Veronica aveva detto che ne bastano **alcuni**.
2. Sì, perché comunque se **tutti** i numeri dispari sommati danno un numero pari comunque intende **tutti**...

5

Un'affermazione è vera se è vera per la maggioranza della gente

Come hai fatto a stabilirlo?



Come potresti convincere qualcuno che non la pensa come te?

FALSO. perché se una risposta è vera, non conta niente la maggioranza della gente

FALSO. Perché anche se la maggioranza dice che una cosa è vera non vuol dire che lo sia. Infatti bisogna avere delle prove concrete e testimonianze

Per convincerlo gli potrei dire che se una risposta è giusta non servono i voti della gente perché quelli servono solo per le votazioni

Facendogli vedere che nel medioevo pensavano che la Terra fosse piatta. Si è rivelato che la Terra invece è tonda

6

I numeri primi, escluso il 2, sono numeri dispari



Ogni numero pari maggiore di 2 è multiplo di 2 e quindi ha almeno tre divisori

Dopo la spiegazione fornita da ZETA **abbiamo ancora voglia di** andare a prendere dei numeri pari e andare a **controllare** se sono nella tabella dei numeri primi?

No. Lo sappiamo già

Perché lo sappiamo? **Perché** li abbiamo controllati o **perché** ci soddisfa quello che ha detto ZETA?

Ci soddisfa

Sì, perché tutti i numeri pari sono divisibili per 2

Ci convince?

6

I numeri primi, escluso il 2, sono numeri dispari



Io, prof, sarei convinto se lo dicesse uno scienziato, però se...



Se lo dice ZETA...

Quindi se lo scienziato dice a EMME che i bambini nascono con le cicogne, lui ci crede!

Quindi tu qualsiasi cosa dica uno scienziato, ci credi, qualsiasi cosa dica ZETA, no! lo deduco quello!



Quindi EMME, se io ti dico che $2+2$ fa 4, tu non ci credi?

Discussione

- Le **potenzialità** di questa attività:
 - **Occasione** di argomentazione (a livello contenuto e a livello meta)
 - **Analogie e differenze** tra argomentazione in matematica e nelle altre discipline
 - Concetto di **esempio e controesempio**
 - Collegamenti con le altre discipline: italiano, filosofia...

Discussione

- Le **potenzialità** di questa attività:
 - **Valore etico e sociale** dell'attività argomentativa
 - Accento sulla **convinzione propria o altrui**
 - **Provare in matematica**: convinci te stesso, convinci un amico, convinci un nemico...

LAVORO DI GRUPPO



Proponete altre due affermazioni, illustrandone le potenzialità

Il workshop di oggi – 2° parte

I rettangoli isoperimetrici

- **Continuità verticale**: percorso sperimentato in diversi livelli scolari



- Il percorso ha un contenuto comune (**i rettangoli isoperimetrici**) e si declina in modo diverso nei diversi livelli scolastici (scuola primaria, secondaria di primo grado e secondaria di secondo grado), in un'ottica di continuità verticale

I rettangoli isoperimetrici



Classe I secondaria di primo grado

I rettangoli isoperimetrici

- Istituto Secondario di I grado – plesso di Altare
- I A e I B
- 30 alunni
- 6 alunni D.S.A
- 3 ore per sessione di lavoro
- 5 fasi nel II quadrimestre
- gruppi di lavoro omogenei

Efficienza , corretta
competizione, stimolo...

Il percorso

studio intuitivo-ripensamento-lavoro di ricostruzione attraverso materiale individuale e collettivo

1. Costruzione dei rettangoli (disegnati e col cartoncino)
2. Esplorazione e congettura sull'area massima
3. Esplorazione e congettura sull'area massima
4. Dimostrazione (guidata)
5. Ricostruzione individuale della dimostrazione
6. Scheda di bilancio sul percorso effettuato



LAVORO DI GRUPPO

Prima parte:

Leggiamo le prime consegne date agli studenti

Seconda parte:

Analizziamo alcune produzioni degli studenti



Prima parte: Le consegne

1. Leggete le consegne delle schede 1 e 2
2. Individuate i contenuti matematici e i processi in gioco
3. Immaginate i comportamenti degli studenti...

Le consegne

Scheda 1 (individuale)

- Disegna quattro rettangoli aventi tutto lo stesso perimetro di 20 cm. (*con griglia stampata*)

Scheda 2 (gruppi)

- Confrontate i metodi seguiti per disegnare i vari rettangoli. Sintetizzate...

Scheda 1 (individuale)

- Il problema dei quadretti!
- Solo misure intere?
- Il quadrato è da scartare?

- *Indicazione a voce: riportare le misure dei lati*

Scheda 2 (gruppi)

- Una strategia per la costruzione dei rettangoli (cioè per determinare le misure dei lati): **semiperimetro e “amici del 10”**
 - (NB: il perimetro era proprio 20 cm...)
- Quanti rettangoli?

Vi mostriamo come è proseguito il lavoro nella
nostra sperimentazione...

Approfondimento:
la costruzione dei
rettangoli

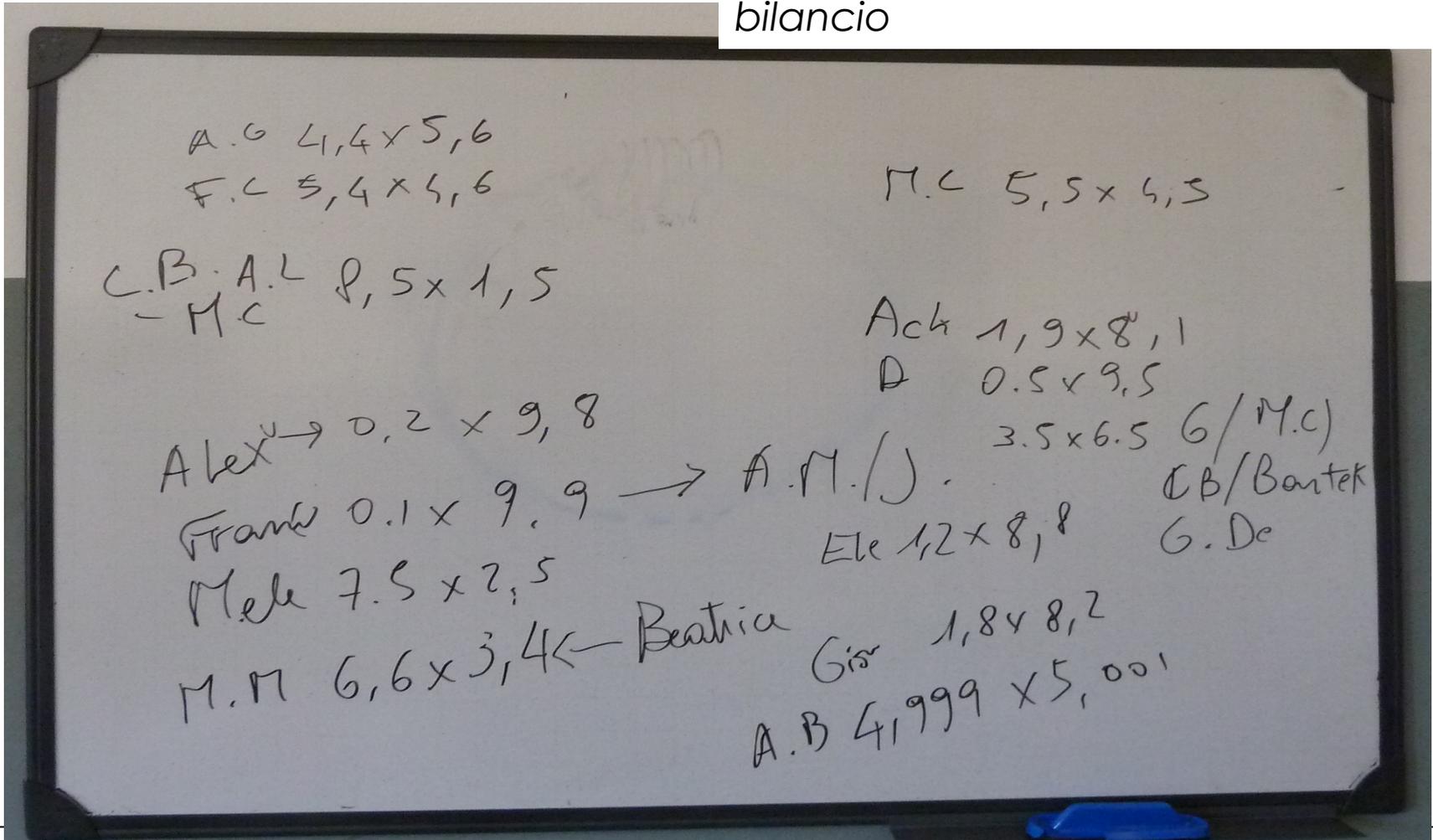
Trova dei rettangoli
diversi da quelli dei
compagni

*Compito a casa + discussione di
bilancio*

Approfondimento: la costruzione dei rettangoli

Trova dei rettangoli diversi da quelli dei compagni

Compito a casa + discussione di
bilancio



Approfondimento: il passaggio da un rettangolo a un altro ad esso isoperimetrico

- Relazione tra le misure di due rettangoli isoperimetrici:

Se aggiungo e tolgo una stessa quantità rispettivamente a base e altezza ottengo un altro rettangolo avente lo stesso perimetro di quello di partenza

Approfondimento: il passaggio da un rettangolo a un altro ad esso isoperimetrico

Prova a scrivere perché aggiungendo e togliendo uno stesso numero ai due lati il perimetro non cambia

Consegna individuale + discussione di bilancio

Prova a scrivere perché aggiungendo e togliendo uno stesso numero ai due lati il perimetro non cambia

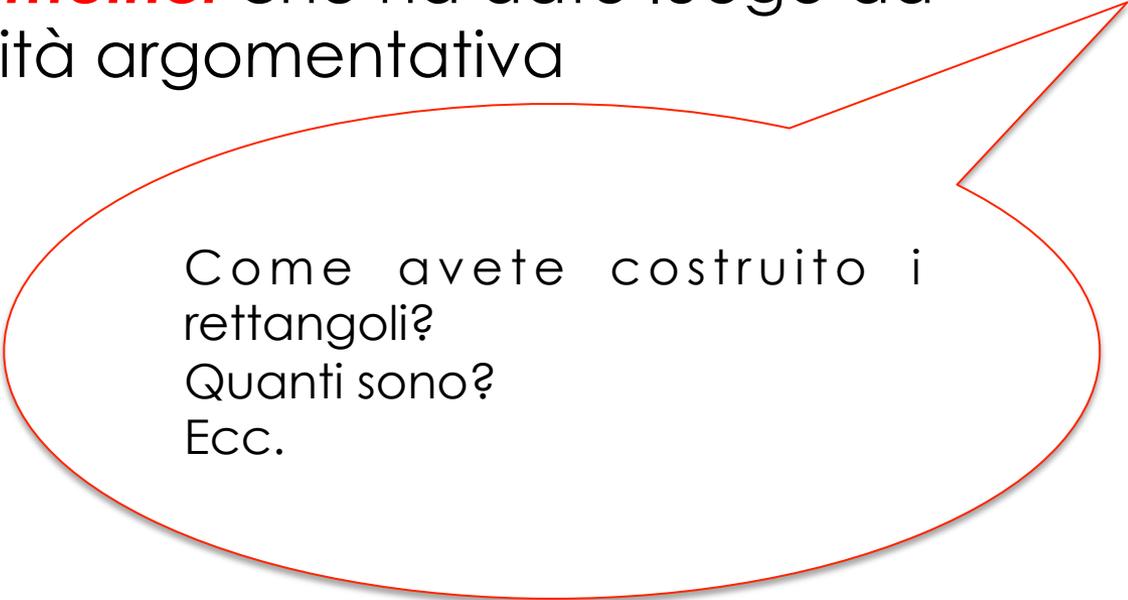
$$(3,5 - 1) + (6,5 + 1) = 10 \times 2 = 20$$

$$(x, y - M) + (N, y + M) = 10 \cdot 2 = 20$$

$$(x - M) + (N + M) = z \cdot 2 = v$$

Quindi...

All'interno del percorso complessivo (finalizzato alla congettura e dimostrazione del fatto che, fissato il perimetro, il quadrato è il rettangolo di area massima) si è aperta una **parentesi sulla costruzione dei rettangoli isoperimetrici** che ha dato luogo ad un'interessante attività argomentativa



Come avete costruito i rettangoli?
Quanti sono?
Ecc.

Quindi...

Tale parentesi ha creato un **ponte tra aritmetica e geometria** e ha costituito un'esperienza di riferimento per il proseguimento del percorso

Per approfondimenti

[http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/
scuola_media/
azione1_linguaggioeargomentazione_media.php](http://pls.dima.unige.it/azione1/argomentazione/scuola_media/azione1_linguaggioeargomentazione_media.php)



Piano Lauree Scientifiche

In collaborazione con MIUR, con.Scienze, Confindustria

Grazie !!!!